

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ
(МИИТ)**

Кафедра «Прикладная математика -2»

Л.Ф. Кочнева, Т.В. Калядина

СТРАТЕГИИ ОПЦИОННОЙ ТОРГОВЛИ

Рекомендовано редакционно-издательским советом
университета в качестве учебного пособия для
студентов экономических специальностей

МОСКВА – 2010

УДК 51:336
К 17

Кочнева Л.Ф., Калядина Т.В. Стратегии опционной торговли. Учебное пособие. – М.: МИИТ, 2010. – 96 с.

В пособии приведены основные понятия и параметры опционов, рассмотрены опционные стратегии и ценовые соотношения. Учебное пособие предназначено для студентов экономических специальностей.

Рецензенты:

В.Б. Минасян, к. ф.-м.н., доцент кафедры «Корпоративные финансы» АНХ при Правительстве РФ;

О.А. Платонова, к.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики МИИТ

©Московский государственный университет
путей сообщения (МИИТ), 2010

Св. план 2010 г., поз. 186

Подписано в печать - 15.04.10.

Тираж 100 экз.

Усл. печ. л. - 6,0.

Формат 60×84/16

Заказ № 251.

127994, Москва, ул. Образцова д 9, стр. 9
Типография МИИТа

Содержание

Часть I. Основные понятия и параметры опционов	4
Часть II. Оценка стоимости опционов ...	14
Часть III. Опционные стратегии	32
Часть IV. Соотношения между премиями опционов	78
Часть V. Приложение	92

Часть I. Основные понятия и параметры опционов

Следует различать: *производные финансовые инструменты* и *базовые финансовые инструменты*.

Производные финансовые инструменты (derivativ securities) – это такие инструменты, стоимость которых как бы привязывается к стоимости того или иного *базового финансового инструмента (underlying securities)* и становится по отношению к нему производной величиной. Производные ценные бумаги, или просто деривативы (*derivatives*) представляют собой относительно новый, но чрезвычайно важный класс финансовых инструментов. Их цены определяются или "производятся от" (*derive from*) цен других ценных бумаг. Эти активы также называют условными требованиями (*contingent claims*), потому что доходы по ним зависят от цен других финансовых активов. И опционы, и фьючерсные контракты относятся к производным ценным бумагам. Среди производных инструментов наибольший интерес вызывают опционы.

Опцион (options) представляет собой *право*, но не *обязательство* купить/продать некоторые финансовые инструменты, акции или валюту по оговоренной цене при наступлении срока или до него. За получение этого права *покупатель* опциона (*buyer*) при заключении контракта уплачивает *продавцу (seller)* некоторую *премию (premium)*. Премия представляет собой рыночную цену опциона. Таким образом, само право в этой операции становится товаром. Различают:

опционы на право покупки (*call option*) и на право продажи (*put option*). Для сокращения записи, опцион на право покупки часто называют опцион колл, опцион на право продажи - опцион пут.

Опцион колл или опцион на продажу – это финансовый инструмент, дающий право его владельцу купить на определенную дату или до ее истечения определенное количество активов по установленной цене. Опцион "пут" дает право его владельцу продать определенное количество активов по установленной цене исполнения или цене "страйк" до или в дату истечения.

Опцион является опционом с выигрышем (*in the money*), если его исполнение приносит доход владельцу. Опцион является опционом с проигрышем (*out of the money*), если его исполнение - убыточным. Опцион "колл" является опционом с выигрышем, когда цена исполнения ниже цены базисного актива. Он является опционом с проигрышем, если цена исполнения превышает стоимость базисного актива, так как не имеет смысла реализовывать право купить по цене "страйк" актив, который можно приобрести по более низкой рыночной цене. И наоборот, опцион "пут" является опционом с выигрышем, когда цена исполнения превышает цену базисного актива, потому что продажа актива по цене исполнения, превышающей сложившуюся рыночную цену, принесет владельцу опциона доход.

Опционы являются опционами без выигрыша (*at the money*), когда цена исполнения равна текущей рыночной цене актива. Это объясняется тем, что никто не будет реализовывать право купить по цене "страйк"

актив, который можно приобрести по более низкой рыночной цене. Опцион "пут" является опционом с выигрышем, когда цена исполнения превышает цену базисного актива, потому что продажа актива по цене исполнения, превышающей сложившуюся рыночную цену, принесет владельцу опциона доход.

Ценой исполнения опциона (striking price, exercise price) - оговоренная в контракте цена объекта опциона. Цена исполнения опциона, цена "страйк" (*exercise or strike price*) – это цена, по которой покупатель опциона может приобрести или продать актив, на который выпущен опцион.

Опцион, который может быть реализован только в оговоренный в контракте день, *день исполнения (expiration day of maturity)*, называют *европейским*.

Европейский опцион (*European option*) позволяет исполнить опцион только в момент истечения. Поскольку американские опционы предоставляют большую свободу действий, они ценятся выше, чем их европейские аналоги. Большинство опционов, которыми торгуют в США, представляют собой опционы американского типа. Однако исключением из этого правила являются опционы на иностранную валюту и некоторые опционы на индексы. *Американский опцион* – опцион, у которого предусмотрена возможность исполнения опциона в любой момент до этого дня. Американский опцион (*American option*) позволяет его владельцу реализовать право приобрести (опцион колл) или продать (опцион пут), лежащий в его основе, в любое время до даты истечения включительно.

Опционные контракты, которыми торгуют на биржах, стандартизованы, т.е. каждый зарегистрированный (котируемый) опцион имеет фиксированные дату истечения и цену исполнения, и торговля им регулируется биржевыми правилами. Каждый опционный контракт, в основе которого лежит обыкновенная акция, предоставляет право купить или продать определенное количество акций.

Опционы распространяются на акции, динамику их цен (*stock index option*), различные долговые обязательства, в том числе облигации, казначейские векселя, долговые сертификаты и другие подобного рода бумаги (*option on debt instrument*), курсы валют (*option on currencies exchange rate*), процентные ставки (*interest rates option*) и другие объекты.

Опцион на индекс представляет собой опцион колл или пут, в основе которого лежит фондовый или биржевой) рыночный индекс. Опционы на индексы выписываются на несколько широко используемых фондовых индексов, и на несколько промышленных индексов. Конкретный тип индекса может варьироваться в зависимости от контракта или биржи.

В отличие от опционов на акции, при операциях с опционами на индексы не требуется, чтобы продавец опциона колл при исполнении опциона действительно продавал индекс, а продавец опциона пут покупал индекс. Вместо этого, используется расчет в денежной форме (*cash settlement*), т.е. вычисляется доход, получаемый от исполнения опциона, и продавец опциона просто платит эту сумму владельцу опциона. Доход равен разнице между ценой исполнения опциона и стоимостью индекса.

Экзотические опционы

Кроме того, что опционы выписываются на обыкновенные акции, биржевые индексы, курсы иностранных валют, сельскохозяйственные продукты, драгоценные металлы и процентные фьючерсы, в последние годы внебиржевой рынок также пережил второе рождение за счет торговли специализированными опционами.

Существует особый класс так называемых экзотических опционов — на право покупки/продажи некоторых видов товаров (металлы, нефть) и даже на право обмена акций одного вида на акции другого вида. Каждый из перечисленных объектов опциона имеет свои особенности, которые должны учитываться в технике выполнения и методе анализа операции.

Опцион является особым случаем форвардной операции. Он отличается от форвардной операции, прежде всего тем, что

владелец опциона может реализовать свое право на сделку или отказаться от ее исполнения. Если сделка не исполняется (отказ от исполнения), то владелец опциона несет потери только в размере выплаченной им премии.

Использование опционов приобретает всё большую популярность на рынке, и за последние годы там появляется всё больше и больше инноваций, в области видов опционов и опционных стратегий. Часть этих инноваций приходится на специализированные опционы, которыми торгуют на внебиржевых рынках. Условия многих опционных контрактов достаточно

необычны, и поэтому их называют "экзотическими опционами".

Азиатские опционы

Азиатские опционы (*Asian options*) — это опционы, доходы по которым зависят от средней (а не окончательной) цены базисных активов в течение, по крайней мере, некоторого срока действия опциона. Например, выплаты по азиатскому опциону колл могут равняться либо разнице средней цены акции за последние три месяца и цены страйк, в случае её положительного значения, либо нулю. Эти опционы могут представлять интерес для фирм, которые хотели бы хеджировать прибыль, зависящую от средней цены товаров в течение определенного периода времени.

Барьерные опционы

Доходы по барьерным опционам (*barrier options*) зависят не только от курса акций на дату истечения, но и от того, перешагнет ли цена базисного актива через некоторый барьер. Например, опцион *down-and-out option* — один из видов барьерного опциона, который автоматически теряет стоимость, если и курс акций падает ниже некоторой пороговой барьерной цены.

Аналогично *down-and-in options* не принесут доход, если курс акций не упадет ниже некоторого барьерного значения, по крайней мере, однажды в течение срока

действия опционного контракта. Эти опционы также называют *knock-out* и *knock-in* опционами.

Опционы *lookback*

Выплаты по опционам *lookback* зависят частично от минимальной или максимальной цены подлежащего актива в течение срока действия опциона. Например, *lookback* опцион колл может гарантировать доход, равный разнице максимальной цены акции в течение жизни опциона и цены исполнения опциона. Такой опцион гарантирует, при условии уплаты премии опциона, форму удачного выбора времени для операций на рынке, обеспечивая владельца опциона доходом, равным доходу, который он имел бы, если бы приобрел актив по оговоренной цене, а позже продал бы его по самой высокой цене.

Currency-translated опционы

В сделках с опционами *currency-translated* либо активы либо цена исполнения выражены иностранной валюте. Примером такого опциона является *quanto option*, который позволяет инвестору заранее установить валютный курс, по которому инвестиции в иностранной валюте можно будет конвертировать обратно в доллары. Право на перевод установление количества иностранной валюты в доллары при данном обменном курсе представляет собой простой опцион на валютный курс.

Однако *quantos* — более интересный тип опциона, поскольку количество подлежащей переводу в доллары валюты зависит от результата инвестирования в иностранные ценные бумаги.

Бинарные опционы

Держатели бинарных опционов (*binary options*), также называемых опционами *bet*, получают фиксированные доходы, выплата которых зависят от того, насколько соответствует условиям опциона движение цены базисного актива. Например, бинарный опцион колл может принести фиксированный доход, если курс акций на дату погашения превысит цену исполнения.

Существуют и другие, еще более экзотические опционы, и кроме того, постоянно создаются новые.

Разницу между текущей ценой акции и той ценой, на которую заключён опцион, иногда называют внутренней стоимостью (*intrinsic value*) опциона колл с выигрышем, потому что она обеспечивает доход, который можно получить при немедленном исполнении опциона. Внутренняя стоимость опциона равна нулю, если это опцион без выигрыша или с проигрышем.

Разницу между фактической ценой опциона колл и его внутренней стоимостью обычно называют временной стоимостью (*time value*), или срочной премией опциона.

Термин «временная стоимость» выбран довольно неудачно, поскольку можно спутать

временную стоимость опциона (*option's time value*) с временной стоимостью денег (*time value of money*).

Временная стоимость в контексте опционов просто означает разницу между ценой опциона и стоимостью, которую имел бы опцион при его немедленном истечении. Она представляет собой часть стоимости опциона, обусловленную имеющимся временем (а, следовательно, и потенциалом роста курса акций) до даты его истечения.

Факторы стоимости опциона

Мы можем идентифицировать, по крайней мере, шесть факторов, влияющих на стоимость опциона колл: курс акций, цена исполнения опциона, изменчивость курса акций, срок до даты истечения, процентная ставка и дивидендная доходность акций. Стоимость опциона колл будет расти вместе с ростом курса акций и уменьшаться вместе с ростом цены исполнения. Значение ожидаемого дохода от опциона увеличивается при увеличении его внутренней стоимости.

Однако при значительном росте курса акций опцион колл будет исполнен с выигрышем, причем прибыль тем больше, чем выше курс акций. Таким образом, исход с чрезвычайно выгодным курсом акций может неограниченно повышать доход от опциона, но даже очень невыгодный курс не понизит значение дохода ниже нуля. Эта асимметрия означает, что изменчивость цены подлежащей акции увеличивает ожидаемый ход по опциону, повышая тем самым его стоимость. Аналогично, чем продолжительнее период

до даты истечения, тем выше стоимость опциона колл. При более отдаленных сроках истечения значительно больше времени для того, чтобы непредсказуемые будущие события оказали влияние на цены, и соответственно, увеличение диапазона колебания курсов акций.

Этот эффект аналогичен наблюдаемому эффекту для опциона колл при увеличении изменчивости. Более того, по мере продления срока до даты истечения приведенная стоимость цены исполнения уменьшается, таким образом, играя на пользу владельца опциона колл и увеличивая стоимость опциона. В дополнение заметим, что стоимость опциона колл повышается с ростом процентных ставок (при неизменном курсе акций), поскольку более высокие процентные ставки также снижают приведенную стоимость исполнения.

И, наконец, на стоимость опционов влияет проводимая фирмой дивидендная политика выплаты высоких дивидендов, которая замедляет темпы роста курса акций. Для любой ожидаемой общей ставки доходности акций высокая дивидендная доходность должна подразумевать пониженную ожидаемую ставку доходности от прироста капитала. Это препятствие к росту курса акций уменьшает потенциальный доход от опциона. Факторы, влияющие на стоимость опциона, показаны в таблице 1.

Таблица 1

Параметры, изменение которых влияет на изменение стоимости опциона колл.
При увеличении курса акций S стоимость опциона колл увеличивается.
При увеличении цены исполнения X стоимость опциона колл уменьшается.
При увеличении изменчивости курса акции σ стоимость опциона колл увеличивается.
При увеличении времени до даты истечения T стоимость опциона колл увеличивается.
При увеличении процентной ставки r_{ij} стоимость опциона колл увеличивается.
При увеличении дивидендных платежей стоимость опциона колл уменьшается.

Часть II. Оценка стоимости опционов

Реальная прибыль или потери от опциона для обеих участвующих сторон зависят от цены исполнения, рыночной цены актива на момент исполнения опциона, премии. В условиях развитого рынка опционов цена исполнения устанавливается на бирже опционов. Обычно это величина, близкая к текущей рыночной цене актива.

Рыночные цены актива, на которые ориентируются стороны в опционной сделке, не реальные, а ожидаемые величины. Можно полагать,

что чем больше они отклоняются от цены исполнения, тем меньше их вероятность. С увеличением рыночной цены прибыль увеличивается, одновременно уменьшается вероятность этого события.

Существуют специальные математические модели для определения цены опциона. Подробно стоит остановиться на формировании премии или цены опциона. Предлагаемая продавцом цена должна быть конкурентоспособной и в то же время обеспечить ему некоторую прибыль.

Определим "естественные" границы этой цены. Так, в первом приближении для европейского опциона колл минимальная цена равна нулю, максимальная - цене акции, так как право на покупку вряд ли может превышать цену самой акции. Таким образом,

$$0 \leq c \leq S,$$

где c - цена опциона, S - текущая цена акции.

В то же время цена опциона к моменту истечения срока равна разности ожидаемой рыночной цены и цены исполнения:

$$c = S - E.$$

Сравним две стратегии и связанные с ними расходы. Первая стратегия состоит в приобретении акций непосредственно на рынке (стратегия А) и при покупке опциона колл (стратегия Б). Пусть срок опциона и приобретения акции — один год, цена акции равна S , цена исполнения — E .

Возможные стратегии покупателя и их финансовые последствия представлены в таблице 2. В

графе "Расходы" таблицы 2 показаны стоимостные показатели на день исполнения опциона, в графе "Инвестиции" - его расходы на день покупки опциона.

1. Опцион при условии $S < E$ не реализуется, акции могут быть куплены на рынке (стратегия А).
2. Если $S > E$, то следует применить стратегию Б. Премия для альтернативной ситуации определена в размере $c = S - E$. Величина Ev означает современную стоимость цены исполнения на день покупки опциона, v - дисконтный множитель. Расходы на приобретение акции во всех ситуациях равны S .

