М Г У П С - М И И Т
Инженерно-Экономический Факультет
Кафедра математики ИЭФ

Аналитическая геометрия: планиметрия

Дистанционный интерактивный обучающий комплекс для студентов ИЭФ

проф. В. Г. Кановей

13 мая 2013 г.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

§ 1. Формулы

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Формула Ф1 (расстояние между точками)

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Формула Ф2 (координаты вектора)

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A)$$

Формула Ф3 (угол)

$$\cos \angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC}$$

где в числителе стоит скалярное произведение а в знаменателе произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

Формула Ф4 (скалярное произведение)

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = x_a x_b + y_a y_b$$

где (x_a, y_a) — координаты вектора $\overrightarrow{a}$, (x_b, y_b) — координаты вектора $\overrightarrow{b}$.

Формула Ф5 (площадь треугольника)

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}.$$

По строкам определителя расположены координаты векторов

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) \quad \text{и} \quad \overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A).$$

Таким образом, площадь равна половине определителя, составленного из координат векторов двух смежных сторон, а знак $\pm$ выбирается так, чтобы величина была неотрицательна.

Формула Ф6 (уравнение прямой через две точки, A и B)

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Формула Ф7 (основание M медианы на стороне BC)

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2}, \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2}.$$

Координаты основания медианы равны полусуммам координат вершин треугольника на той стороне, куда опущена медиана.

Формула Ф8 (точка O пересечения медиан)

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \quad y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

Координаты точки пересечения медиан равны средним арифметическим координат вершин треугольника.

Формула Ф9 (основание K биссектрисы на стороне BC)

$$x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1 + \ell}, \quad y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1 + \ell}, \quad \text{где} \quad \ell = \frac{AB}{AC}.$$

Формула Ф10 (пересечение двух прямых)

Допустим, что две прямые заданы уравнениями:

$$\begin{cases} y = k_1 x + b_1 \\ y = k_2 x + b_2 \end{cases}, \text{ причем } k_1 \neq k_2.$$

Тогда координаты точки W пересечения прямых находятся из решения этой системы по формулам

$$x_W = \frac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2}, \quad y_W = \frac{b_2 k_1 - b_1 k_2}{k_1 - k_2}$$

Формула Ф11 (уравнение высоты AH треугольника ABC)

$$y - y_A = k_{AH}(x - x_A), \ \text{где} \quad k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}}.$$

Угловой коэффициент высоты обратен и противоположен по знаку угловому коэффициенту противолежащей стороны.

возврат ⟹ огл ⟸

§ 2. Задание и указания

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(x_A,y_A)$, $B(x_B,y_B)$, $C(x_C,y_C)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

1 Студент должен использовать современный компьютер с программами Acrobat или Reader для чтения файлов PDF.

2 Студент должен иметь калькулятор для инженерных рассчетов, либо как программу в компьютере либо как отдельное устройство. Если имеется доступ к интернету, то вычисления можно производить прямо в окошке поиска Google.

3 Проработать теоретический материал лекций по конспектам.

4 Разобрать вариант 0, дающий правильное оформление решения. При этом ознакомиться и освоить интерактивный метод проверки результатов.

5 Найти свой вариант.

6 Решить свой вариант.

7 Результаты оформляются беря за образец вариант 0.

8 **Каждый лист своего варианта с результатами проверки следует распечатать так, чтобы были видны отметки ВЕРНО или НЕВЕРНО, после чего заполнить пустые места по результатам решения.**

9 Те результаты, для которых имеется возможность интерактивной проверки, должны быть проверены.

10 Дополнительно для сдачи работы, студент должен иметь при себе промежуточные вычисления по произвольной форме.

11 Вычисления производятся как минимум с 3 знаками после десятичной точки. Окончательные результаты для нецелых чисел представляются с двумя знаками.

12 Результаты для интерактивной проверки нецелых чисел представляются с двумя знаками после десятичной точки.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 0

возврат ⟹

огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-2,3)$, $B(1,-1)$, $C(8,1)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

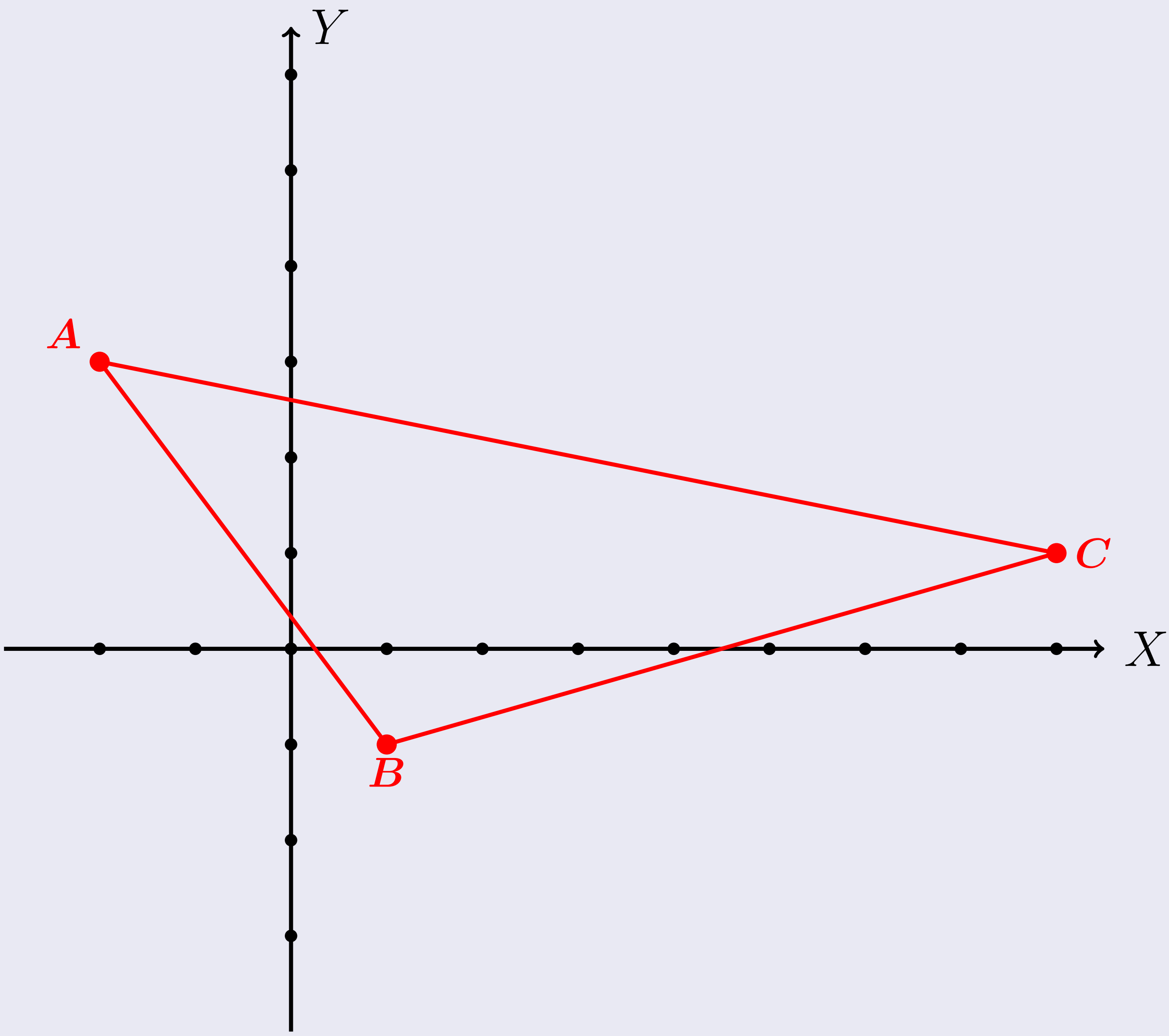

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2, 3)$, $B(1, -1)$, $C(8, 1)$

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5.000$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{100 + 4} = \sqrt{104} = 10.198$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{49 + 4} = \sqrt{53} = 7.280$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) = (3, -4)$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) = (10, -2)$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) = (7, 2)$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (3,-4)\,, \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (10,-2)\,,$$

$$AB = \sqrt{25} = 5.000\,, \quad AC = \sqrt{104} = 10.198\,.$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} = (3)\cdot(10) + (-4)\cdot(-2) = 38\,.$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC = \frac{38}{5.000\cdot 10.198} = 0.745\,,$$

откуда $\angle BAC = \arccos 0.745 = \mathbf{0.730}$ рад $= \mathbf{41.826}^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) = (3, -4)$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) = (10, -2)$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 10 & -2 \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2} \cdot \big((3) \cdot (-2) - (-4) \cdot (10)\big) = \pm\frac{1}{2} \cdot 34 = 17.0$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A}\,; \qquad \frac{x-(-2)}{(1)-(-2)}=\frac{y-(3)}{(-1)-(3)}$$

$\frac{x-(-2)}{3}=\frac{y-(3)}{-4}$ — каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a}=(3,-4)$ — направляющий вектор прямой AB

$-4\cdot(x-(-2))=3\cdot(y-(3))$;

$$\left.\begin{array}{l}(-4)\cdot x+(-3)\cdot y+(1)=0, \text{ или}\\ (4)\cdot x+(3)\cdot y+(-1)=0\end{array}\right\}$$ — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N}=(-4,-3)$ или $\overrightarrow{N}=(4,3)$ — нормальный вектор прямой AB

$y=\underbrace{-1.333}_{k_{AB}}\cdot x+\underbrace{(0.333)}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB}=-1.333$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_C-x_A}=\frac{y-y_A}{y_C-y_A}\,; \qquad \frac{x-(-2)}{(8)-(-2)}=\frac{y-(3)}{(1)-(3)}$$

$\frac{x-(-2)}{10}=\frac{y-(3)}{-2}$ — каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a}=(10,-2)$ — направляющий вектор прямой AC

$-2\cdot(x-(-2))=10\cdot(y-(3))$;

$$\left.\begin{array}{l}(-2)\cdot x+(-10)\cdot y+(26)=0, \text{ или}\\ (2)\cdot x+(10)\cdot y+(-26)=0\end{array}\right\}$$ — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N}=(-2,-10)$ или $\overrightarrow{N}=(2,10)$ — нормальный вектор прямой AC

$y=\underbrace{-0.200}_{k_{AC}}\cdot x+\underbrace{(2.600)}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC}=-0.200$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_B}{x_C-x_B}=\frac{y-y_B}{y_C-y_B}\,; \quad \frac{x-(1)}{(8)-(1)}=\frac{y-(-1)}{(1)-(-1)}$$

$\frac{x-(1)}{7}=\frac{y-(-1)}{2}$ — каноническое уравнение прямой BC

$\vec{a}=(7,2)$ — направляющий вектор прямой BC

$2\cdot(x-(1))=7\cdot(y-(-1))$;

$\left.\begin{array}{l}(2)\cdot x+(-7)\cdot y+(-9)=0, \text{ или}\\ (-2)\cdot x+(7)\cdot y+(9)=0\end{array}\right\}$ — общее уравнение прямой BC;

$\vec{N}=(2,-7)$ или $\vec{N}=(-2,7)$ — нормальный вектор прямой BC

$y=\underbrace{0.286}_{k_{BC}}\cdot x+\underbrace{(-1.286)}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC}=0.286$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{(1)+(8)}{2} = 4.50\ ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{(-1)+(1)}{2} = 0.00$$

$$M(4.50, 0.00)\ .$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{(6.50)^2 + (-3.00)^2} =$$

$$= \sqrt{51.250} = 7.159\ .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A}\ ; \quad \frac{x-(-2)}{(4.50)-(-2)} = \frac{y-(3)}{(0.00)-(3)}$$

$\frac{x-(-2)}{6.50} = \frac{y-(3)}{-3.00}$ — каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (6.50, -3.00)$ — направляющий вектор прямой AM

$$-3.00 \cdot (x - (-2)) = 6.50 \cdot (y - (3))\ ;$$

$$\left.\begin{array}{l} (-3.00)\cdot x + (-6.50)\cdot y + (13.50) = 0, \text{ или} \\ (3.00)\cdot x + (6.50)\cdot y + (-13.50) = 0 \end{array}\right\}$$ — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (-3.00, -6.50)$ или $\overrightarrow{N} = (3.00, 6.50)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{-0.462}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{(2.077)}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} = -0.462$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{(-2)+(8)}{2} = 3.000 \; ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{(3)+(1)}{2} = 2.000$$

$$N(3.000, 2.000) \, .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{(-2) + (1) + (8)}{3} = 2.333$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{(3) + (-1) + (1)}{3} = 1.000$$

$$O(2.333, 1.000)\ .$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{AC} = 0.490\,, \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} = \frac{1 + 0.490 \cdot 8}{1.490} = 3.302$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \frac{-1 + 0.490 \cdot 1}{1.490} = -0.342\,, \qquad K(3.302, -0.342)\,.$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \sqrt{(5.302)^2 + (-3.342)^2} =$$

$$= \sqrt{39.280} = 6.267\,.$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A}\;; \qquad \frac{x-(-2)}{(3.302)-(-2)} = \frac{y-(3)}{(-0.342)-(3)}$$

$\frac{x-(-2)}{5.302} = \frac{y-(3)}{-3.342}$ — каноническое уравнение прямой AK

$\overrightarrow{a} = (5.302, -3.342)$ — направляющий вектор прямой AK

$$-3.342 \cdot (x-(-2)) = 5.302 \cdot (y-(3))\;;$$

$$\left.\begin{array}{l}(-3.342)\cdot x + (-5.302)\cdot y + (9.222) = 0, \text{ или}\\ (3.342)\cdot x + (5.302)\cdot y + (-9.222) = 0\end{array}\right\}$$ — общее ур-е прямой AK;

$\overrightarrow{N} = (-3.342, -5.302)$ или $\overrightarrow{N} = (3.342, 5.302)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{-0.630}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{(1.739)}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} = -0.630$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = 0.687\,, \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} = \frac{-2 + 0.687 \cdot 8}{1.490} = 2.072$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \frac{3 + 0.687 \cdot 1}{1.490} = 2.186\,, \qquad L(2.072, 2.186)\,.$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \sqrt{(1.072)^2 + (3.186)^2} =$$
$$= \sqrt{11.300} = 3.362\,.$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B}\,; \qquad \frac{x-(1)}{(2.072)-(1)} = \frac{y-(-1)}{(2.186)-(-1)}$$

$\frac{x-(1)}{1.072} = \frac{y-(-1)}{3.186}$ — каноническое уравнение прямой BL

$\overrightarrow{a} = (1.072, 3.186)$ — направляющий вектор прямой BL

$3.186 \cdot (x-(1)) = 1.072 \cdot (y-(-1))\;;$

$$\left.\begin{array}{l}(3.186)\cdot x + (-1.072)\cdot y + (-4.258) = 0, \text{ или} \\ (-3.186)\cdot x + (1.072)\cdot y + (4.258) = 0\end{array}\right\} \text{ — общее ур-е прямой } BL;$$

$\overrightarrow{N} = (3.186, -1.072)$ или $\overrightarrow{N} = (-3.186, 1.072)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{2.972}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{(-3.972)}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} = 2.972$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} &= (-0.630)\cdot x + (1.739) \\ y_{BL} &= (2.972)\cdot x + (-3.972) \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} = \frac{(-3.972) - (1.739)}{(-0.630) - (2.972)} = 1.586$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} = \frac{(-3.972)\cdot(-0.630) - (1.739)\cdot(2.972)}{(-0.630) - (2.972)} = 0.740$$

$$P(1.586, 0.740)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} = -\frac{1}{0.286} = -3.497$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \ ; \quad y - (3) = -3.497 \cdot (x - (-2)) \ ;$$

$y = \underbrace{-3.497}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{(-3.994)}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} = -3.497$

$\frac{x-(-2)}{1} = \frac{y-(3)}{-3.497}$ — каноническое уравнение прямой AH

$(3.497) \cdot x + 1 \cdot y + (3.994) = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = (0.286) \cdot x + (-1.286) & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = (-3.497) \cdot x + (-3.994) \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} = \frac{(-3.994) \cdot (0.286) - (-1.286) \cdot (-3.497)}{(0.286) - (-3.497)} = -1.491$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \frac{(-3.994) - (-1.286)}{(0.286) - (-3.497)} = -0.716 \ ; \qquad H(-0.716, -1.491)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \sqrt{(1.284)^2 + (-4.491)^2} =$$

$$= \sqrt{21.818} = 4.671 \ .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} = -\frac{1}{-0.200} = 5.000$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\,; \quad y - (-1) = 5.000 \cdot (x - (1))\,;$$

$y = 5.000 \cdot x + (-6.000)$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} = 5.000$

$\frac{x-(1)}{1} = \frac{y-(-1)}{5.000}$ — каноническое уравнение прямой BG

$(-5.000) \cdot x + 1 \cdot y + (6.000) = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} &= (-0.200) \cdot x + (2.600) \quad \text{(задание 6)} \\ y_{BG} &= (5.000) \cdot x + (-6.000) \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} = \frac{(-6.000) \cdot (-0.200) - (2.600) \cdot (5.000)}{(-0.200) - (5.000)} = 2.269$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \frac{(-6.000) - (2.600)}{(-0.200) - (5.000)} = 1.654\,; \qquad G(1.654, 2.269)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \sqrt{(0.654)^2 + (3.269)^2} =$$

$$= \sqrt{11.114} = 3.334\,.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} &= (-3.497)\cdot x + (-3.994) \\ y_{BG} &= (5.000)\cdot x + (-6.000) \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} = \frac{(-6.000) - (-3.994)}{(-3.497) - (5.000)} = 0.236$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} = \frac{(-6.000)\cdot(-3.497) - (-3.994)\cdot(5.000)}{(-3.497) - (5.000)} = -4.820$$

$$Q(0.236, -4.820)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB = 5.000\,, \quad AC = 10.198\,, \quad BC = 7.280$

3 $\overrightarrow{AB} = (3,-4)\,, \quad \overrightarrow{AC} = (10,-2)\,, \quad \overrightarrow{BC} = (7,2)\,,$

4 $\cos(\angle BAC) = 0.745\,, \ \angle BAC = 0.730\,\text{рад} = 41.826^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} = 17.0$

6 $y_{AB} = -1.333 \cdot x + (0.333)\,,$
$y_{AC} = -0.200 \cdot x + (2.600)\,,$
$y_{BC} = 0.286 \cdot x + (-1.286)$

7 $M(4.50, 0.00)\,, \quad AM = 7.159\,, \quad y_{AM} = -0.462 \cdot x + (2.077)$

8 $N(3.000, 2.000)$

9 $O(2.333, 1.000)$

10 $K(3.302, -0.342)\,, \quad AK = 6.267\,, \quad y_{AK} = -0.630 \cdot x + (1.739)$

11 $L(2.072, 2.186)\,, \quad BL = 3.362\,, \quad y_{BL} = 2.972 \cdot x + (-3.972)$

12 $P(1.586, 0.740)$

13 $H(-0.716, -1.491)\,, \quad AH = 4.671\,, \quad y_{AH} = -3.497 \cdot x + (-3.994)$

14 $G(1.654, 2.269)\,, \quad BG = 3.334\,, \quad y_{BG} = 5.000 \cdot x + (-6.000)$

