федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»**

Кафедра «Математика»

Л.Ф. Кочнева, З.С. Липкина, В. И. Новосельцева

Теория вероятностей и математическая статистика

Часть II

**Рекомендовано редакционно-издательским
советом университета
в качестве учебного пособия
для бакалавров направления «Экономика»**

МОСКВА - 2012

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»**

Кафедра «Математика»

Л.Ф. Кочнева, З.С. Липкина, В. И. Новосельцева

Теория вероятностей
и математическая статистика

Часть II

Теория вероятностей

Учебное пособие

МОСКВА - 2012

§1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. Опыт (*испытание, эксперимент*) – осуществление на практике определённого комплекса условий, который обозначим ***S***.

При этом рассматривают такие опыты, которые можно повторять теоретически многократно. Например, при бросании монеты условия ***S***: монета правильной формы, без дефектов и не может падать на ребро.

2. Событие, случайное событие – любой исход опыта, который может произойти или не произойти. События обозначаются заглавными буквами латинского алфавита: ***A***, ***B***, ***C***, …..

Например, при бросании игрального кубика условия ***S*** – кубик правильной формы, без дефектов из однородного материала. Можно рассматривать следующие события: ***A*** - выпадение 3 очков; ***B*** – выпадение числа очков не меньше 4; ***C*** – выпадение чётного числа очков; ***D*** – выпадение целого числа очков; ***E*** – выпадение 10 очков.

3. Исходы, элементарные события (*случай, точки*) – рассматриваются как взаимоисключающие исходы опыта $\omega_1, \omega_2, ...\omega_n$. Множество всех исходов опыта принято обозначать буквой Ω, так что:

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, ...\omega_n\}$$

При бросании монеты – два исхода, при бросании игрального кубика 6 исходов.

$$\Omega \quad = \quad \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\} \quad .$$

4. Событие называется достоверным, если в результате опыта происходит всегда и обозначается через Ω.

Событие называется невозможным если в результате рассматриваемого опыта никогда не произойдет, будем обозначать ***Ø***. Так при бросании кубика событие ***D*** – выпадение целого числа очков – достоверное, ***D*** = Ω; событие ***E*** – выпадение 10 очков – невозможное.

5. Два события называются несовместными, если появление одного из них исключает появление другого в одном и том же опыте. ***В*** противном случае события называются совместными. При бросании кубика события ***A*** – «выпадение 3 очков» и ***C*** - «выпадение чётного числа очков» события несовместные; события ***A*** и ***D*** - совместные.

6. События A_1, A_2 , ….., A_n называются попарно-несовместными, если любые два из них в результате опыта несовместны.

Попарно-несовместные события образуют полную группу если в результате опыта происходит только одно из них.

В опыте «бросание кубика» исходы $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6$ образуют полную группу событий, так попарно несовместны и в результате каждого опыта происходит только одно из них.

7. События называются равновозможными, если есть основания считать, что ни одно из них не является более возможным, чем другие в данном опыте.

При бросании монеты появление герба или решки – равновозможные события. При бросании кубика элементарные события $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6$ равновозможны.

§2. ДЕЙСТВИЯ НАД СОБЫТИЯМИ

Пусть имеются события ***A, B*** на одном и том же множестве исходов Ω.

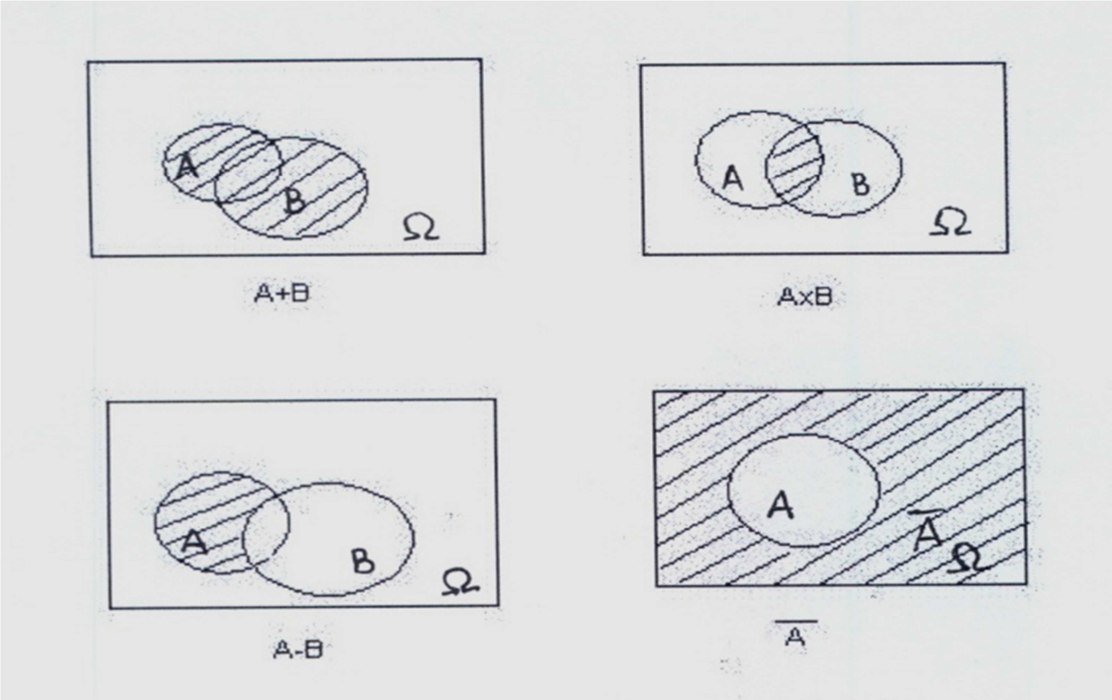
1. Суммой событий ***A*** и ***B*** называется такое событие ***C***, которое состоит в том, что происходит или ***A*** или ***B***, или оба вместе (хотя бы одно из них происходит). Обозначается ***A* + *B* = *C***.

2. Произведением событий ***A*** и ***B*** называется такое событие ***C***, которое состоит в том, что происходит и ***A*** и ***B*** одновременно. Обозначается ***C* = *A* · *B***.

3. Разностью событий ***A*** и ***B*** называется такое событие ***C*,** которое состоит в том, что происходит событие ***A*** и не происходит событие ***B*.**
Обозначается ***C* = *A* – *B***.

4. Отрицанием события ***A*** называется событие $\overline{A}$ - «не ***A***» (то есть $\overline{A}$ - событие противоположное событию ***A***).

Действия над событиями можно наглядно изобразить с помощью диаграмм Эйлера-Венна. Достоверное событие событие Ω - множество исходов изображается прямоугольником; элементарные события – точки прямоугольника; случайные события ***A, B*** – области, входящие в прямоугольник:



Операции над событиями обладают свойствами, в справедливости которых можно убедиться пользуясь приведенными диаграммами.

1. $A + B = B + A$; 2. $A \cdot B = BA$;
3. $(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$; 4. $(A + B) + C = A + (B + C)$;
5. $A + A = A$; 6. $A \cdot A = A$;
7. $A + \overline{A} = \Omega$; 8. $A \cdot \overline{A} = \varnothing$;
9. $\overline{\Omega} = \varnothing$; 10 . $\overline{\varnothing} = \Omega$;
11. $\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$; 12. $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$.
13. $A \cdot \Omega = A$ 14. $A + \varnothing = A$

§3. КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

Классическое определение вероятности события основано на равновозможности конечного числа исходов опыта. Если проводится опыт с n исходами, то их можно представить в виде полной группы несовместных равновозможных событий. Такие исходы называют элементарными событиями (случаями).

Случай ω , который приводит к наступлению события A, называется благоприятным (или благоприятствующим) событию A.

Определение. Вероятностью события A называется отношение числа m случаев, благоприятствующих событию A, к общему числу n случаев:

$$P(A) = \frac{m}{n}, \quad 0 \le m \le n.$$

Из определения следуют свойства:

1. Вероятность любого события заключена между нулём и единицей:

$$0 \le P(A) \le 1.$$

2. Вероятность невозможного события равна нулю:

$$P(\varnothing) = 0.$$

3. Вероятность достоверного события равна единице:

$$P(\Omega) = 1.$$

4. Вероятность суммы несовместных событий равна сумме вероятностей:

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

Перечисленные свойства аналогичны свойствам относительных частот.

Пример 1. В урне (в ящике) 5 шаров; 2 белых и 3 черных. Наугад вынимаем 1 шар. Какова вероятность того, что он черный – событие ***A***?
Решение: Элементарное событие – вынимание шара. Таких событий 5. Все они равновозможны. Из ***n*** = 5 случаев событию ***A*** благоприятствуют 3.
Следовательно, ***P(A)*** = 3/10.
Пример 2. Бросаем две монеты. Найти вероятность события ***A*** {появление двух орлов}. Здесь четыре элементарных исхода: (**О,О**) = {два орла}, (**О,Р**) = {на первой монете орел, на второй решка}, (**Р,Р**) = {обе решки}, (**Р,О**) = {на первой решка, на второй орел}. Эти исходы равновозможны в силу симметрии монеты; ***n*** = 4,
Появлению двух орлов благоприятствует только один исход, $\boldsymbol{m_A}$=1, Следовательно ***P(A)*** = 1/4.
Пример 3. В урне 5 шаров: 2 белых и 3 черных. Наугад вынимаем два шара (одновременно либо последовательно). Найти вероятность того, что они оба белые: ***B*** = {оба шара белые} и что оба черные: ***C*** = {оба черные}.
Решение: С примером 1 здесь общим является урна и шары, но опыт иной – вынимаем пару шаров, а не один. Занумеруем шары 1,2 –белые, 3,4,5 – черные. Элементарные события – разные пары (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,3), (2,4), (2,5), (3,4), (3,5), (4,5) – всего их ***n*** = 10. Все пары равновозможны, а благоприятствует событию В лишь одна: (1,2) т.е. ***P(B)*** = 1/10. (Один шанс из десяти).

$\boldsymbol{m_c}$ = 3 (событие **C** происходит в трех случаях: (3,4), (3,5), (4,5)). Следовательно, ***P(C)*** = 3/10.

§ 4. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

Нельзя дать определение вероятности, как нельзя дать определение например, длины. Под вероятностью события мы понимаем меру возможности его осуществления, выражаемую числом.

В классическом определении это число равно отношению числа «благоприятных» случаев к числу всех случаев, т.е. вероятность события определяется до опыта. Статистический подход состоит в том, что вероятность приближенно заменяется относительной частотой события, т.е. отношением числа опытов, когда событие произошло к числу всех опытов. Если опыты производятся в одинаковых условиях и их число достаточно велико, то относительная частота обнаруживает свойство устойчивости, меняясь мало и колеблясь около некоторого постоянного числа. Из теоремы, доказанной Я.Бернулли (1713г.) следует, что относительная частота стремится к вероятности события.

Относительную частоту события для большого числа опытов называют *статистической вероятностью* события.

Допустим, что в проведенных n опытах событие A зафиксировано m раз. Число m называется частотой события A, а отношение

$$\frac{m}{n} = P(A)$$

называется относительной частотой события A в проведенных опытах.

Относительная частота обладает следующими свойствами:

1. $O \leq P(A) \leq 1$, $O \leq m \leq n$.

2. При $m = 0$, событие $A = \varnothing$ – невозможное, в данных опытах не зафиксировано ни разу, то есть $P(\varnothing) = 0$.

3. Если в данных n опытах событие A наступило n раз, то $A = \Omega$ - достоверное событие и $P(\Omega) = 1$.

4. Относительная частота суммы двух несовместных событий в данных опытах равна сумме относительных частот, то есть если $A \cdot B = \varnothing$, то

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

5. Относительная частота обладает свойством статистической устойчивости: с увеличением числа опытов n она принимает значения, близкие к некоторому постоянному числу, которое и называют статистической вероятностью.

Пример: Некоторые ученые провели испытания с реальными монетами для нахождения частоты появления орла при n подбрасываниях монеты.

Вот лишь некоторые результаты:

исследователь	n	m/n	из таблицы видно, что относительная частота колеблясь приближается к числу $\frac{1}{2}$.
Бюффон	4040	0,507	
Романовский	80640	0,4923	
Пирсон К	24000	0,5005	
Феллер	10000	0,4979	

§5. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ КОМБИНАТОРИКИ

Комбинаторика – это раздел математики, который решает задачи о вычислении количества комбинаций различного вида из конечного числа элементов. Формулы комбинаторики используются при непосредственном вычислении вероятностей событий.

