

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»**

КАФЕДРА «МАТЕМАТИКА»

Л.В. КЕКУХ

ПРОИЗВОДНАЯ

Рекомендовано редакционно-издательским советом
университета в качестве сборника тестовых заданий

для студентов всех специальностей ИЭФ

Москва – 2013

УДК 338.656.2

К33

Кекух Л.В. Производная: сборник тестовых заданий.
– М.: МИИТ, 2013. –70 с

Учебно-методическое издание содержит тестовые задания, предназначенные для контроля усвоения студентами учебного материала по разделу «Производная» (курс «Математический анализ»).

Предназначается для студентов всех специальностей ИЭФ.

Содержание

Вариант 1.....	4	Вариант 16.....	36
Вариант 2.....	6	Вариант 17.....	38
Вариант 3.....	8	Вариант 18.....	40
Вариант 4.....	10	Вариант 19.....	42
Вариант 5.....	12	Вариант 20.....	44
Вариант 6.....	14	Вариант 21.....	47
Вариант 7.....	16	Вариант 22.....	49
Вариант 8.....	18	Вариант 23.....	51
Вариант 9.....	21	Вариант 24.....	53
Вариант 10.....	23	Вариант 25.....	55
Вариант 11.....	25	Вариант 26.....	58
Вариант 12.....	27	Вариант 27.....	60
Вариант 13.....	29	Вариант 28.....	62
Вариант 14.....	32	Вариант 29.....	65
Вариант 15.....	34	Вариант 30.....	67

Вариант 1

1. Найти производную функции $y = \arctg(\ln \sqrt{x^2 + 3})$:

а) $\frac{x \ln \sqrt{x^2 + 3}}{(1 + x^2)(x^2 + 3)}$;

б) $\frac{x}{(1 + \ln^2 \sqrt{x^2 + 3})(x^2 + 3)}$;

в) $\frac{1}{(1 + \ln^2 \sqrt{x^2 + 3})\sqrt{x^2 + 3}}$;

г) $\frac{2x}{\ln^2 \sqrt{x^2 + 3}(x^2 + 3)}$.

2. Найти $y'(1)$, если $y = x^3(\sqrt[4]{x} + 1)$:

- а) 4; б) 3,75; в) 4,25; г) 2.

3. Написать уравнение касательной к кривой $y = 4 - x^2$ в точке пересечения ее с осью OX (при $x > 0$):

- а) $4x + y - 8 = 0$; б) $-4x - y - 8 = 0$;
в) $4x - y + 8 = 0$; г) $4x + y + 8 = 0$.

4. Найти интервалы возрастания функции

$$y = \frac{1}{2}(x + 5)(x + 2)^2:$$

- а) $(-4; -2)$; б) $(-\infty; -4) \cup (-4; +\infty)$;
в) $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$; г) $(-\infty; -4) \cup (-2; +\infty)$.

5. Найти максимум функции $y = \frac{1}{8}(-x^3 - 3x^2 + 9x + 27)$:

- а) 0; б) -3; в) 4; г) 1.

6. Найти точку перегиба графика функции

$$y = \frac{1}{4}(x - 4)(x + 2)^2 :$$

- а) (-2;4); б) (0;-4); в) (0;-2); г) (0;0).

7. Найти приближенное значение $\sqrt[5]{31}$:

- а) 2,001; б) 2,005; в) 1,075; г) 1,975.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \text{ в точке } M_0(0; -1; 1) \text{ с точностью до}$$

двух знаков после запятой:

- а) 1; 0; 0; б) 0; 1; 1; в) 0; 0; 0; г) 1; 1; 0.

9. Вычислить значение частных производных $z'_x(M_0), z'_y(M_0)$

функции $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4$, заданной неявно, в точке

$M_0(2; 1; 1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) 3; -1; б) 3; 3; в) -1; -3; г) 4; 4.

10. Исследовать на экстремум функцию

$$z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y :$$

а) $z_{\max}(3;2) = 12;$

б) $z_{\min}(4;5) = -16;$

в) $z_{\max}(4;4) = 28;$

г) $z_{\min}(2;3) = -8.$

Вариант 2

1. Найти производную функции $y = \arcsin(3x^2 + 8)$:

а) $\frac{1}{\sqrt{1-(3x^2+8)^2}};$

б) $\frac{3x^2+8}{\sqrt{1-x^2}};$

в) $\frac{6x}{\sqrt{1-(3x^2+8)^2}};$

г) $\frac{6x}{1+(3x^2+8)^2}.$

2. Найти $y'(1)$, если $y = 15(x^4 - 1)$:

а) 60;

б) 0;

в) 30;

г) 15.

3. Написать уравнение касательной к кривой $y = 4 - x^2$ в точке пересечения ее с осью OX (при $x < 0$):

а) $-4x - y - 8 = 0;$

б) $4x - y - 8 = 0;$

в) $2x - y + 4 = 0;$

г) $4x - y + 8 = 0.$

4. Найти интервалы возрастания функции $y = \frac{x^2}{4(x-2)}$:

а) $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty);$

б) $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty);$

в) $(0; 2) \cup (2; 4);$

г) $(0; 4).$

5. Найти минимум функции $y = \frac{1}{8}(-x^3 - 3x^2 + 9x + 27)$:

- а) 0; б) 4; в) 1; г) -3.

6. Найти точку перегиба графика функции $y = 8x^3 - 12x^2$:

- а) (8;-12); б) (0;0); в) (0,5;-2); г) (-2;0,5).

7. Найти приближенное значение $3,002^4$:

- а) 81,002; б) 81,216; в) 81,006; г) 80,874.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$f(x, y, z) = \ln\left(x + \frac{y}{2z}\right)$ в точке $M_0(1;2;1)$ с точностью до

двух знаков после запятой:

- а) 0; -0,5; 0,25; б) 0,25; -0,5; -0,5;
в) 0,5; 0,5; 0,5; г) 0,5; 0,25; -0,5.

9. Вычислить значение частных производных $z'_x(M_0), z'_y(M_0)$

функции $x^2 + y^2 + z^2 - xy = 2$, заданной неявно, в точке

$M_0(-1;0;1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) 2; -2; б) -1; -1; в) -0,5; 0,5; г) -1; 0,5.

10. Исследовать на экстремум функцию

$z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$:

- а) $z_{\min}(1;1) = -4$; б) $z_{\min}(1;0,5) = 4$;

$$в) z_{\min}(0;0) = -8;$$

$$г) z_{\min}(0,5;0,5) = -4.$$

Вариант 3

1. Найти производную функции $y = \cos^2 2x \cdot 3^x$:

а) $-4 \cos 2x \cdot \sin 2x \cdot 3^x + \cos^2 2x \cdot 3^x \ln 3$;

б) $-4 \cos 2x \cdot 3^x + 3^x \ln 3 \cdot \cos^2 2x$;

в) $-2 \sin 2x \cdot 3^x + \cos^2 2x \cdot x \cdot 3^{x-1}$;

г) $-2 \sin 2x \cdot x \cdot 3^{x-1}$;

2. Найти $y'(1)$, если $y = \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x}}$:

а) 0;

б) 9;

в) 3;

г) 6.

3. Написать уравнение нормали к кривой $y = 4 - x^2$ в точке пересечения ее с осью ОХ (при $x > 0$):

а) $2x - 4y - 2 = 0$;

б) $x - 4y - 2 = 0$;

в) $x - 2y + 2 = 0$;

г) $x + 2y + 2 = 0$.

4. Найти интервалы возрастания функции $y = \frac{6x^2}{(x-5)^2}$:

а) $(0;5)$;

б) $(-\infty;0) \cup (0;+\infty)$;

в) $(-\infty;5) \cup (5;+\infty)$;

г) $(-\infty;0) \cup (5;+\infty)$.

5. Найти минимум функции $y = \frac{x^2 + 8x}{2(x-1)}$:

- а) 4; б) 8; в) -2; г) 2.

6. Найти точку перегиба графика функции

$$y = \frac{1}{4}(x^3 - 3x^2 - 9x + 27):$$

- а) (1;4); б) (4;1); в) нет; г) (0;0).

7. Найти приближенное значение $\sin 31^\circ$:

- а) 0,551; б) 0,485; в) 0,515; г) 0,500.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = (\sin x)^{yz} \text{ в точке } M_0\left(\frac{\pi}{6}; 1; 2\right) \text{ с точностью до}$$

двух знаков после запятой:

- а) 0,87; -0,35; -0,17; б) 0,35; 0,5; 0;
в) -0,87; 0,35; 0,17; г) 0; 0; 0.

9. Вычислить значение частных производных $z'_x(M_0), z'_y(M_0)$

функции $3x - 2y + z = xz + 5$, заданной неявно, в точке

$M_0(2; 1; -1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) -2; 5; б) 4; -2; в) 3; -2; г) 5; 0.

10. Исследовать на экстремум функцию

$$z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^3:$$

а) $z_{\max}(4; -1) = 31$;

б) $z_{\max}(2; 2) = 18$;

в) $z_{\max}(3; -2) = 28$;

г) $z_{\max}(1; -1) = 16,5$.

Вариант 4

1. Найти производную функции $y = 4e^{5\ln(3-8x^2)}$;

а) $4e^{5\ln(3-8x^2)} \cdot (-16x)$;

б) $20e^{4\ln(3-8x^2)} \cdot (-16x)$;

в) $5\ln(3-8x^2) \cdot 4e^{5\ln(3-8x^2)-1}$;

г) $\frac{4e^{5\ln(3-8x^2)} \cdot (-80x)}{3-8x^2}$;

2. Найти $0,01 y'(0,01)$, если $y = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{x}$;

а) -90;

б) 90;

в) 1;

г) 0,9.

3. Написать уравнение нормали к кривой $y = 4 - x^2$ в точке пересечения ее с осью ОХ (при $x < 0$):

а) $-x + 4y + 2 = 0$;

б) $x - 4y - 2 = 0$;

в) $x + 4y + 2 = 0$;

г) $x - 4y + 2 = 0$.

4. Найти интервалы возрастания функции $y = -16x^3 - 24x^2$:

а) $(-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$;

б) $(-1; 0)$;

в) $(-\infty; +\infty)$;

г) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

5. Найти минимум функции $y = \frac{x^2 + 8x}{2(x-1)}$:

- а) -2; б) 2; в) 4; г) 8.

6. Найти точку перегиба графика функции

$$y = (2-x)(x+1)^2:$$

- а) (-1;2); б) (0;1); в) (0;2); г) нет.