Таблица 2

Стратегия покупателя	Расходы		Инвестиции
	$S_x < E$	$S_x > E$	
А. Покупка акции	S	—	Sv
Б. Опцион			
Премия	0	$S - E$	c
Цена исполнения	E	E	Ev
Итого для Б	E	S	$(c + Ev)$

Вышесказанное можно суммировать следующей формулой

$$c = S - PV(E) = S - Sv$$

где PV - оператор определения современной стоимости на момент выплаты премии, v —

дисконтный множитель по рыночной процентной ставке.

Аналогичным образом получим ограничение для цены опциона пут:

$$c = PV(E) - Sv.$$

Приведенные выше выражения позволяют получить значения премии для нескольких величин цены акции. Так, если ожидаемая цена акции минимальна, то премия опциона колл, естественно, нулевая. Для ситуации, когда $S = E$, получим максимальную величину премии: $c = E - PV(E)$.

Модель оценки опционов Блека—Шоулза

Опционы представляют определенный интерес не только в практическом плане, но и в теоретическом — с позиции количественного анализа, который осуществляется с помощью разработки специальных моделей (*option models*), описывающих взаимосвязи основных параметров опционов. Однако теоретические цены опционов, полученные по моделям, в силу неполноты учета экономических условий и их изменчивости, условности входящих статистических данных, как правило, отличаются от рыночных. Принято считать, что если рыночная цена опциона сильно занижена относительно теоретической цены, то есть основание для его покупки. Существует ряд моделей для определения цены опциона, наиболее известная из них получила название *модель Блека-Шоулза* (Black-Scholes). Модель Блека-Шоулза разработана в различных модификациях для некоторых

видов опционов. Самая простая ее модификация рассматривает опцион колл на обыкновенные акции, при условии, что дивиденды по акции не выплачиваются до дня исполнения. При этом используются допущения о том, что безрисковая процентная ставка, и изменчивость курса акций постоянны в течение жизни опциона.



Рис.1. Доход и прибыль для опциона колл на дату истечения опционного контракта

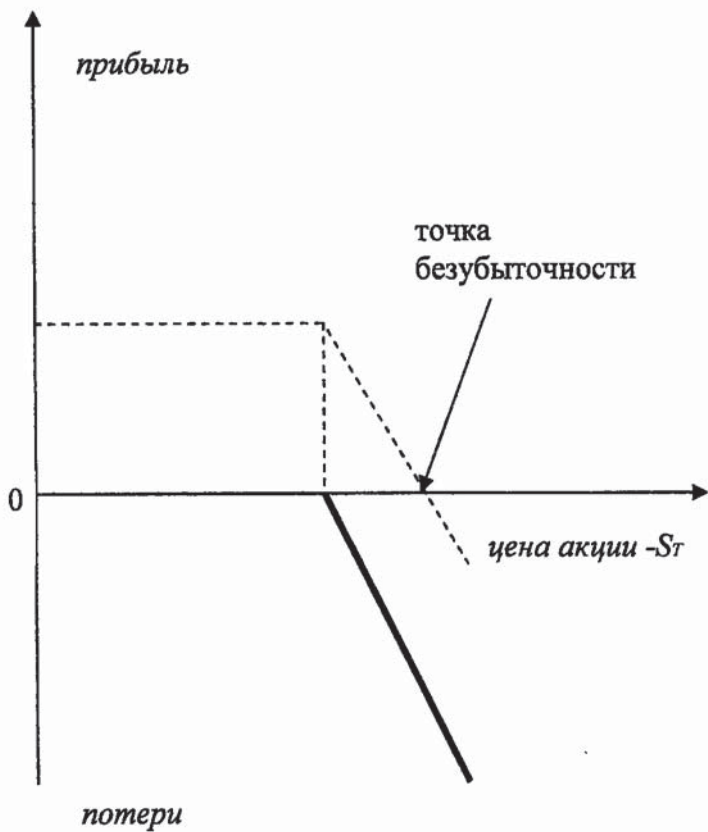


Рис.2. Доход и прибыль продавца опциона колл на дату истечения опционного контракта

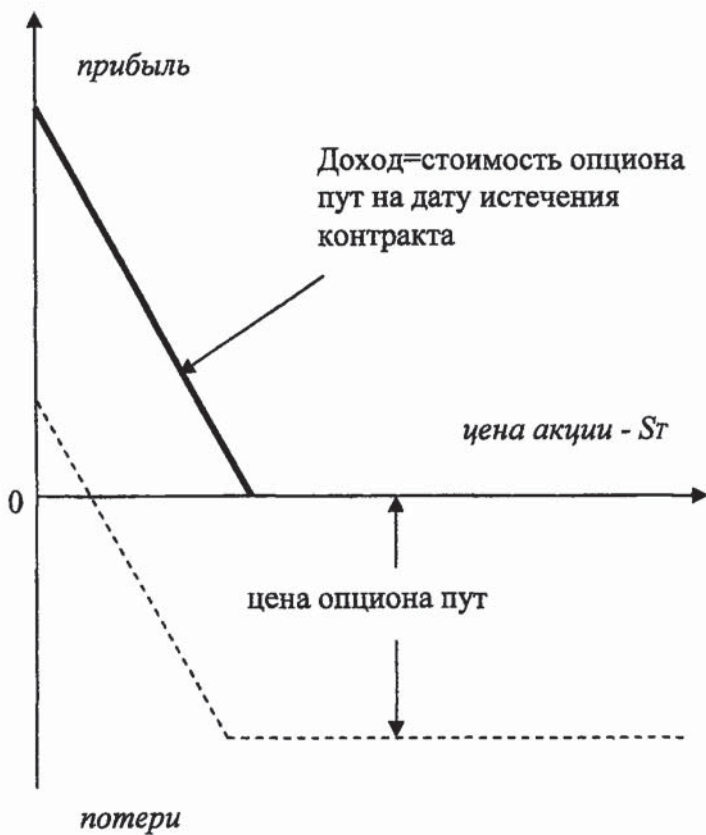


Рис.3. Доход и прибыль владельца опциона пут на дату истечения опционного контракта

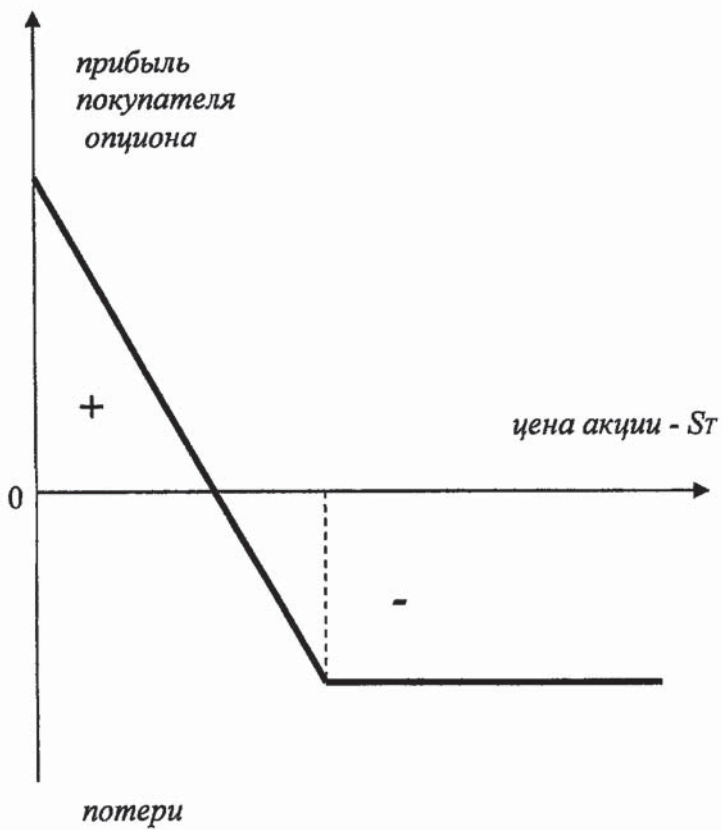


Рис.4. Прибыль покупателя опциона



Рис.5. Границы цены опциона

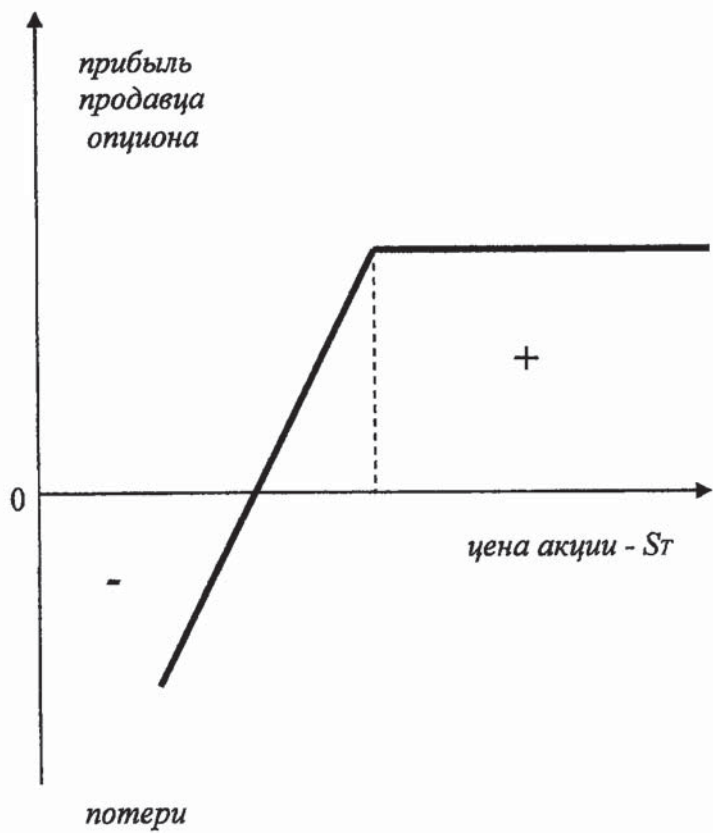


Рис.6. Прибыль продавца

Формула ценообразования опционов Блека—Шоулза

Цены опционов определяются на рынке и зависят от ряда известных и неизвестных на момент его покупки параметров. К основным параметрам можно отнести:

- уровень цены исполнения,
- текущая цена базового инструмента,
- распределение вероятностей рыночной цены базового инструмента,
- размер процентной ставки,
- срок исполнения опциона.

Все названные факторы учитываются в формуле Блека—Шоулза. Для ее записи введем обозначения:

c — цена опциона,

S — текущая цена акции,

E — цена исполнения,

$e^{-\delta t}$ — дисконтный множитель на срок t по непрерывной ставке δ ,

t — срок до даты исполнения,

δ — непрерывная процентная ставка (сила роста), принятая для дисконтирования,

$N(d_1)$ и $N(d_2)$ — функции нормального распределения,

σ^2 — дисперсия доходности акции (доходность измеряется в виде ставки непрерывных процентов).

Отсюда следует, что

$$c = S \times N(d_1) - E \times e^{-\delta t} \times N(d_2)$$

Величина $Ee^{-\delta t}$ представляет собой дисконтированную на момент покупки опциона цену исполнения. Функции нормального распределения (плотности вероятности) определяются для параметров d_1 и d_2 . Параметры d рассчитываются следующим образом:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \left(\delta + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}},$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \left(\delta + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}} = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

$N(d)$ – заштрихованная область

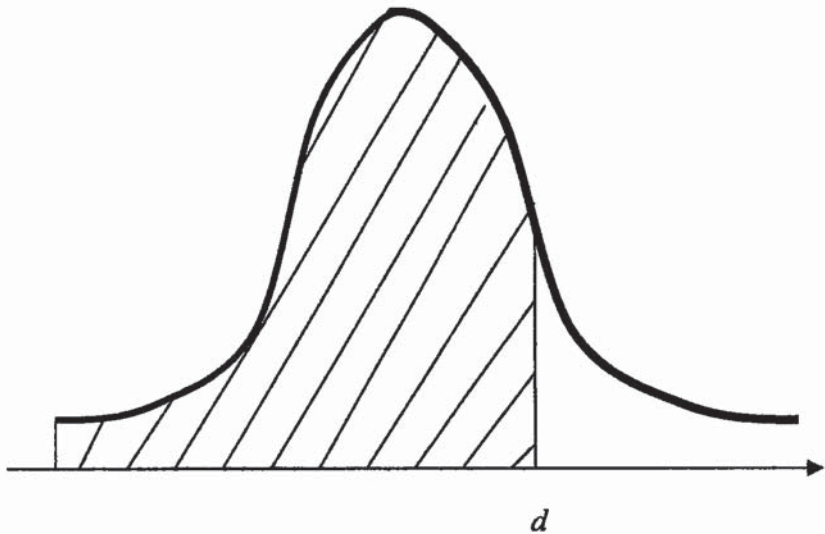


Рис. 7. Кривая нормального распределения

Биномиальная модель оценки стоимости опционов

Предположим, что цена C акций может принимать при наступлении даты истечения одно из двух возможных значений:

курс либо возрастет до величины C^+ , либо будет падать, приводя соответственно к пониженной цене C^- . Такая упрощенная ситуация, позволяет лучше понять более сложные и реалистичные модели.

Кроме того, можно распространить этот подход на описание более реального поведения курса акций. Такой подход к оценке стоимости опциона в большой степени опирается на понятие дублирования (*replication*). При наличии только двух возможных значений курса акций на конец года доходы от портфеля, состоящего из акций, частично приобретенных в кредит, дублируют доходы от двух опционов колл, и составляют так ту же рыночную цену. Это понятие дублирования стоит за большинством формул ценообразования опционов. Для более сложных распределений курсов акций метод дублирования соответственно более сложный, но принцип, лежащий в основе оценки опциона, тот же.

Обобщение двухступенчатого подхода

Несмотря на то, что двухступенчатая модель оценки стоимости опционов кажется упрощенной, её можно обобщить, чтобы включить в нее более реалистичные допущения.

Такой подход к оценке стоимости опционов называют биномиальной моделью (*binomial model*). Биномиальная модель оценки опционов, основанна на допущении, что курсы акций могут принимать только

два значения в течение любого короткого интервала времени.

В случае трёхступенчатой биномиальной модели различных вариантов для колебания цены акций будет шесть $C, C+, C-, C++, C-+, C+-, C--$.

А для четырёхступенчатой модели их будет десять:

$C, C+, C-, C++, C-+, C+-, C--, C++++, C+++-, C+-+, C-+++, C+-, C-+-, C--+$.

При этом вероятность появления каждого колебания цены равна $1/8$. Следовательно, распределение вероятностей курсов акций на конец последнего интервала времени действия опционного контракта показано в таблице 3.