Рассмотрим наиболее часто встречающиеся виды комбинаций из **n** элементов: перестановки, размещения и сочетания.

1. Перестановки – это комбинации из **n** элементов, которые отличаются друг от друга только порядком расположения. Число всех возможных перестановок находится по формуле:

$P_n = n!$ – читается эн факториал, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots (n-1) \cdot n$.

Очевидно, что $1! = 1$, $2! = 2$, $3! = 6$, $4! = 24$, …….

Кроме того, по определению принимается $0! = 1$.

Пример: Сколькими способами можно поставить в очередь 5 человек?

Решение: Каждая реализация очереди из 5 человек характеризуется только порядком.
Поэтому количество комбинаций находится по формуле перестановок, т.е.

$$P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120.$$

2. Размещениями называются комбинации из ***n*** элементов по ***m*** элементов $(0 < m \le n)$, которые отличаются друг от друга составом элементов или их порядком. Число размещений из ***n*** элементов по ***m*** элементов обозначается A_n^m и вычисляется по формуле: $A_n^m = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots[n-(m-1)]$.

Заметим, что, используя факториалы, число размещений из ***n*** элементов по ***m*** элементов можно вычислить по формуле:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

Пример: Сколько двузначных чисел можно составить из трех цифр $\{1, 2, 3\}$?
Решение: Очевидно, что числа: 12; 13; 21; 31; 23; 32. Комбинации цифр отличаются элементами или порядком, то есть это размещения из трех элементов по 2 элемента и можно вычислить по формуле размещений:

$$A_3^2 = 3 \cdot 2 = 6.$$

3. Сочетания – это комбинации из ***n*** элементов по ***m***, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом. Число сочетаний из ***n*** элементов по ***m*** элементов вычисляется по формуле: $C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m}$,

то есть из всех размещений A_n^m, удаляются комбинации, которые отличаются одно от другого только порядком.

На практике число сочетаний из ***n*** элементов по ***m*** можно вычислять через факториалы: $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$.

Пример: Сколькими способами можно назначить трех дежурных из группы студентов из 10 человек?

Решение: Группы дежурных из 3-х человек должны отличаться друг от друга хотя бы одним человеком. Поэтому количество вариантов дежурных вычисляется как число сочетаний из 10 по 3: $C_{10}^{3}=\dfrac{10!}{3!(10-3)!}=120$.

4. Размещения с повторениями – это комбинации из $\boldsymbol{n}$ элементов по $\boldsymbol{m}$ элементов, которые отличаются друг от друга элементами, их порядком и количеством повторений элементов. Число всех таких размещений обозначается $\overline{A_n^m}$ и вычисляется по формуле:

$$\overline{A_n^m} = n^m .$$

Пример: Составить все размещения по 2 из трех элементов с повторениями элементов ***a, b, c.*** Число таких размещений по формуле равно $\overline{A_3^2}=3^2=9.$

И перечислим их для наглядности:

(a,a), (b,b), (c,c),
(a,b), (a,c), (b,c),
(b,a), (c,a), (c,b).

5. Перестановки с повторениями из $\boldsymbol{n}$ элементов.

Если в множестве из $\boldsymbol{n}$ имеются $\boldsymbol{k}$ элементов таких, что 1-й элемент повторяется $\boldsymbol{n_1}$ раз, 2-й элемент повторяется $\boldsymbol{n_2}$ раза, ….., ***k-й*** элемент повторяется $\boldsymbol{n_k}$ раз, при этом $\boldsymbol{n_1+ n_2+\ldots+ n_k = n}$, то перестановки из $\boldsymbol{n}$ элементов называются перестановками с повторениями элементов.

Число перестановок с повторениями вычисляется по формуле:

$$P_n(n_1, n_2, \ldots n_k) = \frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_k!} .$$

Задача 1. В урне жетоны с номерами 1, 2, …., 100. Опыт – выбор наугад жетона из урны. Какова вероятность того, что номер выбранного жетона:

а) не делится на 5 (событие *A*);

б) не содержит цифру 5 в своей записи (событие *B*)?

Решение: Элементарные события – выбор каждого номера и они – равновозможны. Число их $\boldsymbol{n}$ = 100. Из них 20 случаев (номера 5, 10, 15, …., 100) не благоприятствуют событию *A*, → 80 случаев благоприятствуют событию ***A***.

$$P(A) = m_A/n = 80/100 = 0{,}80$$

Цифра 5 содержится в 19 числах из данных 100 (5, 15, ….., 50, 51….., 59, 65 …., ….., 95) и не содержится в $\boldsymbol{m_в}$ = 81 числе.

$$P(B) = m_в / n = 81/100 = 0{,}81$$

Задача 2. Из колоды в 36 карт наугад берем 4 карты. Какова вероятность того, что вынутые карты будут:

а) разной масти (событие $\boldsymbol{A}$);
б) одной масти (событие $\boldsymbol{B}$).

Решение: Любая четверка карт – это элементарное событие. Все они равновозможные и всего таких случае $\boldsymbol{n} = C_{36}^{4}$ число сочетаний из 36 по 4 – столькими способами можно взять 4 карты из 36.

а) первая карта – 9 способов;
вторая карта – 9 способов;
третья карта – 9 способов;
четвертая карта – 9 способов.

Итого: $P = (9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9) / C_{36}^{4} = \dfrac{6561}{58905} = 0{,}11$

б) Выбор четырех карт одной масти C_{9}^{4}

Выбор одной масти из четырех: $C_{4}' = 4$.

$P = (C_{4}' \cdot C_{9}^{4}) / C_{36}^{4} = \dfrac{504}{58905} = 0{,}0085$

§6. ТЕОРЕМА СЛОЖЕНИЯ НЕСОВМЕСТНЫХ СОБЫТИЙ

Если события $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ несовместны, то вероятность их суммы равна сумме вероятностей:

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

Действительно, для несовместных событий сумма $\boldsymbol{C=A+B}$ состоит в том, что происходит или $\boldsymbol{A}$, или $\boldsymbol{B}$. Пусть $\boldsymbol{n}$ – общее количество исходов, $\boldsymbol{m_1}$ – количество исходов, благоприятствующих появлению события $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{m_2}$ – количество исходов, благоприятствующих событию $\boldsymbol{B}$.

Тогда $\boldsymbol{m_1 + m_2}$ – число исходов благоприятствующих событию «или $\boldsymbol{A}$, или $\boldsymbol{B}$» и вероятность

$$P(A+B) = \frac{m_1 + m_2}{n} = \frac{m_1}{n} + \frac{m_2}{n} = P(A) + P(B).$$

Пример: В урне имеется 10 шаров, из них 3 красных шара 5 синих и 2 белых. Какова вероятность вынуть цветной шар (или красный, или синий)?

Решение. Пусть событие A – «вынуть красный шар», событие $\boldsymbol{B}$ – «вынуть синий шар», событие $\boldsymbol{C}$ – «вынуть цветной шар». По определению $\boldsymbol{C=A+B}$.

$$P(C) = \frac{3}{10} + \frac{5}{10} = \frac{8}{10} = 0{,}8.$$

Следствие из теоремы: так как $A+\overline{A}=\Omega$ - достоверное событие, то $P(A+\overline{A}) = 1$; $A, \overline{A}$ - несовместные события. Поэтому $P(A+\overline{A}) = P(A) + P(\overline{A}) = 1$ и таким образом, $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

§7. ТЕОРЕМА УМНОЖЕНИЯ

Введем понятие условных вероятностей. Пусть рассматриваются события ***A*** и ***B*** в данном опыте, и событие ***C = A · B***.

Вероятность события *A* при условии, что событие *B* произошло будем называть условной вероятностью и обозначать ***P(A/B)***.

Аналогично вероятность события В при условии, что ***A*** произошло будем называть условной вероятность и обозначать ***P(B/A).***

Пример: В примере с шарами из §6 пусть случайным образом вынимается подряд 2 шара. Обозначим событие ***A*** – «вынимается красный шар», событие ***B*** – «вынимается синий шар».

Вероятность вынуть 1-й шар красный ***P(A)*** = $\frac{3}{10}$, вероятность вынуть 1-й шар синий ***P(B)*** = $\frac{5}{10}$. Пусть теперь извлекается второй шар. Обозначим событие ***C*** – «вынуть 2-ой шар красный», событие ***D*** – «вынуть 2-ой шар синий». Очевидно, что вероятности событий ***C, D*** зависят от того, какое событие произошло первым ***A*** или ***B***.

Действительно, если 1-й шар вынули красный – то $P(C/A) = \frac{2}{9}$. Если 1-ый шар вынули синий, то $P(C/B) = \frac{3}{9}$. Аналогично $P(D/A) = \frac{5}{9}$, $P(D/B) = \frac{4}{9}$. Из приведенных рассуждений следует, что вероятности событий ***C, D*** зависят от того, какое событие произошло ***A*** или ***B***.

Рассмотрим ещё один пример.

Пример. По мишени стреляют 2 стрелка по одному разу. Обозначим событие ***A*** – «1-ый стрелок попадает в цель», событие ***B*** – «2-ой стрелок попадает в цель». Событие ***C*** – «и ***A,*** и ***B***», то есть оба попадают в цель. ***C = A · B.***

Вероятность попадания в цель 1-го стрелка ***P(A)*** не зависит от того, попал ли в цель 2-ой стрелок и наоборот. То есть эти события независимые.

Вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению их вероятностей:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B).$$

Если ***P(A)*** = 0,7; ***P(B)*** = 0,8, то вероятность того, что оба попадут в цель ***P(A · B)*** = 0,7 · 0,8 = 0,56.

В примере с шарами вероятность того, что 1-ый вынутый шар красный, а 2-ой синий будет находится по формуле:

$$P(A \cdot D) = P(A) \cdot P(D/A) = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{9}$$

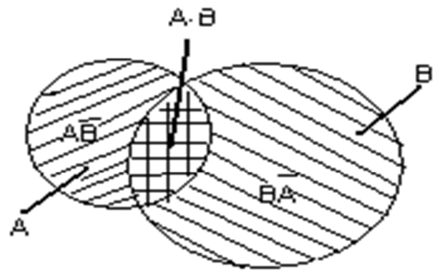
Таким образом, для зависимых событий ***A, B*** вероятность произведения находится по формуле:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B/A) = P(B) \cdot P(A/B).$$

§8. ТЕОРЕМА СЛОЖЕНИЯ СОВМЕСТНЫХ СОБЫТИЙ

Если события ***A*** и ***B*** совместные, то вероятность суммы событий находится по формуле:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B).$$



Поскольку исходы, входящие в пересечение ***AB*** учитываются 2 раза.

Пример. Вероятность попадания в цель 1-ым стрелком равна 0,6, а 2-ым стрелком – 0,8. Какова вероятность того, что цель будет поражена при одновременном выстреле двух стрелков?

Решение: Обозначим событие ***A*** – «попадание в цель 1-го стрелка»; событие ***B*** – «попадание в цель 2-го стрелка». Событие ***C*** – «цель поражена», что означает или ***A***, или ***B***, или «и ***A*** и ***B***», то есть ***C = A+B*** сумма совместных событий. Значит

$$P(C) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = 0{,}6 + 0{,}8 - 0{,}6 \cdot 0{,}8 = 0{,}92.$$

§9. ВЕРОЯТНОСТЬ ПОЯВЛЕНИЯ ХОТЯ БЫ ОДНОГО СОБЫТИЯ ИЗ n НЕЗАВИСИМЫХ СОБЫТИЙ

Пусть имеем $A_1, A_2, \ldots\ldots, A_n$ - независимые события, вероятности которых: $P(A_1) = P_1$, $P(A_2) = P_2, \ldots\ldots P(A_n) = P_n$.

Требуется определить вероятность «появления хотя бы одного из них» - событие С.

Рассмотрим событие $\overline{C}$ - «ни одно событие не произойдет», то есть:

$$\overline{C} = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \dots \cdot \overline{A_n}.$$

Вероятность $P(\overline{C}) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot \dots \cdot P(\overline{A_n}).$

Используя формулу для вероятности противоположного события, получим:

$$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot \dots \cdot P(\overline{A_n}).$$

Для краткости: $P(\overline{A_1}) = 1 - p_1 = q_1, \quad P(\overline{A_2}) = 1 - p_2 = q_2, \dots P(\overline{A_n}) = 1 - p_n = q_n.$

Тогда формула для вычисления вероятности появления хотя бы одного из n независимых событий примет вид:

$$P(C) = 1 - q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_n. \tag{9.1}$$

Пример 1. Три стрелка по разу стреляют в мишень. Для первого стрелка вероятность попадания в мишень при выстреле равна $P_1 = 0{,}4$; для второго $P_2 = 0{,}5$; для третьего $P_3 = 0{,}7$. Найти вероятность а) трех попаданий (событие A); б) хотя бы одного попадания.