15 $Q(0.236, -4.820)$

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

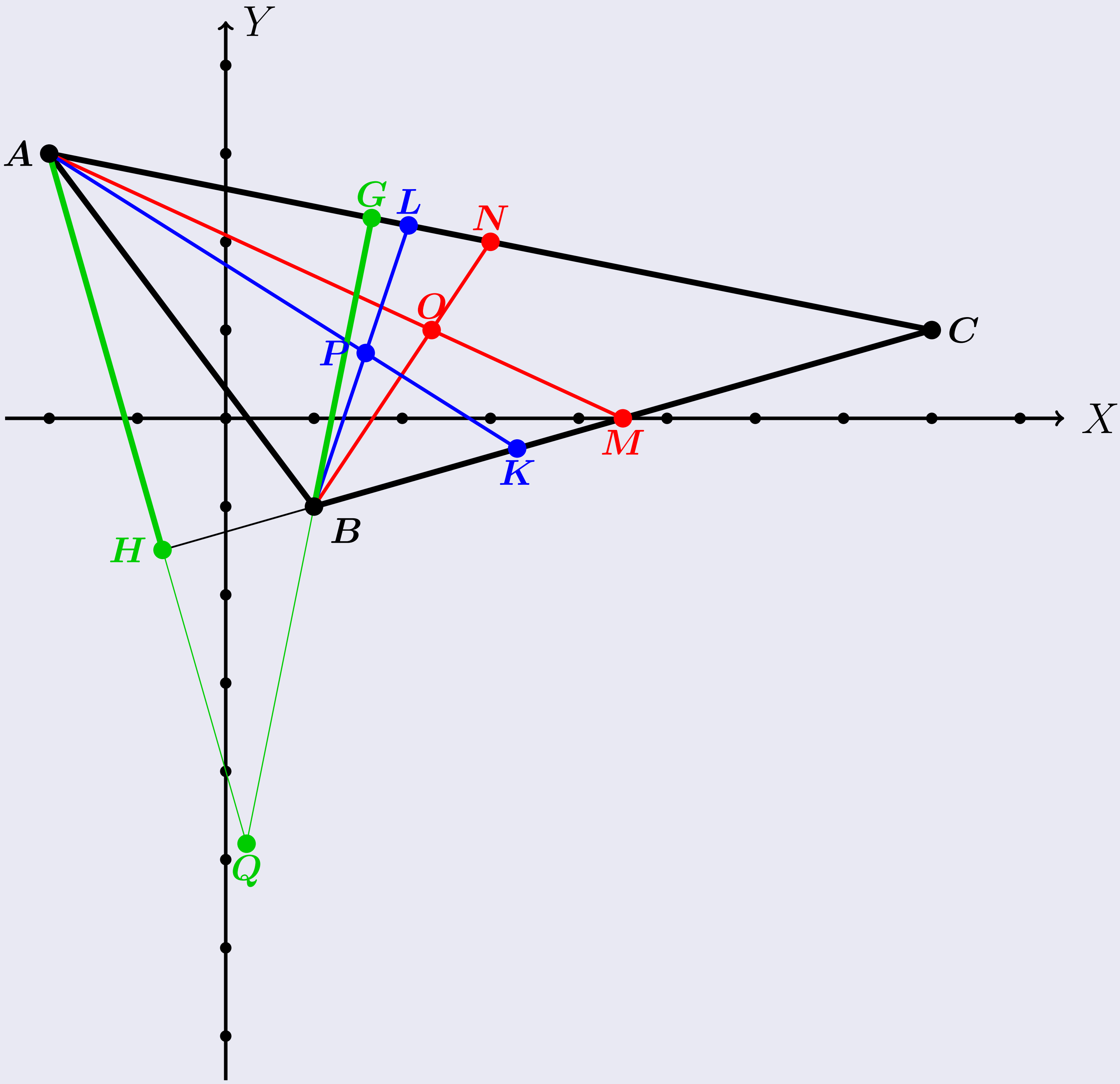

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,3)$, $B(1,-1)$, $C(8,1)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 1

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-2,3)$, $B(1,-1)$, $C(9,2)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

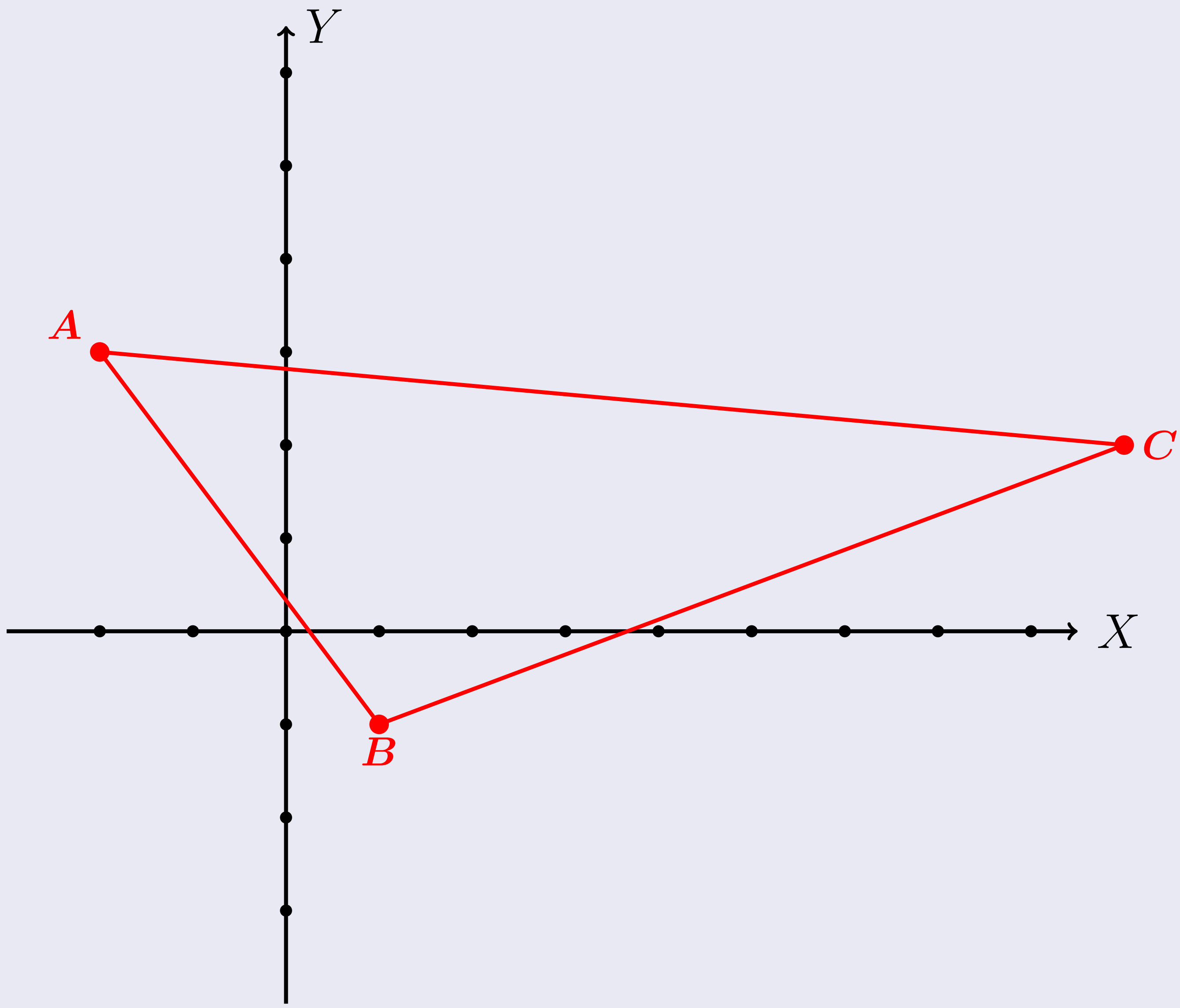

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,3)$, $B(1,-1)$, $C(9,2)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB , AC , BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2} \cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AB

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AB}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB}=$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_C-x_A}=\frac{y-y_A}{y_C-y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AC

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AC}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC}=$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} \;;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$M(\quad , \quad)$.

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или } — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи Клик

x_K (формат 1.23): введи Клик

y_K (формат 1.23): введи Клик

длина AK (формат 1.23): введи Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} = \qquad .$

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи Клик

x_L (формат 1.23): введи Клик

y_L (формат 1.23): введи Клик

длина BL (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A)\ ; \qquad ;$$

$$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\qquad , \qquad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\ ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \qquad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =$, $AC =$, $BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\;,\;)$, $\overrightarrow{AC} = (\;,\;)$, $\overrightarrow{BC} = (\;,\;)$,

4 $\cos(\angle BAC) =$, $\angle BAC =$ рад $=$ $^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \cdot x +$,
$y_{AC} = \cdot x +$,
$y_{BC} = \cdot x +$

7 $M(\;,\;)$, $AM =$, $y_{AM} = \cdot x +$

8 $N(\;,\;)$

9 $O(\;,\;)$

10 $K(\;,\;)$, $AK =$, $y_{AK} = \cdot x +$

11 $L(\;,\;)$, $BL =$, $y_{BL} = \cdot x +$

12 $P(\;,\;)$

13 $H(\;,\;)$, $AH =$, $y_{AH} = \cdot x +$

14 $G(\;,\;)$, $BG =$, $y_{BG} = \cdot x +$

15 $Q(\;,\;)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

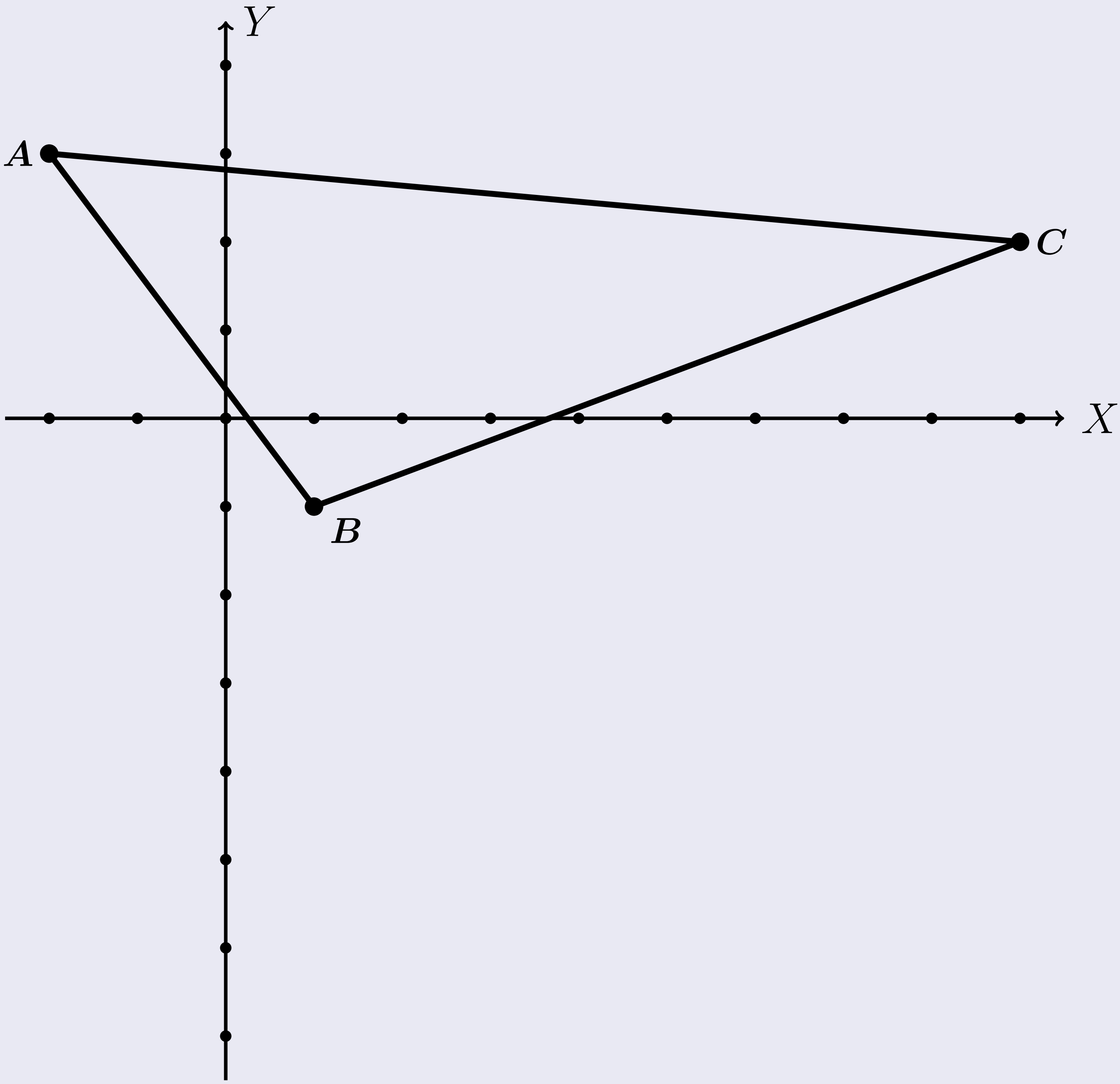

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,3)$, $B(1,-1)$, $C(9,2)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 2

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-2,3)$, $B(1,0)$, $C(8,1)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

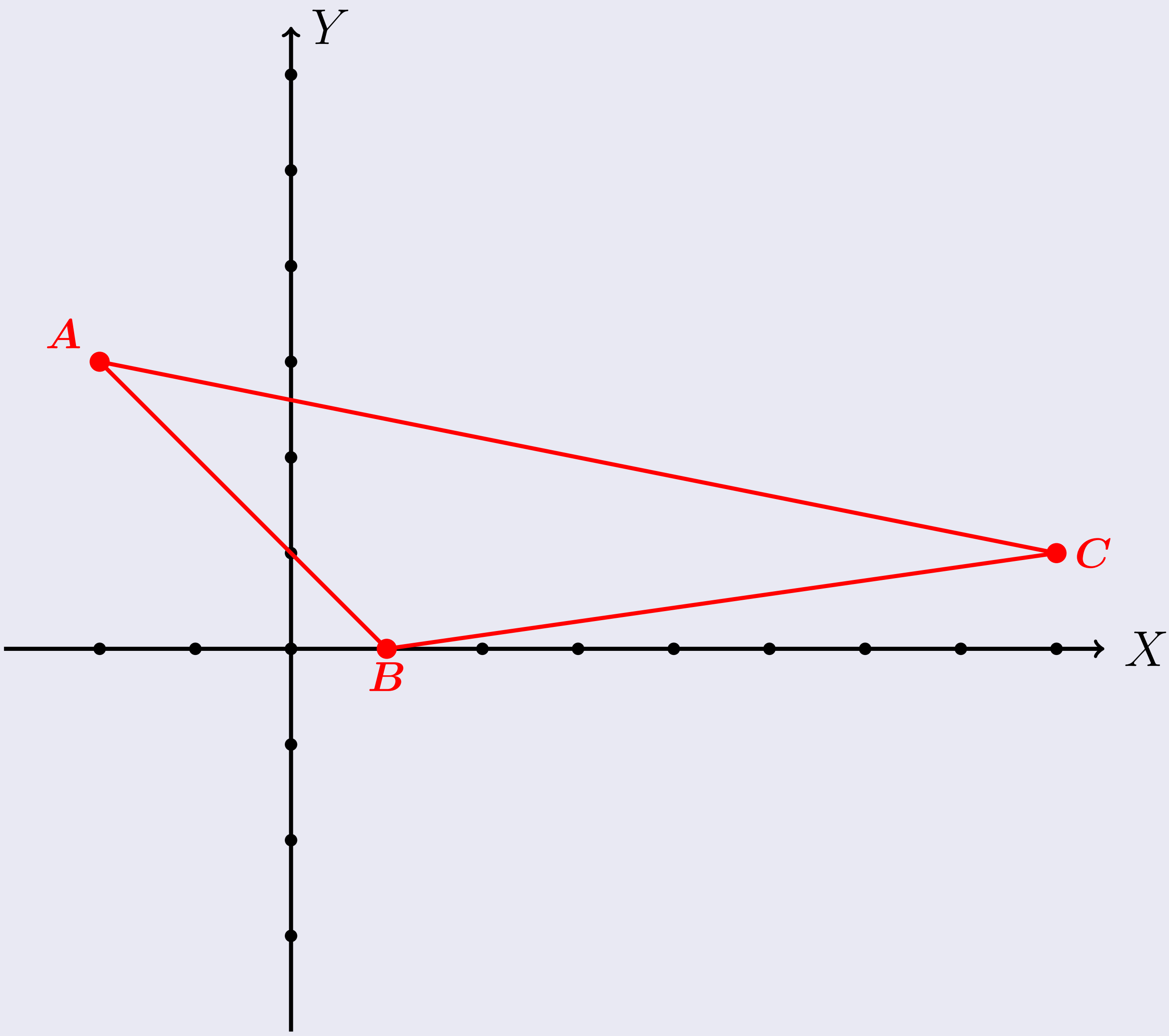

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,3)$, $B(1,0)$, $C(8,1)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB , AC , BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos \angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = x_{AB} \cdot x_{AC} + y_{AB} \cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos \angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи Клик

$\cos \angle BAC$ (формат 1.23): введи Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2} \cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB , AC , BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \; ;$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой AB ;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A} \; ;$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой AC ;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} \; ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\quad\quad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи Клик

y_N (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 9

Найти точку O *пересечения медиан треугольника* ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или } — общее ур-е прямой AK ;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи Клик

x_L (формат 1.23): введи Клик

y_L (формат 1.23): введи Клик

длина BL (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A)\ ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\quad , \quad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B) \; ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =$, $AC =$, $BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ , \ )$, $\overrightarrow{AC} = (\ , \ )$, $\overrightarrow{BC} = (\ , \ )$,

4 $\cos(\angle BAC) =$, $\angle BAC =$ рад $=$ $^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x +$,
$y_{AC} = \quad \cdot x +$,
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\ , \ )$, $AM =$, $y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\ , \ )$

9 $O(\ , \ )$

10 $K(\ , \ )$, $AK =$, $y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\ , \ )$, $BL =$, $y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\ , \ )$

13 $H(\ , \ )$, $AH =$, $y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\ , \ )$, $BG =$, $y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\ , \ )$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC *медиану* AM, *биссектрису* AK, *и высоту* AH, *и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.*

Решение

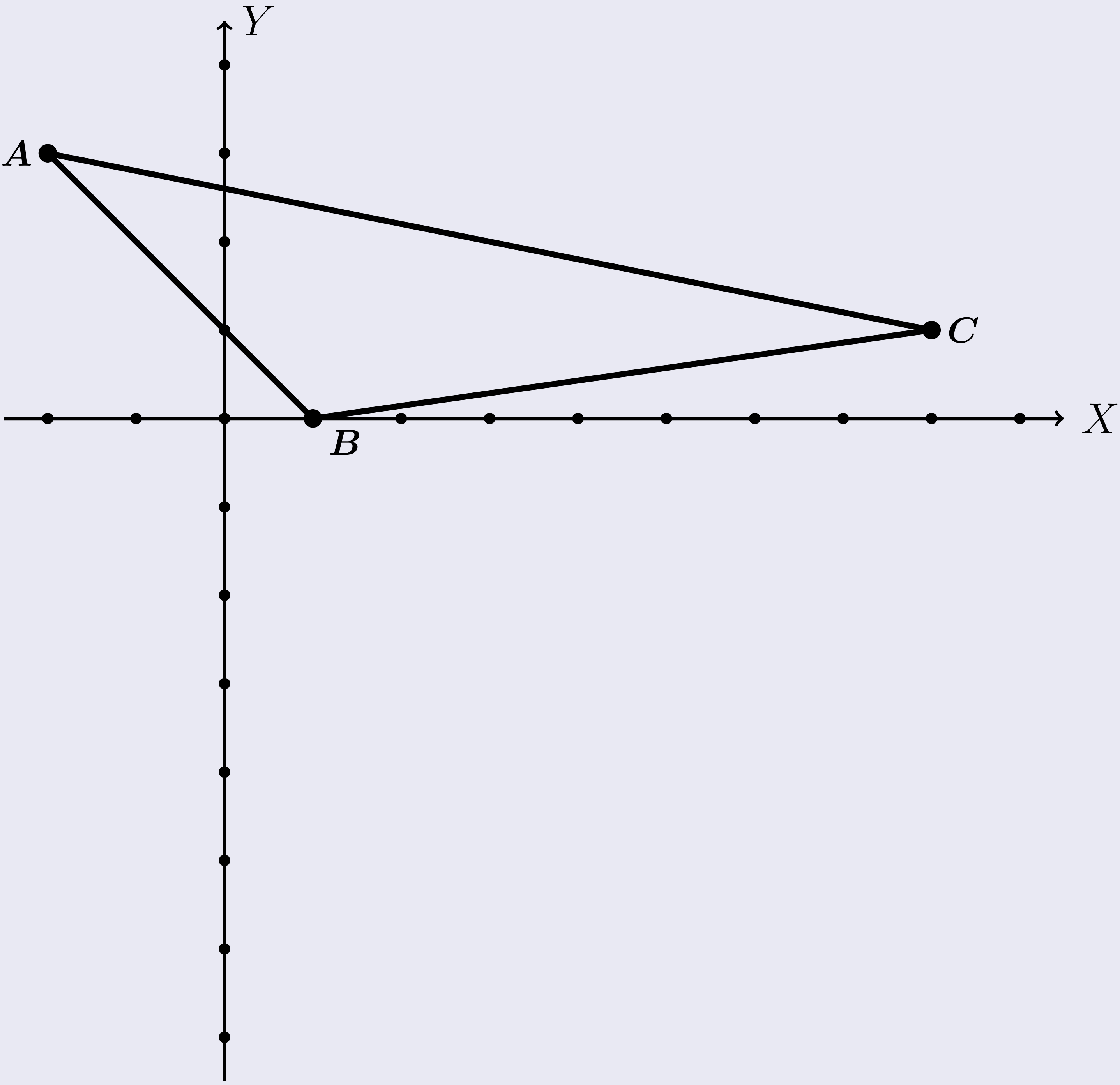

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,3)$, $B(1,0)$, $C(8,1)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹
огл ⟸