Таблица 3

Событие	Вероятность
Три движения вверх	$1/8$
Два движения вверх и одно вниз	$3/8$
Одно движение вверх и два вниз	$3/8$
Три движения вниз	$1/8$

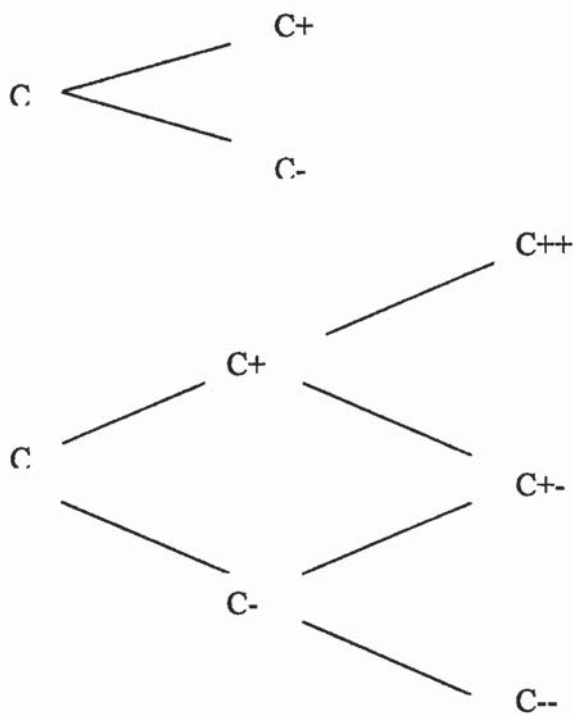


Рис.8. Двух и трёх ступенчатая биномиальная модель

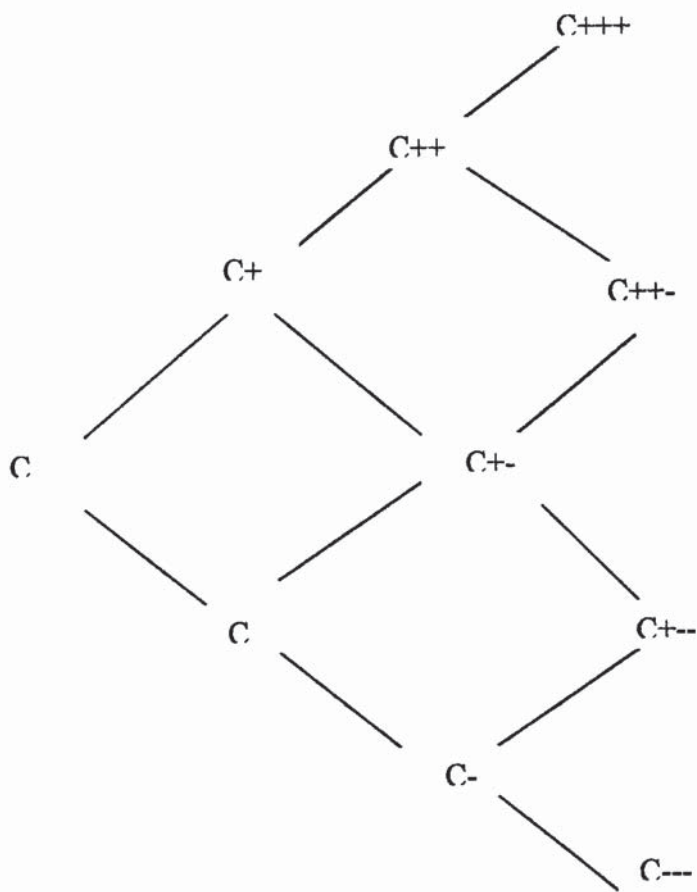


Рис.9. Четырёх ступенчатая биномиальная модель

Часть III. ОПЦИОННЫЕ СТРАТЕГИИ

ФОРМИРОВАНИЕ ПОРТФЕЛЯ ОПЦИОНОВ

Формирование портфеля опционов аналогично формированию портфеля акций. Основное отличие состоит в том, что при этом необходимо учитывать срок действия опционных контрактов. Наиболее часто используемые стратегии строятся при помощи одновременной покупки или продажи нескольких опционов. Такие стратегии формирования портфеля опционов подразделяются на две группы: комбинации и спреды.

СИНТЕТИЧЕСКИЕ АКТИВЫ

Применительно к рассматриваемым финансовым инструментам синтетическими активами являются сочетания опционов и акций эквивалентные другим опционам. Характеристики синтетического актива, таким образом, идентичны характеристикам имитируемого финансового инструмента. При этом синтетическая позиция приносит инвестору такой же финансовый результат, как и имитируемый актив. Синтетические опционы используются в случае, когда на рынке отсутствует финансовый инструмент с необходимыми характеристиками или при хеджировании формируемого портфеля.

Подобно имитируемым опционам синтетические опционы также подразделяются на длинные и

короткие. Простейшие комбинации, синтезирующие основные виды опционов, перечислены в таблице 4.

Таблица 4

Основные виды синтетических опционов	Комбинации, имитирующие синтетический опцион
синтетический длинный опцион колл	покупка опциона пут и покупка акции
синтетический короткий опцион колл	продажа акции и продажа опциона пут
синтетический длинный опцион пут	продажа акции и покупка опциона колл
синтетический короткий опцион пут	покупка акции и продажа опциона колл

На рис. 10, 11, 12 и 13 приведены графики выигрышей и проигрышей для перечисленных синтетических активов. Аналогично синтетическим опционам составляют комбинации финансовых активов, имитирующие акции, облигации и фьючерсные контракты. Такие комбинации называются соответственно синтетическими акциями, синтетическими облигациями и синтетическими фьючерсами.

Опционы позволяют имитировать покупку и продажу акций. В таблице 5 показано, как такие

синтетические позиции создаются с помощью двух опционов. Покупку акции можно симитировать при помощи покупки опциона колл и продажи опциона пут с одной и той же ценой исполнения и датой истечения контрактов. Если на момент истечения опционных контрактов $S > X$, то опцион пут не будет исполнен, и инвестор получит выигрыш от опциона колл. В противном случае при $S < X$ будет исполнен опцион пут, и инвестор понесет соответствующие потери. Единственной разницей между приобретением акции и созданием аналогичной позиции с помощью двух опционов является то, что в момент создания позиции вкладчик получает прибыль, равную разнице между премиями опционов. Если бы премия опциона колл превысила премию опциона пут, то в момент создания позиции он понес бы потери, равные разнице премий. Аналогично при помощи покупки опциона пут и продажи опциона колл формируется синтетическая продажа акции.

Таблица 5

Синтетический финансовый инструмент	Комбинации, используемые для его имитации
покупка акции	покупка опциона колл и продажа опциона пут, т.е. комбинация длинного колла короткого пута
продажа акции	покупка опциона пут и продажа опциона колл, т.е. комбинация длинного пута и короткого колла

КОМБИНАЦИИ ОПЦИОНОВ

Комбинацией опционов называется портфель, состоящий из опционов различного вида на один и тот же актив с одной и той же датой исполнения, которые одновременно являются длинными или короткими, причём их цена исполнения, может либо различаться, либо совпадать. Основные виды комбинаций приведены в таблице 6.

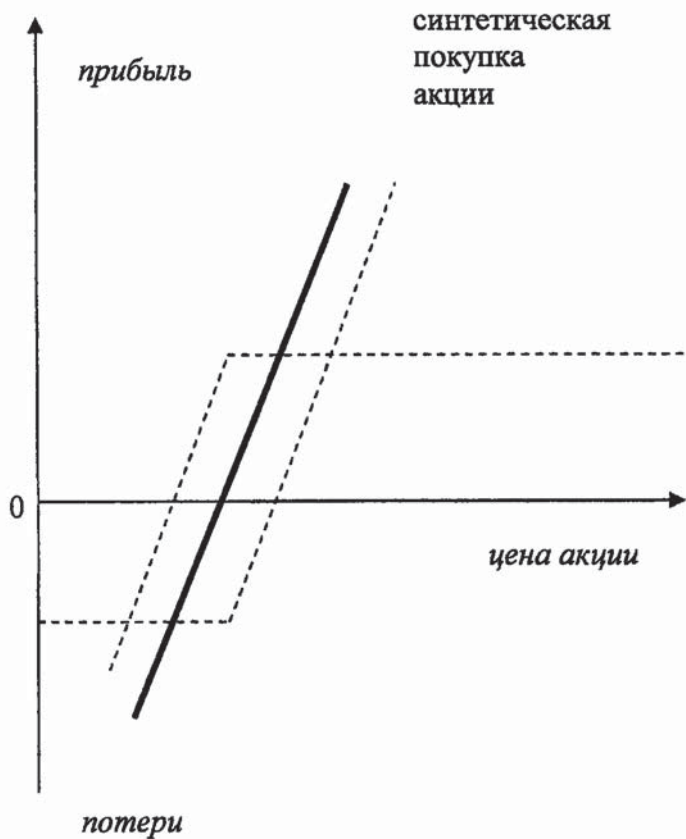
Таблица 6

Основные виды комбинаций опционов		
Название комбинации	Стратегия покупателя	Стратегия продавца
Стрэдли или стеллажная сделка (от англ. <i>straddle</i> – досл. широкий шаг) – это комбинация опционов колл и пут на один и тот же базисный актив <u>с одной и той же ценой исполнения контрактов и датой их истечения.</u> При использовании данной комбинации инвестор занимает	Стрэдли покупателя называют длинным стрэдлом. Покупатель использует стрэдл, когда ожидает значительного изменения курса акций, однако не может точно определить, в каком	Стрэдли продавца называют короткий стрэдл. Продавец стрэдла рассчитывает на небольшие колебания курса базисного актива.

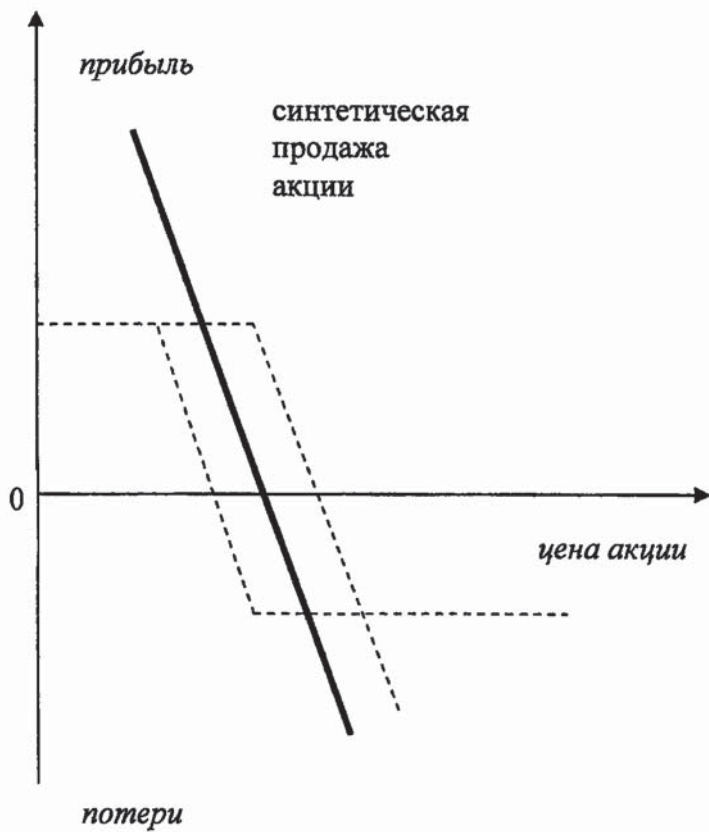
<p>только длинную или короткую позицию.</p>	<p>направлении оно произойдет. Если такое отклонение случится, он получит прибыль. Покупатель платит по данной сделке две премии.</p>	
<p>Стрэнгл (от англ. <i>strangle</i> – досл. задушить) - сочетание опционов колл и пут на один и тот же базисный актив, <u>с одним сроком истечения контрактов, но с разными ценами исполнения.</u> При этом оба опциона являются длинными или короткими. По сути стрэнгл аналогичен стрэддлу, но предоставляет продавцу опционов возможность получить прибыль</p>	<p>Покупку такой пары опционов называют длинный стрэнгл. При формировании стрэнгла обычно используют опционы с проигрышем отстоящие на одинаковом расстоянии от текущей цены базисного актива. При этом покупатель рассчитывает в большей степени не на изменение</p>	<p>Продажу такой пары опционов называют короткий стрэнгл.</p>

<p>при более широком диапазоне колебаний курса акций.</p>	<p>цены акций, а на рост волатильности опционов.</p>	
<p>Стрэйп (от англ. <i>strap</i> – досл. ремень) это комбинация одного опциона пут и двух опционов колл. При чем <u>даты истечения опционных контрактов у них одинаковые, а цены исполнения могут быть одинаковыми или разными.</u></p>	<p>Стрэйп покупателя называют длинным стрэйпом. Покупатель использует такую стратегию, если полагает, что курс базисного актива должен с большей вероятностью вырасти, чем упасть.</p>	<p>Стрэйп продавца называют коротким стрэйпом</p>

<p>Стрип (от англ. <i>strip</i> – досл. полоса) это комбинация одного опциона колл и двух опционов пут. <u>Даты истечения контрактов у таких опционов одинаковые, а цены исполнения могут быть как одинаковыми так и разными.</u></p>	<p>Стрип покупателя называют длинным стрипом. Покупатель использует такую комбинацию, если полагает, что курс базисного актива должен с большей вероятностью упасть, чем вырасти.</p>	<p>Стрип продавца называют коротким стрипом.</p>
--	---	--



**Рис.10. Синтетическая покупка акции
(длинный колл и короткий пут).**



**Рис.11. Синтетическая покупка акции
(длинный колл и короткий пут).**

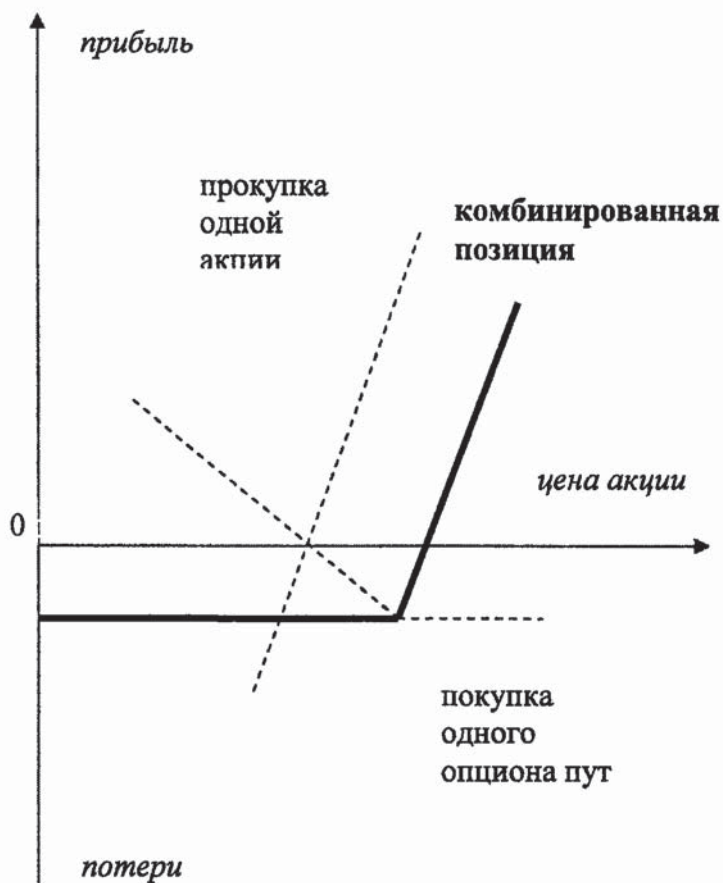
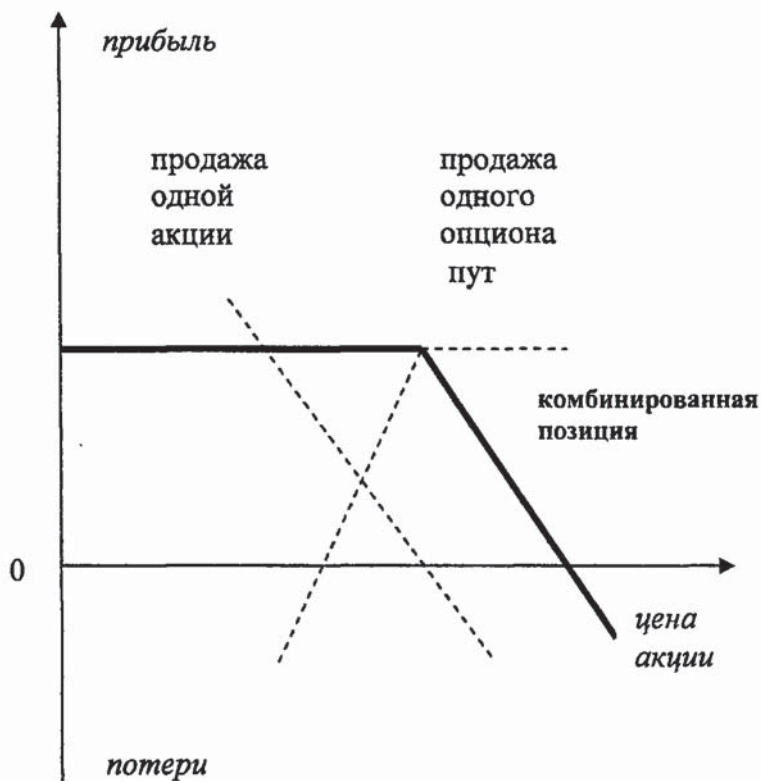