Решение. Пусть S_1 – попадание первым, S_2 – попадание вторым, S_3 – попадание третьим стрелком, $S_1 S_2$ и S_3 независимы.

Тогда

а) $P(A) = P\{S_1 S_2 S_3\} = P(S_1)\, P(S_2)\, P(S_3) = P_1 P_2 P_3 = 0{,}14$

б) по формуле (9.1)

$$P\{S_1 + S_2 + S_3\} = 1 - P(\overline{S_1})\, P(\overline{S_2})\, P(\overline{S_3}) = 1 - (1-P_1)(1-P_2)(1-P_3)$$
$$= 1 - 0{,}6 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 = 0{,}91,$$

где $P(\overline{S_1}) = 0{,}6$ вероятность промаха первым стрелком.

Пример 2. Известны вероятности событий $P(A) = 0{,}7$; $P(B) = 0{,}5$. Можно ли сказать, что:

а) A и B независимы?

б) A и B несовместимы?

Решение.

а) У нас нет информации о $P(AB)$, а значит, и о независимости.

б) A и B совместны. Будь A и B несовместны, мы бы имели

$$P(A+B) = P(A) + P(B) = 0{,}7 + 0{,}5 > 1$$ - противоречие.

§10. ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ

Пусть событие $\boldsymbol{B}$ в опыте может произойти с одним из $\boldsymbol{n}$ несовместных событий

$\boldsymbol{A_1, A_2, .., A_n}$, составляющих полную группу событий, то есть сумма $\boldsymbol{A_1 + A_2 + ... + A_n} = \Omega$ – достоверное событие и сумма вероятностей:

$$P(A_1) + P(A_2) + \ ... + P(A_n) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1.$$

Тогда, очевидно, согласно свойствам операций над событиями,

$$B = B \cdot \Omega = B\,(A_1 + A_2 + ... + A_n) = BA_1 + BA_2 + ... + BAn\,.$$

По теореме сложения вероятностей несовместных событий получаем:

$$P(B) = P(BA_1) + P(BA_2) + ... + P(BA_n) = \sum_{i=1}^{n} P(BA_i).$$

По теореме умножения:

$$P\,(B \cdot A_i) = P(A_i)\,P(B/A_i).$$

Тогда, $P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B/A_i)$ – это и есть формула полной вероятности для события $\boldsymbol{B}$, которое может произойти с одним из событий $\boldsymbol{A_i}$, называемых гипотезами.

Пример. Электрические лампочки производятся на двух заводах, причем первый из них поставляет 70%, а второй 30% всей потребляемой продукции. Из каждых 100 ламп первого завода в среднем 83 стандартных, а из 100 ламп второго - лишь 63 стандартных. Найти вероятность того, что взятая наугад из всей продукции двух заводов лампочка будет стандартной,

Решение. Обозначим буквой $\boldsymbol{B}$ событие – «наугад взятая лампа стандартна». Мы не знаем, на каком заводе она изготовлена, поэтому выдвинем две гипотезы:

$\boldsymbol{A_1}$ = {лампа изготовлена первым заводом},

$\boldsymbol{A_2}$ = {лампа изготовлена вторым заводом}.

Заметим, что по условиям задачи других вариантов нет, то есть $\boldsymbol{A_1}+\boldsymbol{A_2}$ - достоверное событие, $\boldsymbol{P(A_1)}=0{,}70;$ $\boldsymbol{P(A_2)}=0{,}30.$ $\boldsymbol{P(B|A_1)}=O{,}83$ - условная вероятность того, что лампа стандартна при условии, что она изготовлена первым заводом, т.е. доля стандартных ламп в продукции первого завода.

$P(B|A_2) = 0{,}63$ - доля стандартных ламп второго завода.

$P(A_1B) = P(A_1)P(B|A_1)$ = 0,7 · 0,83 = 0,58 - доля ламп на складе, изготовленных заводом 1 и притом стандартных.

$P(A_2B) = P(A_2)P(B|A_2)$ = 0,3 · 0,63 = 0,19 - вероятность того, что лампа на складе изготовлена 2 заводом и притом стандартна.

Тогда получим $P(B)$ = 0,58+0,19 = 0,77.

§11. ФОРМУЛА БАЙЕСА

Пусть выполняются все условия, при которых применяется формула полной вероятности:

$\sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1$, событие $\boldsymbol{B}$ появляется с одной из гипотез $\boldsymbol{A_i}$ $\boldsymbol{(i = 1, 2, \ldots, n)}$ и полная вероятность $\boldsymbol{P(B)}$ находиться по формуле $P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B/A_i)$.

Пусть теперь событие $\boldsymbol{B}$ произошло и требуется переоценить вероятности гипотез $\boldsymbol{A_i}$ по результатам проведенного опыта, то есть нужно найти условные вероятности $\boldsymbol{P(A_i/B)}$.

Для этого используется формула вероятности произведения событий:

$$P(B \cdot A_i) = P(B) \cdot P(A_i/B) = P(A_i) \cdot P(B/A_i).$$

Из равенства следует:

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i)P(B/A_i)}{P(B)}, \qquad (i = 1, 2, \ldots n).$$

Это и есть ***формула Байеса****, позволяющая определить вероятность гипотезы при условии, что событие* ***B*** *произошло.*

Пример. Предположим, что 96% изготовленных цехом деталей удовлетворяют стандарту. Изготовленные детали проходят контроль, допускающий ошибки. Он признает пригодной:

а) стандартную деталь с вероятностью 0,98;

б) нестандартную деталь с вероятностью 0,05.

Найти вероятность того, что:

а) деталь успешно прошла контроль и является стандартной (событие $\boldsymbol{A}$);

б) деталь успешно прошла контроль, значит, признана стандартной (событие $\boldsymbol{B}$);

в) деталь является стандартной при условии, что она успешно прошла контроль;

г) деталь является на деле стандартной при условии, что она забракована.

Решение. Все изготовленные детали перемешаны и «на глаз» не различимы.

Обозначим:

$\boldsymbol{A_1}$ = { На контроль попадает стандартная деталь}; $\boldsymbol{P(A_1)}$ = 0,96

$\boldsymbol{A_2}$ = $\overline{A_1}$ = {контролю подвергается нестандартная деталь}; $\boldsymbol{P(A_2)}$ = 0,04;

$\boldsymbol{B}$ = { попадание детали в ящик №1}; $\boldsymbol{P(B|A_1)}$ = О,98 - доля стандартных деталей, преодолевающих контроль, т.е. попадающих в ящик №1; $\boldsymbol{P(B|A_2)}$ = 0,05.

а) по формуле умножения вероятностей

$$P(A) = P(B \cdot A_1) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) = 0{,}96 \cdot 0{,}98 = 0{,}9408$$

- на тысячу изготовленных деталей в ящик №1 в среднем попадает 940,8 стандартных деталей;

б) по формуле полной вероятности

$$P(B)=P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) = 0{,}9408 + 0{,}04 \cdot 0{,}05 = 0{,}9428$$

- на тысячу изготовленных деталей в ящик №1 попадает в среднем 942,8 деталей (помимо стандартных, немного нестандартных);

в) по формуле Байеса $P(A_1|B)= \dfrac{P(A_1B)}{P(B)} = \dfrac{0{,}9408}{0{,}9428} = 0{,}998$

- доля стандартных деталей в ящике №1, т.е. в среднем из 1000 деталей в ящике №1 998 на деле стандартные;

г) $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 0{,}057$ - из 1000 изготовленных деталей в ящик №2 в среднем попадает 57.

Находим далее

$$P(A_1/\overline{B}) = \frac{P(A_1)P(\overline{B}/A_1)}{P(\overline{B})} = \frac{0{,}96 \cdot (1-0{,}98)}{0{,}057} = 0{,}337$$

– треть деталей в ящике №2 стандартные.

Обратим внимание:

$P(A_1)$, $P(B)$ - доля от всех произведенных деталей;

$P(A_1|B)$ - доля стандартных деталей не от всех изготовленных деталей, а от попавших в ящик №1;

$P(A_1|\overline{B})$ - доля стандартных деталей от всех деталей, попавших в ящик №2.

§12. СХЕМА БЕРНУЛЛИ

Пусть проводится серия n независимых испытаний, причем вероятность появления события $\boldsymbol{A}$ в каждом испытании постоянна и равна $\boldsymbol{p}$. Тогда вероятность того, что событие появится $\boldsymbol{k}$ раз в $\boldsymbol{n}$ испытаниях можно найти по формуле Бернулли:

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} ,$$

Задача. Монеты бросают 5 раз. Найти вероятность того, что герб появится:

а) два раза;

б) не больше четырех раз.

Решение. Вероятность выпадения герба при каждом броске монеты постоянна и равна 0,5.

а) n = 5, p = 0,5, k = 2..

по формуле Бернулли $P\,(2) = (4 \cdot 5/1 \cdot 2) \cdot (0{,}5)^2 \cdot (1 - 0{,}5)^3 = 5/16$.

б) «герб выпал не больше четырех раз» - событие, противоположное событию«герб выпал 5 раз».

Следовательно, $P(k \leq 4) = 1 - P\,(5) = 1- (0{,}5)^5 = 31/32$.

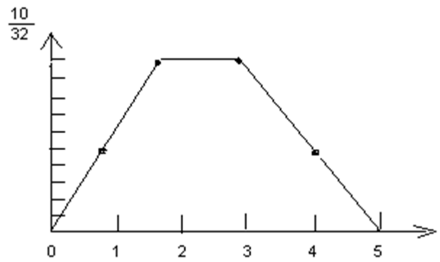
§13. НЕИВЕРОЯТНЕЙШЕЕ ЧИСЛО УСПЕХОВ

Правильная монета бросается 5 раз найти вероятности возможного числа появления гербов. Находим вероятности по формуле Бернулли. Поскольку $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{q} = \frac{1}{2}$, то

$$p^k \cdot q^{5-k} = \frac{(1)^5}{2} = \frac{1}{32}\ ; \qquad P_5(0) = \frac{1}{32}\ ;$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot \frac{1}{32} = \frac{5}{32} = P_5(4)\ ; \qquad P_5(2) = C_5^2\,\frac{1}{32} = \frac{10}{32} = P_5(3)\ \cdot$$

Построим многоугольник или полигон распределения вероятностей, откладывая по оси $\boldsymbol{x}$ значения $\boldsymbol{k}$, а по оси y $\boldsymbol{P_5(k)}$ и соединяя эти точки.



Мы видим, что вероятности сначала возрастают, достигая максимума для $\boldsymbol{k_0}$ = 2 и $\boldsymbol{k_0}$ = 3, а затем убывают. Число $\boldsymbol{k_0}$ наступления события $\boldsymbol{A}$ в $\boldsymbol{n}$ независимых испытаниях называется наивероятнейшим, если вероятность осуществления этого события $\boldsymbol{P_n(k_0)}$ по крайней мере не меньше вероятностей других событий $\boldsymbol{P_n(k)}$ при любом $\boldsymbol{k}$.

Для нахождения $\boldsymbol{P_n(k_0)}$ запишем систему неравенств

$$\begin{cases} P_n(k_0) \geq P_n(k_0+1) \\ P_n(k_0) \leq P_n(k_0-1) \end{cases}$$

Решая эти неравенства и объединяя решения, получим двойное неравенство

$$np - q \leq k_0 \leq np + p.$$

Так как разность

$$np + p - (np - q) = p + q = 1,$$

то всегда существует целое число $\boldsymbol{k_0}$, удовлетворяющее двойному неравенству. При этом, если $\boldsymbol{np+p}$ – целое число, то наивероятнейших чисел два:

$$\boldsymbol{k_0 = np + p} \quad \textbf{и} \quad k_0' = \boldsymbol{np - q}.$$

§14. ПРИБЛИЖЕННЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ СХЕМЫ БЕРНУЛЛИ

Решим формулами Бернулли такую задачу.

Задача. Завод выпускает в среднем 0,3% бракованных электролампочек. Найти вероятность того, что в партии из 1000 лампочек число бракованных будет:

а) равно три

в) не более трех.