Вариант 3

возврат ⟹
огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-2,3)$, $B(1,0)$, $C(9,2)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

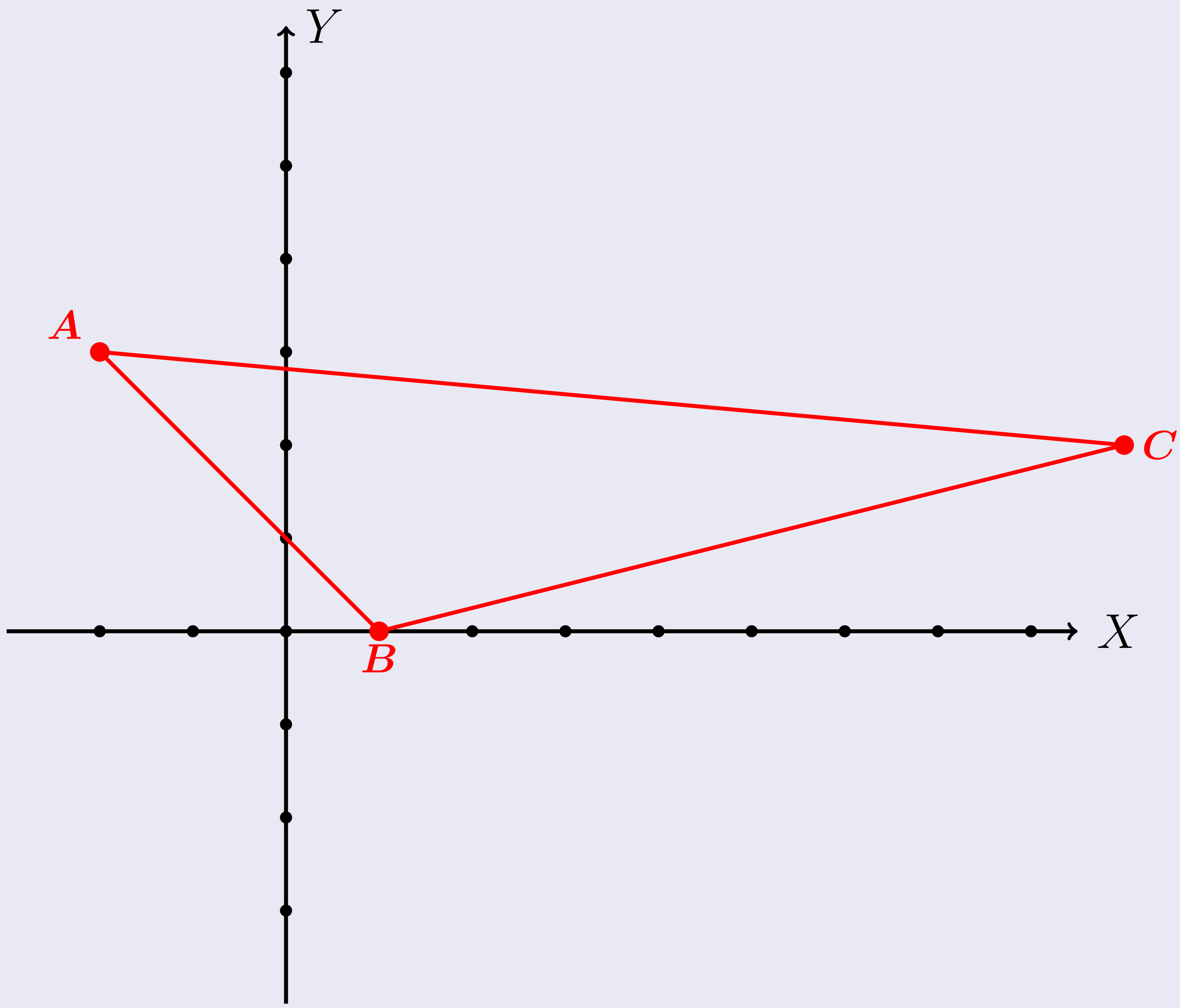

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,3)$, $B(1,0)$, $C(9,2)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2} \cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB , AC , BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A}\ ;$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\vec{a}=$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или — общее уравнение прямой AB ;

$\vec{N}=$ или $\vec{N}=$ — нормальный вектор прямой AB

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AB}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB}=$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_C-x_A}=\frac{y-y_A}{y_C-y_A}\ ;$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\vec{a}=$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или — общее уравнение прямой AC ;

$\vec{N}=$ или $\vec{N}=$ — нормальный вектор прямой AC

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AC}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC}=$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} \;;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или $\}$ — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или } — общее ур-е прямой AK;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи Клик

x_K (формат 1.23): введи Клик

y_K (формат 1.23): введи Клик

длина AK (формат 1.23): введи Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или } — общее ур-е прямой BL;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} = \qquad .$

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \; ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\qquad , \qquad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\ ; \qquad ;$$

$y =\quad \cdot x +\quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\quad , \quad AC = \quad , \quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\; , \;), \quad \overrightarrow{AC} = (\; , \;), \quad \overrightarrow{BC} = (\; , \;),$

4 $\cos(\angle BAC) = \quad , \angle BAC = \quad$ рад $= \quad ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{AC} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\quad , \quad), \quad AM = \quad , \quad y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\quad , \quad)$

9 $O(\quad , \quad)$

10 $K(\quad , \quad), \quad AK = \quad , \quad y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\quad , \quad), \quad BL = \quad , \quad y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\quad , \quad)$

13 $H(\quad , \quad), \quad AH = \quad , \quad y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\quad , \quad), \quad BG = \quad , \quad y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\quad , \quad)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

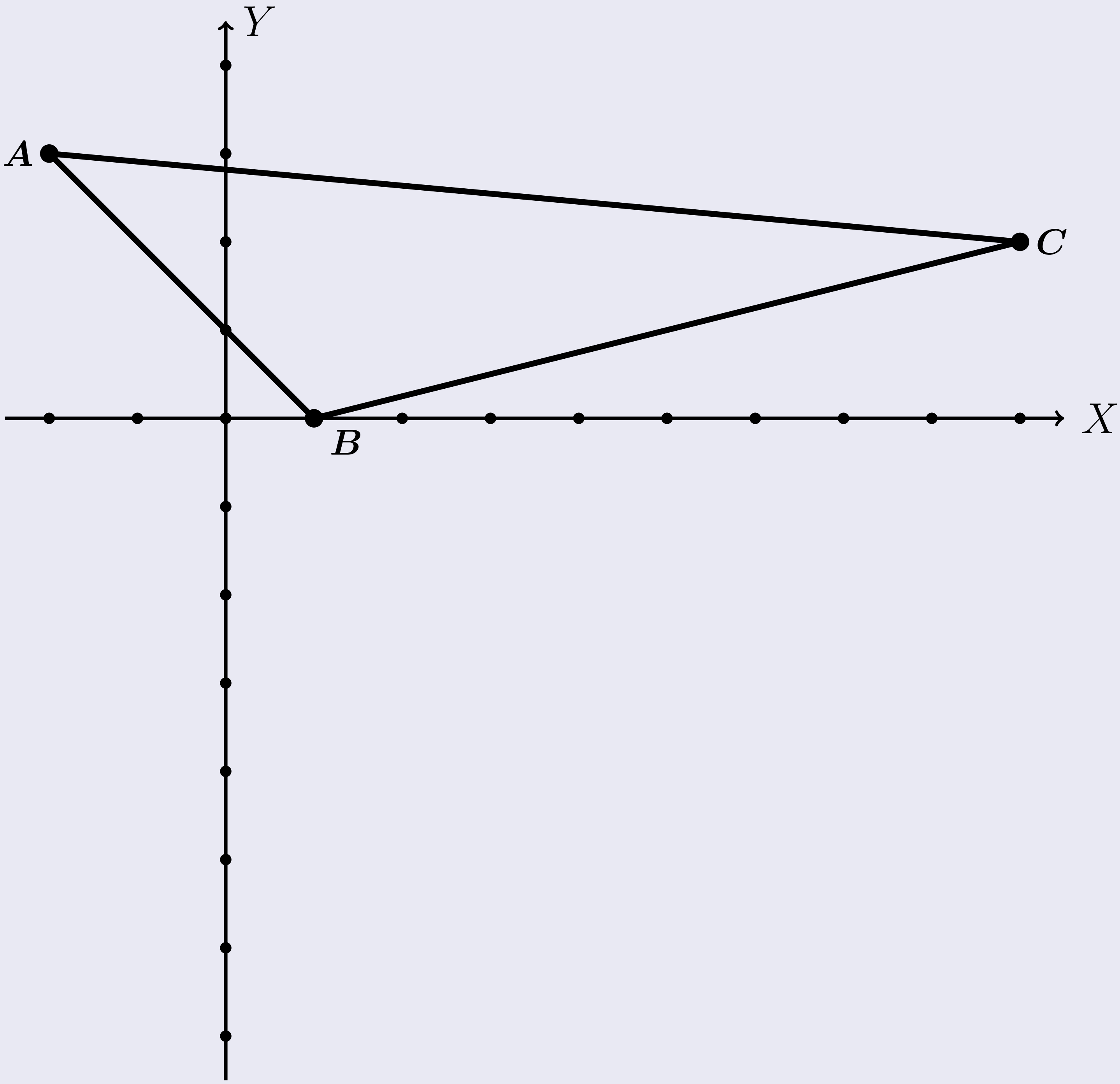

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,3)$, $B(1,0)$, $C(9,2)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 4

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-2,3)$, $B(2,-1)$, $C(8,1)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

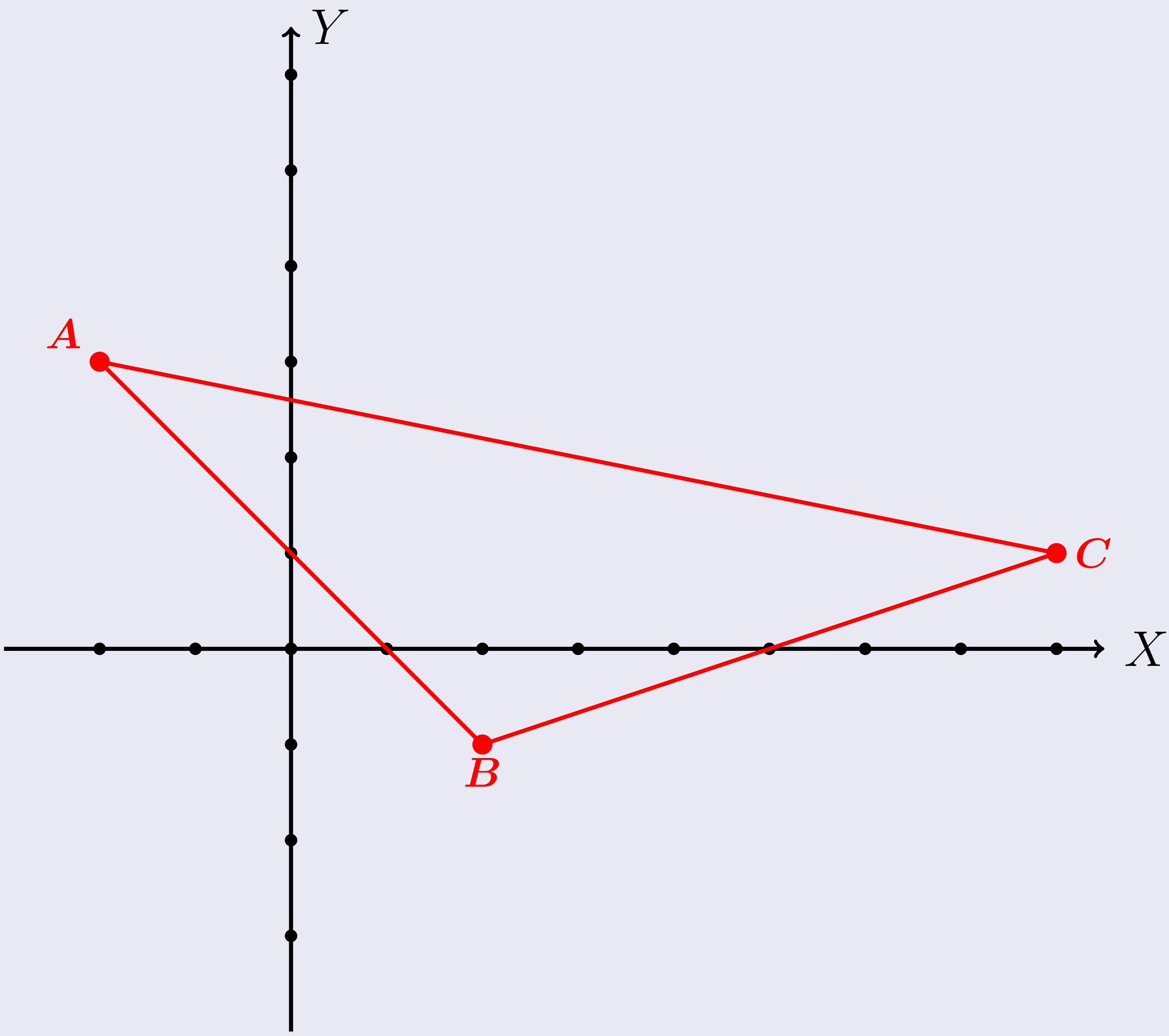

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,3)$, $B(2,-1)$, $C(8,1)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2} \cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или } — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AB

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AB}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB}=$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_C-x_A}=\frac{y-y_A}{y_C-y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или } — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AC

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AC}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC}=$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или } — общее уравнение прямой BC;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи Клик

y_O (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad) .$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B};$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или } — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad\quad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} = \qquad .$

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи Клик

y_P (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \; ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\quad , \quad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\,; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} \;=\; \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} \;=\; \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\quad , \quad AC = \quad , \quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ ,\ ),\ \overrightarrow{AC} = (\ ,\ ),\ \overrightarrow{BC} = (\ ,\ ),$

4 $\cos(\angle BAC) = \quad , \angle BAC = \quad$ рад $= \quad ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{AC} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\ ,\ ),\ AM = \quad ,\ y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\ ,\ )$

9 $O(\ ,\ )$

10 $K(\ ,\ ),\ AK = \quad ,\ y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\ ,\ ),\ BL = \quad ,\ y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\ ,\ )$

13 $H(\ ,\ ),\ AH = \quad ,\ y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\ ,\ ),\ BG = \quad ,\ y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\ ,\ )$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

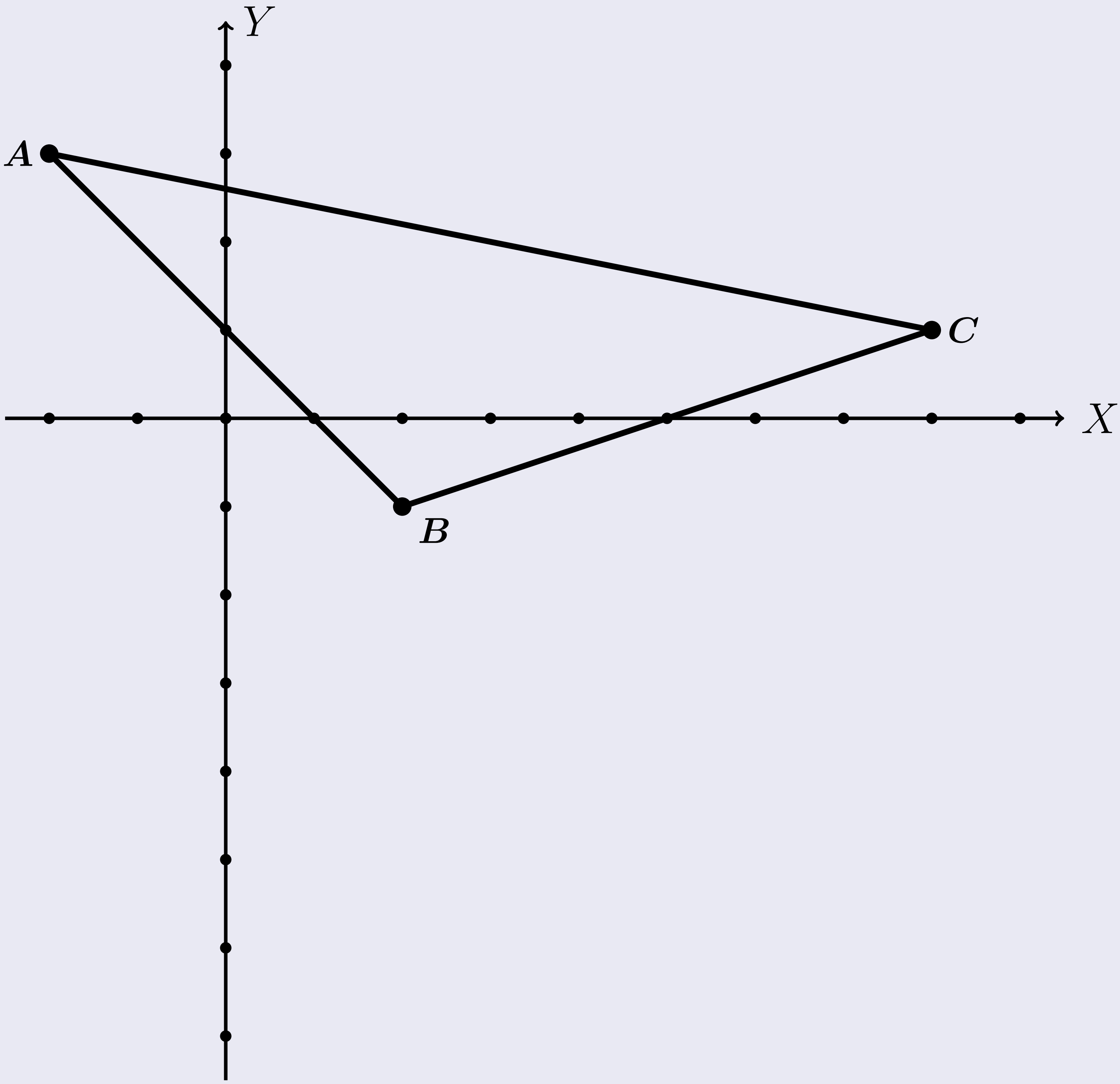

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,3)$, $B(2,-1)$, $C(8,1)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 5

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-2,3)$, $B(2,-1)$, $C(9,2)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

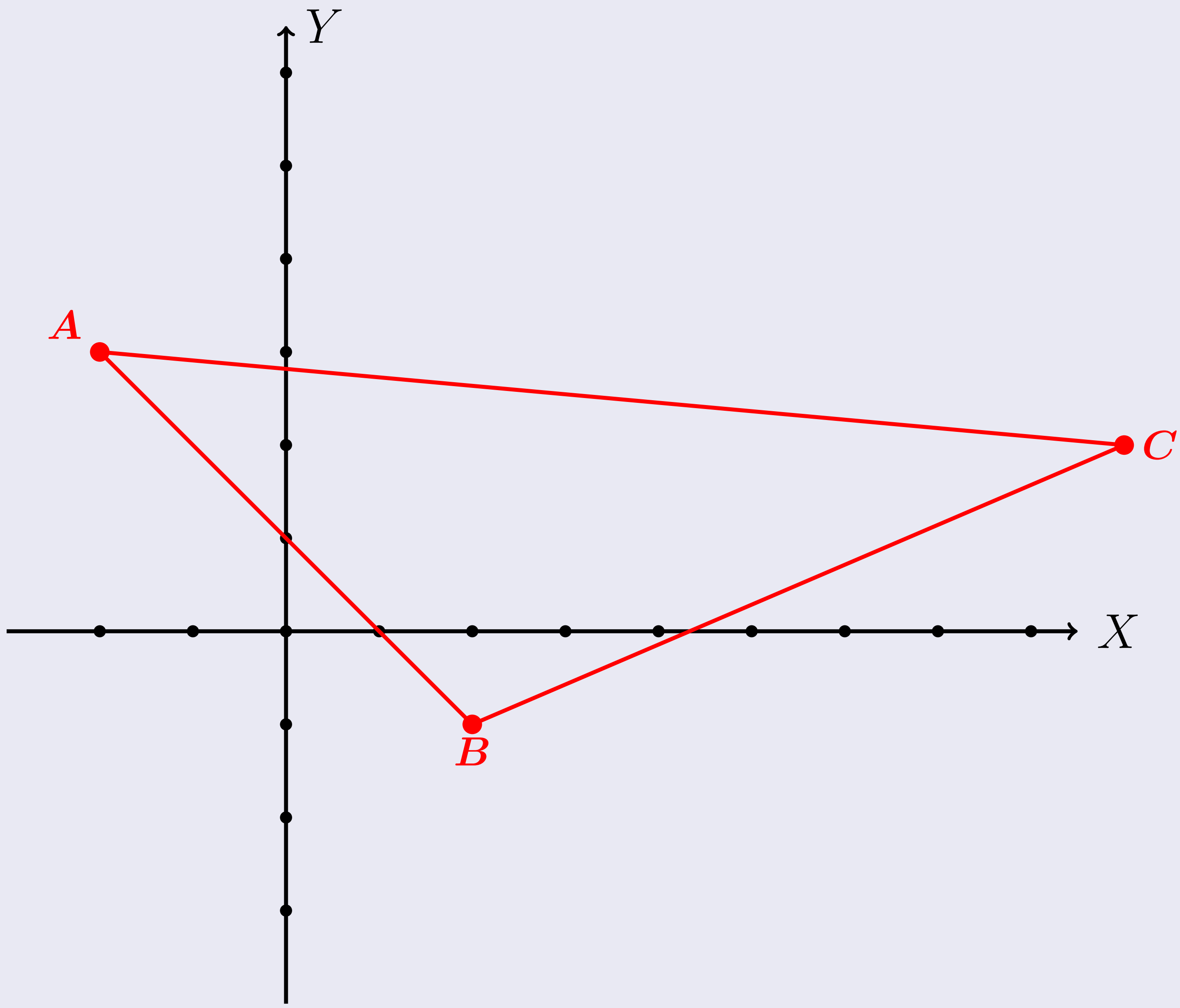

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,3)$, $B(2,-1)$, $C(9,2)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB , AC , BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad, \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad,$$

$$AB = \qquad, \quad AC = \qquad.$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad {}^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2} \cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB , AC , BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \, ;$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или — общее уравнение прямой AB ;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A} \, ;$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или — общее уравнение прямой AC ;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} \ ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или — общее уравнение прямой BC;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$M(\quad , \quad).$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи Клик

y_O (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи Клик

x_K (формат 1.23): введи Клик

y_K (формат 1.23): введи Клик

длина AK (формат 1.23): введи Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad\qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad\qquad =$$

$$= \qquad\qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или } — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи Клик

y_P (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \; ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\quad , \quad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B) \; ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \qquad \cdot x + \\ y_{BG} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Φ10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =$, $AC =$, $BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ , \ )$, $\overrightarrow{AC} = (\ , \ )$, $\overrightarrow{BC} = (\ , \ )$,