Рис.12. Синтетический длинный опцион колл



**Рис.13. Синтетический короткий опцион
КОЛЛ**

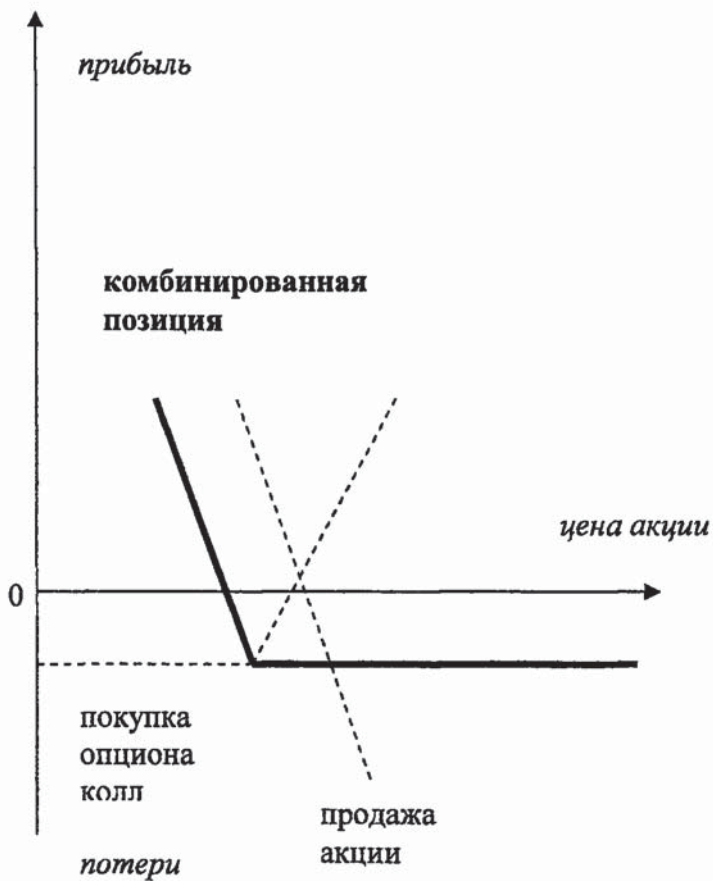


Рис.14. Синтетический длинный опцион пут

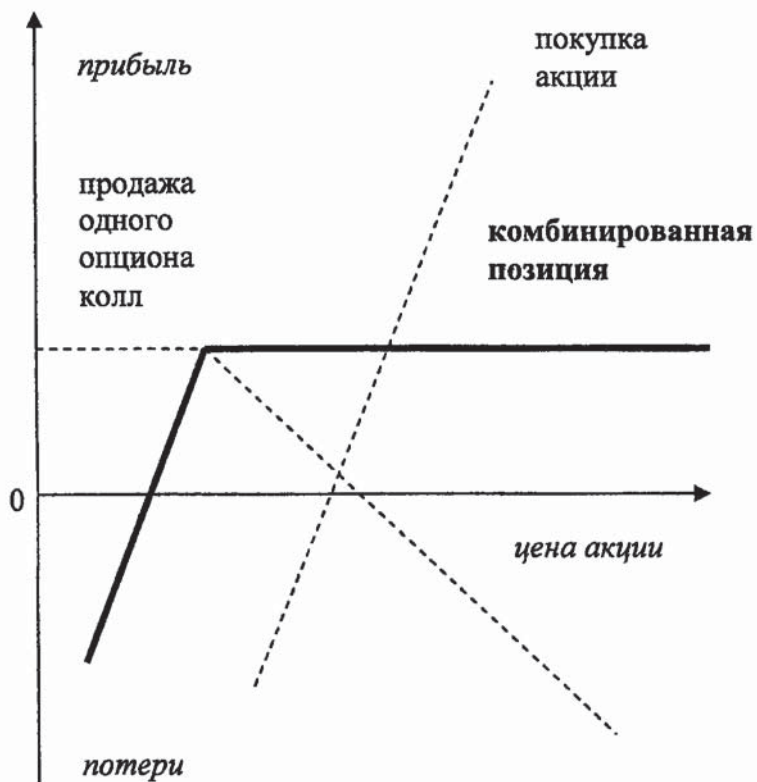


Рис.15. Синтетический короткий опцион пут

Прибыль при использовании стратегии стрэнгл.	
Цена акции	Прибыль
$S < X$	$X - S - i$
$S = X$	$-i$
$S > X$	$S - X - i$

где S - цена акции на момент исполнения опциона,
 X - цена исполнения,
 i - сумма уплаченных премий.

Таблица 8

Прибыль покупателя при использовании стратегии стрэнгл.	
Цена акции	Прибыль
$S < X_1$	$X_1 - S - i$
$X_1 \leq S \leq X_2$	$-i$
$S > X_2$	$S - X_2 - i$

где S - цена акции на момент исполнения опциона,
 X_1 - цена исполнения опциона пут,
 X_2 - цена исполнения опциона колл,
 i - сумма уплаченных премий.

Таблица 9

Прибыль покупателя при использовании стратегии стрэл.	
Цена акции	Сумма прибыли
$S < X$	$X - S - i$
$S = X$	$-i$
$S > X$	$2(S - X) - i$

где S - цена акции на момент исполнения опциона,
 X - цена исполнения,
 i - сумма уплаченных премий.

Таблица 10

Прибыль покупателя по комбинации стрип	
Цена акции	Сумма прибыли
$S < X_1$	$2(X_1 - S) - i$
$X_1 < S < X_2$	$-i$
$S > X_2$	$S - X_2 - i$

где S - цена акции на момент исполнения опциона,
 X_1 - цена исполнения опциона пут,
 только длинную или короткую позицию
 X_2 - цена исполнения опциона колл,

СПРЭДЫ

Стратегия защищённый опцион пут

Комбинацией опционов колл и пут с различными ценами исполнения можно получить бесконечное разнообразие комбинаций. Комбинация актива с опционом пут на него, которая гарантирует минимальный доход, равный цене исполнения опциона называется защищённый опцион пут (*protective put*). Он используется, когда инвестор не желает понести убытки выше определенного уровня. Например, это возможно, когда инвестирование в акции кажется более рискованным, чем приобретение опциона пут. Доходы инвестора в этом случае показаны в таблице 11 и на рис.16. На рис.17 приведено сравнение прибыли опциона пут с прибылью вложения в акции. Прибыль от вложения в акции равна нулю, если курс акций остается неизменным, $S_T = S_0$.

Она повышается или понижается на один доллар при таком же изменении курса акций. Прибыль для стратегии с защищённым опционом пут отрицательна и равна затратам на покупку опциона, если S_T меньше S_0 . Эта прибыль пропорционально увеличивается в соотношении один к одному, как показано на рис. 18 с увеличением курси акций, если курс акций превышает X .

Структура дохода для стратегии инвестирования с защищённым опционом пут.		
	$S_T \leq X$	$S_T > X$
Акции	S_T	S_T
Опцион пут	$X - S_T$	0
Итого	X	S_T

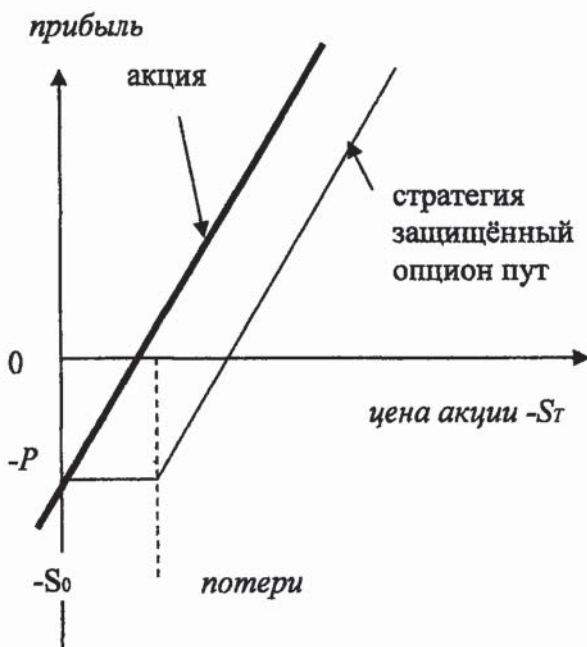
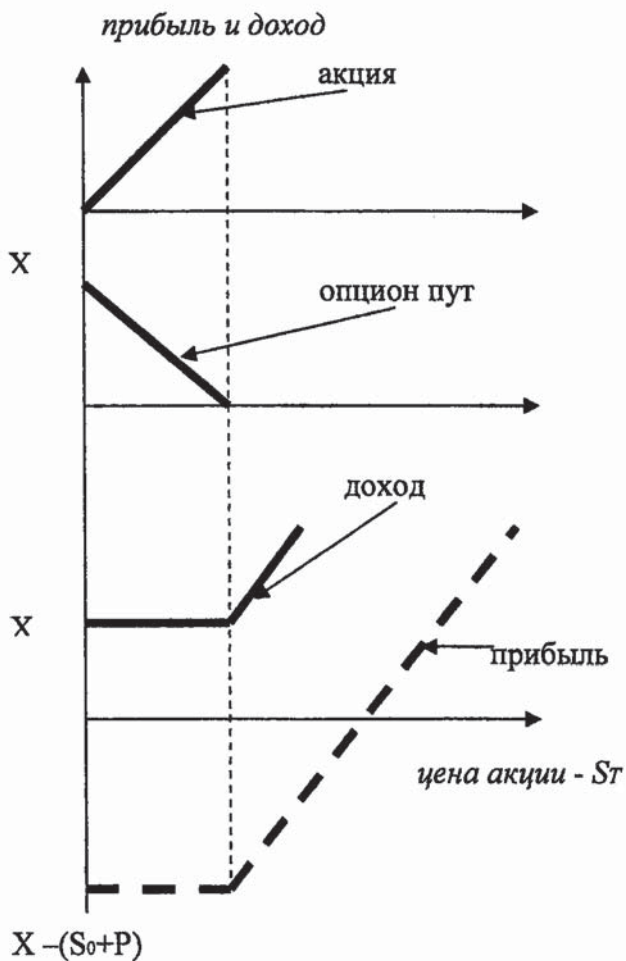


Рис.16 Доход и прибыль продавца опциона колл на дату истечения опционного контракта.



**Рис.17 Стоимость защищённого
опциона пут на момент истечения**

Покрытый опцион колл

Покрытый опцион колл (covered call) — стратегия формирования портфеля, состоящая в приобретении акций с одновременной продажей опциона "колл" на эти акции. Доход при использовании стратегии покрытый опцион колл, равен стоимости акций за вычетом дохода от опциона колл. Доход от опциона колл вычитается из общего дохода, поскольку стратегия покрытый опцион колл включает выпуск опциона колл для продажи другому инвестору, который может исполнить его для получения прибыли за ваш счет.

Таблица 12. Структура дохода для стратегии инвестирования с покрытым опционом "колл"

	$S_T \leq X$	$S_T > X$
Доход от инвестирования в акции	S_T	S_T
Доход от опциона "колл"	-0	$-(S_T - X)$
Итого	S_T	X

По существу, продажа опциона "колл" означает, что продавец опциона продал требование на любую стоимоеп актива, которая выше X , в обмен на первоначальную премию опциона "колл".

Коллар

Колларом (collar) называется опционная стратегия, которая ограничивает стоимость портфеля минимальным и максимальным значениями. Коллар –

это подходящая стратегия для инвестора, который поставил цель - заработать состояние, но не хочет рисковать и нести убытки выше определенного уровня.

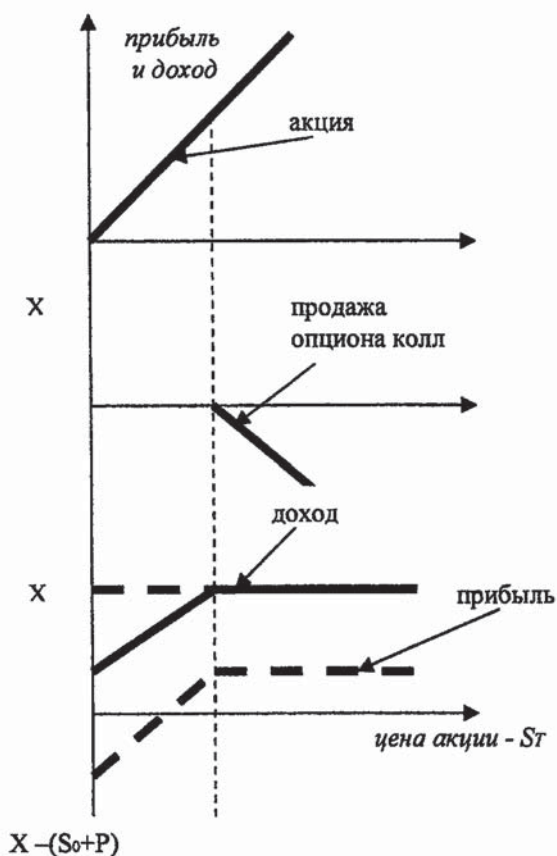


Рис.18. Покрытый опцион колл на момент истечения опциона.

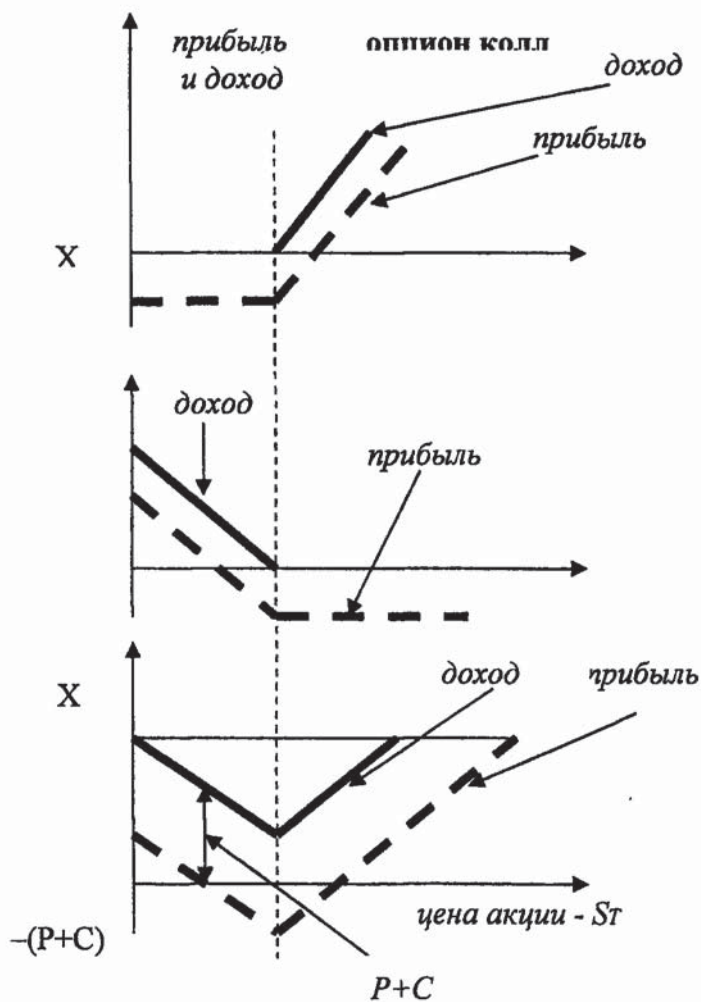


Рис.19. Доход и прибыль от двойного опциона на момент истечения.

Спрэдом (от англ. *spread* – досл. разброс) называется портфель, состоящий из опционов одного вида на один и тот же актив, но с разными ценами или датами исполнения, причем одни из них являются длинными, а другие – короткими. Различные типы спрэдов приведены в таблице 13.