7. Найти приближенное значение $tg 46^\circ$:

- а) 1,035; б) 1.005; в) 1,515; г) 1,001.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = \ln(x^3 + 2y^3 - z^3) \text{ в точке } M_0(2;1;0) \text{ с}$$

точностью до двух знаков после запятой:

- а) 0,6; 0; 0; б) 1,2; 0,6; 0;
в) 1,2; 1,2; 1,2; г) 0; 1,2; 0,6.

9. Вычислить значение частных производных $z'_x(M_0), z'_y(M_0)$

функции $e^z + x + 2y + z = 4$, заданной неявно, в точке

$M_0(1;1;0)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) -0,5; 0,5; б) 4; 0; в) -0,5; -1; г) -1; -1.

10. Исследовать на экстремум функцию

$$z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2:$$

а) $z_{\max}(1;6) = 17;$

б) $z_{\max}(4;-2) = 13;$

в) $z_{\max}(0;-2) = 21;$

г) $z_{\max}(-2;4) = 37.$

Вариант 5

1. Найти производную функции $y = \operatorname{tg} 4x \cdot \frac{2x-1}{4x^3+2} :$

а)
$$\frac{4}{\cos^2 4x} \cdot \frac{2x-1}{(4x^3+2)^2} + \operatorname{tg} 4x \cdot \frac{2x(4x^3+2) - (2x-1) \cdot 12x^3}{(4x^3+2)^2}$$

б)
$$\frac{4}{\cos^2 4x} \cdot \frac{2x-1}{4x^3+2} + \operatorname{tg} 4x \cdot \frac{2(4x^3+2) - (2x-1) \cdot 12x^2}{(4x^3+2)^2}$$

в)
$$\frac{4}{1+(4x)^2} \cdot \frac{2x-1}{4x^3+2} + \operatorname{tg} 4x \cdot \frac{2(4x^3+2) - (2x-1) \cdot 12x^2}{(4x^3+2)^2}$$

г)
$$\frac{4}{\cos^2 4x} \cdot \frac{2x-1}{4x^3+2} + \operatorname{tg} 4x \cdot \frac{2(4x^3+2)^2 - (2x-1) \cdot 12x^3}{(12x^2+2)^2}$$

2. Найти $y'(0)$, если $y = \frac{x}{2x-1} :$

а) 0,5;

б) 0;

в) 1;

г) -1.

3. Написать уравнение касательной к кривой $y = \frac{x^3}{3}$, если

$x_0 = -1:$

а) $3x - 3y + 2 = 0;$

б) $3x - 3y + 3 = 0;$

в) $x - y + 2 = 0$; г) $3x + 3y + 2 = 0$.

4. Найти интервалы возрастания функции $y = \frac{(x+3)^2}{2(x+1)}$:

а) $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$; б) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$;

в) $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$; г) $(-\infty; +\infty)$.

5. Найти максимум функции $y = \frac{36x}{(x+2)^2}$:

а) 4,3; б) 4,5; в) 4,7; г) 2.

6. Найти точку перегиба графика функции $y = \frac{1}{2}(3x^3 - 9x)$:

а) (0;0); б) нет; в) (3;-9); г) (1;2).

7. Найти приближенное значение $2,005^4$:

а) 16,01; б) 15,96; в) 16,16; г) 16,06.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = \frac{x}{\sqrt{y^2 + z^2}} \text{ в точке } M_0(1;0;1) \text{ с точностью до}$$

двух знаков после запятой:

а) 1; 1; -1; б) 0; 0; -1; в) -1; -1; 0; г) 1; 0; -1.

9. Вычислить значение частных производных $z'_x(M_0), z'_y(M_0)$

функции $x^2 + y^2 + z^2 - z - 4 = 0$, заданной неявно, в точке

$M_0(1;1;-1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

а) 0; 0; б) -4; -1; в) -0,67; -0,67; г) 0,67; 0,67.

10. Исследовать на экстремум функцию

$$z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20:$$

а) $z_{\max}(0;4) = 62$; б) $z_{\max}(1;1) = 39$;

в) $z_{\min}(5;6) = -86$; г) $z_{\min}(0;0) = -74$.

Вариант 6

1. Найти производную функции $y = -\frac{27x^7}{\sin^3 x + 1}$:

а) $-27 \cdot \frac{7x^6(\sin^3 x + 1) - x^7 \cdot 3\sin^2 x \cdot \cos x}{(\sin^3 x + 1)^2}$;

б) $-27 \cdot \frac{7x^6 \cdot 3\sin^2 x - x^7(\sin^3 x + 1)}{(\sin^3 x + 1)^2}$;

в) $-27 \cdot 7x^6 \cdot 3\sin^2 x \cdot \cos x$;

г) $-27 \cdot \frac{3\sin^2 x \cdot \cos x - 7x^6(\sin^3 x + 1)}{\sin^3 x + 1}$.

2. Найти $y'(2)$, если $y = \frac{x}{2x-1}$:

- а) $-\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{3}$; в) $-\frac{1}{9}$; г) $\frac{1}{9}$.

3. Написать уравнение касательной к кривой $xy = 4$, если $x_0 = 1$:

- а) $x + y - 2 = 0$; б) $4x + y - 8 = 0$;
в) $x - y - 2 = 0$; г) $4x + y + 8 = 0$;

4. Найти интервалы возрастания функции $y = \frac{6(x-1)^2}{x^2}$:

- а) $(0; 1)$; б) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;
в) $(-\infty; +\infty)$; г) $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

5. Найти максимум функции $y = -(x+1)(x-2)^2$:

- а) 0; б) 2; в) -4; г) -1.

6. Найти точку перегиба графика функции

$$y = \frac{1}{18}(-x^3 - 9x^2);$$

- а) $(3; 3)$; б) $(-3; -3)$; в) нет; г) $(-1; -9)$.

7. Найти приближенное значение $2,002^{10}$:

- а) 1030,24; б) 1032,26; в) 1034,24; г) 1012,26.

8. Вычислить значения частных производных

$$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0) \text{ для}$$

функции $f(x, y, z) = \ln \cos(x^2 y^2 + z)$ в точке $M_0 \left(0; 0; \frac{\pi}{4}\right)$

с точностью до двух знаков после запятой:

- а) 1;0;1; б) -1;-1;0; в) 0;0;0; г) 0;0;-1.

9. Вычислить значение частных производных $z'_x(M_0), z'_y(M_0)$

функции $z^3 + 3xyz + 3y = 7$, заданной неявно, в точке

$M_0(1; 1; 1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) -0,5; -1,0; б) -1,0; -1,0; в) 0,5; 1,0; г) 1,0; -0,5.

10. Исследовать на экстремум функцию

$$z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5:$$

- а) $z_{\min}(0; 5) = -8;$ б) $z_{\min}(1; 1) = 3;$
в) $z_{\max}(2; 3) = 17;$ г) $z_{\min}(0; 0) = -4.$

Вариант 7

1. Найти производную функции $y = \arctg^2 x \cdot \cos e^{2x-1}$:

а) $\frac{2}{1+x^2} \cos e^{2x-1} + \arctg^2 x \cdot (-\sin e^{2x-1}) \cdot 2e^{2x-1};$

б) $2\arctg x \cdot \frac{1}{1+x^2} \cos e^{2x-1} - \arctg^2 x \cdot (-\sin e^{2x-1}) \cdot e^{2x-1};$

в) $\frac{2}{1+x^2} \cos e^{2x-1} \cdot e^{2x-1} \cdot (2x-1);$

$$г) 2\arctg x \cdot \frac{1}{1+x^2} \cos e^{2x-1} + \arctg^2 x \cdot (-\sin e^{2x-1}) \cdot 2e^{2x-1}.$$

2. Найти $y'(-2)$, если $y = \frac{x}{2x-1}$:

- а) -1,25; б) 0; в) -2; г) 1,25.

3. Написать уравнение касательной к кривой $xy = 4$, если $x_0 = -4$:

- а) $x + 4y - 8 = 0$; б) $-x - 4y + 8 = 0$;
в) $x + 4y + 8 = 0$; г) $x + 2y + 2 = 0$.

4. Найти интервалы возрастания функции $y = \frac{1}{4}x^4 + x^3$:

- а) $(-\infty; -3)$; б) $(-3; 0) \cup (0; +\infty)$
в) $(-\infty; +\infty)$; г) $(-3; 0)$.

5. Найти минимум функции $y = -(x+1)(x-2)^2$:

- а) 0; б) -4; в) -1; г) 2.

6. Найти точку перегиба графика функции

$$y = \frac{1}{8}(x+4)(x-2)^2:$$

- а) нет; б) (-4; 2); в) (4; -2); г) (0; 2).

7. Найти приближенное значение $\arcsin 0,54$:

- а) 0,57; б) 0,47; в) 0,49; г) 0,5.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = 27\sqrt[3]{x + y^2 + z^3} \text{ в точке } M_0(3; 4; 2) \text{ с}$$

точностью до двух знаков после запятой:

- а) 8; 0; 0; б) 12; 0; 1; в) 1; 8; 12; г) 8; 1; 1.

9. Вычислить значение частных производных $z'_x(M_0), z'_y(M_0)$

функции $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z = \frac{3}{2}$, заданной неявно, в

точке $M_0\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$ с точностью до двух знаков после

запятой:

- а) 1; 1; б) 1; -1; в) -1; -1; г) -1; 1.

10. Исследовать на экстремум функцию

$$z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10;$$

- а) $z_{\min}(1; 1) = 7;$ б) $z_{\min}(0; 0) = -5;$
в) $z_{\min}(0; 10) = -12;$ г) $z_{\min}(2; 2) = 9.$

Вариант 8

1. Найти производную функции $y = \ln(\arcsin x) + \frac{4}{x}$:

а) $\frac{4}{\arcsin x \cdot \sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{x^2};$

$$\text{б) } \frac{1}{\arcsin x \cdot \sqrt{1-x^2}} + \frac{4}{x^2};$$

$$\text{в) } \frac{4}{\arcsin x \cdot \sqrt{1-x^2} \cdot x^2};$$

$$\text{г) } \frac{1}{\arcsin x \cdot \sqrt{1-x^2}} - \frac{4}{x^2};$$

2. Найти $y'(0)$, если $y = (x+1) \operatorname{arctge}^{-2x}$:

$$\text{а) } \frac{\pi-4}{4}; \quad \text{б) } \frac{\pi-2}{4}; \quad \text{в) } \frac{\pi-3}{4}; \quad \text{г) } \frac{\pi}{4}.$$

3. Написать уравнение касательной к кривой $y = 4x - x^2$, если $x_0 = 0$:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 2x - y = 0; & \text{б) } 4x - y = 0; \\ \text{в) } 4x + y = 0; & \text{г) } -8x + y = 0. \end{array}$$

4. Найти интервалы возрастания функции $y = \frac{x^2 - x + 7}{x+1}$:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty); & \text{б) } (-4; -1) \cup (-1; 2); \\ \text{в) } (-\infty; -4) \cup (2; +\infty); & \text{г) } (-\infty; +\infty). \end{array}$$

5. Найти максимум функции $y = \frac{2x - x^2 - 6}{2(x+1)}$:

$$\text{а) } -4; \quad \text{б) } 2; \quad \text{в) } 5; \quad \text{г) } -1.$$

6. Найти точку перегиба графика функции $y = \frac{1}{8}(x^3 - 6x^2)$:

- а) (2;-2); б) (-2;2); в) нет; г) (1;-6).