4 $\cos(\angle BAC) =$, $\angle BAC =$ рад $=$ $^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x +$,
$y_{AC} = \quad \cdot x +$,
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\ , \ )$, $AM =$, $y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\ , \ )$

9 $O(\ , \ )$

10 $K(\ , \ )$, $AK =$, $y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\ , \ )$, $BL =$, $y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\ , \ )$

13 $H(\ , \ )$, $AH =$, $y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\ , \ )$, $BG =$, $y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\ , \ )$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

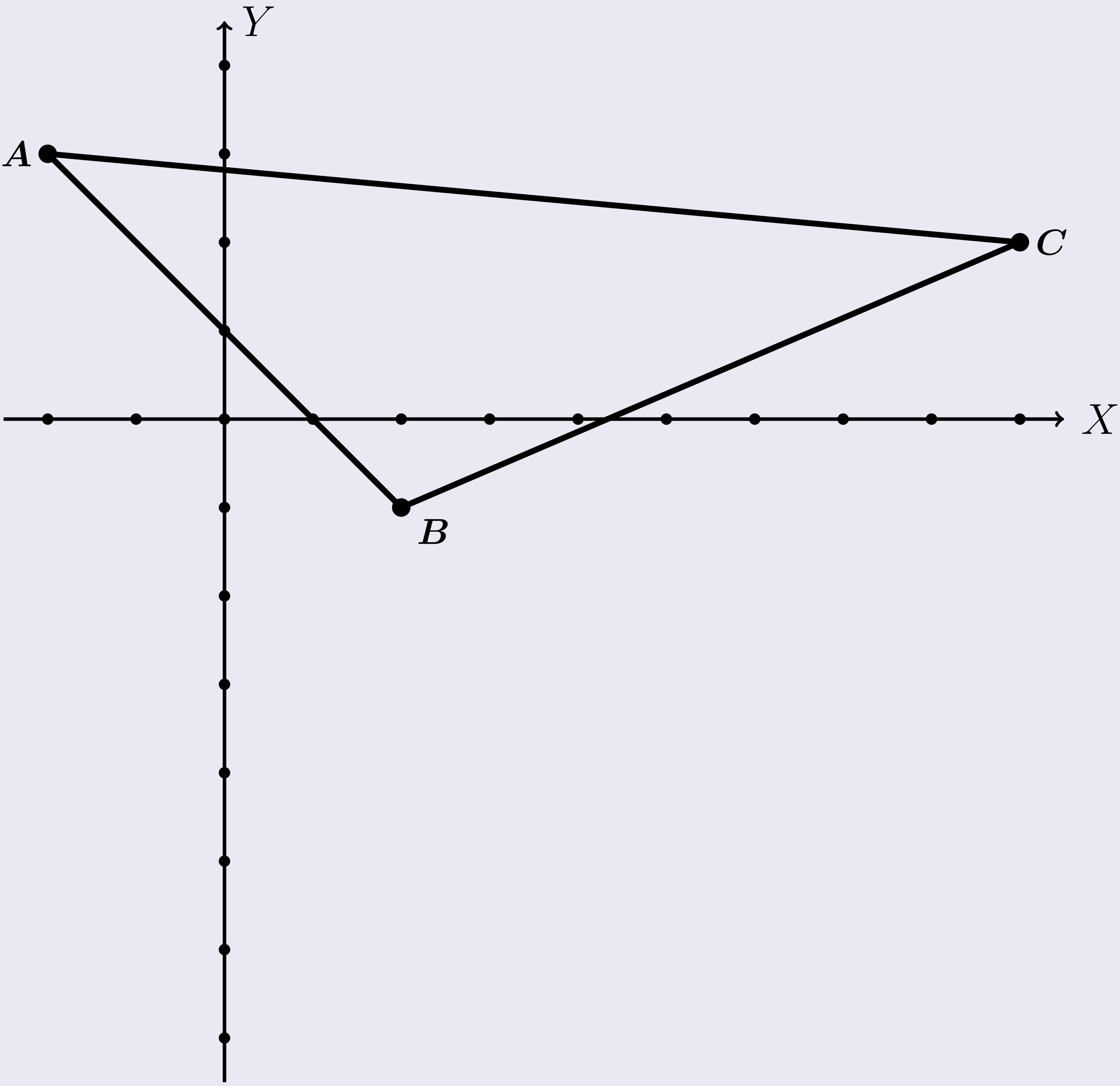

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,3)$, $B(2,-1)$, $C(9,2)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 6

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-2,3)$, $B(2,0)$, $C(8,1)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

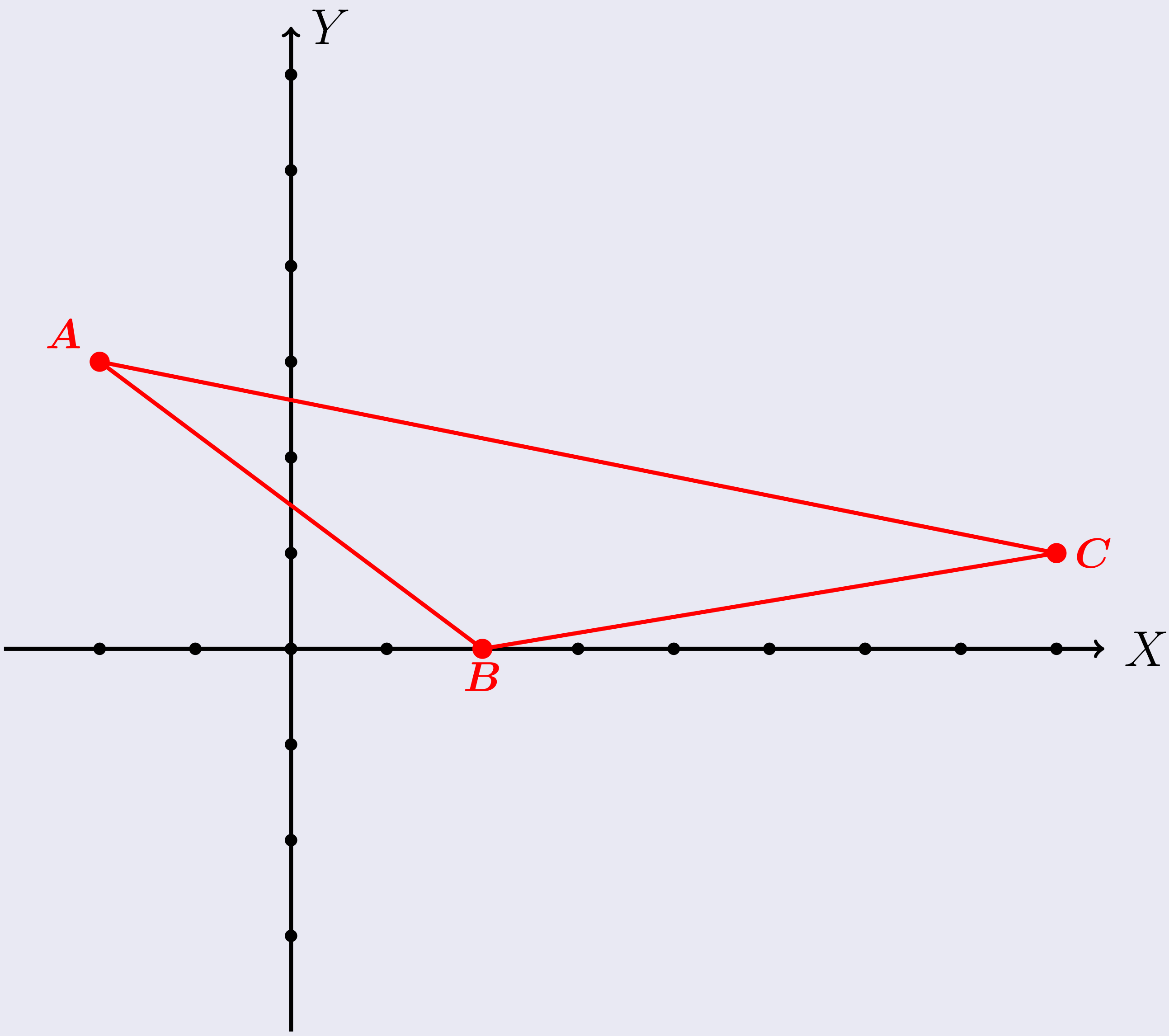

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,3)$, $B(2,0)$, $C(8,1)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ___ Клик

AC (формат 1.23): введи ___ Клик

CB (формат 1.23): введи ___ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\quad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\quad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\quad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или } — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи Клик

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи Клик

y_O (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или $\Big\}$ — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или — общее ур-е прямой BL;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи Клик

y_P (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \; ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + & \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\qquad , \qquad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\ ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + & \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\quad , \quad AC = \quad , \quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ ,\ ),\ \overrightarrow{AC} = (\ ,\ ),\ \overrightarrow{BC} = (\ ,\ ),$

4 $\cos(\angle BAC) = \quad , \angle BAC = \quad$ рад $= \quad ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{AC} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\quad ,\quad),\ AM = \quad ,\ y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\quad ,\quad)$

9 $O(\quad ,\quad)$

10 $K(\quad ,\quad),\ AK = \quad ,\ y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\quad ,\quad),\ BL = \quad ,\ y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\quad ,\quad)$

13 $H(\quad ,\quad),\ AH = \quad ,\ y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\quad ,\quad),\ BG = \quad ,\ y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\quad ,\quad)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

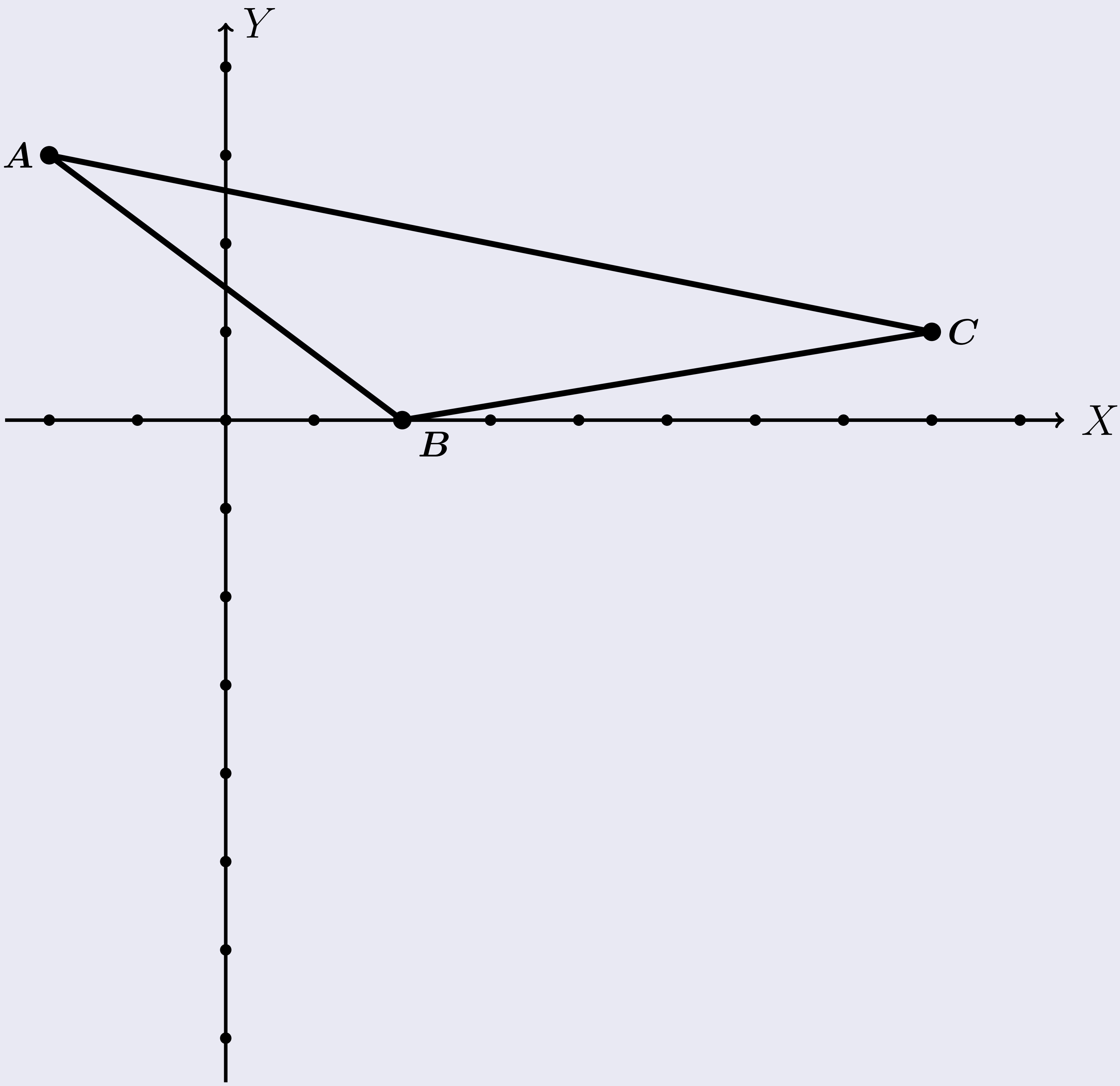

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,3)$, $B(2,0)$, $C(8,1)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

Вариант 7

возврат ⟹

огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-2,3)$, $B(2,0)$, $C(9,2)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

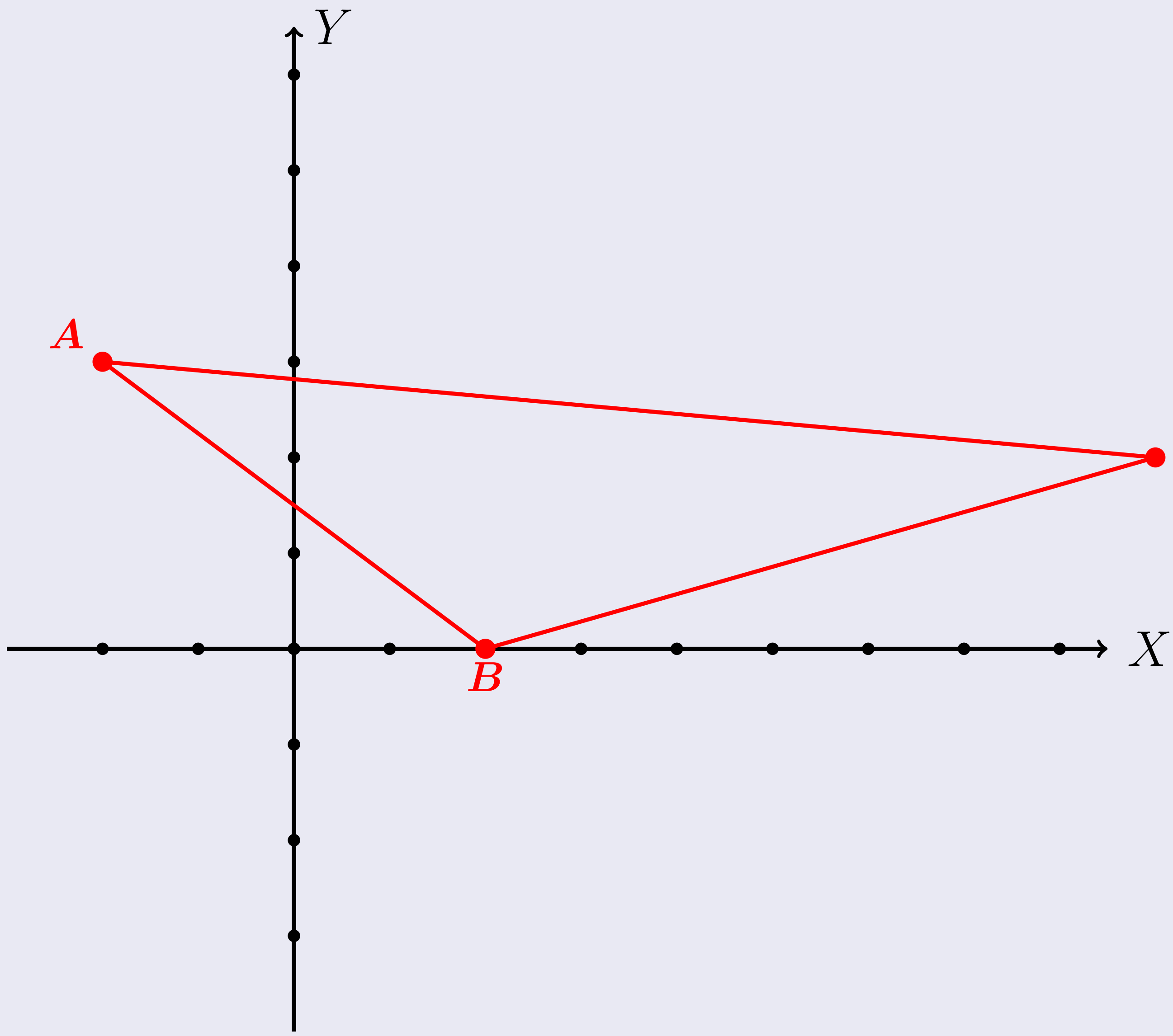

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,3)$, $B(2,0)$, $C(9,2)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2} \cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или } — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\quad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\quad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или } — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\quad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_B}{x_C-x_B}=\frac{y-y_B}{y_C-y_B};$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой BC

$y=\underbrace{\quad}_{k_{BC}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC}=$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи Клик

y_O (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или } — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} = \qquad .$

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \quad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} \; ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или — общее ур-е прямой BL;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи Клик

y_P (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A)\ ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + & \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\qquad , \qquad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\ ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + & \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\qquad, \quad AC =\qquad, \quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ ,\ ), \quad \overrightarrow{AC} = (\ ,\ ), \quad \overrightarrow{BC} = (\ ,\ ),$

4 $\cos(\angle BAC) =\qquad, \angle BAC =\qquad$ рад $=\qquad{}^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} =\qquad \cdot x +\qquad,$
$y_{AC} =\qquad \cdot x +\qquad,$
$y_{BC} =\qquad \cdot x +$