Таблица 13

Название спреда	Параметры опционов, включаемых в спред
Вертикальный спред (или цилиндрический спред)	объединяет опционы, обладающие одной и той же датой истечения контрактов, но различными ценами их исполнения
Горизонтальный спред	объединяет опционы, обладающие одинаковыми ценами исполнения, но различными датами их исполнения
Диагональный спред	объединяет опционы, обладающие различными ценами исполнения и датами истечения контрактов
Обратный спред	объединяет опционы, обладающие противоположными параметрами

Повышающийся спрэд	при прочих равных, один из параметров опцион, приобретаемого опциона выше, чем того опциона, который продается
Понижающийся спрэд	при прочих равных, один из параметров опцион, приобретаемого опциона выше, чем того опциона, который продается

В таблицах 14, 15, 16, 17 указаны возможные прибыли и потери использовании перечисленных видов спрэдов.

Таблица 14

Спрэд быка	Спрэд быка формируется посредством приобретения опциона колл с более низкой ценой исполнения и продажи опциона колл с более высокой ценой исполнения, имеющих одинаковые сроки истечения.
Спрэд медведя	Спрэд медведя формируется посредством сочетания длинного колла с более высокой ценой исполнения и короткого колла с более низкой ценой исполнения.
Обратный спрэд быка	Обратный спрэд быка формируется посредством сочетания короткого опциона пут с более низкой ценой исполнения и длинного опциона колл с более высокой ценой исполнения

Обратный спрэд медведя	Обратный спрэд медведя формируется посредством сочетания длинного опциона пут с более низкой ценой исполнения и короткого опциона колл с более высокой ценой исполнения.
Бэкспрэд	Бэкспрэд формируется посредством покупки и продажи опционов колл или пут с одной и той же датой истечения контрактов, при этом число длинных опционов превышает число коротких.
Рейтио спрэд	Рейтио спрэд является спрэдом противоположным бэкспрэду. Рейтио спрэд формируется посредством продажи большего числа опционов по сравнению с их покупкой.
Спрэд бабочка	Спрэд бабочка формируется из опционов с тремя различными ценами исполнения, но с одинаковой датой истечения контрактов.
Спрэд кондор	Спрэд кондор формируется посредством приобретения опциона колл с более низкой ценой исполнения, продажи двух опционов колл с более высокими, но отличными друг от друга ценами исполнения, и приобретения опциона колл с еще более высокой ценой исполнения.

Горизонтальный спред	Горизонтальный спред формируется посредством продажи опциона колл и покупки опциона колл, которые имеют одинаковую цену исполнения, но разные сроки истечения контрактов. Длинный колл имеет более отдаленную дату истечения.
----------------------	---