здесь $n = 1000, \quad p = 0{,}003, \quad q = 0{,}997.$

а) $P_{1000}(3) = C^3_{1000} \; 0{,}003^3 \cdot 0{,}997^{997}$

в) $P_{1000}(0) + P_{1000}(1) + P_{1000}(2) + P_{1000}(3) = C^0_{1000}\, 0{,}003^0 \cdot 0{,}997^{1000} +$

$+ \; C^1_{1000}\, 0{,}003 \cdot 0{,}997^{999} + C^2_{1000} \cdot 0{,}003^2 \cdot 0{,}997^{998} + C^3_{1000} \cdot 0{,}003^0 \cdot 0{,}997^{997}.$

ясно, что непосредственное вычисление вероятностей технически сложно, поэтому желательно иметь более простые приближенные формулы. Такие формулы называются *асимптотическими.* Рассмотрим некоторые из них.

14.1 Формула Пуассона

Теорема. Если вероятность $\boldsymbol{p}$ наступления события $\boldsymbol{A}$ в каждом испытании стремится к нулю $\boldsymbol{(p \to 0)}$, причем произведение $\boldsymbol{np}$ стремится к постоянному числу $\boldsymbol{\lambda}$ при неограниченном увеличении числа $\boldsymbol{n}$ испытаний, то вероятность $\boldsymbol{P_n(k)}$ того, что события $\boldsymbol{A}$ появится ровно $\boldsymbol{k}$ раз в $\boldsymbol{n}$ независимых испытаниях удовлетворяет предельному равенству

$$\lim_{n \to \infty} P_n(k) = P_k(\lambda) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

Строго говоря, условия теоремы Пуассона противоречат предпосылке схемы Бернулли, т.к. в каждом испытании $\boldsymbol{p = const}$. Однако, если вероятность $\boldsymbol{p}$ мала (< 0,01), $\boldsymbol{n}$ велико ($\boldsymbol{n}$ > 100), а $\boldsymbol{\lambda = np}$ лежит в интервале (0,1; 10), то для $\boldsymbol{k \ll n/4}$ данная формула

$$P_n(k) \approx \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} = P_k(\lambda), \qquad \lambda = np$$

При небольших $\boldsymbol{k}$ дает хорошее приближение.

В некоторых приложениях приведены формулы для вероятностей ***$P_n(\lambda)$.***

Для приведенной выше задачи $\boldsymbol{\lambda} = 0{,}003 \cdot 1000 = 3$

$$P_3(3) = 0{,}2240; \quad P_3(0) = 0{,}0498; \quad P_3(1) = 0{,}1494; \quad P_3(2) = 0{,}2240.$$

Таким образом,

$$P_{1000}(3) \approx 0{,}2240; \quad P_{1000}(0 \le k \le 3) = 0{,}0498 + 0{,}1494 + 0{,}2240 \cdot 2 = 0{,}6472$$

14.2 Локальная теорема Муавра-Лапласа

Если вероятность $\boldsymbol{p}$ наступления события $\boldsymbol{A}$ в каждом испытании постоянна и отлична от 0 и 1, то вероятность $\boldsymbol{P_n(k)}$ того, что события $\boldsymbol{A}$ произойдет $\boldsymbol{k}$ раз в $\boldsymbol{n}$ независимых испытаниях при достаточно большом $\boldsymbol{n}$ приближенно равна

$$P_n(k) = \frac{f(x)}{\sqrt{npq}}, \qquad \text{где} \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} \quad \text{и} \quad x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$$

Погрешность тем меньше, чем больше $\boldsymbol{n}$, причем должно быть выполнено условие $\boldsymbol{npq \ge 20}$.

В приложениях даются таблицы значений функции $\boldsymbol{f(x)}$. При этом надо иметь ввиду, что $f(x) = f(-x)$ *и* $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 0$ (практически, уже при $x > 4$ $f(x) \approx 0$).

Если требуется найти вероятность события $k_1 \le k \le k_2$ **,** то удобнее пользоваться интегральной теоремой Муавра-Лапласа.

14.3 Интегральная теорема Муавра-Лапласа

При тех же условиях, что и в локальной теореме Муавра-Лапласа

$$P_n(k_1 \le k \le k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1),$$

где $$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dx, \quad x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, \quad x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} \quad \text{и} \quad npq \ge 20$$

Функция $\boldsymbol{\Phi(x)}$ называется функцией Лапласа. Она протабулирована в приложениях, причем надо иметь ввиду ее свойства:

1. $\Phi(-x) = -\Phi(x)$; $\Phi(x)$ – нечетная функция и $\Phi(0) = 0$
2. $\Phi(x)$ монотонно возрастает, $\lim\limits_{x \to +\infty} \Phi(x) = 0{,}5$; при этом при $x \ge 4$; $\Phi(x) \approx 0{,}5$

Следствие. При тех же самых условиях:

а) $P_n(|k-np|\le\varepsilon)\approx 2\Phi(\frac{\varepsilon}{\sqrt{npq}})$

б) $P_n(\alpha\le\frac{k}{n}\le\beta)=\Phi(z_2)-\Phi(z_1)$, где $z_2=\frac{\beta-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$, $z_1=\frac{x-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$

в) $P_n(\left|\frac{k}{n}-p\right|\angle\Delta)$ = $2\Phi(\frac{\Delta\sqrt{n}}{\sqrt{pq}})$.

Пример. В среднем 20% пакетов акций на аукционе продаются по первоначально заявленной цене. Найти вероятность того, что из 200 пакетов акций в результате торгов по первоначально заявленной цене:

А) будет продано наивероятнейшее число пакетов ;
В) будет продано менее половины пакетов;
С) доля проданных пакетов будет меньше 25%;
D) доля проданных пакетов будет отличаться от вероятности по абсолютной величине не больше чем на 0,01;

Для данной задачи $\boldsymbol{n}$ = 200, $\boldsymbol{p}$ = 0,2 $\boldsymbol{q}$= 0,8 $\boldsymbol{npq}$ = 0,2 · 0,8 · 200 = 32 > 20

Значит, применимы формулы Муавра-Лапласа.

Найдем наивероятнейшее число проданных пакетов:

$$39{,}2 = 200\cdot 0{,}2 - 0{,}8 \le k_0 \le 200\cdot 0{,}2 + 0{,}2 = 40{,}2$$
$$k_0 = 40$$

$P(A) = P_{200}(40) = \frac{f(\frac{40-40}{\sqrt{32}})}{\sqrt{32}} = \frac{0{,}3989}{5{,}66} = 0{,}07$ $\qquad$ $\boldsymbol{x} = \frac{40-40}{\sqrt{32}}=0$

$P(B) = P(0\le k\le 100) = \Phi(\frac{100-40}{\sqrt{32}})-\Phi(\frac{0-40}{\sqrt{32}}) = \Phi(10{,}6) - \Phi(-7{,}07) = 0{,}5 - (-0{,}5)$ = 1

т.е. практически менее половины пакетов будет продано по первоначально заявленной цене

С) ` $\alpha = 0\le\frac{k}{200}\le 0{,}25=\beta$, $\qquad Z_1=\frac{(0-0{,}2)\sqrt{200}}{\sqrt{0{,}16}}$, $\qquad Z_2=\frac{(0{,}25-0{,}2)\sqrt{200}}{\sqrt{0{,}16}} = 1{,}77$

$Z_1 = -7{,}07$

$P(C) = \Phi(1{,}77) - \Phi(-7{,}07) = 0{,}4617 - (-0{,}5) = 0{,}9617$

Это означает, что в 96,17 % случаев доля проданных по первоначальной цене пакетов будет меньше 25 %

D) $P(D) = P\left(\left|\frac{k}{200} - 0{,}2\right| < 0{,}01\right) = 2\Phi\left(\frac{0{,}01 \cdot \sqrt{200}}{\sqrt{0{,}16}}\right) = 2\Phi(0{,}35) = 0{,}2737$

ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Вариант №1.

Задача 1. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и набирает ее наудачу. Найти вероятность того, что ему придется сделать не более, чем две неудачные попытки (то есть, он наберет правильный номер или с первой попытки, или со второй, или с третьей).

Задача 2. Студент знает 45 из 60 экзаменационных вопросов. Билет содержит три вопроса. Найти вероятность того, что студент знает:
а) все три вопроса;
б) только один вопрос в экзаменационном билете.

Задача 3. Имеется 5 партий ламп; три партии по 8 штук в каждой из которых 6 стандартных и 2 нестандартных**,** и две партии по 10 штук, в каждой из которых 7 стандартных и 3 нестандартных. Из наугад взятой партии случайным образом выбрали одну деталь. Какова вероятность того, что она стандартная?

Задача 4. Имеем 2 команды первокурсников и 1 команду второкурсников. В каждой команде первокурсников 5 юношей и 3 девушки, в команде второкурсников - 6 юношей и 4 девушки. Выбрали одну из команд, а из нее одного участника:
а) какова вероятность того, что выбран юноша?
б) выбрали юношу, какова вероятность того, что он с первого курса?

Задача 5. Стрелок произвел 3 выстрела. Вероятность попадания в цель при одном выстреле 0,7. Найти вероятность поражения цели хотя бы одним выстрелом.

Задача 6. Прибывшие на станцию вагоны в количестве n штук, трижды проходят осмотр: в парке приема, перед погрузкой и в парке отправления. Каждый вагон с вероятность p_1

имеет дефект. Дефект обнаруживает бригада рабочих с вероятностью p_2. Найти вероятность того, что после трех осмотров отправляемый поезд будет иметь хотя бы один вагон с дефектом.

Задача 7. Имеем две коробки с шарами: в первой 6 красных и 4 черных, во второй 5 красных и 5 черных. Из первой коробки вынимают 3 шара, из второй 2. Вычислить вероятность того, что вынутые шары имеют одинаковый цвет.

Задача 8. Среди покупателей-мужчин 80% предпочитают покупать квас, а среди женщин квас покупают 50%. На основе многомесячных наблюдений установлено, что доля покупателей-женщин в данном магазине составляет 60%. Оценить вероятность того, что случайный покупатель купит квас.

Задача 9.
При обследовании уставных фондов банка установлено, что пятая часть банков имеет уставной фонд свыше 100 млн. рублей . Найти вероятность того, что среди 1 800 банков уставной фонд свыше 100 млн. рублей имеют не менее 300 банков

Вариант №2.

Задача 1. Из корзины, в которой лежат 10 белых и 8 черных шаров, вынимают все шары. Найти вероятность того, что второй шар будет белый.

Задача 2. Семь из десяти посетителей кафе заказывают к кофе фирменное пирожное **.**
Два пришедших посетителя заказывают кофе. Какова вероятность того, что они закажут:
а) два пирожных;
б) одно пирожное;
в) ни одного пирожного?

Задача 3. Если игрок выигрывает две партии подряд, то игра окончена. Вероятность выигрыша партии равна 0,6. Найти вероятность того, что игра окончена ранее четвертой?

Задача 4. Среди продукции завода брак составляет 2%. Найти вероятность того, что среди, 15 отобранных деталей не более 5 бракованных.

Задача 5. Брокер может приобрести акции одной из трех компаний A, B, C. Риск прогореть при покупке акций компании А составляет 50%, при покупке акций В – 40%, акций С – 20%. Брокер решает вложить все свои деньги в акции одной случайно выбранной компании. Какова вероятность того, что брокер прогорит?

Задача 6. С составом на сортировочной станции выполняют операции по прибытию, расформированию, формированию, отправлению. Вероятность завышения технологического времени при выполнении операций по прибытию $\mathbf{p_1}$=0,2**;** по расформированию $\mathbf{p_2}$=0,1; по формированию $\mathbf{p_3}$=0,2, по отправлению $\mathbf{p_4}$=0,1. Найти вероятность того, что будет завышено время при выполнении хотя бы одной операции.

Задача 7. Имеем две коробки с шарами. В первой находится 4 красных и 6 черных шаров, во второй - 5 красных и 5 черных. Из первой коробки вынимают 2 шара, из второй 3 шара. Вычислить вероятность того, что вынутые шары имеют одинаковый цвет.

Задача 8. Среди 10 000 лотерейных билетов 10% являются выигрышными. Определить:
А) вероятность выигрыша при покупке 5 билетов;
Б) количество билетов, которое необходимо приобрести, чтобы выиграть с вероятностью не менее 0,9:
В) что вероятнее: выиграть или не выиграть при покупке 7 билетов?