7 $M(\ ,\ ), \quad AM =\qquad, \quad y_{AM} =\qquad \cdot x +$

8 $N(\ ,\ )$

9 $O(\ ,\ )$

10 $K(\ ,\ ), \quad AK =\qquad, \quad y_{AK} =\qquad \cdot x +$

11 $L(\ ,\ ), \quad BL =\qquad, \quad y_{BL} =\qquad \cdot x +$

12 $P(\ ,\ )$

13 $H(\ ,\ ), \quad AH =\qquad, \quad y_{AH} =\qquad \cdot x +$

14 $G(\ ,\ ), \quad BG =\qquad, \quad y_{BG} =\qquad \cdot x +$

15 $Q(\ ,\ )$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

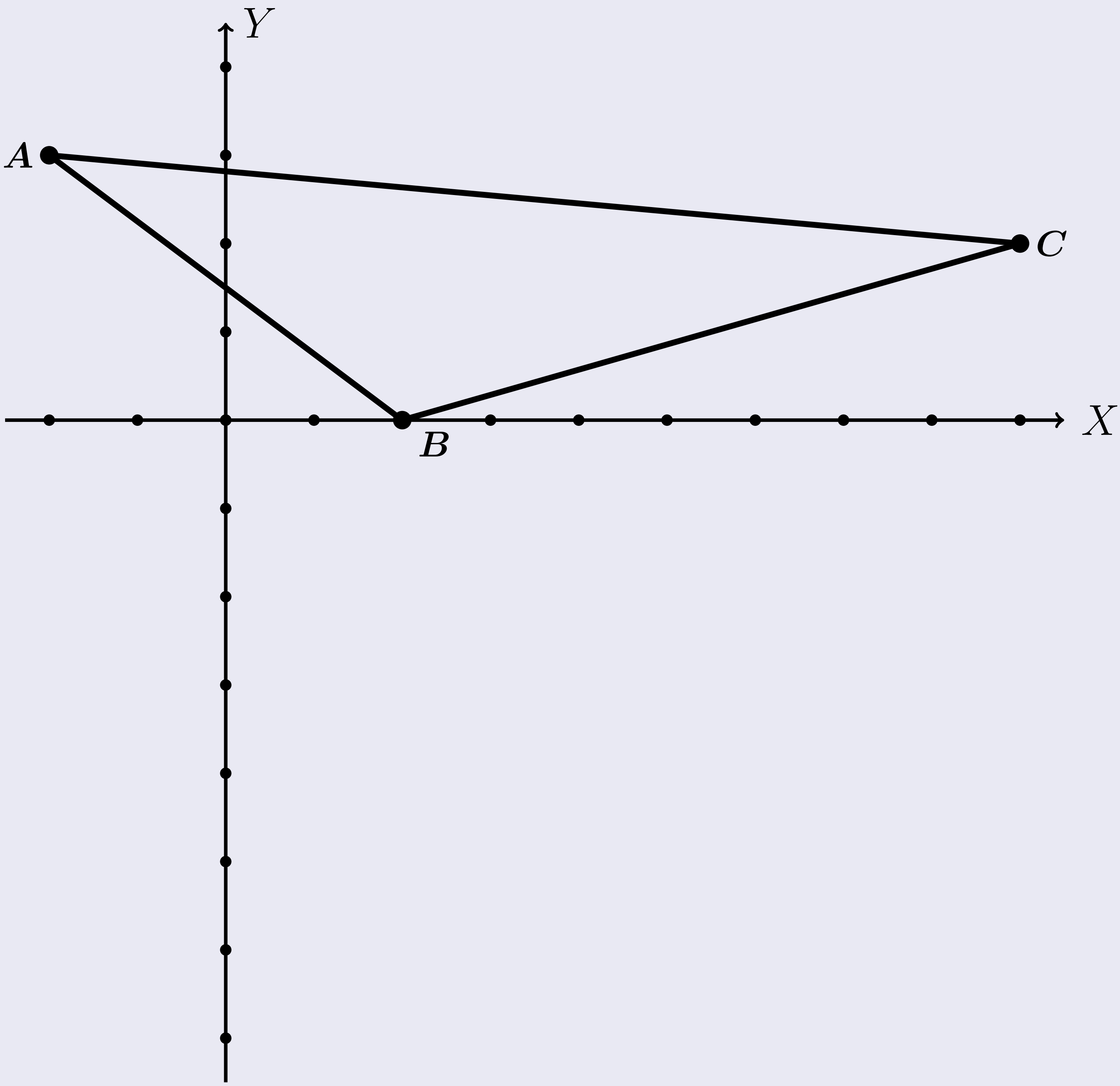

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,3)$, $B(2,0)$, $C(9,2)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 8

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-2,4)$, $B(1,-1)$, $C(8,1)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

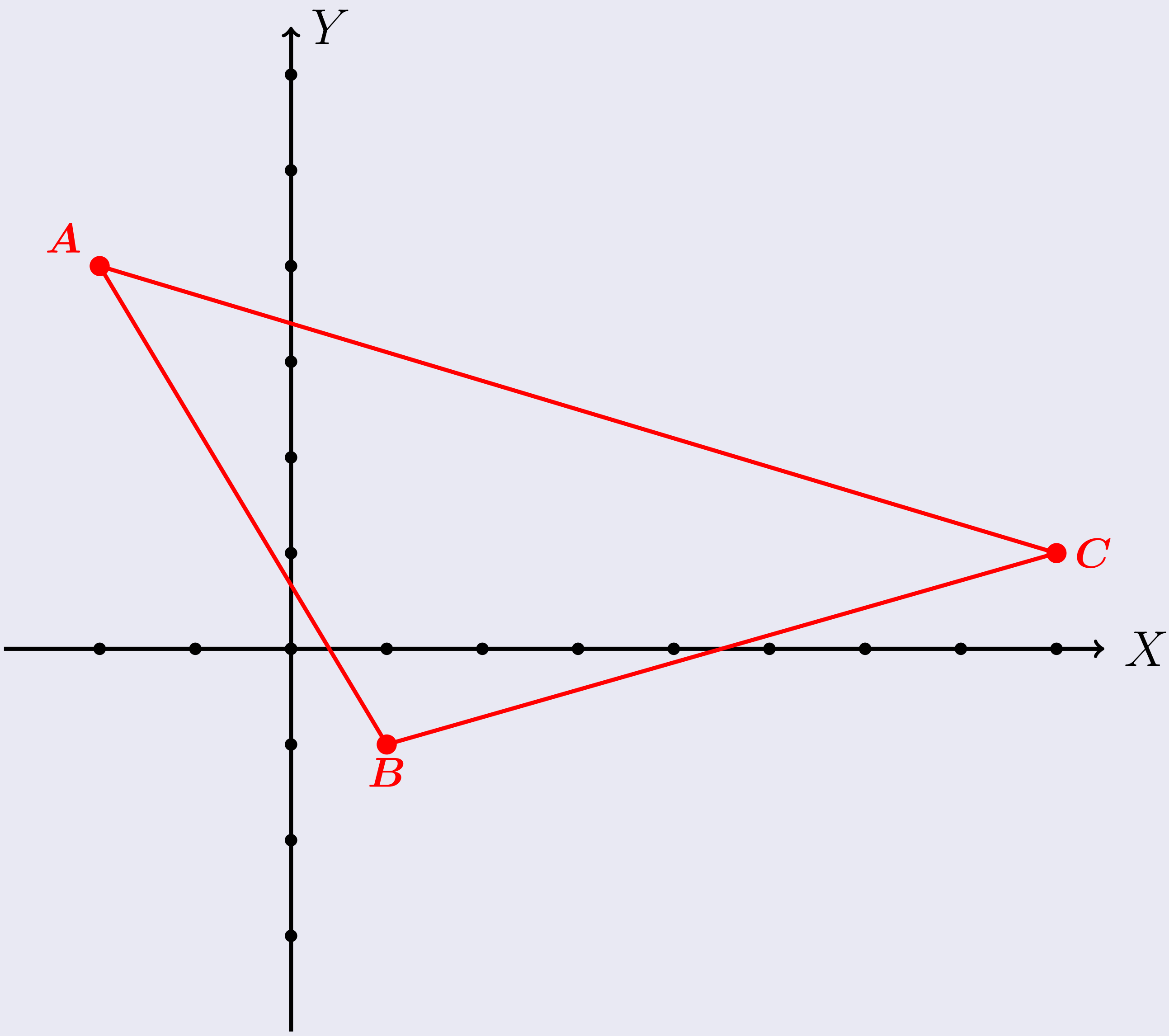

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,4)$, $B(1,-1)$, $C(8,1)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2} \cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или } — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AB

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AB}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB}=$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_C-x_A}=\frac{y-y_A}{y_C-y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или } — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AC

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AC}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC}=$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или — общее уравнение прямой BC;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или — общее ур-е прямой AM;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A} \, ;$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или } — общее ур-е прямой BL;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} = \qquad .$

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи Клик

x_L (формат 1.23): введи Клик

y_L (формат 1.23): введи Клик

длина BL (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи Клик

y_P (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \; ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + & \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\qquad , \qquad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\ ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\quad , \quad AC = \quad , \quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ ,\ ),\quad \overrightarrow{AC} = (\ ,\ ),\quad \overrightarrow{BC} = (\ ,\ ),$

4 $\cos(\angle BAC) = \quad , \angle BAC = \quad$ рад $= \quad ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{AC} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\quad , \quad),\quad AM = \quad ,\quad y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\quad , \quad)$

9 $O(\quad , \quad)$

10 $K(\quad , \quad),\quad AK = \quad ,\quad y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\quad , \quad),\quad BL = \quad ,\quad y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\quad , \quad)$

13 $H(\quad , \quad),\quad AH = \quad ,\quad y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\quad , \quad),\quad BG = \quad ,\quad y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\quad , \quad)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

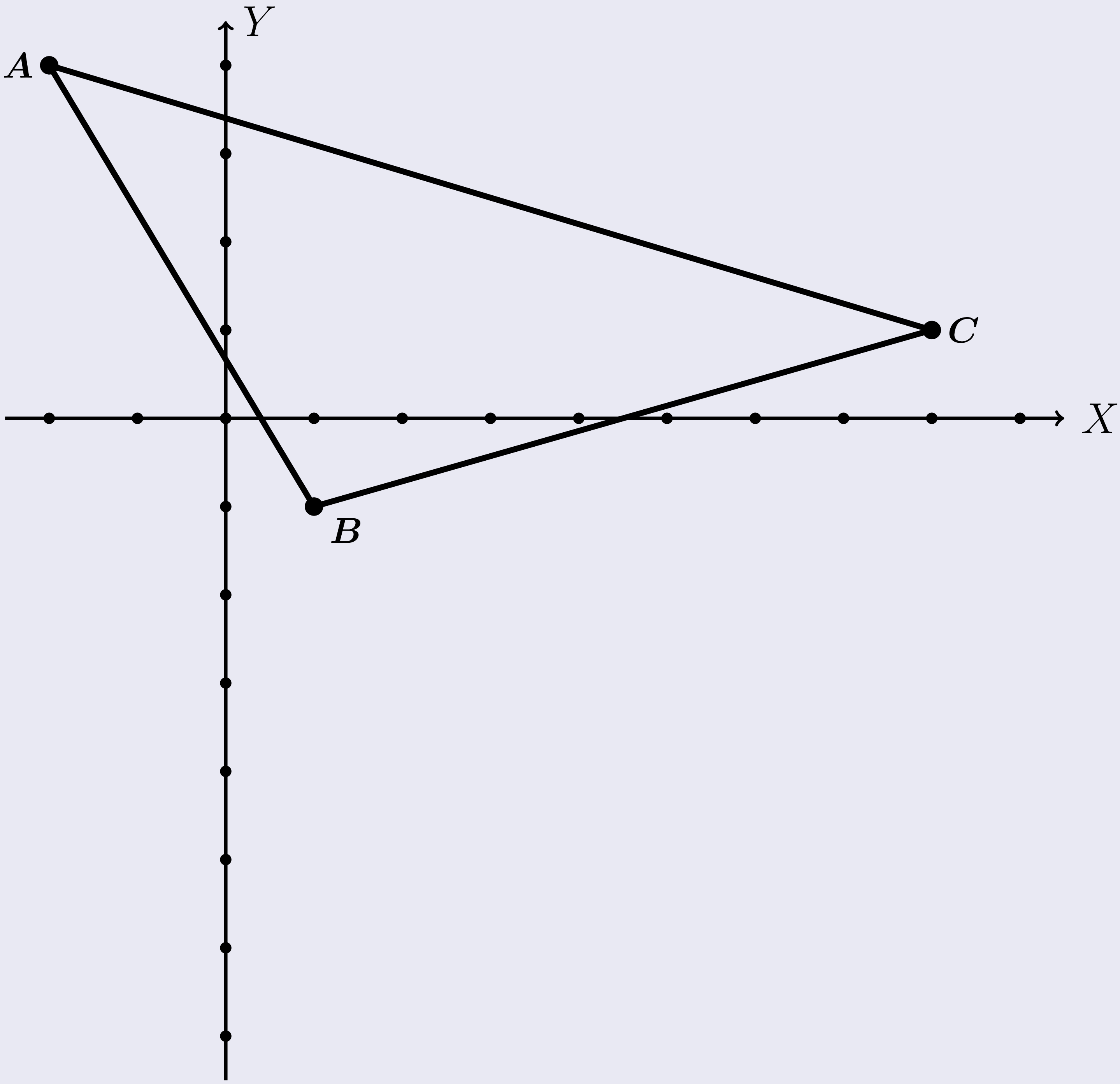

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,4)$, $B(1,-1)$, $C(8,1)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 9

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-2,4)$, $B(1,-1)$, $C(9,2)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

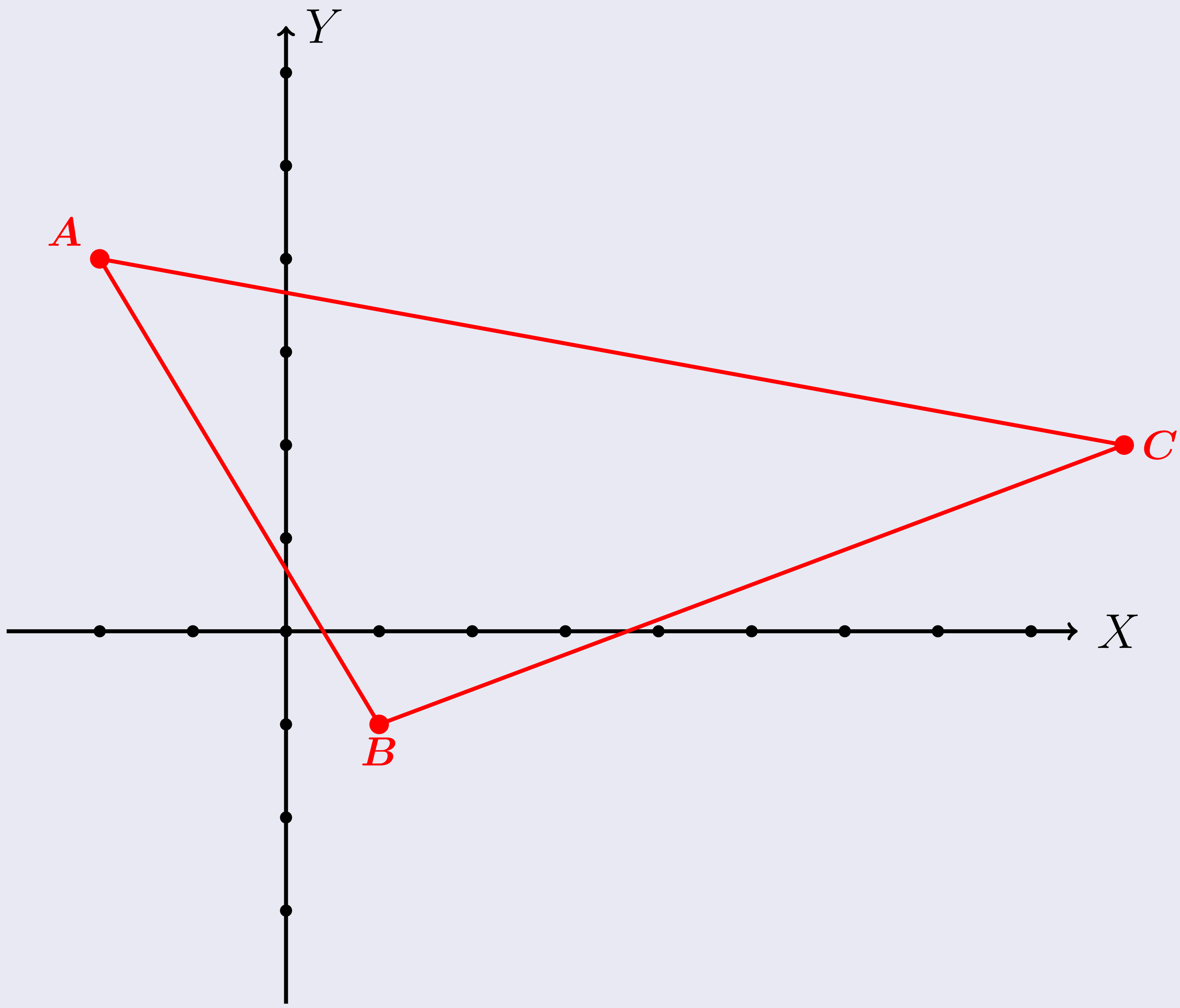

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2, 4)$, $B(1, -1)$, $C(9, 2)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи Клик

AC (формат 1.23): введи Клик

CB (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad, \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad,$$

$$AB = \qquad, \quad AC = \qquad.$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad {}^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} \quad \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или } — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\quad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\quad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или } — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\quad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} \; ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или $\Big\}$ — общее ур-е прямой AK;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или } — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A)\ ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\quad , \quad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\,; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =$, $AC =$, $BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ ,\ ),\ \overrightarrow{AC} = (\ ,\ ),\ \overrightarrow{BC} = (\ ,\ ),$

4 $\cos(\angle BAC) =$, $\angle BAC =$ рад $=$ $^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \ \cdot x + \ ,$
$y_{AC} = \ \cdot x + \ ,$
$y_{BC} = \ \cdot x +$

7 $M(\ ,\ ),\ AM =\ ,\ y_{AM} = \ \cdot x +$

8 $N(\ ,\ )$

9 $O(\ ,\ )$

10 $K(\ ,\ ),\ AK =\ ,\ y_{AK} = \ \cdot x +$

11 $L(\ ,\ ),\ BL =\ ,\ y_{BL} = \ \cdot x +$

12 $P(\ ,\ )$

13 $H(\ ,\ ),\ AH =\ ,\ y_{AH} = \ \cdot x +$

14 $G(\ ,\ ),\ BG =\ ,\ y_{BG} = \ \cdot x +$

15 $Q(\ ,\ )$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

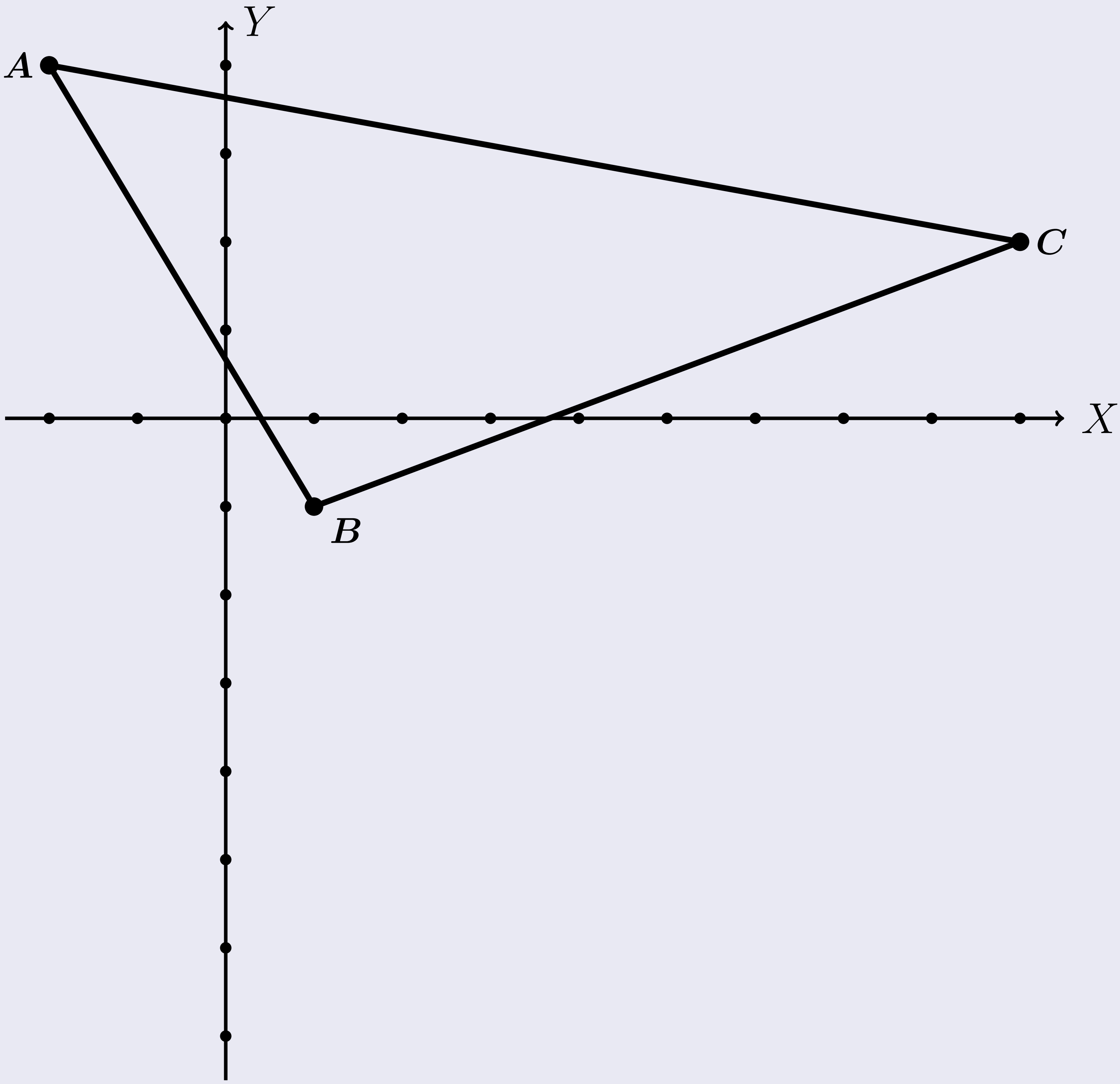

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,4)$, $B(1,-1)$, $C(9,2)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 10