7. Найти приближенное значение $2,995^5$:

- а) 240,625; б) 240,009; в) 240,925; г) 240,002.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$f(x, y, z) = \text{arctg}(xy^2 + z)$ в точке $M_0(2;1;0)$ с

точностью до двух знаков после запятой:

- а) 0,8; 0,8; 0,2; б) 0,2; 0,8; 0,2;
в) 0,2; -0,8; -0,2; г) -0,8; -0,8; -0,2.

9. Вычислить значение частных производных $z'_x(M_0), z'_y(M_0)$

функции $e^{z-1} = \cos x \cos y + 1$, заданной неявно, в точке

$M_0\left(0; \frac{\pi}{2}; 1\right)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) 0; 1; б) 0; -1; в) 0; 0; г) -1; 0.

10. Исследовать на экстремум функцию

$z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$:

- а) $z_{\max}(1;0) = 12$; б) $z_{\max}(1;1) = 10$;
в) $z_{\min}(-1;-1) = -3$; г) $z_{\min}(-1;1) = 0$.

Вариант 9

1. Найти производную функции $y = tg^3 9x \cdot e^{6x}$:

а) $3tg^2 9x \cdot \frac{1}{\cos^2 9x} \cdot e^{6x} + tg^3 9x \cdot e^{6x}$;

б) $3tg^2 9x \cdot \frac{1}{\cos^2 9x} \cdot 6e^{6x}$;

в) $3tg^2 9x \cdot \frac{9}{\cos^2 9x} \cdot e^{6x} + 6tg^3 9x \cdot e^{6x}$;

г) $3tg^2 9x \cdot \frac{9e^{6x}}{\cos^2 9x} - 6e^{5x-1} tg^3 9x$;

2. Найти $y' \left(\frac{\pi}{3} \right)$, если $y = \ln \frac{2 + tgx}{2 - tgx}$:

а) -16;

б) 16;

в) 1;

г) -1.

3. Написать уравнение касательной к кривой $y = 4x - x^2$, если $x_0 = 4$:

а) $4x - y + 16 = 0$;

б) $4x + y + 16 = 0$;

в) $-4x + y + 16 = 0$;

г) $2x + y - 4 = 0$.

4. Найти интервалы возрастания функции

$$y = \frac{1}{4} (x^3 + 3x^2 - 9x - 27) :$$

а) $(-\infty; +\infty)$;

б) $(-3; 1)$;

в) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$;

г) $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

5. Найти минимум функции $y = \frac{2x - x^2 - 6}{2(x+1)}$:

- а) -1; б) -4; в) 5; г) 2.

6. Найти точку перегиба графика функции $y = x^3 - 3x^2$:

- а) (1;-2); б) (1;-3); в) нет; г) (0;0).

7. Найти приближенное значение $\sqrt[4]{17}$:

- а) 2,29; б) 2,16; в) 1,94; г) 2,03.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = \arcsin\left(\frac{x^2}{y} - z\right) \text{ в точке } M_0(2; 5; 0) \text{ с точностью}$$

до двух знаков после запятой:

- а) 1,67; 1,33; 0; б) 1,33; -0,27; -1,67;
в) 1,33; 0,27; -1,67; г) 0; 1; 1.

9. Вычислить значение частных производных $z'_x(M_0), z'_y(M_0)$

функции $x^2 + y^2 + z^2 - 6x = 0$, заданной неявно, в точке

$M_0(1; 2; 1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) -2; -2; б) 2; -2; в) -2; 2; г) 2; 2.

10. Исследовать на экстремум функцию $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$;

а) $z_{\min}(0; 0) = -2;$

б) $z_{\max}(0; 4) = 13;$

в) $z_{\max}(2; -2) = 8;$

г) $z_{\max}(4; 0) = 11.$

Вариант 10

1. Найти производную функции $y = \frac{\cos x}{5+x^2}:$

а) $\frac{-\sin x \cdot (5+x^2) - 2x \cos x}{(5+x^2)^2};$

б) $\frac{2x \cos x - \sin x \cdot (5+x^2)}{(5+x^2)^2};$

в) $\frac{\sin x \cdot 2x - \cos x \cdot (5+x^2)}{5+x^2};$

г) $\frac{-\sin x \cdot 2x + \sin x \cdot (5+2x)}{5+x^2}.$

2. Найти $y'(5)$, если $y = \arcsin \frac{x-1}{x}:$

а) $\frac{2}{15};$

б) $-\frac{1}{15};$

в) $\frac{1}{15};$

г) $\frac{4}{5}.$

3. Написать уравнение касательной к кривой $y = x^3 + 2x - 2$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$:

а) $x - y - 4 = 0$;

б) $-5x - y + 4 = 0$;

в) $x - 5y + 4 = 0$;

г) $5x - y - 4 = 0$.

4. Найти интервалы возрастания функции $y = \frac{-(x^2 + x + 2)}{x - 1}$:

а) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$;

б) $(-1; 1) \cup (1; 3)$;

в) $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$;

г) $(-\infty; +\infty)$.

5. Найти максимум функции $y = \frac{-6(x-3)^2}{(x+3)^2}$:

а) 0;

б) 3;

в) -3;

г) -6.

6. Найти точку перегиба графика функции

$$y = (1-x)(x+2)^2:$$

а) (0;0);

б) (1;-2);

в) (-1;2);

г) нет.

7. Найти приближенное значение $1,995^{10}$:

а) 996,8;

б) 998,4;

в) 1002,6;

г) 1012,04.

8. Вычислить значения частных производных

$$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$$
 для функции

$f(x, y, z) = \sqrt{z} \sin \frac{y}{x}$ в точке $M_0(2; 0; 4)$ с точностью до

двух знаков после запятой:

- а) 0; 0; 1; б) 1; 1; 1; в) 0; 1; 1; г) 0; 1; 0.

9. Вычислить значение частных производных $z'_x(M_0), z'_y(M_0)$

функции $xy = z^2 - 1$, заданной неявно, в точке $M_0(0; 1; -1)$ с

точностью до двух знаков после запятой:

- а) 0,5; 0,5; б) 0; 0; в) -0,5; 0; г) -0,5; -0,5.

10. Исследовать на экстремум функцию

$$z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2;$$

- а) $z_{\max}(1; -1) = 6;$ б) $z_{\max}(1; 1) = 8;$
в) $z_{\max}(2; -1) = 7,5;$ г) $z_{\min}(0; 0) = 0.$

Вариант 11

1. Найти производную функции $y = \sin^3 x \cdot \operatorname{tg} 3x$:

а) $\cos^3 x \cdot \operatorname{tg} 3x + \sin^3 x \cdot \frac{3}{\cos^2 3x};$

б) $3\sin^2 x \cdot \cos x \cdot \operatorname{tg} 3x + \sin^3 x \cdot \frac{3}{\cos^2 3x};$

в) $3\sin^2 x \cdot \cos^2 x \cdot \operatorname{tg} 3x + \sin^3 x \cdot \frac{3}{\cos^2 3x};$

г) $3\cos^2 x \cdot \operatorname{tg} 3x + \sin^3 x \cdot \frac{3x}{\cos^2 3x}$.

2. Найти $y'\left(\frac{\pi}{4}\right)$, если $y = 3\ln \cos^2 x$:

а) -3; б) 3; в) 6; г) -6.

3. Составить уравнение нормали к кривой $y = x^3 + 2x - 2$, если $x_0 = 1$:

а) $x + y - 3 = 0$; б) $x - 5y - 6 = 0$;
в) $x + 5y - 6 = 0$; г) $-x + 5y + 6 = 0$.

4. Найти интервалы возрастания функции $y = \frac{9(x-4)}{(x-3)^2}$:

а) (3;5); б) $(-\infty;3) \cup (3;+\infty)$;
в) $(-\infty;+\infty)$; г) $(-\infty;3) \cup (5;+\infty)$.

5. Найти максимум функции $y = \frac{1}{4}(x^3 + 3x^2 - 9x - 27)$:

а) -3; б) 0; в) -8; г) 1.

6. Найти точку перегиба графика функции

$y = \frac{1}{4}(x-6)(x-3)^2$:

а) (3;6); б) (0;0); в) нет; г) (4;-0,5).

7. Найти приближенное значение $\sqrt{1,07}$:

- а) 1,305; б) 1,003; в) 1,035; г) 1,005.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + z^2}} \text{ в точке } M_0(-1; 1; 0) \text{ с точностью до}$$

двух знаков после запятой:

- а) 1; 1; 0; б) 1; 1; 1; в) 0; 1; 0; г) 0; 0; 1.

9. Вычислить значение частных производных

$$z'_x(M_0), z'_y(M_0) \text{ функции } x^2 - 2y^2 + 3z^2 - yz + y = 2,$$

заданной неявно, в точке $M_0(1; 1; 1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) 0,4; 0,8; б) -0,4; 0,8; в) 0,4; -0,8; г) -0,4; -0,8.

10. Исследовать на экстремум функцию

$$z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y:$$

- а) $z_{\min}(0; 0) = -12;$ б) $z_{\min}(-1; -4) = -32;$
в) $z_{\min}(-2; -3) = -18;$ г) $z_{\min}(1; 4) = -21.$

Вариант 12

1. Найти производную функции $y = \sin \ln(3 + 4^{5x^3-2})$:

- а) $\cos \ln(3 + 4^{5x^3-2}) \cdot 4^{5x^3-2} \ln 4 \cdot 15x^2;$
б) $\sin(3 + 4^{5x^3-2}) \cdot \ln(3 + 4^{5x^3-2}) \cdot 4^{5x^3} \ln 4;$

$$в) \cos \ln(3 + 4^{5x^3-2}) + \frac{1}{3 + 4^{5x^3-2}} \cdot 4^{5x^3-2} \ln 4;$$

$$г) \cos \ln(3 + 4^{5x^3-2}) \cdot \frac{1}{3 + 4^{5x^3-2}} \cdot 4^{5x^3-2} \ln 4 \cdot 15x^2.$$

2. Найти $y' \left(\frac{1}{5} \right)$, если $y = \operatorname{arctg} 5x + x^2$:

- а) 2,9; б) -2,9; в) 0; г) 1.