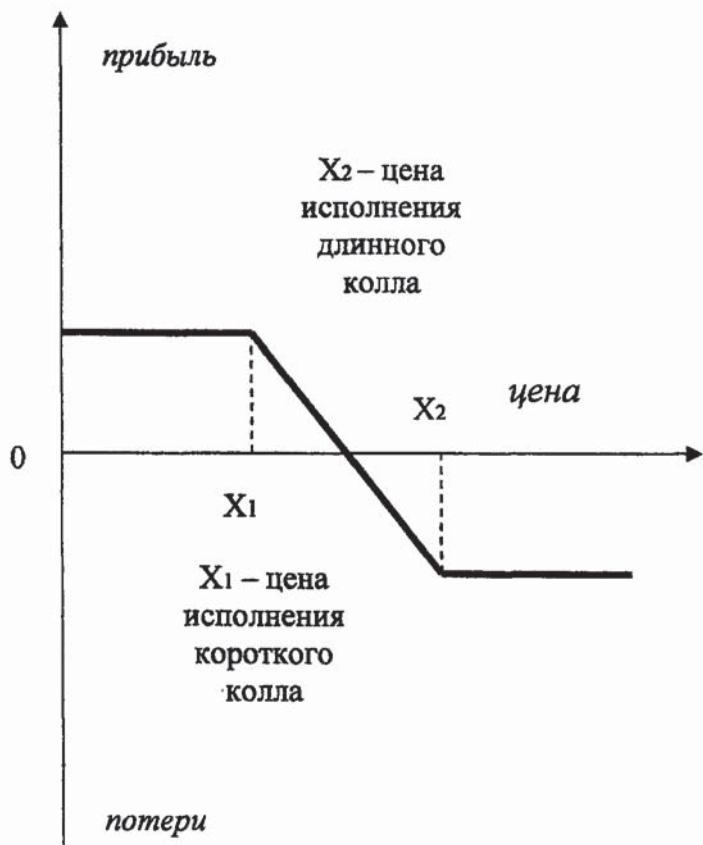


Рис.20. Спред медведя

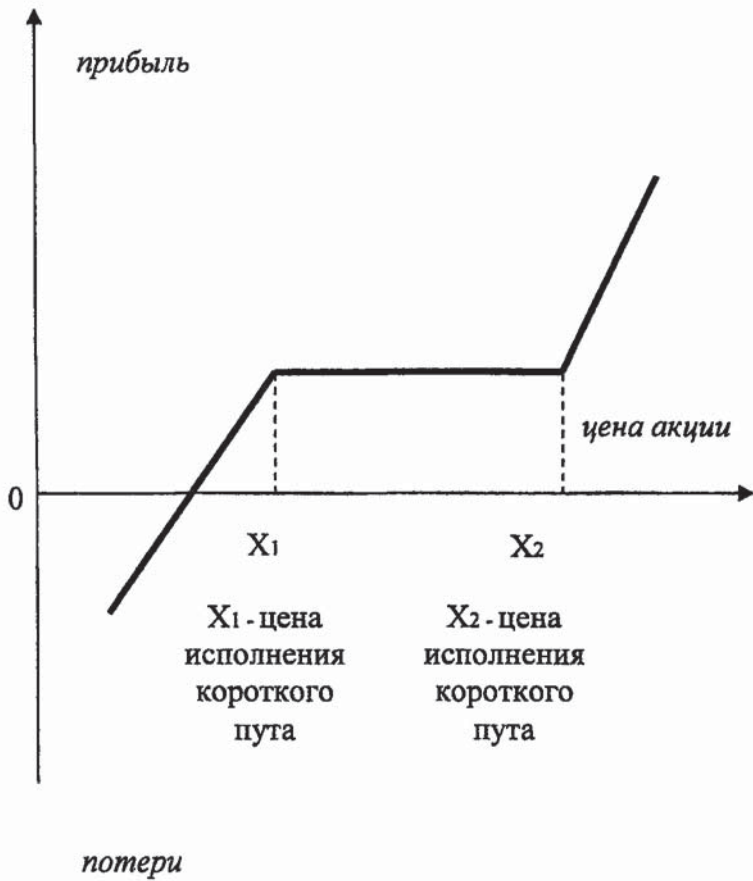


Рис.21. Обратный спрэд быка

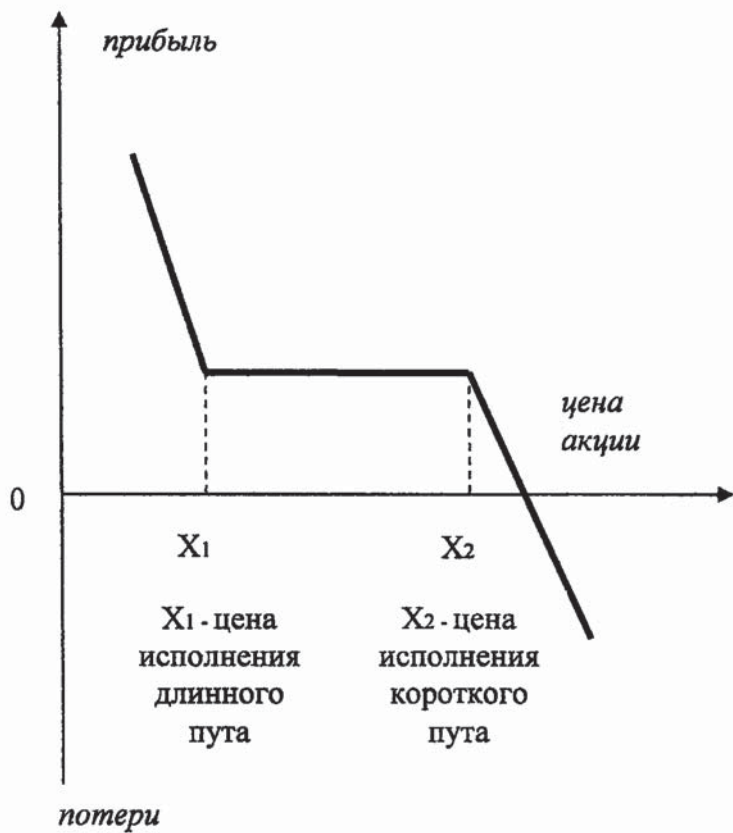


Рис.22. Обратный спред медведя

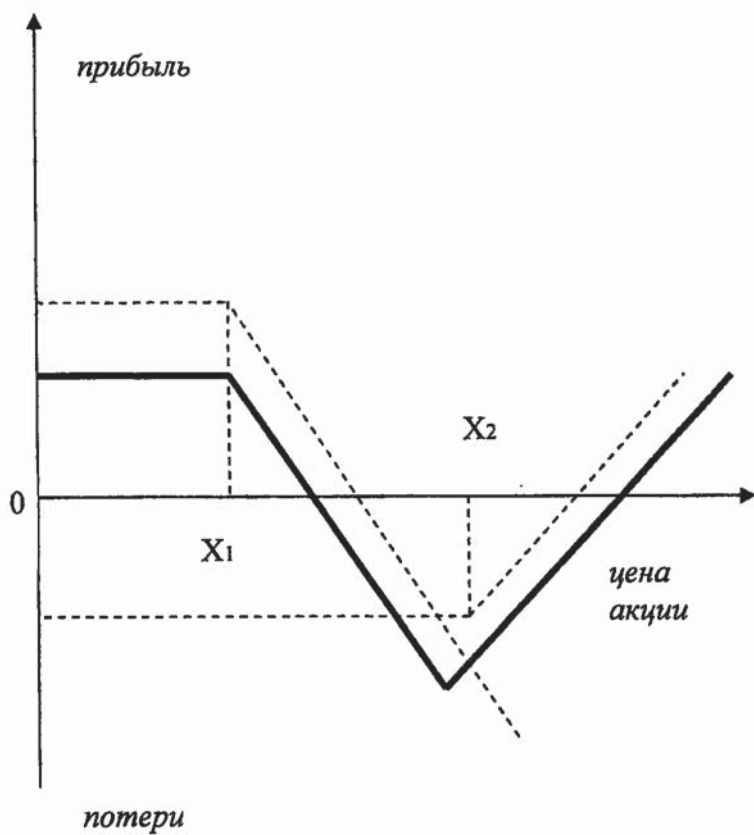


Рис.23. Бэкспред из опционов колл

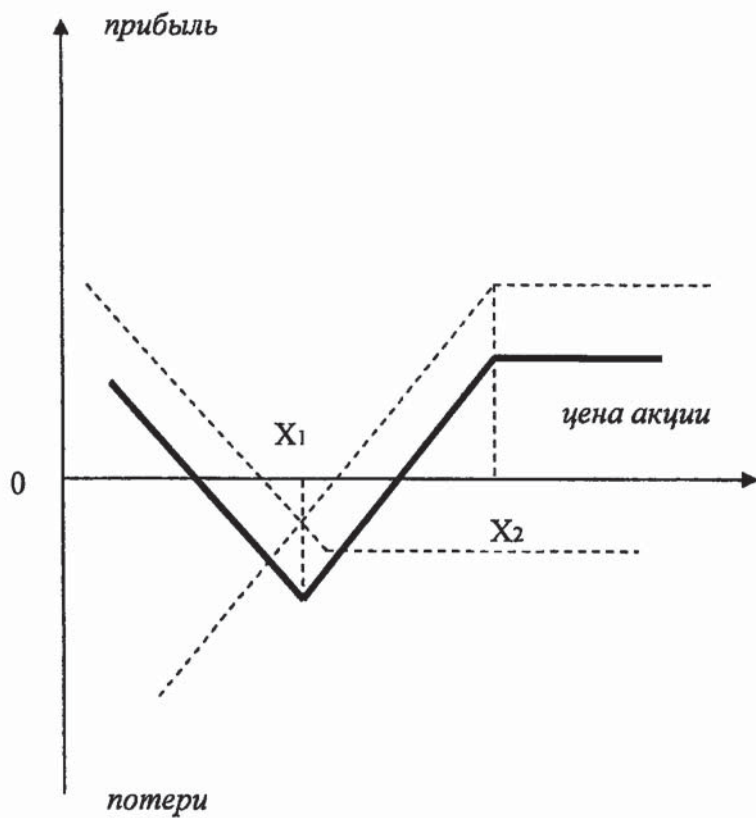


Рис.24. Бэкспрэд из опционов пут

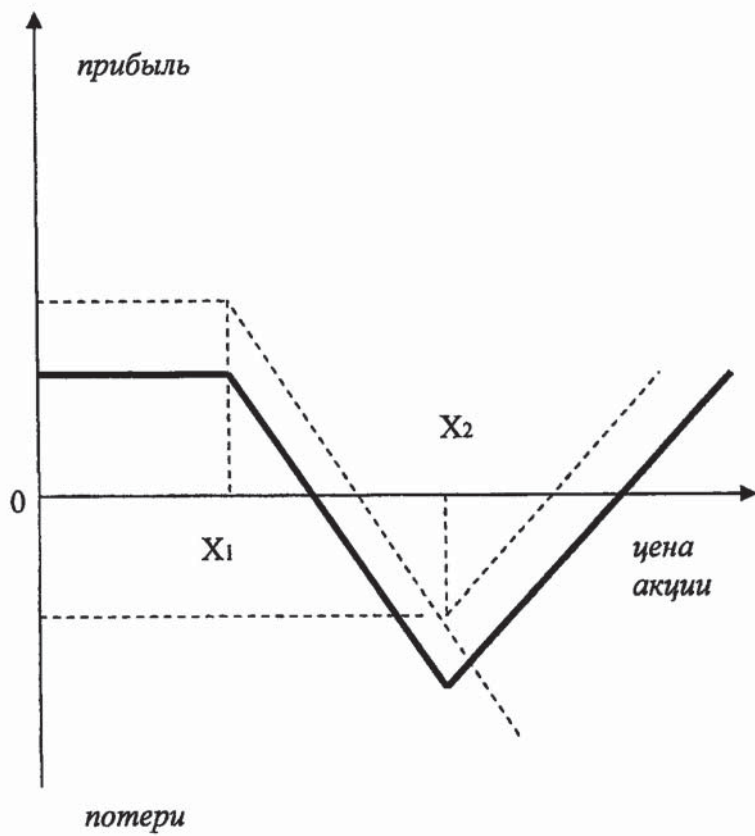


Рис.25. Рэйтио спрэд из опционов колл

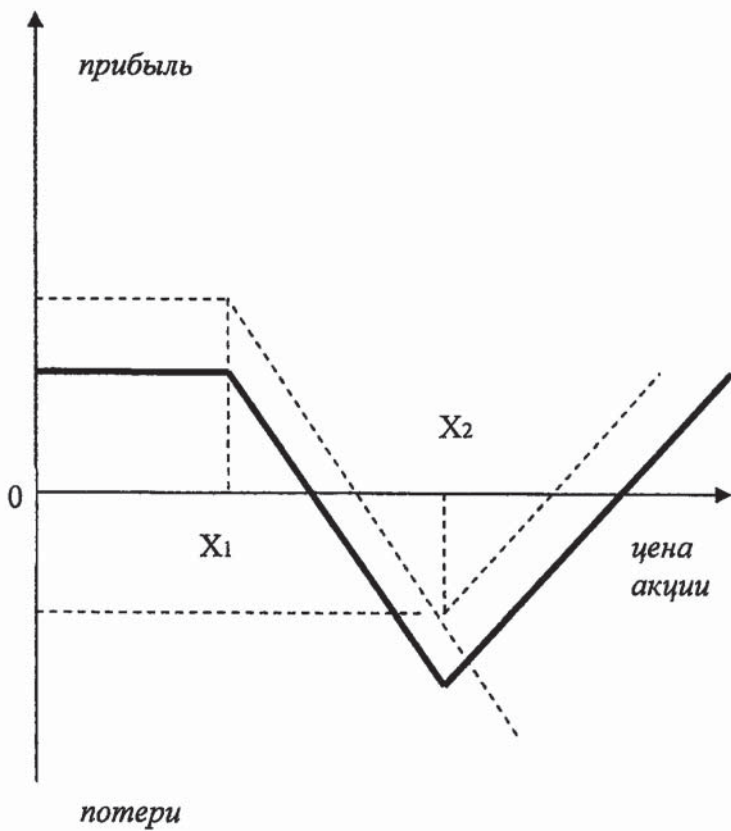


Рис.26. Рэйтио спрэд из опционов пут

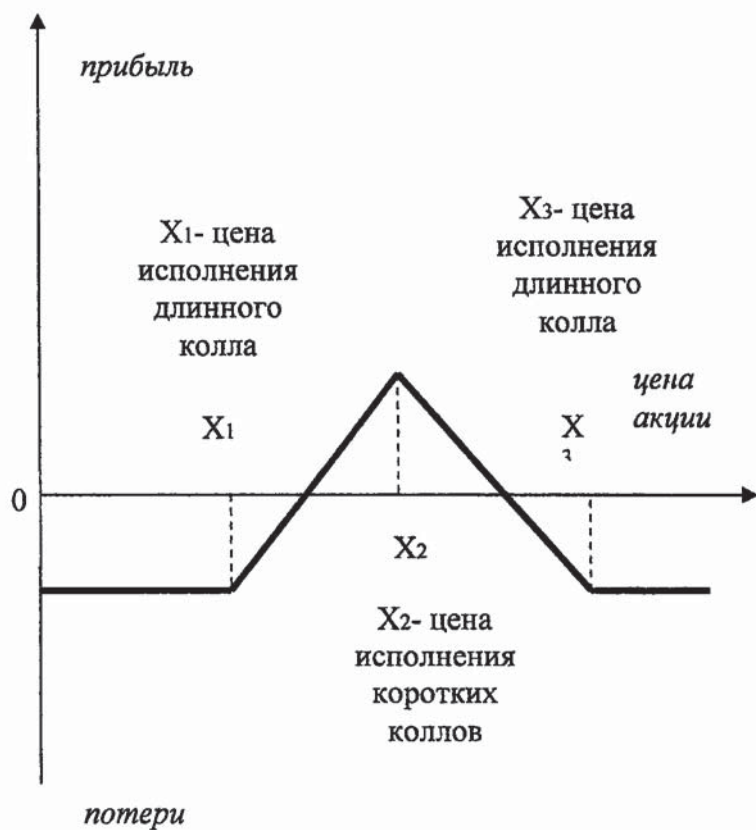


Рис.27. Спрэд длинная бабочка

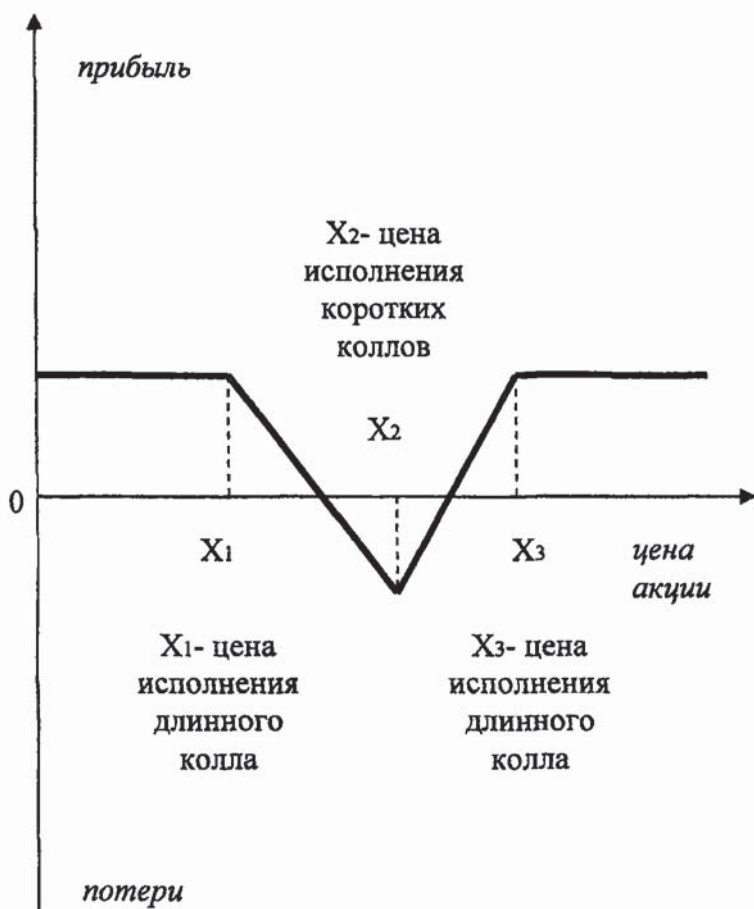


Рис.28. Спрэд короткая бабочка

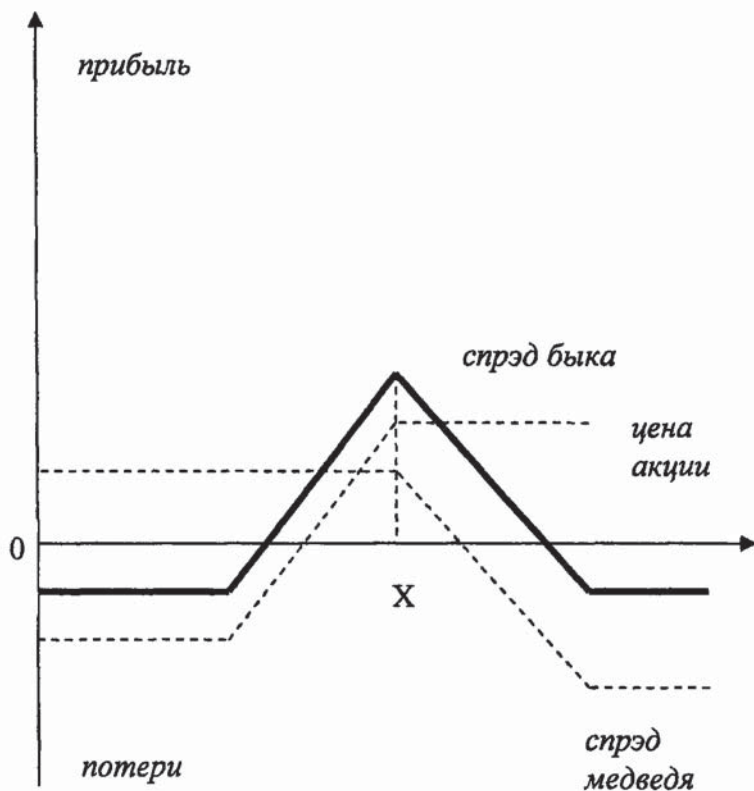


Рис.29. Спрэд длинная бабочка, составленный из комбинации спрэдов быка и медведя

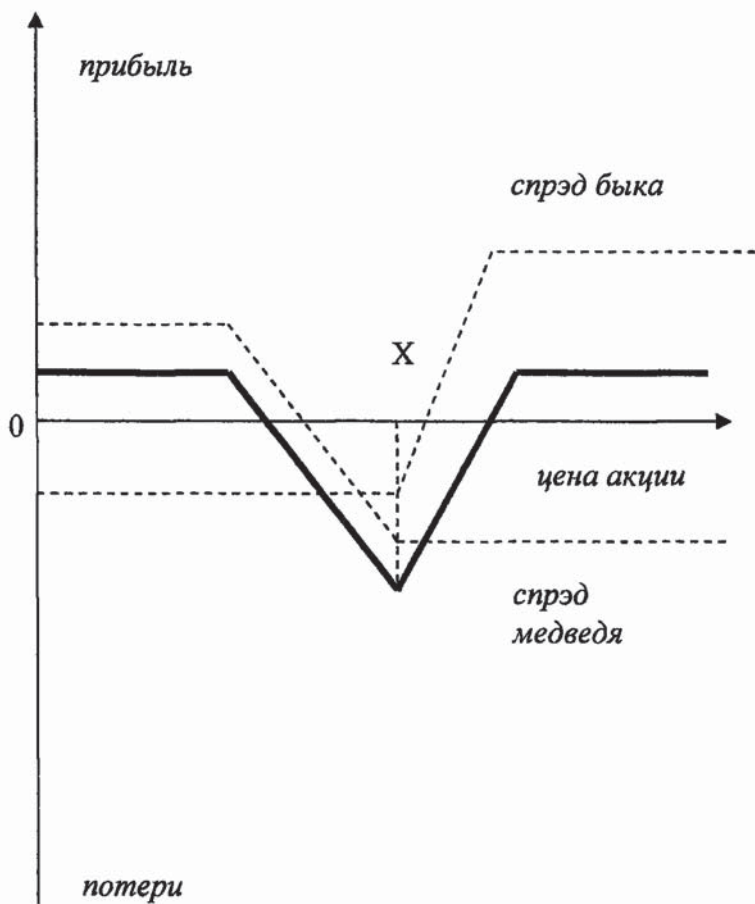


Рис.30. Спрэд короткая бабочка, составленный из комбинации спрэдов быка и медведя

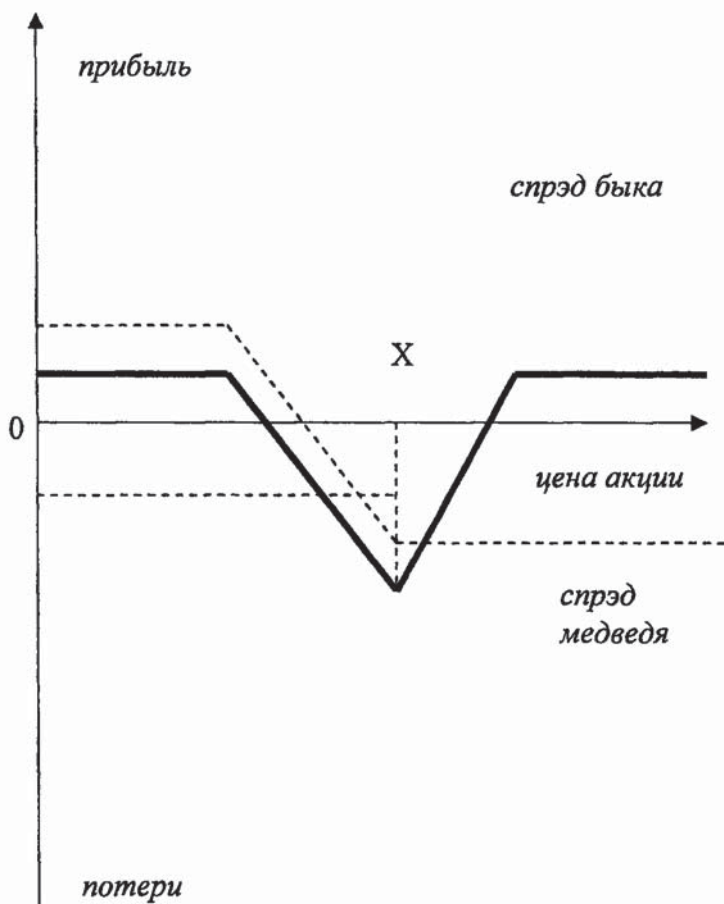


Рис.31. Спрэд короткая бабочка, составленный из комбинации спрэдов быка и медведя

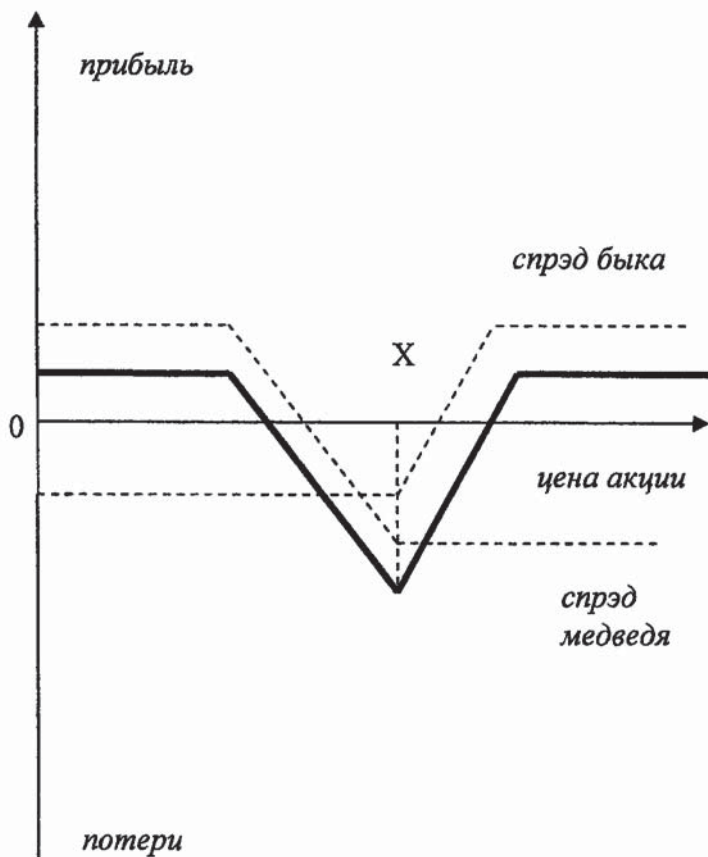


Рис.32. Спрэд короткая бабочка, составленный из комбинации спрэдов быка и медведя