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-2,4)$, $B(1,0)$, $C(8,1)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

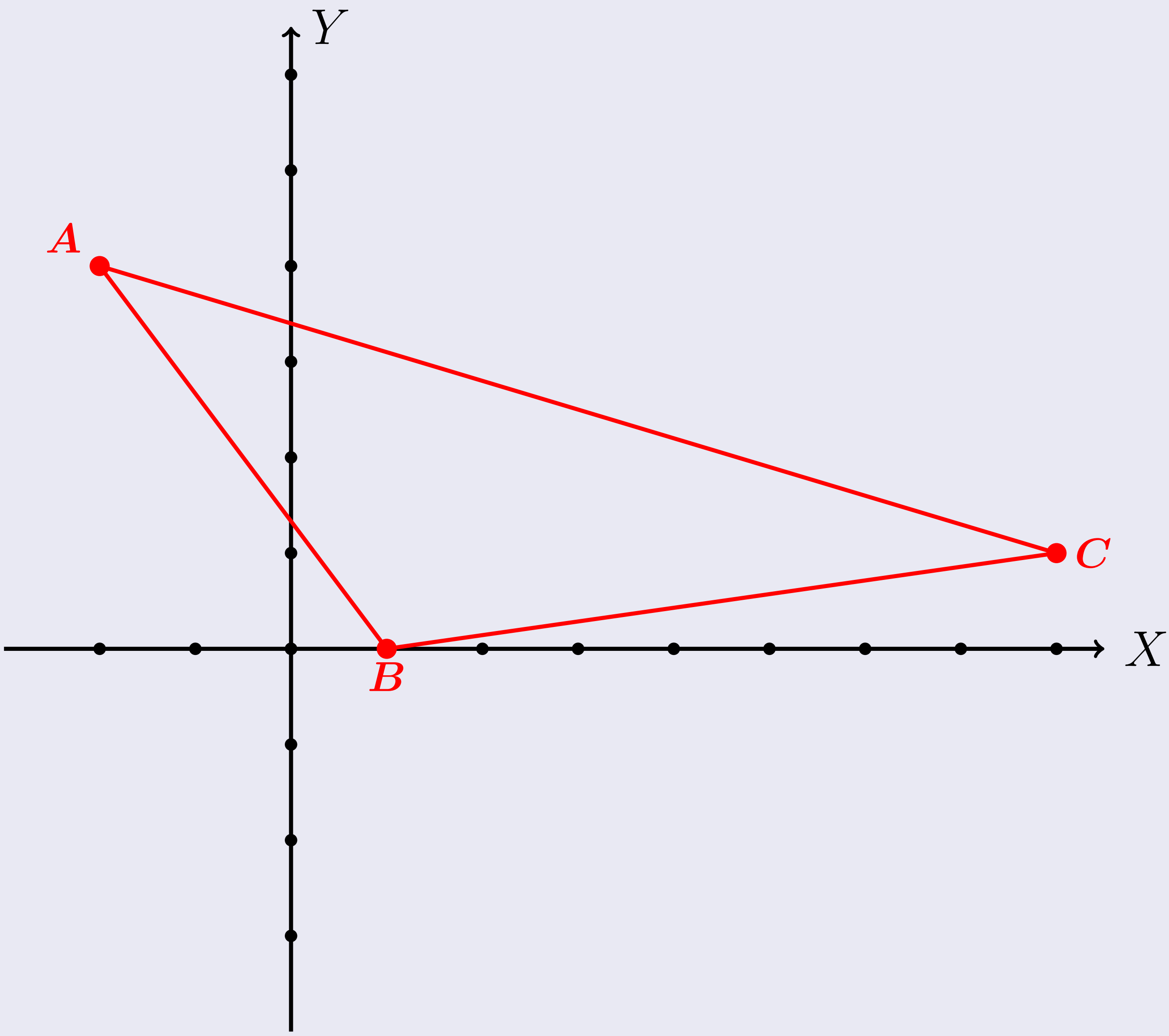

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,4)$, $B(1,0)$, $C(8,1)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad {}^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB , AC , BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или — общее уравнение прямой AB ;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или — общее уравнение прямой AC ;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_B}{x_C-x_B}=\frac{y-y_B}{y_C-y_B}\ ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой BC

$y=\underbrace{\quad}_{k_{BC}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC}=$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи Клик

y_N (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или } — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи Клик

x_K (формат 1.23): введи Клик

y_K (формат 1.23): введи Клик

длина AK (формат 1.23): введи Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \quad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или — общее ур-е прямой BL;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} = \quad$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи Клик

x_L (формат 1.23): введи Клик

y_L (формат 1.23): введи Клик

длина BL (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A)\ ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\qquad , \qquad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B) \ ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG} k_{AC} - b_{AC} k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\qquad ,\quad AC =\qquad ,\quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ ,\quad),\quad \overrightarrow{AC} = (\quad ,\quad),\quad \overrightarrow{BC} = (\ ,\ ),$

4 $\cos(\angle BAC) =\qquad ,\ \angle BAC =\qquad$ рад $=\qquad ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} =\qquad \cdot x +\qquad ,$
$y_{AC} =\qquad \cdot x +\qquad ,$
$y_{BC} =\qquad \cdot x +$

7 $M(\quad ,\quad),\quad AM =\qquad ,\quad y_{AM} =\qquad \cdot x +$

8 $N(\quad ,\quad)$

9 $O(\quad ,\quad)$

10 $K(\quad ,\quad),\quad AK =\qquad ,\quad y_{AK} =\qquad \cdot x +$

11 $L(\quad ,\quad),\quad BL =\qquad ,\quad y_{BL} =\qquad \cdot x +$

12 $P(\quad ,\quad)$

13 $H(\quad ,\quad),\quad AH =\qquad ,\quad y_{AH} =\qquad \cdot x +$

14 $G(\quad ,\quad),\quad BG =\qquad ,\quad y_{BG} =\qquad \cdot x +$

15 $Q(\quad ,\quad)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

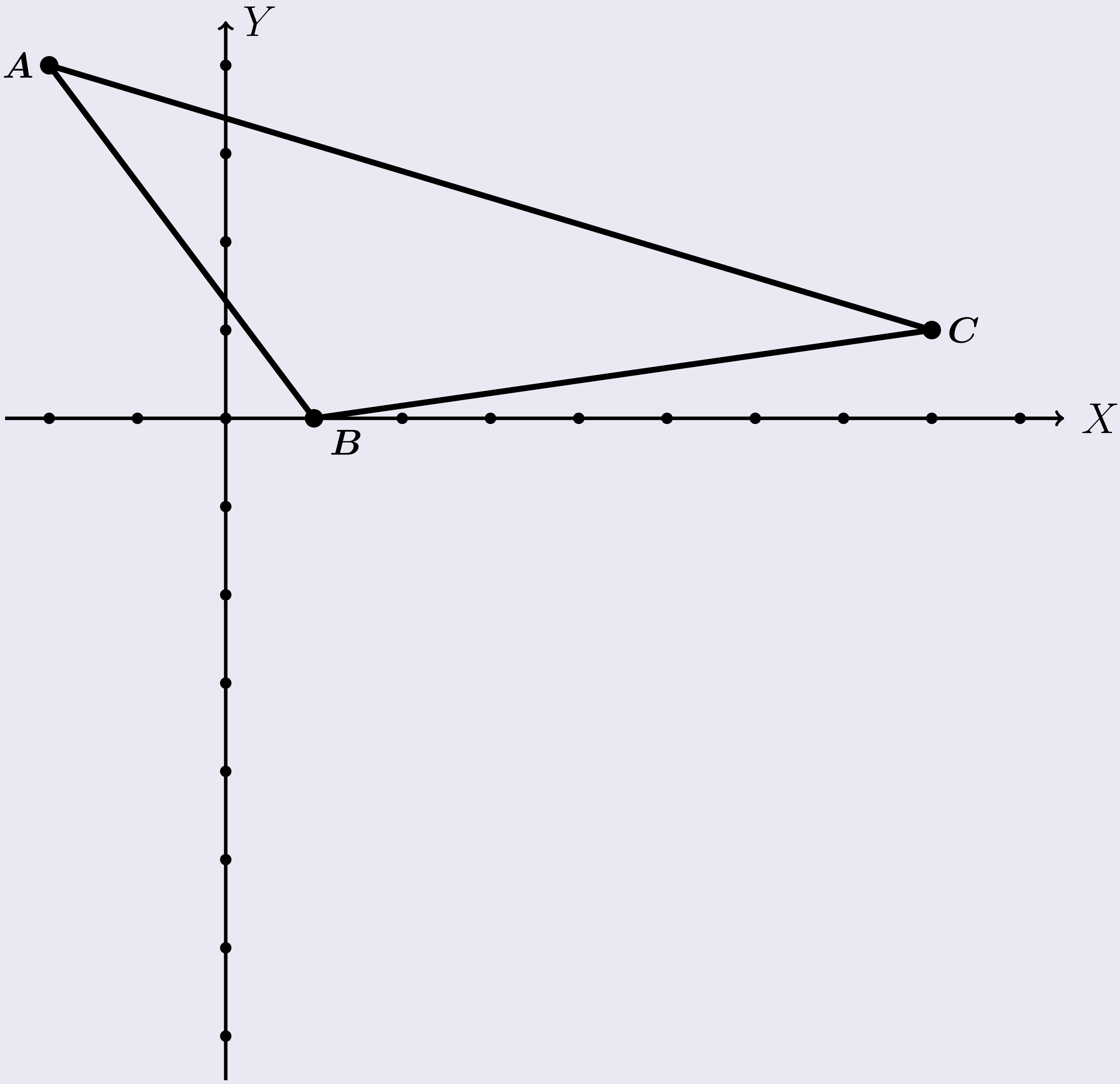

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,4)$, $B(1,0)$, $C(8,1)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 11

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-2,4)$, $B(1,0)$, $C(9,2)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

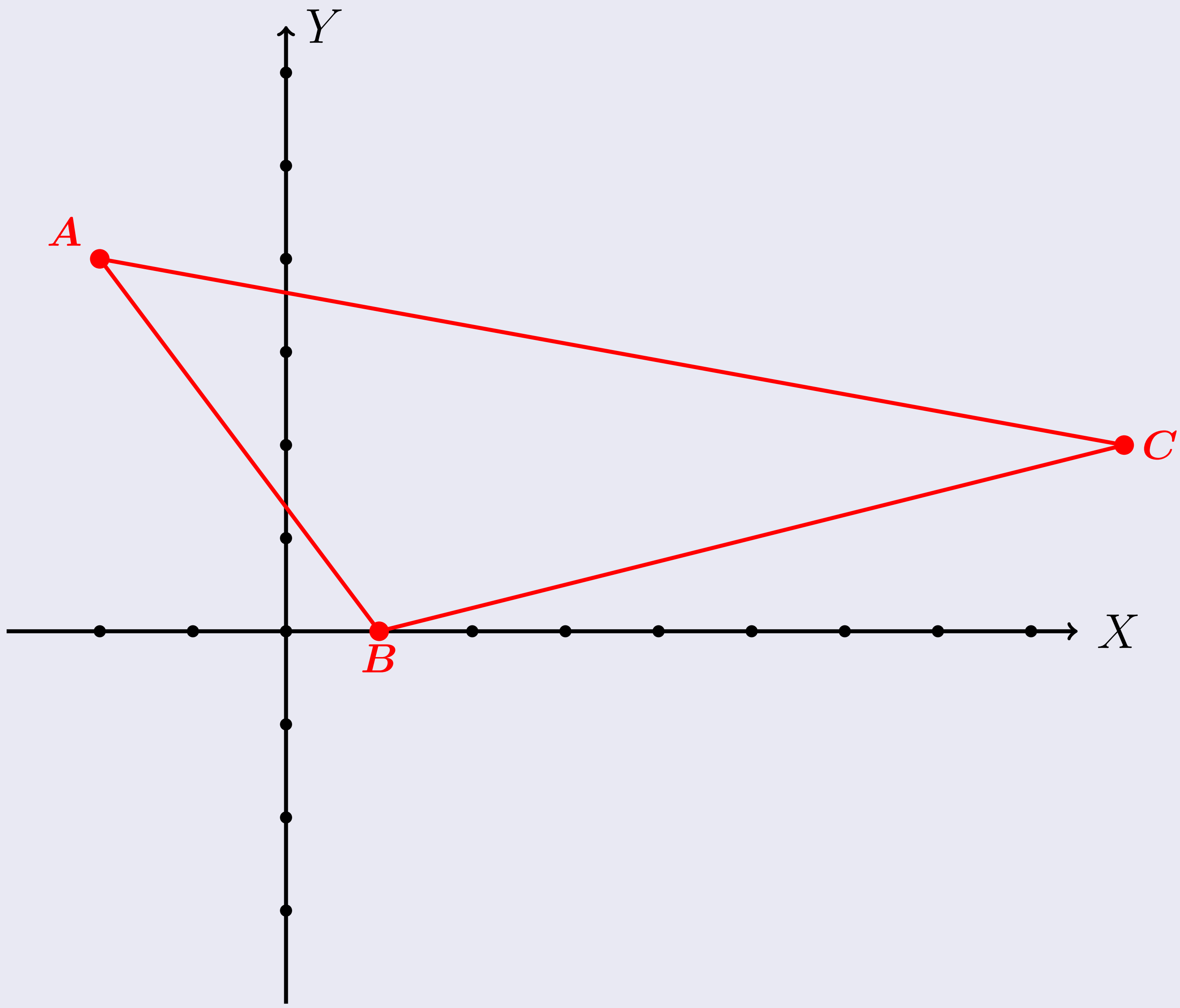

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2, 4)$, $B(1, 0)$, $C(9, 2)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB , AC , BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи Клик

AC (формат 1.23): введи Клик

CB (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2} \cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или } — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AB

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AB}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB}=$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_C-x_A}=\frac{y-y_A}{y_C-y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или } — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AC

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AC}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC}=$.

возврат ⟹

огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B};$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\quad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или $\Big\}$ — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или $\Big\}$ — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} = \qquad .$

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или } — общее ур-е прямой BL;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \; ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + & \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\qquad , \qquad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B) \; ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =$, $AC =$, $BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\; , \;)$, $\overrightarrow{AC} = (\; , \;)$, $\overrightarrow{BC} = (\; , \;)$,

4 $\cos(\angle BAC) =$, $\angle BAC =$ рад $=$ $^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x +$,
$y_{AC} = \quad \cdot x +$,
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\; , \;)$, $AM =$, $y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\; , \;)$

9 $O(\; , \;)$

10 $K(\; , \;)$, $AK =$, $y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\; , \;)$, $BL =$, $y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\; , \;)$

13 $H(\; , \;)$, $AH =$, $y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\; , \;)$, $BG =$, $y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\; , \;)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

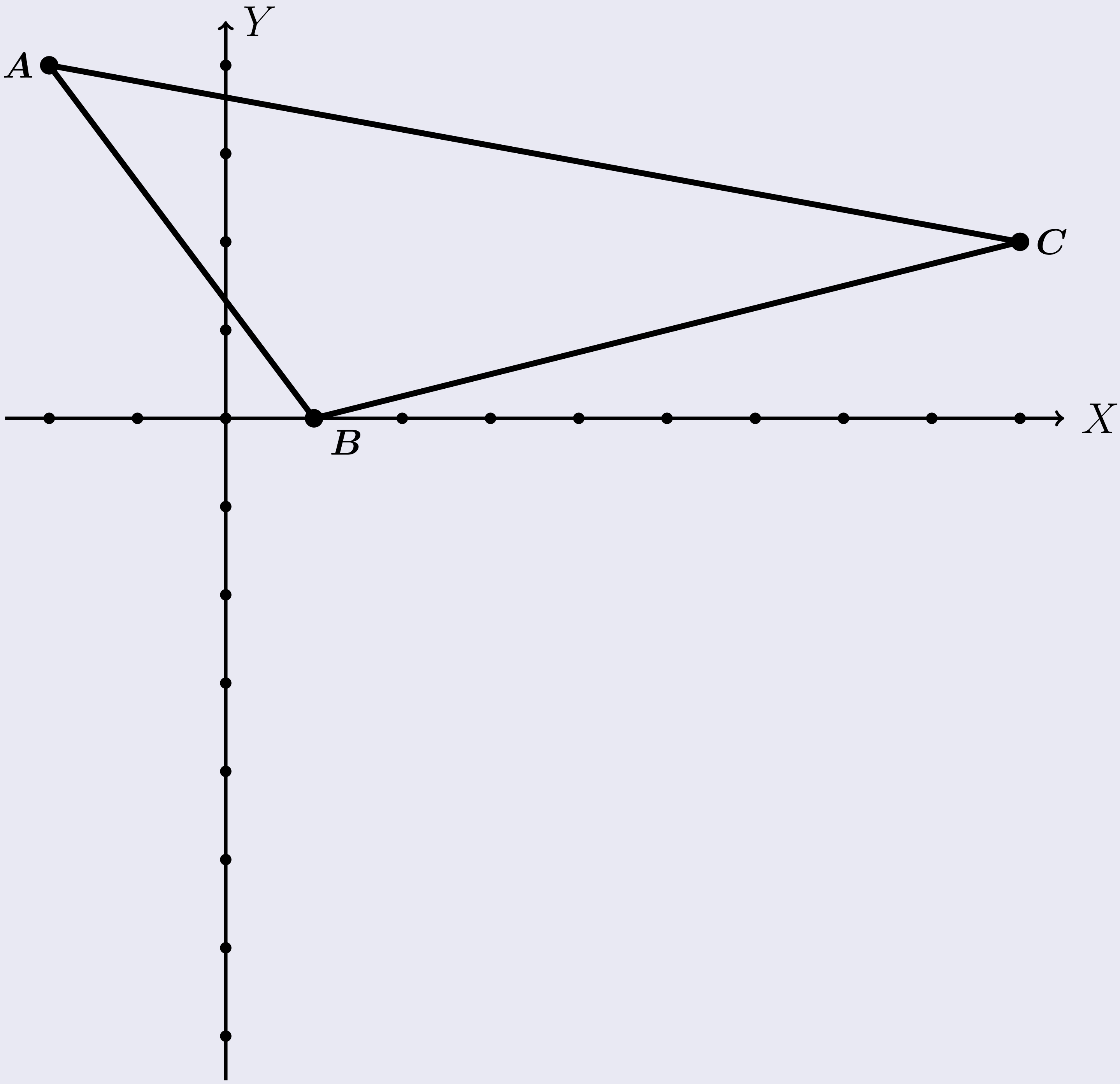

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,4)$, $B(1,0)$, $C(9,2)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 12

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-2,4)$, $B(2,-1)$, $C(8,1)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