3. Составить уравнение касательной к кривой

$$y = \ln(x^2 - 4x + 4) \text{ в точке с абсциссой } x_0 = 1:$$

- а) $2x - y - 2 = 0$; б) $2x + y - 2 = 0$;
в) $2x + y + 2 = 0$; г) $x + y - 1 = 0$.

4. Найти интервалы возрастания функции $y = (x + 2)(x - 1)^2$:

- а) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$; б) $(-\infty; +\infty)$;
в) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$; г) $(-1; 1)$.

5. Найти минимум функции $y = \frac{1}{4}(x^3 + 3x^2 - 9x - 27)$:

- а) -3; б) 0; в) 1; г) -8.

6. Найти точки перегиба графика функции

$$y = \frac{1}{4}(x - 5)(x - 1)^3:$$

- а) (0; 1) и (4; 3); б) (1; 0) и (3; 4);
в) (0; 0) и (1; 1); г) нет.

7. Найти приближенное значение $\sqrt{0,84}$:

- а) 0,92; б) 0,82; в) 1,04; г) 0,41.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = \operatorname{arctg} \frac{xz}{y^2} \text{ в точке } M_0(2;1;1) \text{ с точностью до двух}$$

знаков после запятой:

- а) -0,8; 0; 0,2; б) 0,2; 0,4; 0,4;
в) 0,2; -0,8; 0,4; г) 0,8; 0,4; -0,2.

9. Вычислить значение частных производных

$$z'_x(M_0), z'_y(M_0) \text{ функции } x^2 + y^2 + z^2 + 2xz = 5,$$

заданной неявно, в точке $M_0(0;2;1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) 5; 0; б) 1; -2; в) -1; -2; г) 1; 2.

10. Исследовать на экстремум функцию

$$z = (x - 2)^2 + 2y^2 - 10:$$

- а) $z_{\min}(0; -10) = -24$; б) $z_{\min}(2; 0) = -10$;
в) $z_{\max}(1; 2) = 7,5$; г) $z_{\min}(0; 0) = -8$.

Вариант 13

1. Найти производную функции $y = \frac{2x^2 - 7}{\sin 4x}$:

- а) $\frac{4x \cos 4x - (2x^2 - 7) \sin 4x}{\sin^2 4x}$;
- б) $\frac{(2x^2 - 7) \cos 4x + 4x \sin 4x \cdot 4}{\sin^2 4x}$;
- в) $\frac{4x \sin 4x - 4 \cos 4x \cdot (2x^2 - 7)}{\sin^2 4x}$;
- г) $\frac{4x \sin 4x + (2x^2 - 7) \cos 4x}{\sin^2 4x}$.

2. Найти $y'(1)$, если $y = \arctg \frac{x}{2} - \arctg \sqrt{x}$:

- а) 0; б) -0,65; в) 0,65; г) -0,6.

3. Написать уравнение нормали к кривой $y = \ln(x^2 - 4x + 4)$, если $x_0 = 1$:

- а) $x - y = 0$; б) $-x - 2y + 1 = 0$;
- в) $x + 2y + 1 = 0$; г) $x - 2y - 1 = 0$.

4. Найти интервалы возрастания функции $y = \frac{-x^2}{3(x-3)}$:

- а) $(0;3) \cup (3;6)$; б) $(-\infty;0) \cup (6;+\infty)$;
- в) $(-\infty;+\infty)$; г) $(-\infty;3) \cup (3;+\infty)$.

5. Найти максимум функции $y = \frac{-3(x-2)^2}{4(x-3)}$:

- а) 0; б) 2; в) -3; г) 4.

6. Найти точку перегиба графика функции

$$y = \frac{1}{2}(x+5)(x+2)^2 :$$

- а) (-3;1); б) (1;-3); в) (-5;-2); г) нет.

7. Найти приближенное значение $\sqrt[3]{0,95}$:

- а) 0,315; б) 0,335; в) 0,817; г) 0,983.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = \ln \sin \left(x - 2y + \frac{z}{4} \right) \text{ в точке } M_0 \left(1; \frac{1}{2}; \pi \right) \text{ с}$$

точностью до двух знаков после запятой:

- а) 1; 2; -2; б) 1; -2; 0,25; в) 1; 2; -0,25; г) 0,25; 1; 1.

9. Вычислить значение частных производных

$$z'_x(M_0), z'_y(M_0) \text{ функции } x \cos y + y \cos z + z \cos x = \frac{\pi}{2},$$

заданной неявно, в точке $M_0 \left(0; \frac{\pi}{2}; \pi \right)$ с точностью до двух

знаков после запятой:

- а) 3,14; 0; б) 1; 1; в) 0; 1; г) 0; 0.

10. Исследовать на экстремум функцию $z = (x-5)^2 + y^2 + 1$:

- а) $z_{\min}(5;0) = 1$; б) $z_{\min}(0;0) = -4,5$;
в) $z_{\max}(1;7) = 13$; г) $z_{\max}(5;0) = 10$.

Вариант 14

1. Найти производную функции $y = \cos^2 4x \cdot 5^x$:

а) $2 \sin 4x \cdot 5^x + \cos^2 4x \cdot 5^x \ln 5$;

б) $-2 \cos 4x \cdot 4 \sin 4x \cdot 5^x + \cos^2 4x \cdot 5^x \ln 5$;

в) $-2 \cos 4x \cdot 4 \sin 4x \cdot 5^x \ln 5$;

г) $2 \cos 4x \cdot (-\sin^2 4x) \cdot 4 \cdot 5^x \ln 5 + \cos^2 4x \cdot 4 \cdot x \cdot 5^{x-1}$.

2. Найти $y' \left(\frac{\pi}{6} \right)$, если $y = 2 \sin^3 2x$:

а) -4,5;

б) 4,5;

в) 2;

г) 0,5.

3. Написать уравнение касательной к кривой $y = \sqrt{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = 4$:

а) $x + y + 1 = 0$;

б) $x - 2y + 1 = 0$;

в) $x + 4y + 4 = 0$;

г) $x - 4y + 4 = 0$.

4. Найти интервалы возрастания функции $y = \frac{12(x+1)}{(x-1)^2}$:

а) $(-3; 1)$;

б) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$;

в) $(-\infty; +\infty)$;

г) $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

5. Найти минимум функции $y = \frac{-3(x-2)^2}{4(x-3)}$:

а) 4;

б) -3;

в) 0;

г) 2.

6. Найти точку перегиба графика функции $y = -16x^3 - 24x^2$:

- а) (0,5;4); б) (-0,5;-4); в) (-0,5;4); г) (0,5;-4).

7. Найти приближенное значение $\sqrt{25,4}$:

- а) 5,04; б) 4,96; в) 5,54; г) 5,12.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = \frac{y}{x} + \frac{z}{y} - \frac{x}{z} \text{ в точке } M_0(1;1;2) \text{ с точностью до}$$

двух знаков после запятой:

- а) 1,25; 1,5; 1; б) -1; -1; 0;
в) 0; -1,5; 1; г) -1,5; -1; 1,25.

9. Вычислить значение частных производных

$z'_x(M_0), z'_y(M_0)$ функции

$$3x^2y^2 + 2xyz^2 - 2x^3z + 4y^3z = 4, \text{ заданной неявно, в точке}$$

$M_0(2;1;2)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) 4; 0; б) 7; -16; в) 8; 11; г) -3; 4.

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 3xy$:

- а) $z_{\min}(0;0) = 0$; б) $z_{\min}(1;1) = -1$;
в) $z_{\min}(0;-3) = -2$; г) $z_{\min}(-1;-1) = -4$.

Вариант 15

1. Найти производную функции $y = \operatorname{arccctg} \frac{1+x}{1-x}$:

а) $-\frac{1}{1 + \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2} \cdot \frac{2}{(1-x)^2}$;

б) $-\frac{1}{1 + \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2} \cdot \frac{2x}{(1-x)^2}$;

в) $-\frac{1}{1 + \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2} \cdot \frac{1+x}{(1-x)^2}$;

г) $\frac{1}{1 + \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2} \cdot \frac{1}{(1-x)^2}$.

2. Найти $y' \left(\frac{\pi}{12} \right)$, если $y = \sin^2 x$:

а) 0,6;

б) 0,8;

в) 0,5;

г) 0.

3. Написать уравнение нормали к кривой $y = \sqrt{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = 4$:

а) $4x - y - 18 = 0$;

б) $4x + y - 18 = 0$;

в) $4x + y + 18 = 0$;

г) $4x - y - 2 = 0$.

4. Найти интервалы возрастания функции $y = \frac{-(x^2 - 2x + 2)}{x - 1}$:

а) $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$;

б) $(-\infty; +\infty)$;

в) $(0; 1) \cup (1; 2)$;

г) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

5. Найти минимум функции $y = \frac{-9(2x - 1)}{(x + 1)^2}$:

а) -3;

б) 2;

в) -9;

г) -1.

6. Найти точки перегиба графика функции $y = \frac{1}{4}x^4 + x^3$:

а) (1; 1) и (2; 4);

б) (0; 0) и (-2; 4);

в) (-2; 0) и (2; 4);

г) нет.

7. Найти приближенное значение $\sqrt{81,8}$:

а) 9,08;

б) 9,22;

в) 9,04;

г) 9,24.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - z^2}}$$
 в точке $M_0(1; 2; 2)$ с точностью

до двух знаков после запятой:

а) 0; -2; -2;

б) -2; 0; 1;

в) -1; 0; 2;

г) -1; -2; 2.

9. Вычислить значение частных производных

$$z'_x(M_0), z'_y(M_0)$$

функции $x^2 - 2y^2 + z^2 - 4x + 2z + 2 = 0$, заданной неявно,
в точке $M_0(1;1;1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) 0,5; 1; б) 0,5; -1; в) -0,5; 1; г) -0,5; -1.

10. Исследовать на экстремум функцию $z = 2xy - 2x^2 - 4y^2$:

- а) $z_{\min}(-1;-1) = -7,4$; б) $z_{\max}(1;1) = 6$;
в) $z_{\max}(0;0) = 0$; г) $z_{\min}(0;0) = -4$.