Задача 9. Совет директоров компании состоит из 12 человек. Трое из них лоббируют проект **А**, пятеро – проект **В**, остальные склонны инвестировать в проект **С**. Решение об инвестировании будет принимать большинством голосов комиссия, состоящая из 5 выбранных жребием директоров. Какова вероятность принятия решения в пользу проекта **В**?.

Вариант №3.

Задача 1. Из корзины в которой лежит **а** белых и **в** черных шаров, вынимают все шары. Найти вероятность того, что второй шар будет белый.

Задача 2. Сигнализатор аварии содержит три независимо работающих устройства. Вероятность того, что сработает первое устройство -0,9; второе -0,95; третье -0,85. Найти вероятность того, что при аварии сработает:
а) только одно устройство;
б) только два;
в) все три.

Задача 3. Если игрок выигрывает две партии подряд, то игра окончена. Вероятность выигрыша партии равна 0,5. Найти вероятность того, что игра окончена ранее шестой партии.

Задача 4. Среди продукции завода брак составляет 2%. Найти вероятность того, что среди 15 отобранных деталей не более 5 бракованных.

Задача 5. В школе 60% учащихся – девочки. 80% девочек и 70% мальчиков взяли билеты в театр. Принесли кем-то потерянный билет? Какова вероятность того, что билет потерял мальчик?

Задача 6. С составом на сортировочной станции выполняют операции по прибытию, расформированию, формированию, отправлению. Вероятность завышения технологического времени при выполнении операций по прибытию $p_1 = 0,2$; по расформированию $p_2 = 0,1$; по формированию $p_3 = 0,2$; по оправлению $p_4 = 0,1$. Найти вероятность того, что будет завышено время по выполнению хотя бы одной операции.

Задача 7. Имеем две коробки с шарами. В первой находится 4 красных и 6 черных шаров, во второй – 5 красных и 5 черных. Из первой коробки вынимают 3 шара, из второй 2 шара. Вычислить вероятность того, что вынутые шары имеют одинаковый цвет.

Задача 8
Если в среднем 90% семян всхожи, то сколько надо посеять семян, чтобы с вероятностью 0,99 можно было ожидать, что доля взошедших семян отклонится от вероятности не более, чем на 0,03 (по абсолютной величине)?

Задача 9
Страховая компания разделяет застрахованные по классам риска: I класс- малый риск, II класс – средний, III класс –большой риск. Среди этих клиентов 50% I класса, 30% II класса и 20% III класса.
Вероятности необходимости выплачивать страховое вознаграждение соответственно равны 0,01; 0,03; 0,08. Какова вероятность того, что получивший денежное вознаграждение клиент относится к группе большого риска?

Вариант №4.

Задача 1. В корзине лежат 5 белых и 10 черных шаров. Вынимают сразу два шара. Найти вероятность того, что оба белые.

Задача 2. Студент знает 20 билетов из 25. Какова вероятность того, что из трех билетов, взятых наудачу, студент знает ответ не менее чем на два билета?

Задача 3. В мастерской имеется 4 мотора. Вероятность того, что в данный момент мотор работает - 0,8. Найти вероятность того, что
а) работают более двух моторов;
б) хотя бы один работает.

Задача 4. В первой коробке находится 3 красных и 1 белый шар, во второй - 1 красный и 3 белых. Бросаем монету. Если она падает гербом, то вынимаем один шар из первой корзины, если решкой, то из второй,
а) Какова вероятность того, что вынутый шар красный?
б) Вынули красный шар. Какова вероятность того, что он был вынут из первой коробки?

Задача 5. Восемь из десяти посетителей кафе заказывают к кофе эклер. Трое посетителей заказывают кофе. Какова вероятность того, что они закажут:
а) два эклера;
б) один эклер;
в) вообще не закажут пирожных?

Задача 6. Совет директоров компании состоит из 10 человек. Трое из них лоббируют проект А, трое предпочитают поддерживать проект В, остальные – проект С. Решение об инвестировании в проект будет принимать большинством голосов комиссия, состоящая из пяти выбранных жребием директоров. Какова вероятность принятия решения в пользу проекта С?

Задача 7. Имеем две коробки с шарами. В первой коробке находится 4 красных и 6 черных шаров, во второй коробке - 7 красных и 3 черных шара. Из первой коробки вынимают 2 тара, из второй - 3. Вычислить вероятность того, что вынутые шары имеют одинаковый цвет.

Задача 8. Среди 100 000 лотерейных билетов 10% билетов являются выигрышными. Определить:
а) вероятность выигрыша при покупке 8 билетов;
б) Количество билетов, которое необходимо приобрести, чтобы выиграть с вероятностью не менее 95%.

Задача 9. Исследуется динамика курсов валют **А** и **В** по отношению к валюте **С**. Статистика торгов на валютной бирже свидетельствует, что при возрастании курса валюты **В** курс валюты **А** растет в 80% случаев, а при снижении курса валюты **В** курс валюты **А** растет в 25% случаев, при неизменном курсе валюты **В** курс валюты **А** растет в 50% случаев. Предполагая, что варианты поведения валюты **В** имеют одинаковую вероятность, определить вероятности соответствующих изменений курса валюты **А**.

Вариант №5.

Задача 1. Игральный кубик бросают два раза. Найти вероятность
того, что при втором бросании выпадает то же число, что и при первом.

Задача 2. Два брата близнеца входят в состав разных спортивных команд. В каждой команде 12 человек. Во время жеребьевки каждый участник команды вынимает билет с номером. Билеты нумеруются от 1 до 12. Найти вероятность того, что оба брата вынут билеты с цифрой 2.

Задача 3. В ящике лежит 100 гвоздей, среди которых 10 дефектных. Мастер берет из ящика 10 штук. Вычислить вероятность того, что среди вынутых гвоздей
а) нет дефектных,
б) хотя бы один дефектный.

Задача 4. Среди изделий, изготовляемых станком, 4% брака. Какова вероятность того, что среди пяти изделий будет одно бракованное?

Задача 5. Завод №1 производит 40 % поступающей к нам продукции, а завод №2 60%. С первого завода поступает 0,9% брака, а со второго - на 400 изделий бывает 2 бракованных. Выбранное изделие оказалось бракованным. Какова вероятность того, что оно поступило с завода №2?

Задача 6. Железная дорога обслуживает цементный завод, торговую базу и ТЭЦ. Вероятность подачи вагонов на завод 0,6;на базу 0,2. Найти вероятность того, что вагоны нужно подать на ТЭЦ.

Задача 7. Имеем две коробки **с** шарами. В первой лежат 7 черных и 1 красный**,** во второй - 2 красных и 8 черных. Из первой коробки вынимают 4 шара и из второй 4 шара. Какова вероятность того, что вынутые шары имеют одинаковый цвет?

Задача 8
В вузе обучаются 3 650 студентов. Вероятность того, что день рождения студента приходится на определенный день года равна 1/365. Найти наиболее вероятное число студентов, родившихся 31 декабря и вероятность такого события.

Задача 9

Вероятность того, что дилер, торгующий ценными бумагами, продаст их, равна 0,7. Оценить вероятность того, что доля проданных отклонится от 0,7 по абсолютной величине не более, чем на 0,02, если всего он собирается продать 100 ценных бумаг.

Вариант №6.

Задача 1. В коробке **n** шаров с номерами от 1 до **n**. Вынимают один шар, записывают номер и возвращают шар в коробку. Найти вероятность того, что будет записана последовательность номеров 1,2,3,...,**n**.

Задача 2. Чему равна вероятность того, что дни рождения трех человек попадут на январь, август и сентябрь? Вероятность попадания дня рождения на данный месяц считается равной для любого месяца года.

Задача 3. В коробке 20 карандашей, а именно 5 красных и 15 черных. Наудачу выбирают 6 карандашей. Какова вероятность того, что 5 из них черные?

Задача 4. В команде из 20 человек четверо стреляют отлично, т.е. вероятность попадания при одном выстреле 0,9; 10 человек стреляют хорошо и вероятность попадания у них 0,8; остальные стреляют хуже и у них вероятность поражения цели при одном выстреле 0,5. Найти вероятность того, что
а) наудачу выбранный стрелок попадет в цель;
б) двое выбранных наудачу стрелков попадут в цель.

Задача 5. Высшее образование имеют 80% сотрудников офиса. Какова вероятность того, что из 6 произвольно отобранных сотрудников более четырех имеют высшее образование.

Задача 6. На станции формируют 90 поездов. Из них 9 -тяжеловозные. Какова вероятность того, что из пяти отправленных поездов три будут тяжеловозные.

Задача 7. Имеем две коробки с шарами. В первой коробке находится один красный и семь черных шаров, во второй - 8 красных и 2 черных. Из первой коробки вынимают три шара, из второй - 2 шара. Вычислить вероятность того, что вынутые шары имеют одинаковый цвет.

Задача 8
В банк отправлено 4 000 пакетов денежных знаков. Вероятность того, что пакет содержит недостаточное или избыточное число денежных знаков равна 0,0001. Найти вероятность того, что при проверки будет обнаружено 4 ошибочно укомплектованных пакетов.

Задача 9
Вероятность того, что дилер, торгующий ценными бумагами, продаст их равна 0,8. Сколько должно быть ценных бумаг, чтобы можно было утверждать в 95% случаев, что

доля проданных среди них отклонится от 0,8 по абсолютной величине не более, чем на 0,01?

Вариант №7.

Задача 1. На карточках написаны цифры 0,1,2,3,4,5,6,7,8. Наудачу вынимают две карточки, получают число (например 03 или 14). Найти вероятность того, что получим четное двузначное число.

Задача 2. Среднее число дождливых дней в мае - девять. Чему равна вероятность, того, что первого и второго мая будет идти дождь?

Задача 3. Какое из двух событий более вероятно: **А** - при бросании четырех игральных костей выпадает хотя бы одна единица или **В** - при 24 бросаниях двух костей появится хотя бы один раз две единицы?

Задача 4. В каждой из трех коробок лежит по 6 черных и 4 белых шара. Из первой во вторую перекладывают один шар, затем из второй из второй в третью тоже один шар. Из третьей коробки берут один шар. Какова вероятность того, что извлечен белый шар?

Задача 5. Среди 30 лотерейных билетов находится 12 выигрышных. Купили 5 билетов. Какова вероятность того, что среди них три выигрышных?

Задача 6. На определенном пути сортировочной станции накапливают составы назначением на Москву. Отцеп на этот путь следует с вероятностью p=0,2. Определить вероятность того, что из семи отцепов четыре будут назначением на Москву?

Задача 7. Имеем две коробки с шарами. В первой лежит 7 красных и один черный шар, во второй - два красных и восемь черных. Из первой коробки вынимают- четыре шара и из второй четыре. Вычислить вероятность того, что вынутые шары имеют одинаковый цвет.

Задача 8
Вероятность, что пассажир опоздает к отправлению поезда, равна 0,01. Найти наиболее вероятное число опоздавших из 300 пассажиров и вероятность такого числа опоздавших

Задача 9
У страховой компании имеются 10 000 клиентов . Каждый из них, страхуясь от несчастного случая вносит 500 рублей. Вероятность несчастного случая равна 0,0055, а страховая сумма составляет 50 000 руб. Какова вероятность того, что страховая компания потерпит убытки.

Вариант №8.

Задача 1. Имеем две корзины с шарами. В первой **а** белых и **в** черных, во второй **с** белых и **d** черных. Из каждой корзины достают по шару. Найти вероятность того, что оба шара белые.

Задача 2. Стреляем по удаляющейся цели. Всего три патрона. Вероятность поражения цели первым выстрелом 0,8, после каждого выстрела она уменьшается на 0,1. Найти вероятность того, что:
а) промахнемся три раза;
б) попадем два раза.

Задача 3. В ящике лежат 3 белых и 7 черных шаров. Какова вероятность того, что вынутые наугад два шара окажутся черными?

Задача 4. Вероятность работы автобуса без ремонта 0,8. Какова вероятность того, что автобус не потребует ремонта в течении 5 дней.

Задача 5. Детали поступают с четырех станков: с первого 40%, со второго 30%, с третьего - 20%, с четвертого 10%. Первый станок дает 2% брака, второй 1%, третий - 0,5%, а четвертый 0,2% брака. Найти вероятность того, что поступившая на сборку деталь не бракованная.