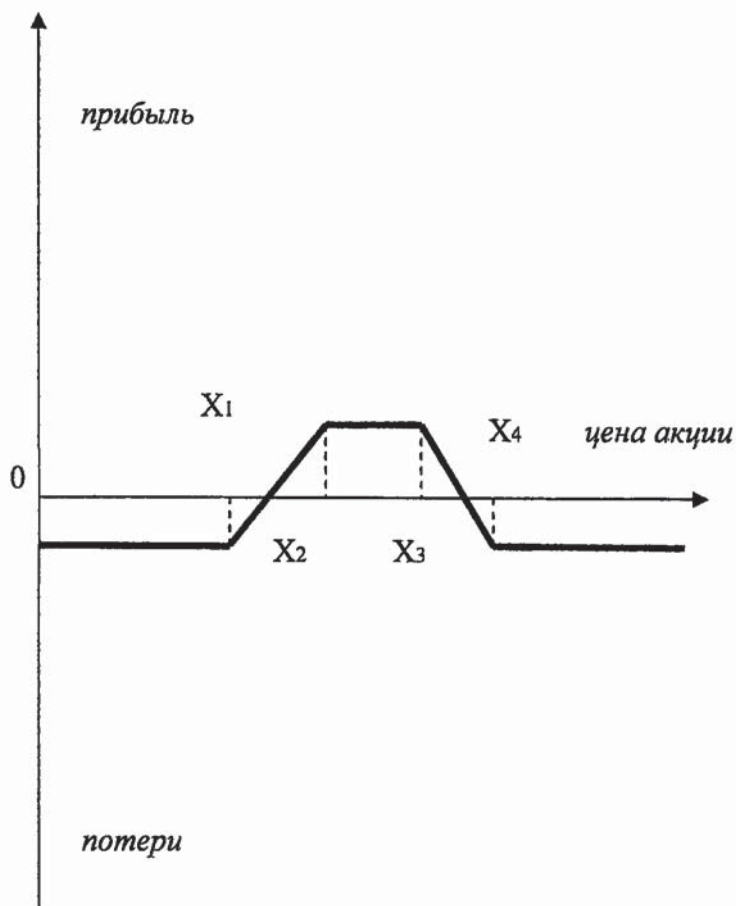


Рис.33. Спрэд длинный кондор

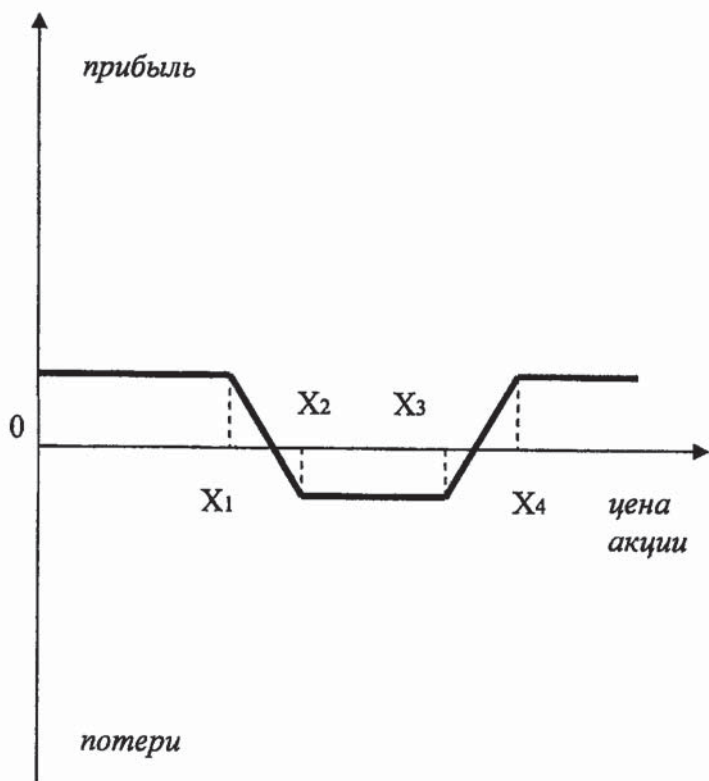


Рис.34. Спрэд короткий кондор

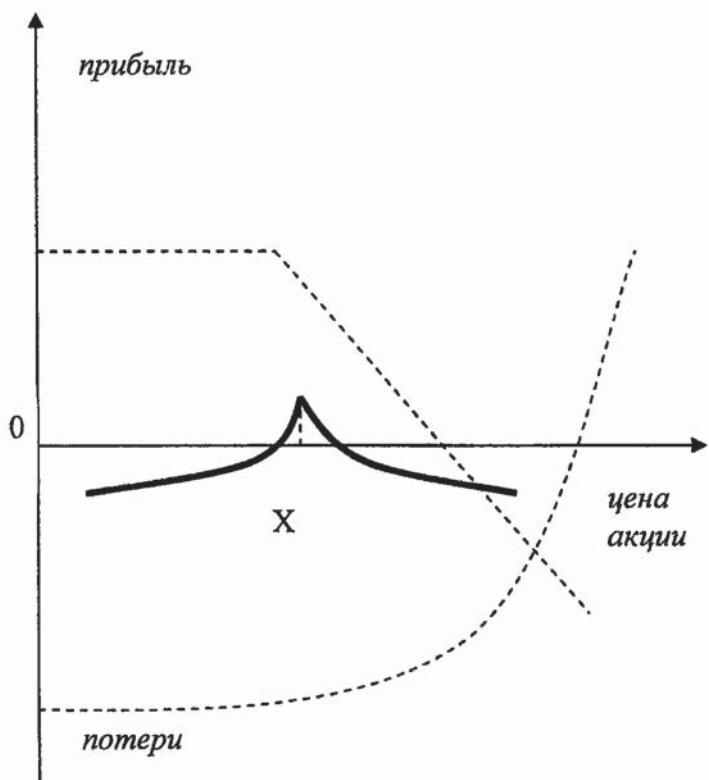


Рис.35. Длинный горизонтальный спред

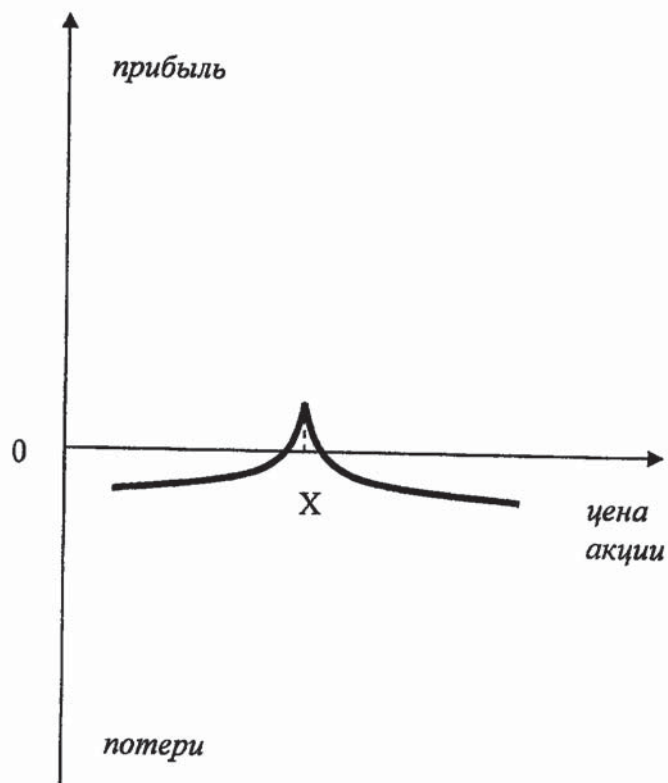


Рис.36. Горизонтальный спрэд (сочетание двух путов)

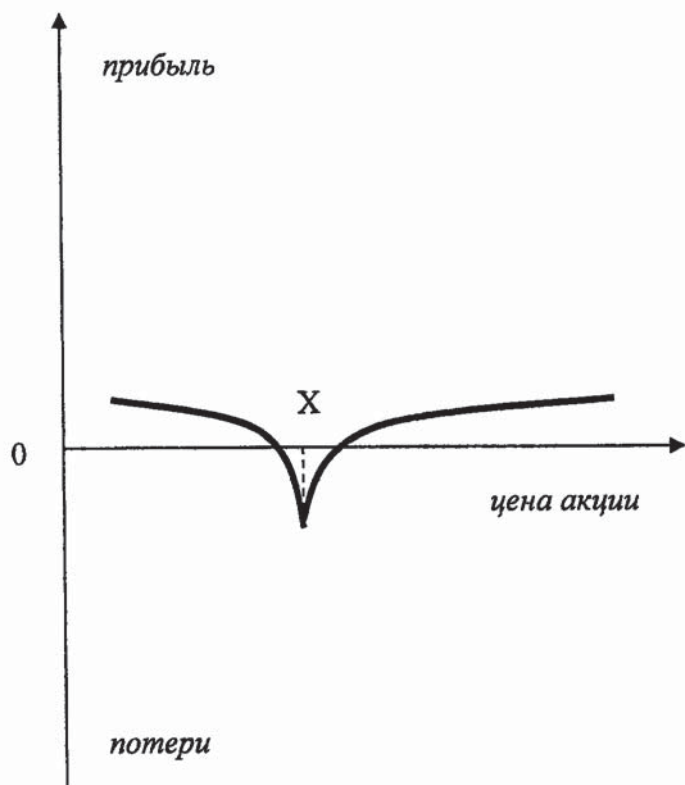


Рис.37. Обратный горизонтальный спред

Таблица 16

Прибыль покупателя при использовании стратегии спрэд медведя	
Цена акции	Сумма прибыли
$S \leq X_1$	i
$X_1 < S < X_2$	$-(S - X_1) + i$
$S \geq X_2$	$-(X_2 - X_1) + i$

где X_1 — цена исполнения короткого колла,
 X_2 — цена исполнения длинного колла.

Таблица 17

Прибыль покупателя при использовании стратегии спрэд быка	
Цена акции	Сумма прибыли
$S \leq X_1$	$-i$
$X_1 < S < X_2$	$S - X_1 - i$
$S \geq X_2$	$S - X_2 - i$

где X_1 — цена исполнения короткого пута,
 X_2 — цена исполнения длинного колла.

Таблица 18

Прибыль покупателя при использовании стратегии обратный спрэд быка.	
Цена акции	Сумма прибыли
$S < X_1$	$-(S - X_1) - i$
$X_1 \leq S \leq X_2$	i
$S > X_2$	$S - X_2 - i$

где X_1 — цена исполнения короткого пута,
 X_2 — дана исполнения длинного колла.

Таблица 19

Прибыль покупателя при использовании стратегии обратный спрэд медведя.	
Цена акции	Сумма прибыли
$S < X_1$	$X_1 - S + i$
$X_1 \leq S \leq X_2$	i
$S > X_2$	$-(S - X_2) + i$

где X_1 — цена исполнения короткого пута,
 X_2 — дана исполнения длинного колла.

Таблица 20

Прибыль покупателя при использовании стратегии бэкспрэд из опционов колл.	
Цена акции	Сумма прибыли
$S \leq X_1$	i
$X_1 < S < X_2$	$-(S - X_1) + i$
$S \geq X_2$	$S - (2X_2 - X_1) + i$

где X_1 — цена исполнения короткого пута,
 X_2 — дана исполнения длинного колла.

Таблица 21

Прибыль покупателя при использовании стратегии рейтио спрэд из опционов колл.	
Цена акции	Сумма прибыли
$S \leq X_1$	$-i$
$X_1 < S < X_2$	$S - X_1 - i$
$S \geq X_2$	$-S + (2X_2 - X_1) - i$

где X_1 — цена исполнения длинного опциона,
 X_2 — дана исполнения короткого опциона.

Таблица 22

Прибыль покупателя при использовании стратегии спред бабочка.	
Цена акции	Сумма прибыли
$S \leq X_1$	-i
$X_1 < S \leq X_2$	$S - X_1 - i$
$X_2 < S \leq X_3$	$X_3 - S - i$
$S > X_3$	-i

где X_1, X_3 — цена исполнения длинных коллов,
 X_2 — цена исполнения коротких коллов,

Таблица 23

Прибыль покупателя при использовании стратегии длинный кондор.	
Цена акции	Сумма прибыли
$S < X_1$	- i
$X_1 < S < X_2$	$S - X_1 - i$
$X_2 < S \leq X_3$	$X_2 - X_1 - i$
$X_3 < S < X_4$	$X_4 - S - i$
$S \geq X_4$	- i

где X_1, X_4 — цены исполнения длинных коллов,
 X_2, X_3 — цены исполнения коротких коллов.

Часть IV. Соотношения между премиями опционов

В этой части рассматриваются ценовые соотношения, которые должны выдерживаться между премиями опционов. Вначале мы проанализируем зависимости между опционами с разными ценами исполнения, сроками истечения и стандартными отклонениями. После этого остановимся на соотношениях между премиями опционов с одной датой истечения контрактов и докажем паритетные взаимосвязи для европейских опционов колл и пут.

Соотношения между премиями опционов с разными ценами исполнения, сроками истечения и стандартными отклонениями.

Вначале рассмотрим соотношения между премиями опционов с разными ценами исполнения. Если два опциона колл отличаются только ценами исполнения, то опцион с более низкой ценой исполнения должен стоить не меньше опциона с более высокой ценой исполнения, иначе можно получить арбитражную прибыль.

Обычно опцион с более низкой ценой исполнения дороже опциона с более высокой ценой исполнения. Однако при очень низком курсе акций относительно цен исполнения опционов вероятность их исполнения мала. Поэтому их цены будут одинаковыми или почти одинаковыми.

Опцион пут с более высокой ценой исполнения должен стоить не меньше аналогичного опциона с более низкой ценой исполнения, иначе можно получить арбитражную прибыль.

Соотношения между премиями опционов с разными сроками истечения опционных контрактов

Опцион колл с более поздней датой истечения контракта должен стоить не меньше аналогичного опциона с более близкой датой истечения, иначе можно получить арбитражную прибыль. Американский опцион пут с более поздней датой истечения контрактов должен стоить не меньше аналогичных опционов с более близкой датой истечения, иначе можно получить арбитражную прибыль.

Для европейского опциона пут долгосрочный опцион не обязательно стоит дороже краткосрочного. Чем больше времени до истечения опциона, тем потенциально больше благоприятных возможностей в отношении конъюнктуры акции. Поэтому долгосрочный опцион должен быть дороже. Однако долгосрочный опцион даёт держателю право продать акцию по той же цене (цене исполнения), что и краткосрочный опцион, но позже. Поэтому, исполнив краткосрочный контракт, инвестор может разместить полученные средства на депозит до момента истечения долгосрочного опциона и получить дополнительный процент. В связи с этим краткосрочный опцион привлекательнее для инвестора и соответственно

должен стоять больше долгосрочного. Цена опциона пут будет определяться соотношением значимости данных факторов в конкретных условиях. Если первый фактор весомее второго, то долгосрочный опцион дороже краткосрочного, и наоборот.

Соотношения между премиями опционов с разными стандартными отклонениями

Опционы колл и пут с большим стандартным отклонением доходности акции должны стоять не меньше аналогичных опционов на акции с меньшим стандартным отклонением. Это объясняется тем, что потенциально опционы на акции с большим стандартным отклонением предоставляют инвестору возможность получить большую прибыль вследствие большего диапазона колебаний цены акции при ограниченном уровне риска.

Разность между премиями опционов колл на один базисный актив с одной датой истечения опционных контрактов.

Разность между премиями европейских опционов колл с одной датой истечения контрактов не должна превышать разности между дисконтированными стоимостями их цен исполнения. В противном случае возможен арбитраж.

Разность между премиями американских опционов

Разность между премиями американских опционов колл с одной датой истечения контрактов не должна превышать разности между их ценами исполнения. В противном случае возможен арбитраж.

Паритет европейских опционов на акции, по которым не выплачиваются дивиденды

Между премиями европейских опционов колл и пут на одни и те же акции с одинаковой ценой исполнения и сроком истечения контрактов можно установить равенство, получившее название паритета опционов колл и пут. Оно имеет следующий вид:

$$c_e + Xe^{-rT} = p_e + S$$

при использовании непрерывно начисляемого процента и

$$c_e + \frac{X}{1+rT} = p_e + S$$

для случая простого процента. Это равенство можно получить следующим образом.

Пусть имеется два портфеля. В первый входит длинный опцион колл c_e и сумма денег равная дисконтированной стоимости цены исполнения Xe^{-rT} . Данная сумма денег инвестируется под ставку без

риска r на период до окончания срока действия опционов T . Второй портфель состоит из длинного опциона пут p_e и акции S .

Если к моменту окончания действия контрактов курс акции Xe^{-rt} больше Xe^{-rT} , то в первом портфеле исполняется опцион колл. Сумма денег Xe^{-rT} выросла до величины X и уплачивается в рамках опциона за акцию. Таким образом, первый портфель состоит теперь из акции. Во второй портфель также входит акция, так как опцион пут истек не исполненным. Поэтому стоимости портфелей равны.

Если курс акции меньше X , то опцион колл не исполняется, и стоимость первого портфеля равна X . Во втором портфеле исполняется опцион пут, т. е. акция продается по цене X . Таким образом, и в этом случае стоимости портфелей равны.

Если курс акции равен цене исполнения, то оба опциона не исполняются и, стоимости портфелей вновь одинаковы, так как

$$X = S_T.$$

Стоимости портфелей равны в конце периода T . Следовательно, они должны быть одинаковыми и в момент заключения опционных контрактов. В противном случае последует арбитраж.

Как видно из приведённой формулы, зная величину премии опциона колл, можно определить стоимость опциона пут, и наоборот.

Рассмотрим алгоритм действий арбитражера в нашем примере в общем виде. Если опцион пут стоит дороже, чем предполагается условиями паритета, то последнее равенство превращается в следующее неравенство:

$$c_e + Xe^{-rT} < p_e + S$$

В этом случае можно получить арбитражную прибыль. Представим левую часть неравенства как первый портфель, а правую часть - как второй. Так как первый портфель дешевле второго, его следует купить, а второй продать. Покупка первого портфеля означает, что арбитражер покупает опцион колл и размещает денежные средства на депозите. Продажу второго портфеля представим как:

$$-(p_e + S)$$

или

$$-p_e - S,$$

т. е. инвестор продает опцион пут и акцию, предварительно заняв ее.