Вариант 16

1. Найти производную функции $y = 2x^3 \sin^2(x + 8)$:

- а) $6x^2 \sin^2(x + 8) \cdot 2\cos^2(x + 8) \cdot 8$;
б) $6x^2 \sin^2(x + 8) + 2x^3 \cdot 2\sin(x + 8)\cos(x + 8)$;
в) $6x^2 \cdot 2\sin(x + 8) + 2x^3 \cdot \cos^2(x + 8)$;
г) $6x^2 \cdot 2\sin(x + 8)\cos(x + 8)$.

2. Найти $y'(2) - y'(-2)$, если $y = x^2 - \frac{1}{2x^2}$:

- а) 8,14; б) 8,16; в) 8,25; г) 8,05.

3. Написать уравнение касательной к кривой

$y = x^3 + 2x^2 - 4x - 3$ в точке $(-2;5)$:

- а) $y - 5 = 0$; б) $y + 5 = 0$;
в) $-2x + y - 5 = 0$; г) $2x - y + 5 = 0$.

4. Найти интервалы убывания функции $y = \frac{1}{2}(x+5)(x+2)^2$:

- а) $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$; б) $(-\infty; -4) \cup (-2; +\infty)$;
в) $(-4; -2)$; г) $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.

5. Найти максимум функции $y = \frac{1}{4}(x^3 + 6x^2)$:

- а) -6; б) 0; в) -4; г) 8.

6. Найти точку перегиба графика функции

$$y = \frac{1}{4}(x^3 + 3x^2 - 9x - 27):$$

- а) (-1; -4); б) (1; 4); в) (0; 0); г) нет.

7. Найти приближенное значение $\sqrt{36,7}$:

- а) 6,28; б) 6,06; в) 6,16; г) 6,02.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = \ln(x + y^2) - \sqrt{x^2 - z^2} \text{ в точке } M_0(5; 2; 3) \text{ с}$$

точностью до двух знаков после запятой:

- а) 0,44; 0,75; 1; б) 0,75; 1; 0;
в) -1,14; 0,44; 0,75; г) -1,14; 0,75; 1.

9. Вычислить значение частных производных

$z'_x(M_0), z'_y(M_0)$ функции $x + y + z + 2 = xyz$, заданной

неявно, в точке $M_0(2; -1; -1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) 0; 0; б) 0; -1; в) 0; 1; г) 1; -1.

10. Исследовать на экстремум функцию

$$z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3:$$

- а) $z_{\min}(0; 0) = 3;$ б) $z_{\max}(5; 2) = 16,7;$
в) $z_{\min}(1; 1) = 8;$ г) $z_{\max}(4; 4) = 15.$

Вариант 17

1. Найти производную функции

$$y = \arctg(x+1) + \frac{x+1}{x^2 + 2x + 2}:$$

- а) $\frac{1}{(x^2 + 2x + 2)^2};$ б) $\frac{x+1}{(x^2 + 2x + 2)^2};$
в) $\frac{2}{(x^2 + 2x + 2)^2};$ г) $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{(x^2 + 2x + 2)^2}.$

2. Найти $y'(e)$, если $y = \frac{\ln x}{x}:$

- а) 1; б) 0; в) -1; г) 0,5.

3. Написать уравнение нормали к кривой

$$y = x^3 + 2x^2 - 4x - 3 \text{ в точке } (-2; 5):$$

- а) $x + 5y = 0;$ б) $x - 2 = 0;$

в) $5x - y = 0$;

г) $x + 2 = 0$.

4. Найти интервалы убывания функции $y = \frac{x^2}{4(x-2)}$:

а) $(0;2) \cup (2;4)$;

б) $(0;4) \cup (4;+\infty)$;

в) $(0;2) \cup (2;+\infty)$;

г) $(-\infty;2) \cup (4;+\infty)$.

5. Найти минимум функции $y = \frac{1}{4}(x^3 + 6x^2)$:

а) 8;

б) -4;

в) 0;

г) -6.

6. Найти точку перегиба графика функции $y = (x+2)(x-1)^2$:

а) (0;0);

б) (0;2);

в) (-1;2);

г) (-2;1).

7. Найти приближенное значение $\sqrt[3]{26,8}$:

а) 2,13;

б) 3,09;

в) 3,91;

г) 2,99.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции $f(x, y, z) = \sqrt{zx}x^y$ в

точке $M_0(1;2;4)$ с точностью до двух знаков после запятой:

а) 4; 0; 0,25;

б) 4; 0; 0;

в) 0,25; 0,25; 4;

г) 0; 0; 4.

9. Вычислить значение частных производных

$z'_x(M_0), z'_y(M_0)$ функции $x^2 + y^2 + z^2 - 2xz = 2$,

заданной неявно, в точке $M_0(0;1;-1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

а) -1; -1;

б) 0; 2;

в) 1; 1;

г) 2; 1.

10. Исследовать на экстремум функцию

$$z = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2;$$

а) $z_{\max}(0;0) = 2;$ б) $z_{\min}(0;0) = -3;$

в) $z_{\max}(1;1) = -4;$ г) $z_{\min}(0;0) = 2.$

Вариант 18

1. Найти производную функции $y = \arcsin^2 \cos(3x - 7)$:

а) $2 \arcsin x \cos(3x - 7) \cdot (-\sin(3x - 7));$

б) $\frac{2 \arcsin \cos(3x - 7) \cdot \sin(3x - 7)}{\sqrt{1 - \cos^2(3x - 7)}};$

в) $\arcsin^2(-\sin(3x - 7)) \cdot 3;$

г) $\frac{2 \arcsin \cos(3x - 7) \cdot (-3 \sin(3x - 7))}{\sqrt{1 - \cos^2(3x - 7)}}.$

2. Найти $y'(0)$, если $y = \frac{x}{2x - 1}$:

а) -1; б) 1; в) 0; г) 0.5.

3. Написать уравнение касательной к кривой $y = \sqrt[3]{x - 1}$ в точке

(1;0):

а) $x = 0;$ б) $x - 1 = 0;$

в) $y - 1 = 0;$ г) $x + 1 = 0.$

4. Найти интервалы убывания функции $y = \frac{6x^2}{(x-5)^2}$:

- а) $(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$; б) $(-\infty; +\infty)$;
в) $(0; 5)$; г) $(-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$.

5. Найти максимум функции $y = \frac{36(x-2)}{x^2}$:

- а) 36; б) 4,5; в) 0; г) 2.

6. Найти точку перегиба графика функции $y = 2x^3 + 6x^2$:

- а) нет; б) (1; 1); в) (0; 0); г) (-1; 4).

7. Найти приближенное значение $\cos 61^\circ$:

- а) 0,524; б) 0,448; в) 0,486; г) 0,516.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = -\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \text{ в точке } M_0(\sqrt{2}; \sqrt{2}; \sqrt{2}) \text{ с}$$

точностью до двух знаков после запятой:

- а) 0; 0; -0,5; б) 0,25; 0,25; -0,5;
в) -0,25; 0,5; 0,5; г) 0,5; 0,5; 0.

9. Вычислить значение частных производных

$z'_x(M_0), z'_y(M_0)$ функции $e^z - xyz - x + 1 = 0$, заданной

неявно, в точке $M_0(2; 1; 0)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) -1; 0; б) 0; 0; в) 1; 0; г) 1; 1.

10. Исследовать на экстремум функцию $z = xy(12 - x - y)$:

- а) $z_{\min}(0;0) = 0$; б) $z_{\max}(4;4) = 64$;
 в) $z_{\min}(-1;-1) = 14$; г) $z_{\max}(12;0) = 72$.

Вариант 19

1. Найти производную функции $y = \frac{\operatorname{ctg} 2x}{x^2 - 1}$:

а)
$$\frac{-\frac{2}{\sin^2 2x}(x^2 - 1) - 2x \operatorname{ctg} 2x}{(x^2 - 1)^2};$$

б)
$$\frac{-\frac{2}{\sin^2 2x}(x^2 - 1) + 2x \operatorname{ctg} 2x}{(x^2 - 1)^2};$$

в)
$$\frac{2 \operatorname{ctg} 2x \cdot \operatorname{tg} 2x \cdot (x^2 - 1) + 2x \operatorname{ctg} 2x}{(x^2 - 1)^2};$$

г)
$$\frac{2 \operatorname{tg} 2x \cdot (x^2 - 1) - 2x \operatorname{ctg} 2x}{(x^2 - 1)^2}.$$

2. Найти $y' \left(\frac{1}{e} \right)$, если $y = \frac{\ln x}{x}$:

- а) $2e^3$; б) $2e^2$; в) $2e$; г) e^2 .

3. Написать уравнение нормали к кривой $y = \sqrt[3]{x-1}$ в точке (1;0):

а) $x - y = 0$;

б) $x = 0$;

в) $y = 0$;

г) $x + y = 0$.

4. Найти интервалы убывания функции $y = -16x^3 - 24x^2$:

а) $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$;

б) $(-\infty; +\infty)$;

в) $(-1; 0)$;

г) $(-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

5. Найти максимум функции $y = \frac{1}{2}(5-x)(x-2)^2$:

а) 2;

б) 4;

в) 0;

г) 5.

6. Найти точку перегиба графика функции

$$y = \frac{1}{8}(-x^3 - 3x^2 + 9x + 27):$$

а) (0;0);

б) (-1;-2);

в) (-1;2);

г) (2;2).

7. Найти приближенное значение $\sqrt{101}$:

а) 10,35;

б) 10,05;

в) 10,50;

г) 10,15.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$f(x, y, z) = \ln(x^3 + \sqrt[3]{y} - z)$ в точке $M_0(2;1;8)$ с точностью

до двух знаков после запятой:

а) 1; -1; 12;

б) -12; 0,33; 1;

в) 0; 0,33; 1;

г) 12; 0,33; -1.

9. Вычислить значение частных производных

$$z'_x(M_0), z'_y(M_0)$$

функции $x^3 + 2y^3 + z^3 - 3xyz - 2y - 15 = 0$, заданной неявно, в точке $M_0(1; -1; 2)$ с точностью до двух знаков после запятой:

а) $-0,6; 0,13;$

б) $-0,8; 0,2;$

в) $0,7; 1,12;$

г) $-15; 0.$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = xy - x^2 - y^2 + 9$:

а) $z_{\max}(1;1) = 8;$

б) $z_{\min}(0;0) = -9;$

в) $z_{\max}(0;0) = 9;$

г) $z_{\min}(1;1) = -8.$

Вариант 20

1. Найти производную функции $y = \frac{1 + x^3}{\sin(2x + 1)}$:

а) $\frac{3x^2 \sin(2x + 1) + (1 + x^3) \cos(2x + 1) \cdot 2}{\sin^2(2x + 1)};$

б) $\frac{3x^2 \sin(2x + 1) - (1 + x^3) \cos(2x + 1) \cdot 2}{\sin^2(2x + 1)};$

в) $\frac{3x^2 \cos(2x + 1) - (1 + x^3) \sin(2x + 1)}{\sin^2(2x + 1)};$

$$\text{г) } \frac{(1+x^3)\cos(2x+1) \cdot 2 - 3x^2 \sin(2x+1)}{\sin^2(2x+1)}.$$

2. Найти $y'(-2)$, если $y = \frac{x}{2x-1}$:

- а) -0,02; б) -0,04; в) -2; г) 0,04.