Задача 6. Со станции **P** поезда отправляются по трем направлениям **PA**, **PB** и **PC** с вероятностями $\mathbf{p_1}$=0,2; $\mathbf{p_2}$=0,5 и $\mathbf{p_3}$=0,3. Определить вероятность того, что среди первых пяти поездов три идут на **PB**.

Задача 7. Имеем две коробки с шарами. В первой находится 7 красных и 1 черный шар, во второй - 8 красных и 2 черных шара. Из первой коробки достали 3 шара, из второй - 2. Какова вероятность того, что вынуты шары одного цвета.

Задача 8
Пакеты акций, имеющих на рынке ценных бумаг, могут дать доход владельцу с вероятностью 0,5. Бизнесмен приобрел 100 пакетов. Какова вероятность того, что более половины из них принесут ему доход?

Задача 9
Учебник издан тиражом 10 000 экземпляров. Вероятность, того что экземпляр учебника сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Найти вероятность того, что по крайне мере 9 998 книг сброшюрованы правильно.

Вариант №9.

Задача 1. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков 4.

Задача 2. Двое стреляют по очереди. Каждый имеет по два патрона. Вероятность попадания первого стрелка 0,9, а второго 0,7. В мишени одно попадание. Вычислить вероятность того, что попал первый стрелок.

Задача 3. Пусть первый стрелок поражает мишень с вероятностью 0,6, а второй - 0,7. Каждый выстрелил один раз. Найти вероятность того, что
а) хотя бы один из стрелков попадает в мишень
б) ни один из стрелков не попадает в мишень
в) хотя бы один из стрелков не попадет в мишень.

Задача 4. Сколько раз нужно бросить пару игральных костей, что бы с вероятностью не меньшей 0,5, можно было утверждать, что хотя бы один раз появится 12 очков.

Задача 5. Завод поставляет продукцию, среди которой 4% брака. На контроле с вероятностью 0,05% нестандартная деталь признается годной. Определить вероятность того, что изделие прошло контроль и признано стандартным.

Задача 6. В потоке вагонов, идущем на сортировочную горку, 20% вагонов шестиосные, а 80% - четырехосные. Определить вероятность того, что в отцепе из четырех вагонов будет три шестиосных и один четырехосный.

Задача 7. Имеем две коробки с шарами. В первой находится 3 красных и 5 черных шаров, во второй - 1 красный и 6 черных. Из первой коробки вынимают 4 шара, из второй - 2. Найти вероятность того, что вынуты шары имеют одинаковый цвет.

Задача 8
Вероятность того, что деталь стандарта равна 0,9. Найти с вероятностью 0,95 границы, в которых заключена доля стандартных среди проверенных 900 деталей.

Задача 9
У страховой компании имеются 10 000 клиентов. Каждый из них, страхуясь, вносит 500 руб. Вероятность несчастного случая 0,0055, а выплачиваемая страховая сумма равна 50 000 рублей. Какова вероятность того, что на выплату страховых сумм уйдет более половины всех средств, поступивших от клиентов?

Вариант №10.

Задача 1. Игральная кость бросается дважды и записывается двузначное количество очков **ав**, где **а** - число очков, выпавших в первый раз. Найти вероятности событий
а) 2а=в,
б) $а^2$=в,
в) а+в=5.

Задача 2. В лифт вошли трое. Каждый может выйти на любом этаже, начиная со второго до седьмого, с одинаковой вероятностью. Найти вероятность следующих событий:
а) все выйдут одновременно
б) все выйдут на третьем этаже.

Задача 3. Из 10 лотерейных билетов 3 с выигрышем. Каждый может взять один билет. Какое из событий более вероятно: вынут выигрышный билет вторым в очереди или третьим?

Задача 4. В студенческой группе 5% человек левши, но среди тех, кто левша 6% близоруки, Среди правшей 2% близоруких. Какова вероятность того, что студент близорук.

Задача 5. Какова вероятность вынуть из колоды карт в 52 листа 6 карт и получить все тузы?

Задача 6. В потоке вагонов, идущем на сортировочную горку 30% шестиосные и 70% четырехосные. Определить вероятность того, что в отцепе из четырех вагонов все четырехосные.

Задача 7. Имеем две коробки с шарами. В первой находится 3 красных и 5 черных шаров, во второй - 6 красных и 1 черный. Из первой коробки взяли 4 шара, а из второй - 2, Вычислить вероятность того, что все вынутые шары одного цвета.

Задача 8. Предприятие выпускает изделия, 90% которых стандартны. Контроль качества подтверждает стандартность изделия с вероятностью 0,96 и нестандартность с вероятностью 0,06. Требуется определить вероятность того, что взятое наугад изделие пройдет контроль качества.

Задача 9. В кредитном банке 1000 клиентов. Каждому из клиентов выдается кредит 500 тысяч рублей под 10% годовых на 3 года. Вероятность невозврата каждым из клиентов в среднем составляет 0,01. Какая прибыль гарантирована банку с вероятностью 0,8.

Вариант №11.

Задача 1. Из колоды карт в 52 листа вынимают шесть карт. Вычислить вероятность того, что вынуты все шестерки и две дамы.

Задача 2. Некоторый прибор состоит из трех компонентов: конденсаторов, сопротивлений и ламп. Процент некачественных конденсаторов в партии товара - 2%, некачественных сопротивлений - 0,05% и некачественных ламп 0,001%. Какова вероятность, что: прибор состоит из некачественных деталей, если использовали три конденсатора, два сопротивления и лампу? Какова вероятность, что прибор содержит брак?

Задача 3. Вероятность повышения напряжения в сети – $\mathbf{p_1}$. Вероятность аварии из-за повышения напряжения $\mathbf{p_2}$. Какова вероятность аварии вследствие повышения напряжения?

Задача 4. В городскую больницу поступают больные с травмами, кардиологические больные и с инфекционными заболеваниями. Процентное соотношение между группами больных следующее 50%, 30% и 20% соответственно. Вероятность полного излечения после травмы 0,7, для кардиологии 0,2, для инфекционного - 0,9. Больной выписан здоровым. Какова вероятность того, что он выписан из отделения кардиологии.

Задача 5. Произвели 5 испытаний, в каждом из которых вероятность наблюдать событие **A** **p**=0,2. Найти вероятность того, что событие **A** появится хотя бы 3 раза.

Задача 6. В потоке вагонов на сортировочную горку идет 40% шестиосных и 60% четырехосных вагонов. Определить вероятность того, что в отцепе из пяти вагонов будет два вагона четырехосных и три шестиосных.

Задача 7. Имеем, две коробки с шарами. В первой находится пять красных и три черных шара, во второй - один красный и. шесть черных. Из первой коробки вынимают два шара, а из второй - четыре. Вычислить вероятность того, что вынутые шары имеют одинаковый цвет.

Задача 8. В автохозяйстве имеется две автоцистерны. Вероятности исправности этих машин соответственно равны 0,9 и 0,8. Определите вероятность того, что поступивший накануне заказ исполнен второй автоцистерной.

Задача 9. В страховой компании 10 тысяч клиентов, застраховавших свою недвижимость. Страховой взнос составляет 2000 рублей, вероятность несчастного случая 0,005. Страховая выплата клиенту при несчастном случае 200 тысяч рублей. Определите размер прибыли страховой компании с вероятностью 0,9.

Вариант №12.

Задача 1. Наудачу выбрали кость домино из полного набора костей. Какова вероятность того, что на кости сумма очков равна 5?

Задача 2. Вероятность того, что изделие стандартное 0,85. Найти вероятность того, что из трех изделий только два стандартные.

Задача 3. Вероятность того, что при четырех испытаниях событие **А** произойдет хотя бы один раз равна 0,5. Определить вероятность появления события при одном опыте.

Задача 4. Два стрелка сделали по одному выстрелу. Известно, что вероятность попадания в мишень для одного стрелка 0,6. для другого 0,7. Найти вероятность того, что
а) хотя бы один попадет в мишень;
б) только один не попадет в мишень;
в) оба попали в мишень.

Задача 5. Из первой корзины, где лежали 9 черных и 1 белый шар, забрали один шар. Из второй корзины, где лежали 5 белых и 1 черный шар, тоже забрали один шар. Оставшиеся шары ссыпали в пустую коробку, из которой достают два шара. Какова вероятность того, что оба шара белые.

Задача 6. С горки расформировывают состав, состоящий из 18 отцепов**:** 4 отцепа по 2 вагона, *5* отцепов по 4 вагона, 6 отцепов по 5 вагонов, 2 отцепа по 3 вагона и 1 отцеп из 6 вагонов. Вычислить вероятность того, что отцеп имеет длину не менее 5 вагонов.

Задача 7. Имеем две коробки с шарами. В первой находится 5 красных и 3 черных шара, во второй - 6 красных и один черный. Из первой коробки вынимают два шара, а из второй - четыре. Определить вероятность того, что вынутые шары имеют одинаковый цвет.

Задача 8. Вероятность выпуска стандартной детали равна 0,8. Найти вероятность того, что среди 100 деталей будет ровно 75 стандартных.

Задача 9. Предприниматель решил вложить свои средства в два контракта, каждый из которых принесет ему прибыль в размере 100%. Вероятность того, что любой из контрактов не «лопнет», равна 0,8. Какова вероятность того, что по истечении сроков контрактов предприниматель по меньшей мере ничего не потеряет?

Вариант №13.

Задача 1. На карточках написаны числа от 1 до 21. Наудачу выбирают карточку. Какова вероятность того, что число на карточке содержит

а) не менее двух единиц;
б) хотя бы одну двойку ;
в) один ноль?

Задача 2. В коробке 5 белых и 10 черных шаров. Какова вероятность того, что второй вынутый из коробки шар - черный?

Задача 3. Первый станок производит качественное изделие с вероятностью 0,95. Со второго станка получают 2% брака. На первом станке изготовили две детали, а на втором - три. Какова вероятность того, что все детали качественные?

Задача 4. Вероятность поражения мишени для первого стрелка - **р**, а для второго 0,8. Вероятность одного попадания в мишень при стрельбе двух стрелков (но одному выстрелу) равна 0,32. Определить **р**.

Задача 5. Четыре раза бросают игральный кубик. Какова вероятность того, что три раза выпадала шестерка?

Задача 6. На сортировочную станцию прибывают полувагоны, платформы и крытые вагоны с вероятностями прибытия $\mathbf{p_1}$=0,35; $\mathbf{p_2}$=0,4; $\mathbf{p_3}$=О,25 соответственно. При осмотре их в парке приема установлено, что вероятность неисправности полувагона 0,015, крытого вагона - 0,02, платформы 0,01. Найти вероятность того, что обнаруженный неисправный вагон является полувагоном.

Задача 7. Имеем две коробки с шарами. В первой находится один красный и 7 черных шаров, во второй 2 и 6 соответственно. Из первой коробки достали три шара, а из второй - два. Вычислить вероятность того, что вынутые шары имеют одинаковый цвет.

Задача 8. Вероятность появления события **А** равна 0,7 в каждом из 2000 независимых испытаний. Найти вероятность появления этого события не менее 1370 и не более 1400 раз.

Задача 9. В отделении банка клиенты обслуживаются двумя операционистами. В среднем из каждых 100 клиентов операционист №1 обслуживает 60 человек, а операционист №2 – 40 человек. Вероятность того, что первый операционист не воспользуется помощью заведующего отделением равна 0,9, а второй – 0,75. Найти вероятность полного обслуживания клиента первым операционистом.

Вариант №14.

Задача 1. В коробке **а** белых и **в** черных шаров. Какова вероятность того, что наудачу извлеченный второй шар будет белым?

Задача 2. Из набора костей для домино извлекают две кости. Какова вероятность того, что одну кость можно приложить ко второй?

Задача 3. У мастера есть 5 конусных и 7 эллиптических валиков. Взяли два валика. Какова вероятность того, что первый эллиптический, а второй конусный?

Задача 4. Из двух близнецов первым родился мальчик. Какова вероятность, что вторым родится тоже мальчик, если среди близнецов вероятность рождения двух мальчиков $\mathbf{p_1}$, а двух девочек $\mathbf{p_2}$, а для разнополых близнецов вероятность родится первым для обоих полов одинаковая.

Задача 5. При единичном выстреле из обычной винтовки вероятность поражения цели 0,7, если винтовка имеет оптический прицел, то вероятность попадания увеличивается до 0,95. Что вероятнее: поразить цель с двух выстрелов из винтовки с оптическим прицелом или с трех из обычной?