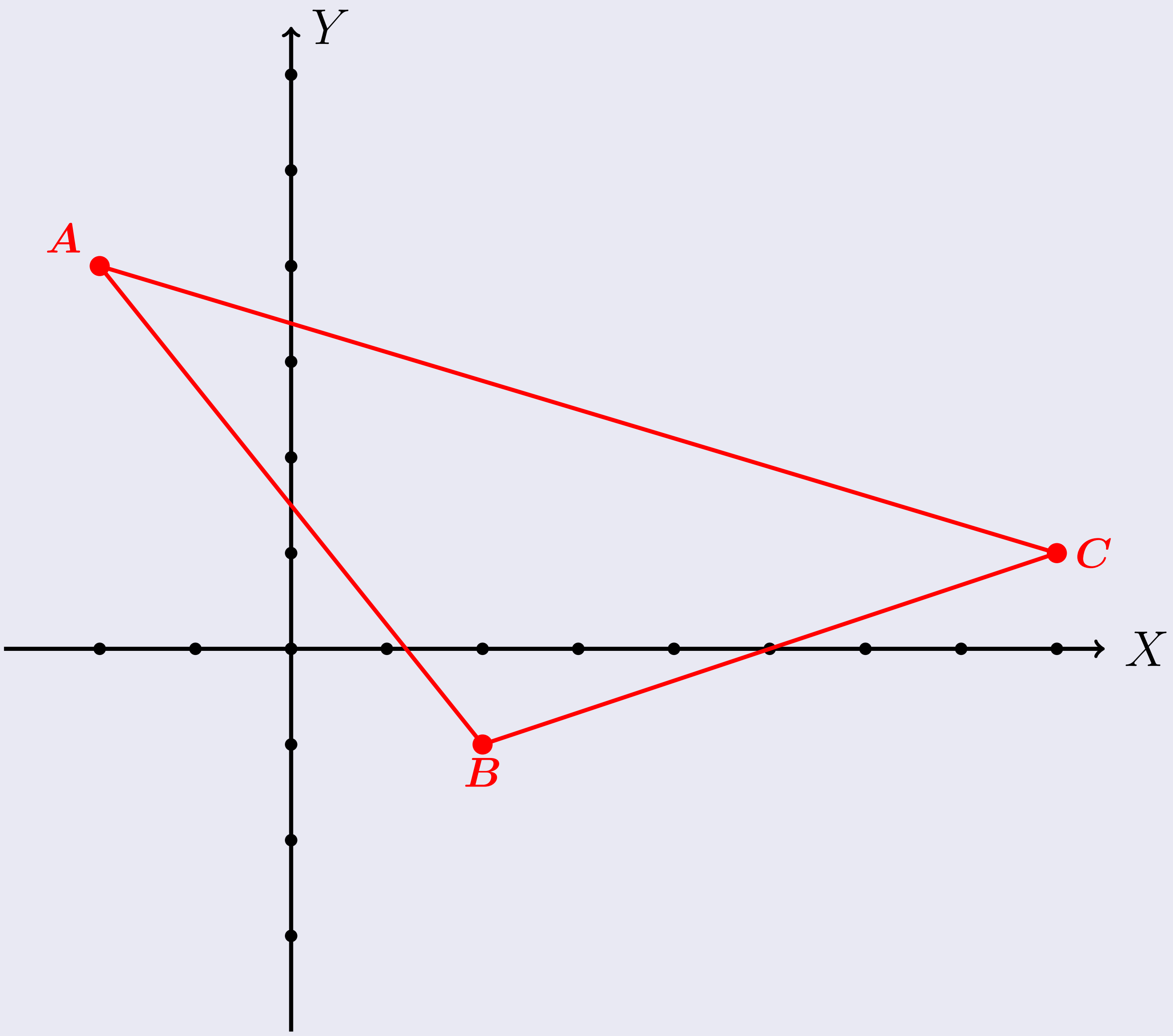

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,4)$, $B(2,-1)$, $C(8,1)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB , AC , BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad, \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad,$$

$$AB = \qquad, \quad AC = \qquad.$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} \quad \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или } — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AB

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AB}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB}=$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_C-x_A}=\frac{y-y_A}{y_C-y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или } — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AC

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AC}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC}=$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B};$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или — общее уравнение прямой BC;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\quad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$M(\quad , \quad).$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи Клик

y_O (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A} \;;$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или } — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или $\Big\}$ — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A)\ ; \qquad ;$$

$$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad\quad}_{b_{AH}}$$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + & \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\qquad , \qquad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\ ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \qquad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \qquad \cdot x + \qquad \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи _____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи _____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =$, $AC =$, $BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\; , \;)$, $\overrightarrow{AC} = (\; , \;)$, $\overrightarrow{BC} = (\; , \;)$,

4 $\cos(\angle BAC) =$, $\angle BAC =$ рад $=$ $^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \; \cdot x +$,
$y_{AC} = \; \cdot x +$,
$y_{BC} = \; \cdot x +$

7 $M(\; , \;)$, $AM =$, $y_{AM} = \; \cdot x +$

8 $N(\; , \;)$

9 $O(\; , \;)$

10 $K(\; , \;)$, $AK =$, $y_{AK} = \; \cdot x +$

11 $L(\; , \;)$, $BL =$, $y_{BL} = \; \cdot x +$

12 $P(\; , \;)$

13 $H(\; , \;)$, $AH =$, $y_{AH} = \; \cdot x +$

14 $G(\; , \;)$, $BG =$, $y_{BG} = \; \cdot x +$

15 $Q(\; , \;)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

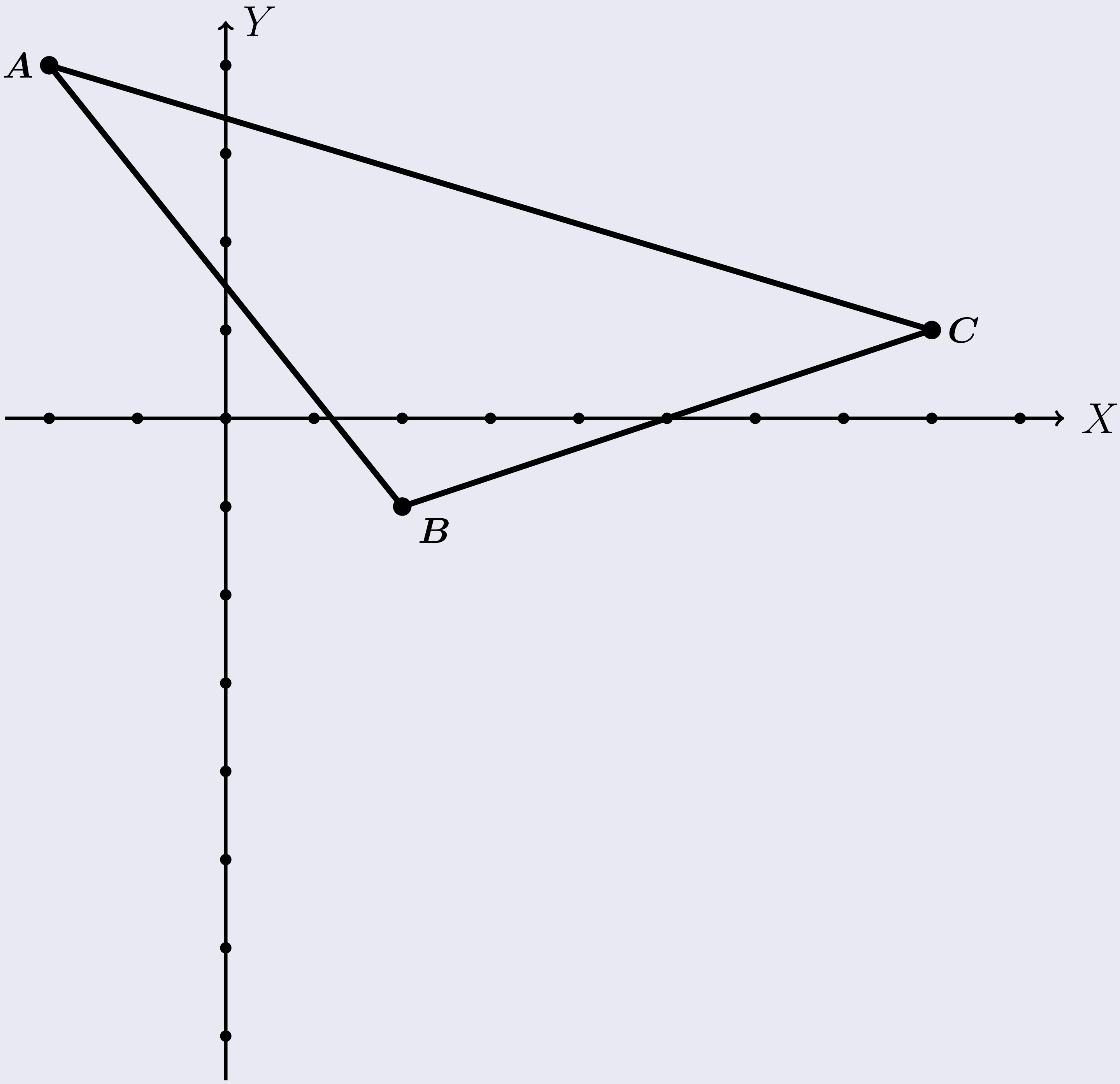

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2, 4)$, $B(2, -1)$, $C(8, 1)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 13

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-2,4)$, $B(2,-1)$, $C(9,2)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

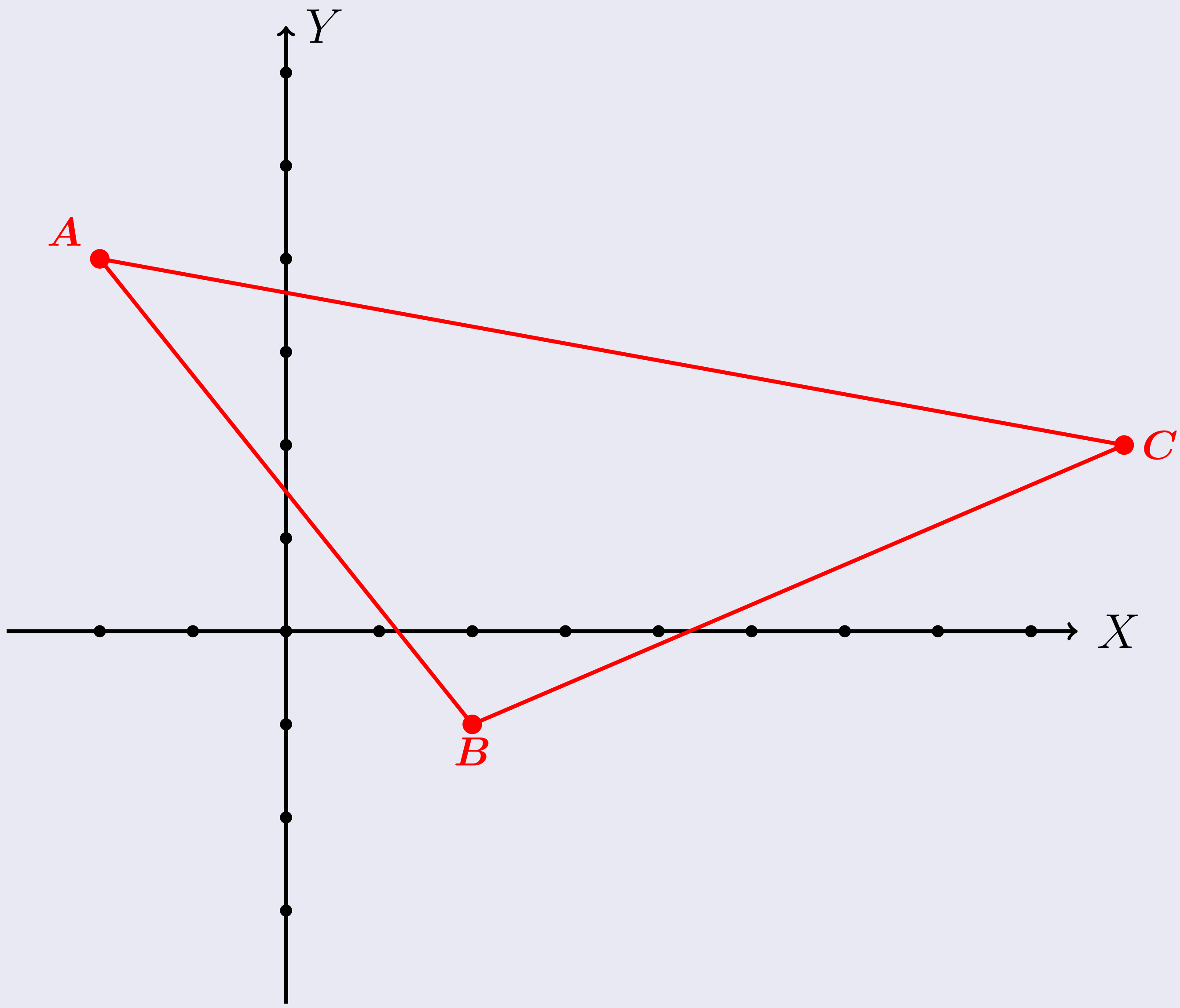

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2, 4)$, $B(2, -1)$, $C(9, 2)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \quad = \quad$ рад $= \quad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB , AC , BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \; ;$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или — общее уравнение прямой AB;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A} \; ;$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или — общее уравнение прямой AC;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи Клик

x_M (формат 1.23): введи Клик

y_M (формат 1.23): введи Клик

длина AM (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи Клик

y_O (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или } — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи Клик

x_K (формат 1.23): введи Клик

y_K (формат 1.23): введи Клик

длина AK (формат 1.23): введи Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} \ ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или } — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \qquad \cdot x + \\ y_{BL} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A)\ ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\qquad , \qquad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\ ; \qquad ;$$

$y = \qquad \cdot x + \qquad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \qquad \cdot x + \qquad \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\quad ,\quad AC = \quad ,\quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ ,\ ),\quad \overrightarrow{AC} = (\ ,\ ),\quad \overrightarrow{BC} = (\ ,\ ),$

4 $\cos(\angle BAC) = \quad ,\ \angle BAC = \quad$ рад $= \quad ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{AC} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\quad ,\quad),\quad AM = \quad ,\quad y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\quad ,\quad)$

9 $O(\quad ,\quad)$

10 $K(\quad ,\quad),\quad AK = \quad ,\quad y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\quad ,\quad),\quad BL = \quad ,\quad y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\quad ,\quad)$

13 $H(\quad ,\quad),\quad AH = \quad ,\quad y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\quad ,\quad),\quad BG = \quad ,\quad y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\quad ,\quad)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ ОГЛ ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

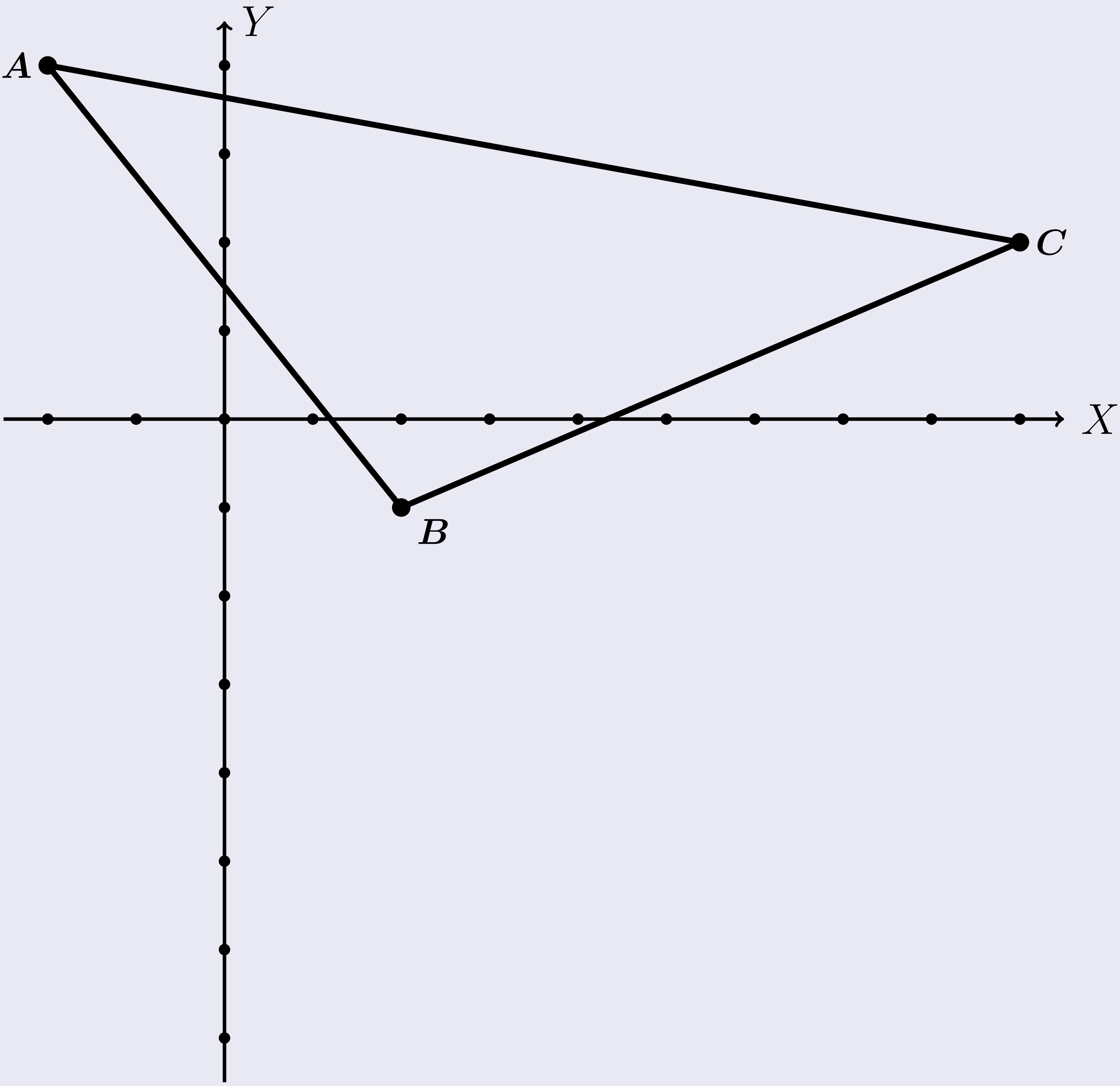

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2, 4)$, $B(2, -1)$, $C(9, 2)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ ОГЛ ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 14

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-2,4)$, $B(2,0)$, $C(8,1)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

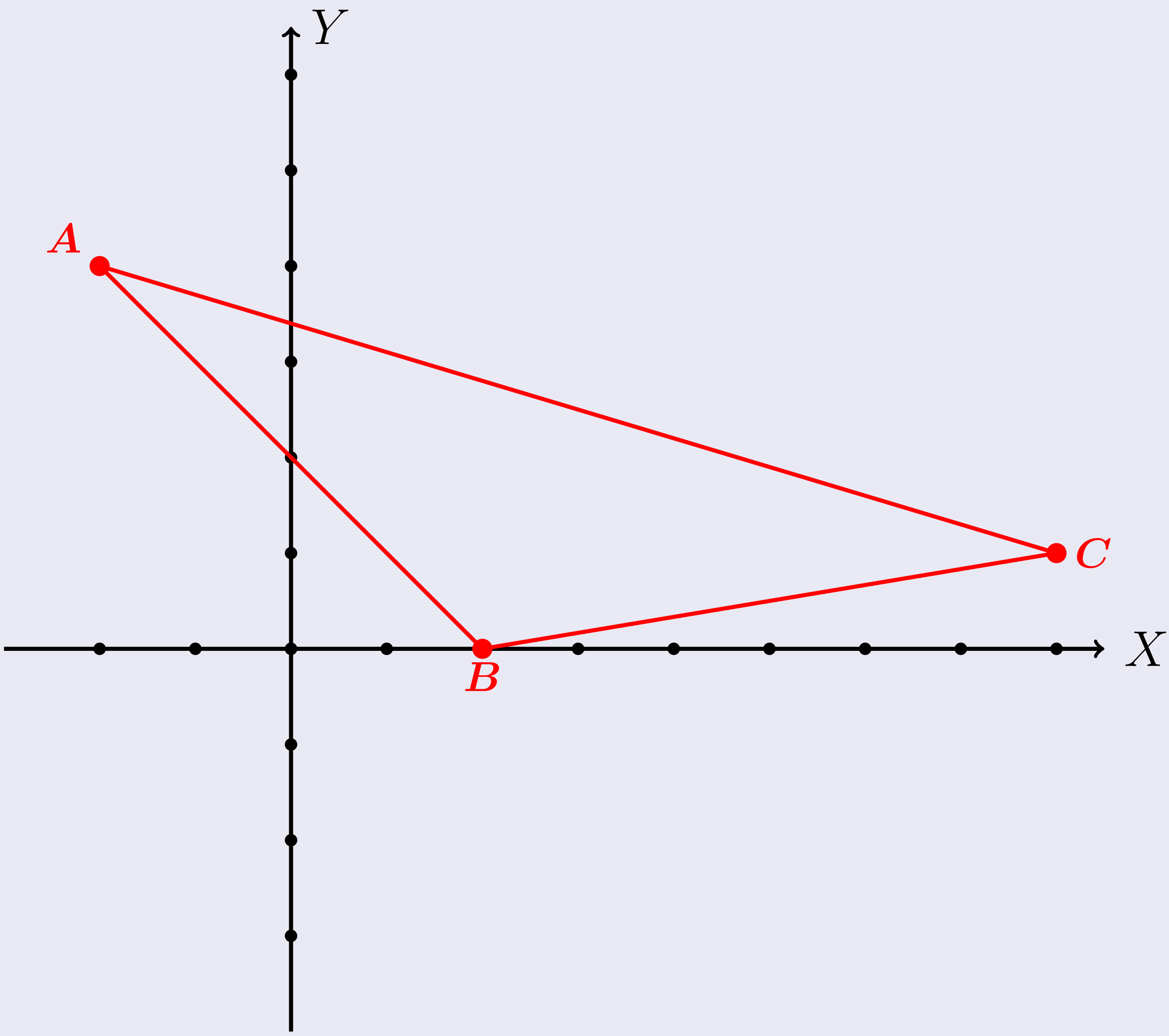

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2, 4)$, $B(2, 0)$, $C(8, 1)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2} \cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B};$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\quad\quad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи Клик

y_O (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad) .$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или } — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \; ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\qquad , \qquad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B) \; ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = & \cdot x + \\ y_{BG} = & \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\qquad, \quad AC =\qquad, \quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ ,\ ), \quad \overrightarrow{AC} = (\ ,\ ), \quad \overrightarrow{BC} = (\ ,\ ),$