3. Написать уравнение касательной к кривой $y = \operatorname{tg} 2x$ в начале координат:

- а) $x - 2y = 0$; б) $x - y = 0$;
в) $2x + y = 0$; г) $2x - y = 0$.

4. Найти интервалы убывания функции $y = \frac{(x+3)^2}{2(x+1)}$:

- а) $(-3; -1) \cup (-1; 1)$; б) $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$;
в) $(-\infty; +\infty)$; г) $(-3; 1)$.

5. Найти минимум функции $y = \frac{1}{2}(5-x)(x-2)^2$:

- а) -2; б) -5; в) 0; г) 2.

6. Найти точку перегиба графика функции

$$y = -(x+1)(x-2)^2:$$

- а) нет; б) (1; -2); в) (1; 1); г) (-2; -2).

7. Найти приближенное значение $\sqrt[3]{10}$:

- а) 2,16; б) 3,04; в) 2,62; г) 2,44.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^4 + y^2}} \text{ в точке } M_0(2; 3; 25) \text{ с точностью до}$$

двух знаков после запятой:

а) 0,04; -0,24; 1;

б) 1,28; -0,24; 0;

в) 0,04; 1; 0;

г) -1,28; -0,24; 0,04.

9. Вычислить значение частных производных

$z'_x(M_0), z'_y(M_0)$ функции

$$x^2 - 2xy - 3y^2 + 6x - 2y + z^2 - 8z + 20 = 0, \text{ заданной}$$

неявно, в точке $M_0(0; -2; 2)$ с точностью до двух знаков после запятой:

а) 1; -2;

б) -2,5; -2,5;

в) 2,5; 2,5;

г) -20; 0.

10. Исследовать на экстремум функцию

$$z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10:$$

а) $z_{\min}(0; 0) = -10;$

б) $z_{\max}(0; 0) = -10;$

в) $z_{\min}(0; 0) = 10;$

г) $z_{\max}(0; 0) = 10.$

Вариант 21

1. Найти производную функции $y = (\arctg 2x) \cdot 2^{4x^3}$:

а) $2\arctg 2x \cdot 2^{4x^3} \ln 2 \cdot 12x^2$;

$$\text{б) } \frac{1}{1+4x^2} \cdot 2^{4x^3} + \operatorname{arctg} 2x \cdot 12x^2;$$

$$\text{в) } \frac{2}{1+4x^2} \cdot 2^{4x^3} - \operatorname{arctg} 2x \cdot 2^{4x^3} \ln 2 \cdot 12x^2;$$

$$\text{г) } \frac{2}{1+4x^2} \cdot 2^{4x^3} + \operatorname{arctg} 2x \cdot 2^{4x^3} \ln 2 \cdot 12x^2.$$

2. Найти $y'(2)$, если $y = \frac{x}{2x-1}$:

$$\text{а) } \frac{1}{3};$$

$$\text{б) } -\frac{1}{9};$$

$$\text{в) } \frac{1}{9};$$

$$\text{г) } -\frac{1}{3}.$$

3. Написать уравнение нормали к кривой $y = \operatorname{tg} 2x$ в начале координат:

$$\text{а) } x + 2y = 0;$$

$$\text{б) } x + y = 0;$$

$$\text{в) } -x + 2y = 0;$$

$$\text{г) } 2x - y = 0.$$

4. Найти интервалы убывания функции $y = \frac{6(x-1)^2}{x^2}$:

$$\text{а) } (-\infty; 0) \cup (0; +\infty);$$

$$\text{б) } (-\infty; 0) \cup (1; +\infty);$$

$$\text{в) } (0; 1);$$

$$\text{г) } (-\infty; +\infty).$$

5. Найти максимум функции $y = \frac{x^2 + 3x + 11}{x + 2}$:

$$\text{а) } 1;$$

$$\text{б) } 5;$$

$$\text{в) } -5;$$

$$\text{г) } -7.$$

6. Найти точку перегиба графика функции

$$y = \frac{1}{4}(x^3 + 3x^2 - 9x - 27):$$

- а) (-1;-4); б) нет; в) (0;0); г) (1;4).

7. Найти приближенное значение $\sqrt[3]{70}$:

- а) 4,02; б) 4,62; в) 4,13; г) 4,84.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = 8\sqrt{x^3 + y^2 + z}$$
 в точке $M_0(3;2;1)$ с точностью

до двух знаков после запятой:

- а) -2,7; 0,1; 1; б) 2,7; 0,4; 0,1;
в) 2,7; 2,7; 0,1; г) 0,1; 1; 0.

9. Вычислить значение частных производных

$z'_x(M_0), z'_y(M_0)$ функции $x^2 + y^2 + z^2 = y - z + 3$.

заданной неявно, в точке $M_0(1;2;0)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) -1; -2; б) -3; -4; в) -2; -3; г) -7; -5.

10. Исследовать на экстремум функцию

$$z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1:$$

- а) $z_{\min}(1;0,5) = 0$; б) $z_{\min}(0;0) = 1$;
в) $z_{\min}(0,5;0,5) = -5$; г) $z_{\min}(1;1) = 4$.

Вариант 22

1. Найти производную функции $y = 6^{\sqrt{x^2+2}} + \sin \ln x$;

а) $\sqrt{x^2+2} \cdot 6^{\sqrt{x^2+2}-1} + \cos \ln x \cdot \frac{1}{x}$;

б) $6^{\sqrt{x^2+2}} \ln 6 + \cos \ln \frac{1}{x}$;

в) $6^{\sqrt{x^2+2}} \ln 6 \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+2}} + \cos \ln x \cdot \frac{1}{x}$;

г) $6^{\sqrt{x^2+2}} \ln 6 \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+2}} - \cos \ln x \cdot \frac{1}{x}$.

2. Найти $y'(0)$, если $y = e^{-x} \cos 3x$:

а) 1; б) -1; в) 0; г) 0,5.

3. Написать уравнение касательной к кривой $y = \arcsin \frac{x-1}{2}$ в

точке пересечения с осью OX:

а) $2x + y + 1 = 0$; б) $2x - y + 1 = 0$;

в) $x + 2y + 1 = 0$; г) $x - 2y - 1 = 0$.

4. Найти интервалы убывания функции $y = \frac{1}{4}x^4 + x^3$:

а) $(-\infty; -3)$; б) $(-3; 0) \cup (0; +\infty)$;

в) $(-\infty; +\infty)$; г) $(-1; 1)$.

5. Найти минимум функции $y = \frac{-90(x-4)}{x^2}$:

- а) -8; б) -5,5; в) 8; г) 4.

6. Найти точку перегиба графика функции $y = \frac{1}{4}(x^3 + 6x^2)$:

- а) (-4;-2); б) (-4;2); в) (-2;4); г) (2;4).

7. Найти приближенное значение $\sqrt[3]{200}$:

- а) 8,16; б) 7,04; в) 6,28; г) 5,85.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$f(x, y, z) = \ln(\sqrt[5]{x} + \sqrt[4]{y} - z)$ в точке $M_0(1;1;1)$ с точностью

до двух знаков после запятой:

- а) 0,2; 0,25; -1; б) -0,2; -0,25; 1;
в) 1; 0,25; 0,25; г) -0,25; 0,5; 0.

9. Вычислить значение частных производных

$z'_x(M_0), z'_y(M_0)$ функции

$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - yz - 4x - 3y - z = 0$, заданной

неявно, в точке $M_0(1;-1;1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) 1; -1; б) 2; 2; в) -2; -2; г) -1; 1.

10. Исследовать на экстремум функцию

$z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$:

а) $z_{\min}(0;0) = 0;$

б) $z_{\max}(4;4) = 12;$

в) $z_{\max}(0;0) = 0;$

г) $z_{\min}(4;4) = -12.$

Вариант 23

1. Найти производную функции $y = -\frac{4x^2 - 1}{\operatorname{tg} 7x}$:

а)
$$-\frac{(4x^2 - 1) \cdot \operatorname{ctg} 7x - 8x \cdot \operatorname{tg} 7x \cdot 7}{\operatorname{tg}^2 7x};$$

б)
$$-\frac{8x \cdot \operatorname{tg} 7x - (4x^2 - 1) \cdot \frac{7}{\cos^2 7x}}{\operatorname{tg}^2 7x};$$

в)
$$-\frac{8x \cdot \operatorname{tg} 7x + (4x^2 - 1) \cdot \frac{1}{\cos^2 7x}}{\operatorname{tg}^2 7x};$$

г)
$$-\frac{8x \cdot \operatorname{tg} x + (4x^2 - 1) \cdot 8x \cdot \frac{7}{\cos^2 7x}}{\operatorname{tg}^2 7x}.$$

2. Найти $y'(e^2)$, если $y = \frac{\ln x}{x}$:

а) 1;

б) e^3 ;

в) e ;

г) e^2 .

3. Написать уравнение нормали к кривой $y = \arcsin \frac{x-1}{2}$ в

точке пересечения с осью ОХ:

а) $2x - y - 2 = 0$;

б) $2x + y + 2 = 0$;

в) $2x + y - 2 = 0$;

г) $x - 2y + 2 = 0$.

4. Найти интервалы убывания функции $y = \frac{x^2 - x + 7}{x + 1}$:

а) $(-4; -1) \cup (-1; 2)$;

б) $(-\infty; -4) \cup (2; +\infty)$;

в) $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$;

г) $(-4; -2)$.

5. Найти максимум функции $y = 3x - x^3$:

а) 1;

б) 2;

в) 3;

г) -2.

6. Найти точку перегиба графика функции

$$y = \frac{1}{2}(5-x)(x-2)^2 :$$

а) (0;0);

б) (1;3);

в) (3;1);

г) нет.