Задача 6. На станции имеется два пункта местной работы. Ежесуточно к первому пункту поступает 3 подачи по 20 вагонов, ко второму - 5 подач по 16 вагонов. В каждой подаче к первому пункту 4 вагона погружены с перегрузкой, а 16 по норме, ко второму 2 вагона с перегрузкой, остальные по норме. Определить вероятность того, что выбранный наудачу вагон будет перегружен.

Задача 7. Имеем две коробки с шарами. В первой находится I красный и 7 черных шаров, во второй 2 красных и 6 черных. Из первой коробки выбираем три шара, из второй два. Какова вероятность того, что выбранные шары одного цвета.

Задача 8. Вероятность выпуска бракованного изделия равна 0,3. Найти вероятность того, что 100 изготовленных изделий будет содержать ровно 60 изделий без брака.

Задача 9. Инвестор решил вложить поровну средства в три предприятия при условии возврата ему через определенный срок 150% от вложенной суммы каждым предприятием. Вероятность банкротства каждого из предприятий 0,2. Найти вероятность того, что по истечении срока кредитования инвестор получит обратно по крайней мере вложенную сумму.

Вариант №15.

Задача 1. В урне **а** белых и **в** черных шаров. Из нее вынимают по одному шары. Какова вероятность, что второй шар будет белым, если первый тоже белый.

Задача 2. Вероятность выигрыша по лотерейному билету 0,07. Какова вероятность, что купив 5 билетов, выиграем: а) по всем билетам б) ни по одному в) хотя бы но одному.

Задача 3. В ящике находится 10 деталей, среди которых 7 окрашенных. Наудачу достали четыре штуки. Найти вероятность того, что все взятые детали окрашены.

Задача 4. Из 18 стрелков команды 5 человек попадают в цель с вероятностью 0,8; семь - с вероятностью 0,7; четверо - с вероятностью 0,6; двое - 0,5. Наудачу выбранный стрелок не попал в мишень. К какой группе вероятнее всего принадлежит он?

Задача 5. Вероятность того, что при измерении будет допущена ошибка превышающая точность равна 0,2. Произвели измерения три раза. Найти вероятность того, что не более чем в одном измерении допущенная ошибка превысит заданную точность.

Задача 6. Станционный диспетчер имеет радиосвязь с тремя маневровыми локомотивами. Вероятность потери связи с каждым локомотивом **р**=0,1. Определить вероятность того, что хотя бы с одним из локомотивов в данный момент не будет нарушена радиосвязь.

Задача 7. Имеем две коробки с шарами. В первой коробке находится 1 красный и 7 черных шаров, во второй - 2 красных и 6 черных. Из первой коробки вынули 3 шара, а из второй 2. Какова вероятность того, что вынутые шары одного цвета.

Задача 8. Вероятность появления события **А** равна 0,75 в каждом из 2000 испытаний. Найти вероятность того, что событие **А** появится не более 1500 раз.

Задача 9. Предприятие обеспечивает регулярный выпуск продукции при поставке комплектующих от двух смежников. Вероятность отказа в поставке продукции от первого из смежников равна 0,05, от второго 0,08. Найти вероятность сбоя в работе предприятия.

Вариант №16.

Задача 1. Произвольно названо любое натуральное число не превосходящее 100. Какова вероятность того, что оно при делении на 8 дает в остатке 2?

Задача 2. Сколько раз надо бросить игральную кость, чтобы с вероятностью не меньшей 0,5 хотя бы один раз выпало 6 очков?

Задача 3. Детали проходят трехэтапную обработку. Вероятность получения брака после первого этапа 0,02, после второго - 0,03, после третьего 0,02. Какова вероятность получения детали без брака?

Задача 4. Четыре стрелка стреляют по мишени, делая по одному выстрелу. Вероятность попадания для них 0,4; 0,6; 0,7 и 0,8. После стрельбы в мишени обнаружено три попадания. Какова вероятность того, что промахнулся четвертый стрелок?

Задача 5. 32 буквы русского алфавита написаны на карточках. Вынимают пять карточек. Найти вероятность того, что прикладывая одну карточку к другой в порядке появления, получим слово «конец»?

Задача 6. На станцию прибывают поезда с трех направлений. С направления **A** с вероятностью 0,9, с направления **B** с вероятностью 0,8, с направления **P** с вероятностью 0,7. Определить вероятность прибытия хотя бы одного поезда.

Задача 7. Имеем две коробки с шарами. В первой находится 7 красных и 1 черный, во второй 6 красных и 2 черных. Из первой коробки вынимают три шара, из второй 2. Вычислить вероятность того, что вынутые шары одного цвета.

Задача 8. В новом микрорайоне поставлено 10 тысяч кодовых замков на входных дверях домов. Вероятность выхода из строя одного замка в течение месяца равна 0,0002. Найти вероятность того, что за месяц откажут три замка.

Задача 9. Вероятность обслуживания клиента одним операционистом в банке равна 0,6. Какое минимальное число операционистов должно работать в банке, чтобы вероятность обслуживания клиента была не менее 0,95?

Вариант №17.

Задача 1. На карточках написаны цифры 1,2,3,4,5. Выбираем по одной две карточки. Найти вероятность того, что нечетная цифра будет выбрана а) первой, б) второй, в) оба раза.

Задача 2. В цехе 7 мужчин и 8 женщин. По табельным номерам выбрали наудачу 5 человек. Найти вероятность того, что среди них 3 женщины.

Задача 3. Из трех орудий произвели залп по цели. Каждое в отдельности орудия стреляют с вероятностью попадания 0,9, 0,8; 0,6 соответственно. Найти вероятность того, что
а) только одно орудие попадает в цель;
б) хотя бы одно орудие попадает в цель.

Задача 4. Два из четырех независимо работающих узлов прибора отказали. Найти вероятность того, что отказал узел №1 и №2, если вероятность получить отказ на первом узле 0,1; на втором -0,2; на третьем - 0,2; на четвертом - 0,3.

Задача 5. В обработку поступают детали из двух цехов. Цех №1 дает 70% продукции, а цех №2 - 30%. Процент брака изделий из первого цеха составляет 2%, а из второго - 4%. Наудачу взятое изделие не имеет брака. Найти вероятность того, что оно поступило из цеха №1.

Задача 6. Вероятность появления в отцепе четырех вагонов крытого четырехосного вагона равна $\mathbf{p_1}$=0,8, четырехосного полувагона $\mathbf{p_2}$=0,9, шестиосного полувагона $\mathbf{p_3}$=0,6 четырехосной платформы $\mathbf{p_4}$=0,5. Определить вероятность того, что в отцепе, состоящем из 4-х вагонов, будут присутствовать вагоны всех четырех типов.

Задача 7. Имеем две коробки с шарами. В первой находится 3 красных и восемь черных шаров, во второй - четыре красных и пять черных. Из первой коробки достали один шар, а из второй пять шаров. Какова вероятность того, что вынутые шары одного цвета?

Задача 8. Вероятность хотя бы одного появления события **A** при четырех независимых испытаниях равна 0,59. Какова вероятность появления события **A** в одном испытании?

Задача 9. Вероятность отказа станка в течение смены равна 0,05. Какова вероятность того, что за три смены станок ни разу не откажет?

Вариант №18.

Задача 1. В колоде 36 карт. Извлекают одну карту и возвращают в колоду. После перемешивания карт снова извлекают одну. Определить вероятность того, что обе карты одной масти.

Задача 2. В ноябре обычно бывает 18 морозных дней. Какова вероятность того, что среди шести случайно выбранных ноябрьских дней окажется хотя бы два морозных?

Задача 3. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при 4 выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность попадания при одном выстреле.

Задача 4. На экзамен выдали 30 вопросов. Из 25 студентов 10 подготовили все вопросы, 8 подготовили 25 вопросов и двое 15 вопросов. Некоторый студент ответил на вопрос. Какова вероятность, что он подготовил все вопросы?

Задача 5. Меткость стрелка 7 попаданий при 10 выстрелах. Какова вероятность того, что при семи выстрелах будет не менее 5 попаданий.

Задача 6. Прибывшие на грузовую станцию вагоны в количестве **n** штук триады проходят технический осмотр: в парке приема, перед погрузкой и в парке отправления. Каждый вагон с вероятностью $\mathbf{P_1}$ имеет дефект. Дефект, если он имеется, бригада обнаруживает с вероятностью $\mathbf{P_2}$. Найти вероятность того, что после трек осмотров отправляемый со станции поезд будет иметь хотя бы один вагон с дефектом.

Задача 7. Имеем две коробки с шарами. В первой находится 3 красных и восемь черных, во второй - 5 красных и 4 черных. Из первой коробки достали один шар, а из второй пять шаров. Вычислить вероятность того, что вынутые шары одного цвета?

Задача 8. Вероятность появления события в каждом из 900 независимых испытаний равна 0,5. Найти вероятность отклонения относительной частоты появления события от его вероятности не более чем на 0,02 по абсолютной величине.

Задача 9. Предприниматель решил вложить свои средства поровну в два контракта, каждый из которых предполагает 100% прибыли. Вероятность того, что каждый из контрактов достигнет предполагаемых результатов, равна 0,9. Определить вероятность того, что только один контракт принесет прибыль предпринимателю.

Вариант №19.

Задача 1. Рабочий обслуживает 3 станка. Вероятность того, что в течение смены станки будут исправлены, равна для 1-го – 0,9; для 2-го – 0,8; для 3-го – 0,7.
Найти вероятность того, что в течение смены неисправен хотя бы один из них.

Задача 2. Вероятность того, что студент Иванов решит задачу равна 0,6. Вероятность того, что студент Петров решит эту же задачу равна 0,85. Найти вероятность того, что задача будет решена, если они будут решать ее независимо друг от друга.

Задача 3. На практику в Омск будет направлено 10 студентов, в Красноярск-12, во Владивосток -3 чел. Какова вероятность того, что три друга попадут в один город?

Задача 4. Согласно подсчёту вероятность попадания торпеды в корабль 1/3. Сколько нужно выпустить торпед, чтобы вероятность по меньшей мере одного попадания была больше, чем 0,9?

Задача 5. Событие **А** появляется с постоянной вероятностью. Вероятность хотя бы одного появления события **А** при четырех испытаниях равна 0,59. Какова вероятность этого события при одном испытании?

Задача 6. Студент выполняет домашнюю работу сам с вероятностью 20%, списывает её у подружки с вероятностью 50%, а в остальных случаях вообще ничего не делает. Какова вероятность того, что в течение 5 занятий он 2 раза спишет домашнюю работу, а 2 раза вообще не сделает?

Задача 7. Имеем две коробки с шарами. В первой находится 8 белых и 2 красных шара, во второй 7 белых и 3 красных. Из первой коробки наугад вынимается 2 шара и перекладываются во вторую. После этого из второй коробки вынимается 2 шара. Определить вероятность того, что оба шара белые.

Задача 8. Вероятность изготовления стандартной детали 0,51. Найти вероятность того, что среди 100 изготовленных деталей стандартных будет 50 штук.

Задача 9. Вероятность обращения в поликлинику каждого взрослого человека в период эпидемии гриппа равна 0,6. Найти среди какого числа взрослых человек можно ожидать, что в поликлинику будет не менее 70 обращений.

Вариант №20.

Задача 1. Вероятность для спортсмена улучшить свой результат равна 0,6. Определить вероятность того, что он улучшит свой результат, если сделает две попытки.

Задача 2. В потоке вагонов на сортировочной горке 10% шестиосных и 90% четырёхосных. Определить вероятность того, что в отцепе из трех вагонов два вагона будут четырёхосные.

Задача 3. В механизм входят две детали одинакового типа. Механизм не работает, если обе детали нестандартны. У сборщика 10 деталей, из которых 2 нестандартны. Каково вероятность того, что механизм будет работать, если сборщик берёт детали без проверки?

Задача 4. Вероятность попадания стрелка в десятку равна 0,2, а в девятку 0,8. Какова вероятность, что при трёх выстрелах стрелок наберёт не менее 29 очков?

Задача 5. Какова должна быть вероятность попадания в цель при одном выстреле, чтобы с вероятностью, равной 0,64, возможно поражение цели при двух выстрелах?

Задача 6. Вероятность того, что студентка получит по итогам сессии повышенную стипендию равна 10% , а того, что останется вообще без стипендии 40% . Какова вероятность, что за 5 сессий она ни разу не получит повышенную стипендию и два раза останется без стипендии?