В целом в рамках данной стратегии арбитражер занимает акцию, продает ее и опцион пут, покупает опцион колл и оставшиеся средства размещает на безрисковом депозите под процент r на период времени T .

Если опцион пут стоит дешевле равновесной цены, то возникает следующее неравенство:

$$c_e + Xe^{-rT} > p_e + S$$

В этом случае первый портфель следует продать, так как он стоит дороже второго портфеля.

Соответственно второй портфель надо купить.

Продажу первого портфеля представим как:

$$-(c_e + Xe^{-rT})$$

или

$$c_e + Xe^{-rT} > p_e + S$$

т. е. инвестор продает опцион колл и берет деньги в кредит.

Покупка второго портфеля означает покупку опциона пут и акции. В целом в рамках данной стратегии арбитражер продает опцион колл, покупает пут, занимает дополнительные средства и покупает акцию.

Паритет опционов показывает, что если $S = X$, то опцион колл должен стоить больше опциона пут. Чтобы увидеть это, перепишем формулу

$$c_e + Xe^{-rT} = p_e + S$$

следующим образом:

$$c_e - p_e = S - Xe^{-rT}$$

Если $S = X$, то правая часть уравнения будет положительной. Это говорит о том, что $c_e > p_e$.

Паритет европейских опционов на акции, по которым выплачиваются дивиденды. Взаимосвязь между премиями американских опционов.

Если в течение действия контрактов на акции выплачиваются дивиденды, то паритет европейских опционов колл и пут имеет следующий вид:

$$S - X < c_a - p_a < S - Xe^{-rT}$$

и

$$S - X - D < c_a - p_a < S - Xe^{-rT},$$

где D - дисконтированная стоимость дивиденда, выплачиваемого по акциям. Дивиденд дисконтируется под ставку без риска r к началу периода T . Паритет существует только для европейских опционов пут и колл. Для американских опционов можно установить только определенную взаимосвязь. Для опционов на акции, по которым не выплачиваются и выплачиваются дивиденды, она соответственно имеет вид:

$$S - X < c_a - p_a < S - Xe^{-rT}$$

и

$$S - X - D < c_a - p_a < S - Xe^{-rT}.$$

Паритет европейских опционов на фьючерсные контракты

Сравним два портфеля. В первый входит европейский опцион колл c_e и сумма денег равная дисконтированной стоимости цены исполнения Xe^{-rT} . Она инвестируется под ставку r на период времени T . Во второй - европейский опцион пут p_e , длинный фьючерсный контракт F_0 и сумма денег, равная дисконтированной стоимости текущей фьючерсной цены F_0e^{-rT} . Она инвестируется под ставку r на период времени T .

Если к моменту истечения контрактов котировочная фьючерсная цена F_T больше цены исполнения, то в первом портфеле опцион колл исполняется, и инвестор получает выигрыш в размере:

$$F_T - X$$

Сумма денег Xe^{-rT} к моменту истечения опциона доросла до величины X . Поэтому стоимость первого портфеля эквивалентна величине котировочной фьючерсной цены:

$$F_T - X + X = F_T$$

При $F_T > X$ опцион пут во втором портфеле не исполняется. Сумма денег F_0e^{-rT} к моменту истечения опциона доросла до величины F_0 . По длинной фьючерсной позиции получен результат:

$$F_T - F_0$$

Поэтому стоимость второго портфеля эквивалентна величине котировочной фьючерсной цены:

$$F_1 - F_0 + F_0 = F_1$$

Таким образом, стоимости портфелей равны.

Если $F_1 = X$, то опцион колл в первом портфеле не исполняется и его стоимость равна X . Во втором портфеле опцион пут исполняется, и инвестор получает выигрыш в размере:

$$X - F_T$$

По длинной фьючерсной позиции он получает результат:

$$F_T - F_0$$

Поэтому стоимость второго портфеля эквивалентна по величине цене исполнения:

$$X - F_T + (F_T - F_0) + F_0 = X$$

Таким образом, стоимости портфелей равны.

Если $F_T = X$, то опцион колл в первом портфеле не исполняется и стоимость портфеля равна X . Во

втором портфеле опцион пут также не исполняется. По длинной фьючерсной позиции инвестор получает результат:

$$F_T - F_0 = X - F_0$$

$$F_T - F_0 = X - F_0$$

Поэтому стоимость второго портфеля составляет:

$$F_T + X - F_0 = X$$

Таким образом, и в этом случае стоимости портфелей равны. Поскольку они равны в конце периода T , они должны быть одинаковыми и в начале этого периода, чтобы исключить возможность арбитража. Поэтому можно записать:

$$c_e + Xe^{-rT} = p_e + F_0 + F_0e^{-rT}$$

В момент заключения фьючерсного контракта его стоимость равна нулю, т.е. $F_0 = 0$, поэтому формула (137) принимает вид:

$$c_e + Xe^{-rT} = p_e + F_0e^{-rT}$$

или

$$c_e - p_e = (F_0 - X)e^{-rT}$$

Паритет европейских опционов на валюту

Имеется два портфеля. В первый входит длинный опцион колл $c_e - p_e = (F_0 - X)e^{-rT}$ на покупку единицы иностранной валюты и сумма денег равная дисконтированной стоимости цены исполнения

$$c_e - p_e = (F_0 - X)e^{-rT}.$$

Данная сумма инвестируется под ставку без риска $c_e - p_e = (F_0 - X)e^{-rT}$ на период до окончания срока действия опционов $c_e - p_e = (F_0 - X)e^{-rT}$.

Второй портфель состоит из длинного опциона пут p_e на продажу единицы иностранной валюты и суммы денег равной дисконтированной стоимости единицы иностранной валюты $Se^{-r_f T}$, где S - обменный спот курс в прямой котировке,

r_f - ставка без риска по иностранной валюте.

Сумма $Se^{-r_f T}$ конвертируется в иностранную валюту по курсу S и инвестируется под ставку r_f на период T . Если к моменту окончания действия контрактов валютный курс S_T больше X , то в первом портфеле исполняется опцион колл.

Сумма денег $c_e - p_e = (F_0 - X)e^{-rT}$ выросла до величины $c_e - p_e = (F_0 - X)e^{-rT}$ и уплачивается в рамках опциона за единицу иностранной валюты. Таким образом, первый портфель

состоит теперь из единицы иностранной валюты. Опцион пут во втором портфеле истек не исполненным. Дисконтированная стоимость единицы иностранной валюты доросла до единицы иностранной валюты. Поэтому во второй портфель также входит единица иностранной валюты. В результате стоимости портфелей равны.

Если валютный курс меньше X , то опцион колл не исполняется, и стоимость первого портфеля равна X . Во втором портфеле исполняется опцион пут, т. е. единица иностранной валюты в рамках опциона обменивается на сумму X . Таким образом, и в этом случае стоимости портфелей равны.

Если валютный курс равен цене исполнения, то оба опциона не исполняются и стоимости портфелей вновь одинаковы, так как

$$X = S_T.$$

Стоимости портфелей равны в конце периода T . Следовательно, они должны быть одинаковыми и в момент заключения опционных контрактов. В противном случае последует арбитраж. Поэтому можно записать:

$$c_e + Xe^{-rt} = p_e + Se^{-rt}$$

Это равенство представляет собой паритет европейских опционов на валюту.

Бокс-арбитраж

Бокс-арбитраж - это арбитражная стратегия, в которой используется четыре европейских опциона. С их помощью формируются два синтетических актива с разными ценами исполнения. Одна синтетическая позиция является длинной, другая - короткой. Условия осуществления бокс-арбитража следуют из условий

паритета опционов пут и колл. Определим эти условия. Имеются опционы колл и пут на акцию: c_1, p_1, c_2, p_2 с ценами исполнения соответственно X_1 и X_2 , истекающие в одно время. Цена слот акции равна S . Паритет опционов с ценой исполнения X_1 равен:

$$c_1 + \frac{X_1}{1+rT} = p_1 + S$$

Паритет опционов с ценой исполнения X_2 равен:

$$c_2 + \frac{X_2}{1+rT} = p_2 + S$$

Приравняв последние две формулы, получим:

$$c_1 + \frac{X_1}{1+rT} - p_1 = c_2 + \frac{X_2}{1+rT} - p_2$$

или

$$(c_1 - p_1) - (c_2 - p_2) = \frac{X_2 - X_1}{1+rT} - p_2$$

$$[(c_1 - p_1) - (c_2 - p_2)](1+rT) = X_2 - X_1$$

Если существует равенство, арбитраж невозможен.

Равенство говорит о том, что разность между совокупными премиями опционов с начисленной на нее процентом без риска за период действия контрактов должна равняться разности между ценами исполнения опционов. В случае нарушения можно заработать прибыль без риска. Если

$$[(c_1 - p_1) - (c_2 - p_2)](1 + rT) < X_2 - X_1$$

следует занять средства в размере $[(c_1 - p_1) - (c_2 - p_2)]$ под процент r на время T и открыть позицию по опционным контрактам. По истечении срока действия опционов арбитражер получит от их исполнения сумму $X_2 - X_1$, вернёт кредит и получит прибыль в размере:

$$X_2 - X_1 - [(c_1 - p_1) - (c_2 - p_2)](1 + rT).$$

Часть V. Приложение

Основные термины

производные финансовые инструменты – derivative securities

опцион - options

покупатель опциона - buyer

продавец опциона - seller

премия - premium

опцион на право покупки или опцион колл - call option

опцион на право продажи или опцион пут - put option

дата исполнения опциона - expiration day of maturity

ценой исполнения опциона - striking price, exercise price

опцион на акции - stock option

опциона на биржевые индексы - index option

опцион на долговые финансовые инструменты - option on debt instrument

опцион на курсы валют - option on currencies exchange rate

опцион на процентные ставки - interest rates option

формула ценообразования опционов Блэка-Шоулза - Black-Scholes pricing formula

американский опцион - American option

европейский опцион - European option

защищенный опцион «пут» - protective put

коллар – collar

опцион без выигрыша - at the money

опцион с проигрышем - out of the money

опцион с выигрышем - in the money

покрытый опцион колл - covered call

спред - spread

цена исполнения - exercise price

текущая цена по которой заключается сделка - strike price

цена исполнения опциона или цена «страйк» - exercise or strike price

день исполнения - expiration day of maturity

опцион на акции - stock option опцион на индекс - index option

опцион на долговые финансовые инструменты – option on debt instrument

азиатский опцион- Asian option

барьерный опцион - barrier option

бинарный опционов - binary option

внутренней стоимостью - intrinsic value

временная стоимость опциона - option's time value

Таблица 25. Нормальное распределение

d	$N(d)$	d	$N(d)$	d	$N(d)$
-3,00	0,0013	-1,58	0,0571	-0,76	0,2236
-2,95	0,0016	-1,56	0,0594	-0,74	0,2297
-2,90	0,0019	-1,54	0,0618	-0,72	0,2358
-2,85	0,0022	-1,52	0,0643	-0,70	0,2420
-2,80	0,0026	-1,50	0,0668	-0,68	0,2483
-2,75	0,0030	-1,48	0,0694	-0,66	0,2546
-2,70	0,0035	-1,46	0,0721	-0,64	0,2611
-2,65	0,0040	-1,44	0,0749	-0,62	0,2676
-2,60	0,0047	-1,42	0,0778	-0,60	0,2743
-2,55	0,0054	-1,40	0,0808	-0,58	0,2810
-2,50	0,0062	-1,38	0,0838	-0,56	0,2877
-2,45	0,0071	-1,36	0,0869	-0,54	0,2946
-2,40	0,0082	-1,34	0,0901	-0,52	0,3015
-2,35	0,0094	-1,32	0,0934	-0,50	0,3085
-2,30	0,0107	-1,30	0,0968	-0,48	0,3156
-2,25	0,0122	-1,28	0,1003	-0,46	0,3228
-2,20	0,0139	-1,26	0,1038	-0,44	0,3300
-2,15	0,0158	-1,24	0,1075	-0,42	0,3373
-2,10	0,0179	-1,22	0,1112	-0,40	0,3440
-1,02	0,0202	-1,20	0,1151	-0,38	0,3520
-2,00	0,0228	-1,18	0,1190	-0,36	0,3594

-1,98	0,0239	-1,16	0,1230	-0,34	0,3669
-1,96	0,0250	-1,14	0,1271	-0,32	0,3745
-1,94	0,0262	-1,12	0,1314	-0,30	0,3821
-1,92	0,0274	-1,10	0,1357	-0,28	0,3897
-1,90	0,0287	-1,08	0,1401	-0,26	0,3974
-1,88	0,0301	-1,06	0,1446	-0,24	0,4059
-1,86	0,0314	-1,04	0,1492	-0,22	0,4129
-1,84	0,0329	-1,02	0,1539	-0,20	0,4207
-1,82	0,0344	-1,00	0,1587	-0,18	0,4286
-1,80	0,0359	-0,98	0,1635	-0,16	0,4365
-1,78	0,0375	-0,96	0,1685	-0,14	0,4443
-1,76	0,0392	-0,94	0,1736	-0,12	0,4523
-1,74	0,0409	-0,92	0,1788	-0,10	0,4602
-1,72	0,0427	-0,90	0,1841	-0,08	0,4681
-1,70	0,0446	-0,88	0,1894	-0,06	0,4761
-1,68	0,0465	-0,86	0,1949	-0,04	0,4841
-1,66	0,0485	-0,84	0,2005	-0,02	0,4920
-1,64	0,0505	-0,82	0,2061	-0,00	0,5000
-1,62	0,0526	-0,80	0,2119	0,02	0,5080
-1,60	0,0548	-0,78	0,2177	0,04	0,5160
0,06	0,5239	0,86	0,8051	1,66	0,9515
0,08	0,5319	0,88	0,8106	1,68	0,9535
0,10	0,5398	0,90	0,8159	1,70	0,9554
0,12	0,5478	0,92	0,8212	1,72	0,9573
0,14	0,5557	0,94	0,8264	1,74	0,9591
0,16	0,5636	0,96	0,8315	1,76	0,9608
0,18	0,5714	0,98	0,8365	1,78	0,9625
0,20	0,5793	1,00	0,8414	1,80	0,9641
0,22	0,5871	1,02	0,8461	1,82	0,9671
0,24	0,5948	1,04	0,8508	1,84	0,9686

0,26	0,6026	1,06	0,8554	1,86	0,9656
0,28	0,6103	1,08	0,8599	1,88	0,9699
0,30	0,6179	1,10	0,8643	1,90	0,9713
0,32	0,6255	1,12	0,8686	1,92	0,9726
0,34	0,6331	1,14	0,8729	1,94	0,9738
0,36	0,6406	1,16	0,8770	1,96	0,9750
0,38	0,6480	1,18	0,8810	1,98	0,9761
0,40	0,6554	1,20	0,8849	2,00	0,9772
0,42	0,6628	1,22	0,8888	2,05	0,9798
0,44	0,6700	1,24	0,8925	2,10	0,9821
0,46	0,6773	1,26	0,8962	2,15	0,9842
0,48	0,6844	1,28	0,8997	2,20	0,9861
0,50	0,6915	1,30	0,9032	2,25	0,9878
0,52	0,6985	1,32	0,9066	2,30	0,9893
0,54	0,7054	1,34	0,9099	2,35	0,9906
0,56	0,7123	1,36	0,9131	2,40	0,9918
0,58	0,7191	1,38	0,9162	2,45	0,9929
0,60	0,7258	1,40	0,9192	2,50	0,9938
0,62	0,7324	1,42	0,9222	2,55	0,9946
0,64	0,7389	1,44	0,9251	2,60	0,9953
0,66	0,7454	1,46	0,9279	2,65	0,9960
0,68	0,7518	1,48	0,9306	2,70	0,9965
0,70	0,7580	1,50	0,9332	2,75	0,9970
0,72	0,7642	1,52	0,9357	2,80	0,9974
0,74	0,7704	1,54	0,9382	2,85	0,9978
0,76	0,7764	1,56	0,9406	2,90	0,9981