7. Найти приближенное значение $\operatorname{tg} 44^\circ$:

а) 0,965;

б) 0,873;

в) 0,904;

г) 0,998.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = -\frac{2x}{\sqrt{y^2 + z^2}} \text{ в точке } M_0(3;0;1) \text{ с точностью до}$$

двух знаков после запятой:

а) 0; 0; 6;

б) 0; -2; 6;

в) 2; 0; -6;

г) -2; 0; 6.

9. Вычислить значение частных производных

$z'_x(M_0), z'_y(M_0)$ функции

$$x^2 - y^2 - z^2 + 6z + 2x - 4y + 12 = 0, \text{ заданной неявно, в}$$

точке $M_0(0;1;-1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

а) $0,25; -0,75;$

б) $-0,25; 0,75;$

в) $-0,25; -0,75;$

г) $0,25; 0,75.$

10. Исследовать на экстремум функцию

$$z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20:$$

а) $z_{\max}(1;1) = 23;$

б) $z_{\min}(0;0) = 20;$

в) $z_{\min}(-4;1) = -1;$

г) $z_{\min}(1;-4) = -6.$

Вариант 24

1. Найти производную функции $y = \operatorname{tg}\left(x^2 + \sqrt{x^2 + \sqrt{7}}\right);$

а) $\frac{1}{\cos^2\left(x^2 + \sqrt{x^2 + \sqrt{7}}\right)} \cdot \left(2x + \frac{x}{\sqrt{x^2 + \sqrt{7}}}\right);$

б) $\frac{1}{\cos^2\left(x^2 + \sqrt{x^2 + \sqrt{7}}\right)} \cdot (2x + 2\sqrt{7}x);$

$$в) \frac{1}{\cos^2 \left(x^2 + \sqrt{x^2 + \sqrt{7}} \right)} \cdot \left(2x + \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{x^2 + \sqrt{7}}} \right);$$

$$г) \frac{1}{\cos^2 \left(x^2 + \sqrt{x^2 + \sqrt{7}} \right)} \cdot \left(2x + \frac{2x + \sqrt{7}}{2\sqrt{x^2 + \sqrt{7}}} \right).$$

2. Найти $y'(1)$, если $y = x \ln x$:

- а) 2; б) -1; в) 0; г) 1.

3. Написать уравнение касательной к кривой $y = \ln x$ в точке пересечения с осью OX :

- а) $x + y = 0$; б) $x - y - 1 = 0$;
в) $x - y = 0$; г) $x + y + 1 = 0$.

4. Найти интервалы убывания функции

$$y = \frac{1}{4} (x^3 + 3x^2 - 9x - 27):$$

- а) $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$; б) $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$;
в) $(-3; 1)$; г) $(-\infty; +\infty)$.

5. Найти минимум функции $y = 3x - x^3$:

- а) -2; б) -1; в) -3; г) 0.

6. Найти точку перегиба графика функции $y = 3x - x^3$:

- а) (1;3); б) (1;1); в) (0;0); г) (3;1).

7. Найдите приближенное значение $\arctg 1,05$:

- а) 1,06; б) 0,81; в) 0,94; г) 0,78.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$f(x, y, z) = ze^{\frac{x^2+y^2}{2}}$ в точке $M_0(0;0;1)$ с точностью до двух

знаков после запятой:

- а) 1; 0; 0; б) 1; 1; 1; в) 0; 1; 0; г) 0; 0; 1.

9. Вычислить значение частных производных

$z'_x(M_0), z'_y(M_0)$ функции $\sqrt{x^2 + y^2} + z^2 - 3z = 3$, заданной

неявно, в точке $M_0(4;3;1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) 0,8; 0,6; б) -0,8; -0,6; в) 0,8; -0,6; г) -0,8; 0,6.

10. Исследовать на экстремум функцию $z = xy(6 - x - y)$:

- а) $z_{\min}(1;1) = 4$; б) $z_{\min}(0;0) = 0$;
в) $z_{\max}(0;6) = 11$; г) $z_{\max}(2;2) = 8$.

Вариант 25

1. Найти производную функции $y = \frac{\cos 4x}{x^2 + 5}$:

$$\text{a) } \frac{4 \sin 4x \cdot (x^2 + 5) - \cos 4x \cdot 2x}{(x^2 + 5)^2};$$

$$\text{б) } \frac{-4 \sin 4x \cdot 2x - \cos 4x \cdot (x^2 + 5)}{(x^2 + 5)^2};$$

$$\text{в) } \frac{-4 \sin 4x \cdot (x^2 + 5) - \cos 4x \cdot 2x}{(x^2 + 5)^2};$$

$$\text{г) } \frac{-\sin 4x \cdot (x^2 + 5) + \cos 4x \cdot 4(x^2 + 5)}{(x^2 + 5)^2}.$$

2. Найти $y'(e)$, если $y = x \ln x$:

а) 2;

б) 1;

в) 3;

г) 0.

3. Написать уравнение нормали к кривой $y = \ln x$ в точке пересечения с осью OX:

а) $x - y - 1 = 0$;

б) $x + y - 1 = 0$;

в) $x + y + 1 = 0$;

г) $y + 1 = 0$.

4. Найти интервалы убывания функции $y = \frac{-(x^2 + x + 2)}{x - 1}$:

а) $(-1; 1) \cup (1; 3)$;

б) $(-\infty; +\infty)$;

в) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$;

г) $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$;

5. Найти максимум функции $y = \frac{(x-3)^2}{2(x-1)}$;

- а) 3; б) -2; в) -4; г) -1.

6. Найти точку перегиба графика функции

$$y = -(x+2)(x-1)^2;$$

- а) (1;1); б) (-2;1); в) (0;0); г) (0;-2).

7. Найти приближенное значение $\sqrt{(4,05)^2 + (3,07)^2}$;

- а) 5,32; б) 5,08; в) 5,26; г) 5,01.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = \frac{\sin(x-y)}{z} \text{ в точке } M_0 \left(\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}; \sqrt{3} \right) \text{ с}$$

точностью до двух знаков после запятой:

- а) 0,5; -0,5; -0,17; б) 0,5; 0,5; -0,17;
в) 0; 0,5; 0,17; г) 0,5; 0; 0.

9. Вычислить значение частных производных

$z'_x(M_0), z'_y(M_0)$ функции $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 59$, заданной

неявно, в точке $M_0(3;1;4)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) 0,25; -0,17; б) -0,25; 0,17;
в) 0,25; 0,17; г) -0,25; -0,17.

10. Исследовать на экстремум функцию

$$z = x^2 + y^2 - xy + x + y:$$

а) $z_{\min} = (-1; -1) = -1$

б) $z_{\min}(0; 0) = 0;$

в) $z_{\max}(1; 1) = 3;$

г) $z_{\max}(2; 2) = 8.$

Вариант 26

1. Найти производную функции $y = \operatorname{tg}(10 - \ln^2 x)$:

а) $\frac{1}{\cos^2(10 - \ln^2 x)} \cdot \left(-2 \ln \frac{1}{x}\right);$

б) $\frac{1}{\cos^2(10 - \ln^2 x)} \cdot \left(-2 \ln x \cdot \frac{1}{x}\right);$

в) $\frac{1}{\cos(10 - \ln^2 x)} \cdot \left(-2 \cdot \frac{1}{x}\right);$

г) $\frac{1}{\cos^2(10 - \ln^2 x)} \cdot \left(10 - 2 \ln x \cdot \frac{1}{x}\right).$

2. Найти $y(0) + xy'(0)$, если $y = e^{-x}$:

а) $x-1;$

б) $x;$

в) $1-x;$

г) $1+x.$

3. Написать уравнение касательной к кривой $y = e^{1-x^2}$ в точке $(-1; 1)$:

а) $x - 2y + 3 = 0$;

б) $x - 2y - 3 = 0$;

в) $2x - y - 3 = 0$;

г) $2x - y + 3 = 0$.

4. Найти интервалы убывания функции $y = \frac{9(x-4)}{(x-3)^2}$:

а) $(-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$;

б) $(3; 5)$;

в) $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$;

г) $(-\infty; +\infty)$.

5. Найти минимум функции $y = \frac{(x-3)^2}{2(x-1)}$:

а) 3;

б) 0;

в) -4;

г) -1.

6. Найти точку перегиба графика функции $y = \frac{1}{18}(x^3 - 9x^2)$:

а) (3;3);

б) (0;0);

в) (3;-3);

г) (-3;3).

7. Найти приближенное значение $\arctg 1,02$:

а) 0,795;

б) 0,819;

в) 0,654;

г) 0,822.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = \sqrt{z} \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \text{ в точке } M_0(4; 1; 4) \text{ с}$$

точностью до двух знаков после запятой:

а) 0,17; 0,17; 1;

б) 0,17; 0,33; 0,27;

в) 0,33; 0,17; 0,17;

г) 1; 1; 0,33.

9. Вычислить значение частных производных

$z'_x(M_0), z'_y(M_0)$ функции

$x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz = 17$, заданной неявно, в точке

$M_0(-2; -1; 2)$ с точностью до двух знаков после запятой:

а) 0,12; 0,25; б) 0,3; 0,6; в) 0,8; 0,4; г) 0,6; 0,2.

10. Исследовать на экстремум функцию

$$z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y:$$

а) $z_{\max}(1; 1) = 1;$

б) $z_{\min}(1; 0) = -1;$

в) $z_{\max}(-2; 0) = 8;$

г) $z_{\min}(0; 1) = -2.$

Вариант 27

1. Найти производную функции $y = 4^{x^2} \cdot \sqrt{x^3 + x}$:

а) $4x^2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^3 + x}} \cdot (3x^2 + 1);$

б) $x^2 \cdot 4^{x^2-1} \sqrt{x^3 + x} + 4x^2 \cdot \frac{3x^2 + 1}{2\sqrt{x^3 + x}};$

в) $4^{x^2} \ln 4 \cdot 2x\sqrt{x^3 + x} - 4x^2 \cdot \frac{3x^2 + 1}{\sqrt{x^3 + x}};$

г) $4^{x^2} \ln 4 \cdot 2x\sqrt{x^3 + x} + 4x^2 \cdot \frac{3x^2 + 1}{2\sqrt{x^3 + x}}.$

2. Найти $y\left(\frac{1}{e}\right)$, если $y = x \ln x$:

- а) e ; б) 0 ; в) $\frac{1}{e}$; г) 1 .

3. Написать уравнение касательной к кривой

$$x^5 + y^5 - 2xy = 0 \text{ в точке } (1;1):$$

- а) $x + y - 2 = 0$; б) $x - y - 2 = 0$;
в) $2x - y + 2 = 0$; г) $x - y - 1 = 0$.