Задача 7. Имеем две коробки с шарами. В первой 4 красных и 6 белых шаров, во второй 3 красных и 7 белых шаров. Из первой коробки взяли наугад 2 шара и переложили во вторую. Затем из второй вынули 1 шар. Какова вероятность того, что вынутый шар белый?

Задача 8. Прибор содержит 1000 микроэлементов. Вероятность отказа одного элемента в течение года работы 0,001. Какова вероятность отказа не менее двух элементов за год?

Задача 9. В страховой компании 10 тыс. клиентов, застраховавших свою недвижимость. Страховой взнос составляет 20 тыс.руб. в год, вероятность несчастного случая **p** = 0,001, при котором страховая компания выплачивает 200 тыс. руб.. Определите размер прибыли компании с вероятностью 0,9.

Вариант №21.

Задача 1. В цехе работают 5 мужчин и 3 женщины. Наудачу выбрано 3 человека. Найти вероятность того, что среди них будет 1 женщина.

Задача 2. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель первого стрелка равна 0,8, а второго 0,5. Найти вероятность того, что при одновременном выстреле в мишень попадает только один из стрелков.

Задача 3. Для контроля, качества продукции, состоящей из трех партий деталей взята наудачу 1 деталь. Какова вероятность того, что эта деталь бракованная, если в первой партии 95% стандартных деталей, во второй 87%, а в третьей 90%?

Задача 4. Завод послал машину за некоторым материалом, который согласно рекламе должен быть на трех складах. Вероятность того, что этот материал еще имеется на этих складах соответственно равны: 0,9; 0,85; 0,93. Найти вероятность того, что хотя бы на одном складе имеется нужный заводу материал.

Задача 5. Вероятность нарушения точности прибора при сборке равна 0,1. Определить наиболее вероятное число точных приборов в партии из 20 приборов.

Задача 6. На экзамене 60% студентов попадают к профессору, а остальные сдают ассистенту, который 25% студентов ставит «неуд». Профессору сдают 85% студентов не на «неуд». Студент Иванов сдал экзамен. Какова вероятность того, что он сдавал профессору?

Задача 7. Вероятность того, что студентка Петрова получит по итогам сессии повышенную стипендию равна 0,2, а того, что останется без стипендии 0,3. Какова вероятность того, что за 5 сессий она 2 раза получит повышенную стипендию и 1 раз останется без стипендии?

Задача 8. Вероятность наступления события в каждом из одинаковых и независимых испытаний равна 0,7. Найти вероятность того, что в 1600 испытаниях событие произойдет 900 раз.

Задача 9. Инвестор решил вложить поровну средства в два предприятия, надеясь получить от каждого прибыль в 100%. Вероятность банкротства любого предприятия равна 0,1. Найти вероятность того, что по истечении срока договора инвестор по крайней мере ничего не потеряет.

Вариант №22.

Задача 1. Оптовая база снабжает 10 магазинов. От каждого из них может поступить заявка на очередной день с вероятностью 0,3. Найти среднее число заявок в день и вероятность того, что это число заявок будет получено.

Задача 2. В библиотеке имеются книги по технике и математике. Вероятность того, что любой читатель возьмёт книгу по технике 0,7, а по математике 0,3. Определить вероятность того, что 5 читателей подряд возьмут книги по технике или по математике.

Задача 3. В двух коробках лежат шары. В одной 3 белых, 7 красных; в другой 4 белых, 6 красных. Из первой коробки вынули 2 шара и положили во вторую, из которой через некоторое время вынули наугад 3 шара. Определить вероятность того, что среди вынутых шаров будет хотя бы один белый шар.

Задача 4. На экзамене по математике 40% студентов отвечают профессору, который ставит «неуд» 10% студентов. Доценту отвечают 45% студентов, из них 15 % получают «неуд». Остальные сдают ассистенту, который всем ставит хорошие оценки. Студент Иванов сдал экзамен. Какова вероятность того, что он сдавал ассистенту?

Задача 5. Монета падает орлом с вероятностью 0,4, решкой с вероятностью 0,5 и ребром с вероятностью 0,1. Какова вероятность того, что при 5 бросках выпадает 2 «орла», 2 «ребра» и 1 «решка»?

Задача 6. В электрическую цепь последовательно включены 3 элемента, работающие независимо друг от друга. Вероятности отказов соответственно равны: 0,1; 0,09; 0,15. Какова вероятность того, что тока в цепи не будет?

Задача 7. Вероятность изготовить деталь отличного качества равна 0,75. За смену изготовлено 400 деталей. Найти вероятность того, что из них 250 деталей отличного качества.

Задача 8. Некоторое электронное устройство выходит из строя, если откажет определенная микросхема, вероятность отказа которой в течение одной недели работы устройства равна 0,001. Какова вероятность того, что за 1 000 недель работы придётся 3 раза менять микросхему?

Задача 9. Контрольный тест состоит из 5 вопросов. На каждый вопрос предлагается 3 варианта ответа, среди которых только один правильный. Найти вероятность правильного ответа на 3 вопроса теста для неподготовленного человека.

Вариант №23.

Задача 1. Из 30 лотерейных билета 5 выигрышных. Куплено 3 билета. Какова вероятность, что среди них 2 выигрышных билета?

Задача 2. В двух коробках лежат шары: в первой 8 белых и 2 синих во второй 6 белых, 4 синих. Из первой коробки вынули 2 шара и положили во вторую, из которой через некоторое время вынули 3 шара наудачу. Определить вероятность того, что все вынутые шары белые.

Задача 3. Прибор может принадлежать одной из трех партий с вероятностями: $\mathbf{P_1}$=0,2; $\mathbf{P_2}$=0,3; $\mathbf{P_3}$=0,5. Вероятности исправности приборов соответственно равны: 0,8; 0,9; 0,7. Определить вероятность того, что наугад взятый прибор неисправен.

Задача 4. Вероятность того, что студент **N** получит по итогам сессии повышенную стипендию, равна 0,2, а того, что останется без стипендии 0,1. Какова вероятность того, что за 5 сессий он получит 2 раза повышенную стипендию и один раз останется без стипендии?

Задача 5. В готовой продукции 10% брака. Определить вероятность того, что среди трёх наугад взятых изделий окажется хотя бы одно бракованное.

Задача 6. Два стрелка делают по 2 выстрела по мишени. Вероятности попадания в мишень оцениваются соответственно 60% и 70%. Найти вероятность того, что у стрелков будет одинаковое число попаданий.

Задача 7. В группе 5 юношей и 15 девушек. Юноша получает «отлично» с вероятностью 0,9, а девушка – 0,8. Работа выполнена на «отлично». Какова вероятность, что её выполнила девушка?

Задача 8. Электронный прибор выходит из строя, если откажет определенная микросхема. Вероятность отказа микросхемы в течение одних суток работы устройства равна 0,004. Какова вероятность того, что за 100 суток работы устройства придется 5 раз менять микросхему?

Задача 9. Вероятность наступления события в каждом из одинаковых и независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что в 200 испытаниях событие наступит не менее 70 и не более 90 раз.

Вариант №24.

Задача 1. В магазин поступило 20 телефонов, среди которых 5% брака. Какова вероятность при покупке двух телефонов получить оба хороших?

Задача 2. Какова должна быть вероятность попадания в цель при одном выстреле, чтобы с вероятностью, равной 0,64, можно было ожидать поражения цели при двух выстрелах?

Задача 3. В двух коробках лежат шары. В первой 3 красных и 7 белых, во второй 2 красных, 8 белых. Из первой вынули 3 шара, а из второй 2 шара. Какова вероятность того, что все шары одного цвета?

Задача 4. На экзамене 30% студентов сдают профессору, у которого 20% студентов получают «неуд». 35% сдают доценту и не могут сдать экзамен 25%. Остальные сдают ассистенту, который ставит «неуд» 10% сдающих. Студент **N** сдал экзамен. Какова вероятность того, что он сдавал ассистенту?

Задача 5. В некоторой местности небо безоблачно в среднем в один день из четырёх. Найти вероятность того, что в течение недели по крайней мере два дня будут безоблачными.

Задача 6. В готовой продукции 10% брака. Определить вероятность того, что среди 5 взятых наугад изделий хотя бы одно окажется бракованным.

Задача 7. Из 36-карточной колоды вынули 6 карт. Какова вероятность того, что среди них 3 карты одной масти?

Задача 8. Рабочий обслуживает 3 станка. Вероятности того, что в течение смены станки будут исправны: для 1-го – 0,7; для 2-го – 0,5; для 3-го – 0,9. Какова вероятность того, что 2 станка в течение смены будут неисправны?

Задача 9. Вероятность появления события в каждом из 1 000 независимых испытаний равна 0,5. Найти вероятность отклонения относительной частоты появления события от его вероятности не более чем на 0,02 по абсолютной величине.

Вариант №25.

Задача 1. Студентов отправляют на практику в различные города: в Томск – 15 человек, в Новосибирск – 10 человек, в Красноярск - 5. Какова вероятность того, что 3 определённых студента – друга попадут в один город?

Задача 2. Вероятность попадания при каждом выстреле для 3-х стрелков равны соответственно: 0,8; 0,75; 0,6. При одновременном выстреле было 2 попадания в мишень. Определить вероятность того, что промахнулся 3-й стрелок.

Задача 3. В мастерской имеется 4 мотора. Вероятность того, что мотор работает в данный момент, равна 0,9. Найти вероятность того, что хотя бы один мотор не работает.

Задача 4. В двух коробках лежат шары: в одной 8 белых и 2 красных в другой 6 белых и 4 красных. Из 1-й коробки вынули 2 шара и положили во 2-ю коробку. Через некоторое время из 2-й коробки наугад взяли 3 шара. Вычислить вероятность того, что среди вынутых шаров 1 красный.

Задача 5. По статистике 3/5 населения курит несмотря на то, что 30% курильщиков умирает от рака, а 50% от инфаркта (среди некурящих эти цифры соответственно равны 10% и 15%). Какова вероятность того, что умерший от рака г-н N не курил?

Задача 6. Вероятность того, что студент **N** получит по результатам сессии повышенную стипендию, равна 0,1; а что останется без стипендии 0,2. Определить вероятность того, что за 5 сессий он ни разу не получит повышенную стипендию и один раз останется без стипендии.

Задача 7. Двое стреляют по цели. Вероятность попадания первого 0,7, а второго 0,9. Какова вероятность того, что у них будет одинаковое число попаданий в мишень при трех одновременных выстрелах?

Задача 8. Прядильщица обслуживает 100 веретён. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение одного часа равна 0,04. Найти вероятность обрыва нити на 5 веретенах в течение часа.

Задача 9. В страховой компании 20 тыс. клиентов, застраховавших свою недвижимость. Страховой взнос составляет 2 000 руб., вероятность несчастного случая 0,001. Страховая выплата клиенту при несчастном случае составляет 500 тыс. руб. Определить размер прибыли страховой компании с вероятностью 0,9.

О г л а в л е н и е

Л и т е р а т у р а

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие для вузов. М., «Высшая школа», 1977.

2. Ермаков В.И. и другие Общий курс высшей математики для экономистов. М. ИНФРА – – М, 2002.

3. Красс М.С., Чупрыпов Б.П Основы математики и её приложения в экономическом образовании. Чупрыпов Б.П – М.: «Дело». 2000.

4. Писменный Д. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. М. АЙРИСС Пресс, 2010.

5. Кочнева Л.Ф. и другие Теория вероятностей. Методические указания. МИИТ.

УДК – 519.2

К - 55

Кочнева Л.Ф., Липкина З.С., Новосельцева В.И. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА. Часть II. Теория вероятностей: Учебное пособие. - М.: МИИТ, 2012 – 49 с.

Предназначено для направления 080100.62 «Экономика», в учебных планах которого предусмотрена дисциплина «Теория вероятности и математическая статистика». Учебное пособие содержит краткое изложение основных понятий теории вероятностей, приводятся решенные примеры, задачи и индивидуальные задания для бакалавров направления «Экономика».

Рецензенты: к. ф.м. н. доцент МИИТ О.А.Платонова;

д.ф.-м.н. профессор МГУ

им.М.В. Ломоносова А.Л. Шмелькин.

Св. план 2012г, поз.161

Кочнева Людмила Федоровна, Липкина Зоя Семеновна,
Новосельцева Вера Ивановна Новосельцева

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА
Часть II.
Учебное пособие для направления 080100.62 «Экономика»

Подписано в печать Формат 60 X 84 / 16

Заказ № Усл. - печ. л. -

Тираж -150 экз.