4. Найти интервалы убывания функции $y = (x + 2)(x - 1)^2$:

- а) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$; б) $(-\infty; +\infty)$;
в) $(-1; 1)$; г) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

5. Найти максимум функции $y = -(x + 2)(x - 1)^2$:

- а) -1 ; б) -4 ; в) 1 ; г) 0 .

6. Найти точку перегиба графика функции $y = \frac{-36x}{(x - 2)^2}$:

- а) $(4; 4)$; б) $(-4; 4)$; в) $(4; -4)$; г) $(0; 2)$.

7. Найти приближенное значение $\ln 1,01$:

- а) $0,11$; б) $0,32$; в) $0,01$; г) $0,09$.

8. Вычислить значения частных производных

$$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0) \text{ для функции } f(x, y, z) = \frac{xz}{x-y} \text{ в}$$

точке $M_0(3;1;1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) -0,25; 0,75; 1,5; б) 0,25; 1,5; 1,5;
 в) -0,25; -0,75; -1,5; г) 0; 1; 1.

9. Вычислить значение частных производных

$$z'_x(M_0), z'_y(M_0) \text{ функции } x^3 + 3xyz - z^3 = 27, \text{ заданной}$$

неявно, в точке $M_0(3;1;3)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) 0; 27; б) 2; 1,5; в) 27; 0; г) 1; 3.

$$10. \text{ Исследовать на экстремум функцию } z = (x-1)^2 + 2y^2:$$

- а) $z_{\min}(1;0) = 0;$ б) $z_{\min}(0;0) = 1;$
 в) $z_{\min}(-1;-1) = 6;$ г) $z_{\max}(1;1) = 4.$

Вариант 28

$$1. \text{ Найти производную функции } y = \frac{5x + \sin x}{\sqrt{1-3x}}:$$

$$а) \frac{(5 + \cos x)\sqrt{1-3x} + (5x + \sin x) \cdot \frac{3}{2\sqrt{1-3x}}}{1-3x};$$

$$\text{б) } \frac{(5 + \cos x)\sqrt{1-3x} - (5x + \sin x) \cdot \frac{3}{2\sqrt{1-3x}}}{1-3x};$$

$$\text{в) } \frac{(5 + \sin x)\sqrt{1-3x} - (5x + \sin x) \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-3x}}}{\sqrt{1-3x}};$$

$$\text{г) } \frac{\frac{3}{2\sqrt{1-3x}}(5x + \sin x) - (5 + \cos x)\sqrt{1-3x}}{1-3x}.$$

2. Найти $y\left(\frac{1}{e^2}\right)$, если $y = x \ln x$:

а) e^2 ; б) 0; в) -1; г) 1.

3. Написать уравнение нормали к кривой

$$y = (x-1)(x-2)(x-3) \text{ в точке } (1;0):$$

а) $x - 2y + 1 = 0$; б) $2x - y + 1 = 0$;

в) $x - 2y - 1 = 0$; г) $x + 2y - 1 = 0$.

4. Найти интервалы убывания функции $y = \frac{-x^2}{3(x-3)}$:

а) $(-\infty;3) \cup (3;+\infty)$; б) $(-\infty;0) \cup (6;+\infty)$;

в) $(0;3) \cup (3;6)$; г) $(3;6)$.

5. Найти минимум функции $y = -(x+2)(x-1)^2$:

а) -4; б) -1; в) -2; г) 1.

6. Найти точку перегиба графика функции $y = \frac{9(x-4)}{(x-3)^2}$:

- а) (4;3); б) (0;3); в) (2;6); г) (6;2).

7. Найти приближенное значение $e^{0,2}$:

- а) 1,28; б) 1,20; в) 1,02; г) 0,98.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy \cos z} \text{ в точке } M_0 \left(3; 4; \frac{\pi}{2} \right) \text{ с}$$

точностью до двух знаков после запятой:

- а) 2,4; -0,8; 0; б) 0,6; -0,8; 1;
в) 0,6; 0,8; 2,4; г) -0,6; -0,8; 2,4.

9. Вычислить значение частных производных

$z'_x(M_0), z'_y(M_0)$ функции $\ln z = x + 2y - z + \ln 3$.

заданной неявно, в точке $M_0(1;1;3)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) 0,75; -1,5; б) -0,75; -1,5;
в) -0,75; 1,5; г) 0,75; 1,5.

10. Исследовать на экстремум функцию $z = xy - 3x^2 - 2y^2$:

- а) $z_{\min}(0;0) = 0$; б) $z_{\max}(0;0) = 0$;
в) $z_{\max}(1;1) = 5$; г) $z_{\min}(-1;-1) = -5$.

Вариант 29

1. Найти производную функции $y = -2\cos^2 x \cdot \operatorname{tg} 3x$:

а) $-4 \sin x \cdot \operatorname{tg} 3x - \frac{6 \cos^2 x}{\cos^2 3x}$;

б) $4 \cos x \cdot \sin x \cdot \operatorname{tg} 3x - \frac{6 \cos^2 x}{\cos^2 3x}$;

в) $-4 \cos x \cdot \sin x \cdot \operatorname{tg} x - \frac{6 \cos^2 x}{\cos^2 3x}$;

г) $4 \cos x \cdot \sin x \cdot \operatorname{tg} 3x + \frac{2 \cos^2 x}{\cos^2 3x}$.

2. Найти $\frac{f'(0)}{\varphi'(0)}$ если $f(x) = \operatorname{tg} x$, $\varphi(x) = \ln(1-x)$:

а) -1; б) 1; в) 1-x г) x.

3. Написать уравнение касательной к кривой

$y = (x-1)(x-2)(x-3)$ в точке $(2;0)$:

а) $-2x - y + 2 = 0$; б) $x - y - 2 = 0$;

в) $x + y - 2 = 0$; г) $x - y + 2 = 0$.

4. Найти интервалы убывания функции $y = \frac{12(x+1)}{(x-1)^2}$:

а) $(-\infty; +\infty)$; б) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$;

в) $(-3; 1)$; г) $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

5. Найти максимум функции $y = \frac{1}{18}(x^3 - 9x^2)$:

- а) 6; б) 0; в) -6; г) 18.

6. Найти точку перегиба графика функции $y = \frac{36x}{(x+2)^2}$:

- а) (0;-2); б) (-4;4); в) (4;4); г) нет.

7. Найти приближенное значение $2^{2,98}$:

- а) 8,64; б) 8,34; в) 6,18; г) 7,89.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции $f(x, y, z) = ze^{-xy}$ в

точке $M_0(0;1;1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) -1; 0; 1; б) -1; 0; -1; в) 1; 1; -1; г) 0; 0; 1.

9. Вычислить значение частных производных

$z'_x(M_0), z'_y(M_0)$ функции

$2x^2 + 2y^2 + z^2 - 8xz - z + 6 = 0$, заданной неявно, в точке

$M_0(2;1;1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

- а) 0; 0; б) -0,12; -1; в) 0; 0,27; г) 0,13; 0,34.

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + 3(y+2)^2$:

- а) $z_{\min}(-2;0) = -4$; б) $z_{\min}(1;1) = -8$;
в) $z_{\min}(0;-2) = 0$; г) $z_{\max}(3;1) = 7,8$.

Вариант 30

1. Найти производную функции $y = \ln \operatorname{arctg}(1 - 2x^5)$:

а) $\frac{1}{\operatorname{arctg}(1 - 2x^5)} \cdot \frac{1}{1 + x^2} \cdot (-10x^4)$;

б) $\frac{1}{1 + x^2} \cdot \frac{1}{1 + (1 - 2x^5)^2} \cdot (-10x^4)$;

в) $\frac{1}{\operatorname{arctg}(1 - 2x^5)} \cdot \frac{-10x^4}{1 + (1 - 2x^5)^2}$;

г) $\frac{1}{\operatorname{arctg}(1 - 2x^5)} \cdot \frac{-10x^4}{1 + (1 - 2x^5)^2} \cdot (1 - 10x^4)$.

2. Найти $\frac{\varphi'(1)}{f'(1)}$ если $f(x) = 1 - x$, $\varphi(x) = 1 - \sin \frac{\pi x}{2}$:

а) 0; б) x; в) 1-x; г) 1.

3. Написать уравнение нормали к кривой $y = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$ в точке $(3; 0)$:

а) $2x + y - 3 = 0$; б) $2x + y + 3 = 0$;

в) $x - 2y - 3 = 0$; г) $x + 2y - 3 = 0$.

4. Найти интервалы убывания функции $y = \frac{-(x^2 - 2x + 2)}{x - 1}$:

а) $(0;1) \cup (1;2)$;

б) $(-\infty;0) \cup (2;+\infty)$;

в) $(-\infty;+\infty)$;

г) $(-\infty;1) \cup (1;+\infty)$.

5. Найти минимум функции $y = \frac{1}{18}(x^3 - 9x^2)$:

а) 6;

б) 0;

в) -6;

г) -9.

6. Найти точку перегиба графика функции $y = \frac{36(x-2)}{x^2}$:

а) (6;4);

б) (4;6);

в) (0;0);

г) (0;2).

7. Найти приближенное значение $1,998^6$:

а) 48,54;

б) 63,62;

в) 6,018;

г) 74.12.

8. Вычислить значения частных производных

$f'_x(M_0), f'_y(M_0), f'_z(M_0)$ для функции

$$f(x, y, z) = \arcsin(x\sqrt{y}) - yz^2 \text{ в точке } M_0(0;4;1) \text{ с}$$

точностью до двух знаков после запятой:

а) -2; -1; 8;

б) -1; 1; 8;

в) 0; 1; 1;

г) 2; -1; -8.

9. Вычислить значение частных производных

$z'_x(M_0), z'_y(M_0)$ функции $z^2 = xy - z + x^2 - 4$, заданной

неявно, в точке $M_0(2;1;1)$ с точностью до двух знаков после запятой:

а) -1,14; -0,2;

б) 2,15; 0,1;

в) 1,67; 0,67;

г) 1,83; 0,13.

10. Исследовать на экстремум функцию

$$z = 2(x + y) - x^2 - y^2;$$

а) $z_{\min}(0;0) = 0;$

б) $z_{\max}(2;3) = 13;$

в) $z_{\min}(-1;-1) = -2;$

г) $z_{\max}(1;1) = 2.$

Учебно-методическое издание

Кекух Лариса Владимировна

Производная

Сборник тестовых заданий

Подписано в печать

Формат 60 X 84 / 16

Заказ №

37/14

Усл.- печ. л. -

Тираж -150 экз.

Изд. № 201-13

150048, г.Ярославль, Московский пр-т, д.151.

Типография Ярославского филиала МИИТ.