4 $\cos(\angle BAC) =\qquad, \angle BAC =\qquad$ рад $=\qquad{}^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} =\qquad \cdot x +\qquad,$
$y_{AC} =\qquad \cdot x +\qquad,$
$y_{BC} =\qquad \cdot x +$

7 $M(\quad,\quad), \quad AM =\qquad, \quad y_{AM} =\qquad \cdot x +$

8 $N(\quad,\quad)$

9 $O(\quad,\quad)$

10 $K(\quad,\quad), \quad AK =\qquad, \quad y_{AK} =\qquad \cdot x +$

11 $L(\quad,\quad), \quad BL =\qquad, \quad y_{BL} =\qquad \cdot x +$

12 $P(\quad,\quad)$

13 $H(\quad,\quad), \quad AH =\qquad, \quad y_{AH} =\qquad \cdot x +$

14 $G(\quad,\quad), \quad BG =\qquad, \quad y_{BG} =\qquad \cdot x +$

15 $Q(\quad,\quad)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ ОГЛ ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

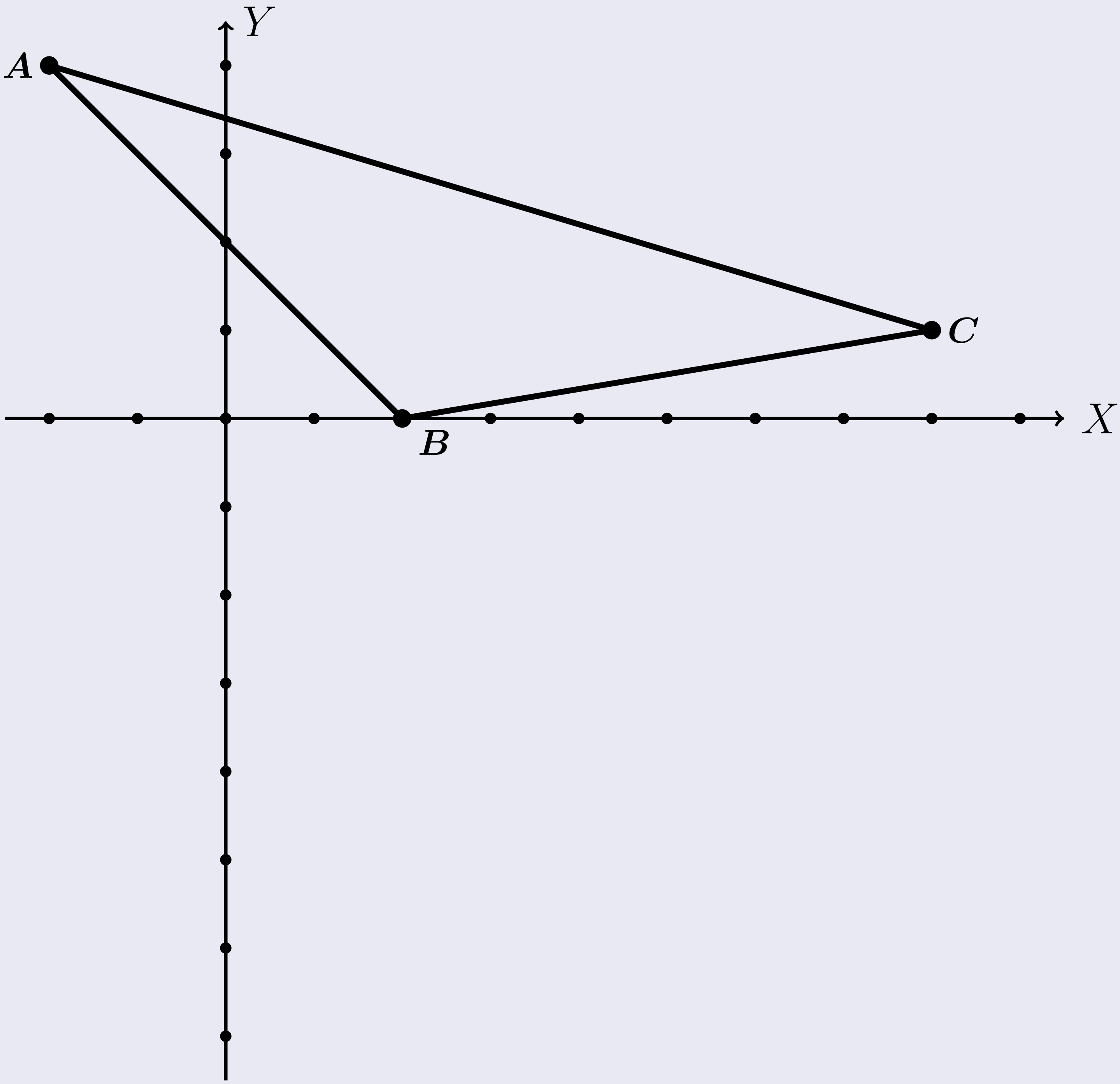

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,4)$, $B(2,0)$, $C(8,1)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ ОГЛ ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 15

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-2,4)$, $B(2,0)$, $C(9,2)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

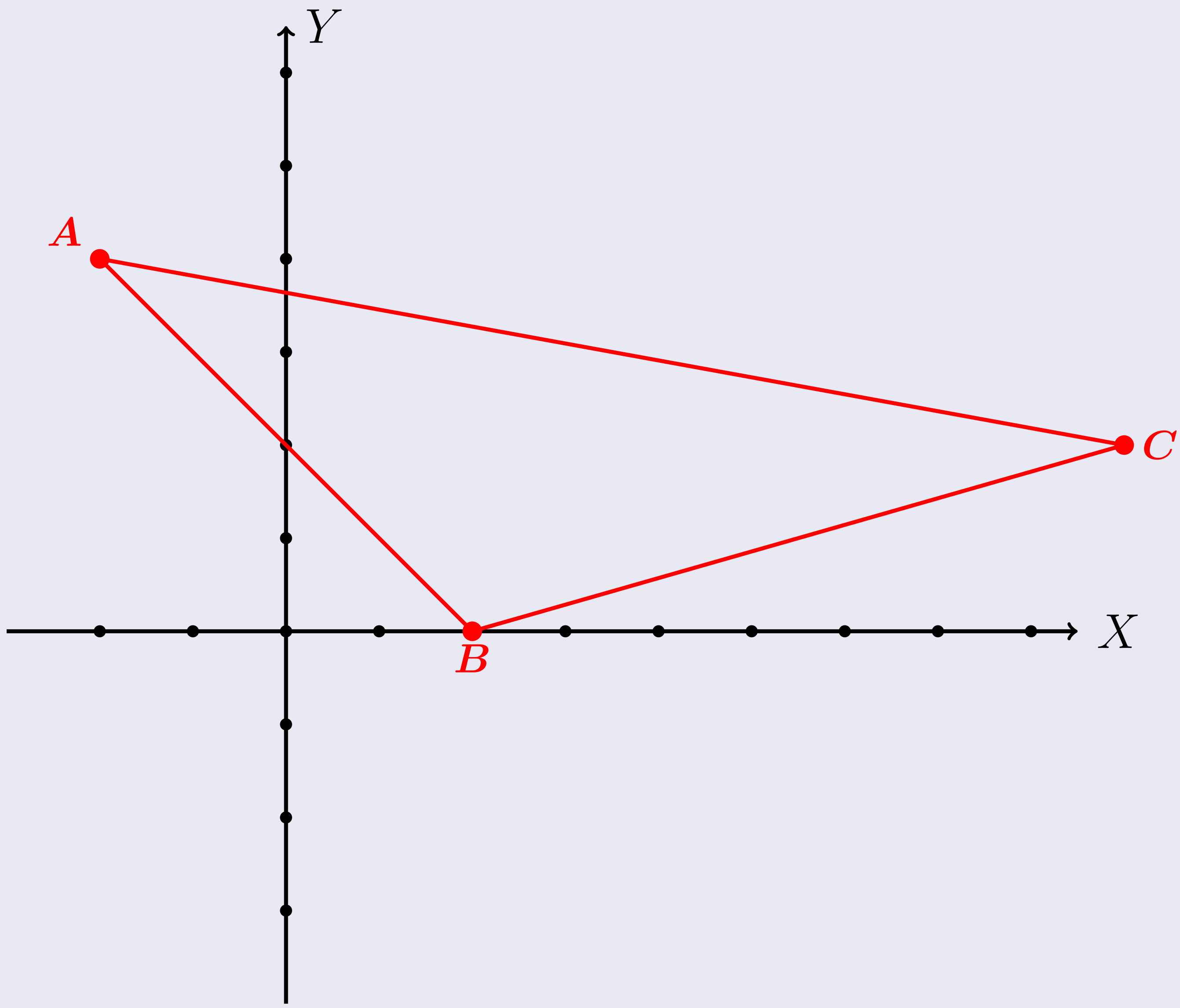

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,4)$, $B(2,0)$, $C(9,2)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB , AC , BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad {}^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} \quad \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или } — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или } — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой BC;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи Клик

y_O (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или — общее ур-е прямой AK;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи Клик

x_K (формат 1.23): введи Клик

y_K (формат 1.23): введи Клик

длина AK (формат 1.23): введи Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} \; ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или } — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} = \qquad .$

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A)\ ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\qquad , \qquad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B) \; ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи Клик

y_Q (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\quad ,\quad AC =\quad ,\quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ ,\ ),\quad \overrightarrow{AC} = (\ ,\ ),\quad \overrightarrow{BC} = (\ ,\ ),$

4 $\cos(\angle BAC) =\quad ,\ \angle BAC =\quad$ рад $=\quad ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} =\quad \cdot x +\quad ,$
$y_{AC} =\quad \cdot x +\quad ,$
$y_{BC} =\quad \cdot x +$

7 $M(\quad ,\quad),\quad AM =\quad ,\quad y_{AM} =\quad \cdot x +$

8 $N(\quad ,\quad)$

9 $O(\quad ,\quad)$

10 $K(\quad ,\quad),\quad AK =\quad ,\quad y_{AK} =\quad \cdot x +$

11 $L(\quad ,\quad),\quad BL =\quad ,\quad y_{BL} =\quad \cdot x +$

12 $P(\quad ,\quad)$

13 $H(\quad ,\quad),\quad AH =\quad ,\quad y_{AH} =\quad \cdot x +$

14 $G(\quad ,\quad),\quad BG =\quad ,\quad y_{BG} =\quad \cdot x +$

15 $Q(\quad ,\quad)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

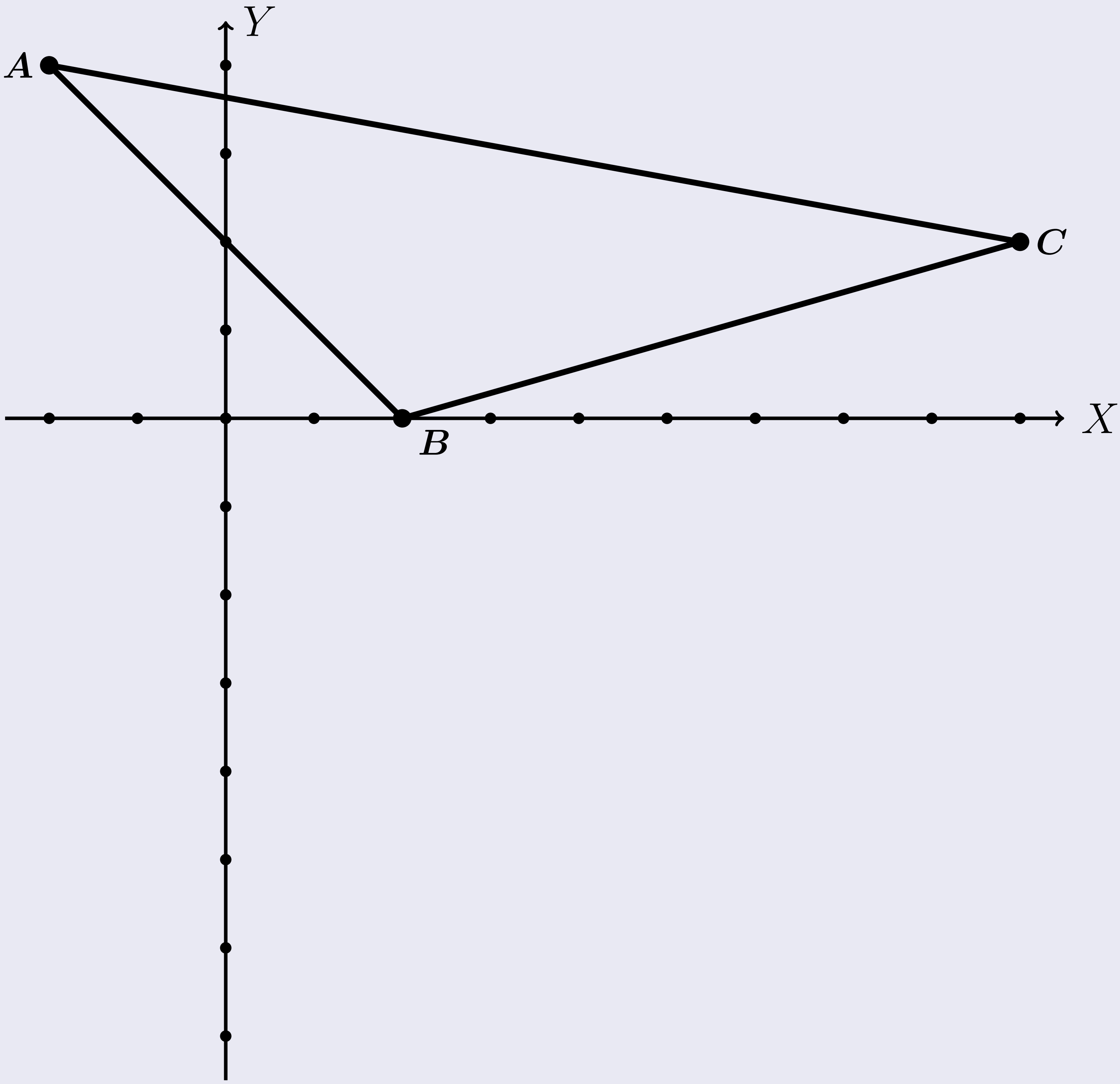

Рис. : Треугольник ABC: $A(-2,4)$, $B(2,0)$, $C(9,2)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 16

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-1,3)$, $B(1,-1)$, $C(9,1)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

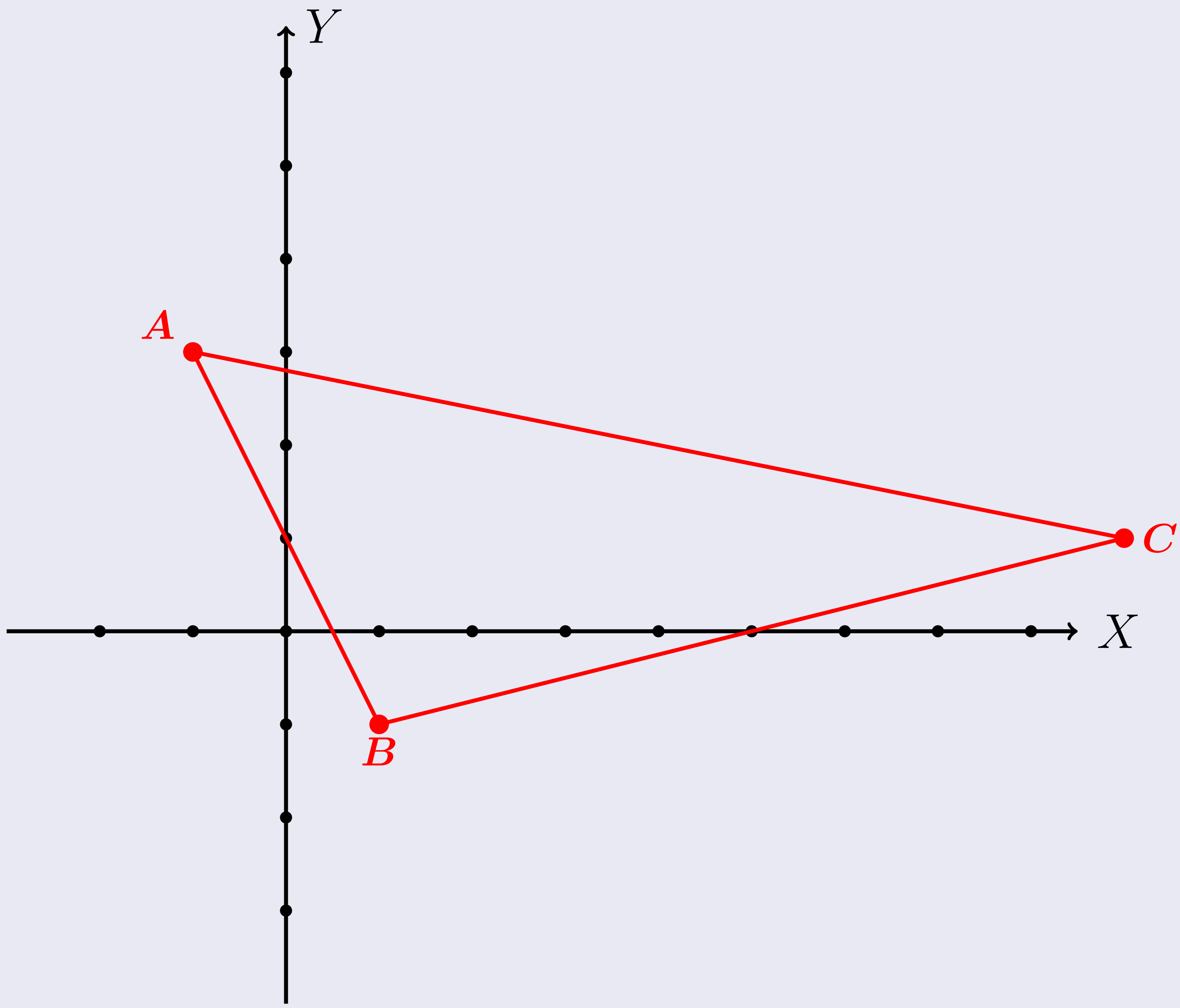

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,3)$, $B(1,-1)$, $C(9,1)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2} \cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB , AC , BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или } — общее уравнение прямой AB ;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или } — общее уравнение прямой AC ;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или } — общее уравнение прямой BC;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad) .$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или — общее ур-е прямой AK ;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи Клик

x_K (формат 1.23): введи Клик

y_K (формат 1.23): введи Клик

длина AK (формат 1.23): введи Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \quad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \quad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или } — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} = \qquad$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A)\ ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + & \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\quad , \quad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи Клик

x_H (формат 1.23): введи Клик

y_H (формат 1.23): введи Клик

длина AH (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\ ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + & \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =$, $AC =$, $BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ , \ )$, $\overrightarrow{AC} = (\ , \ )$, $\overrightarrow{BC} = (\ , \ )$,

4 $\cos(\angle BAC) =$, $\angle BAC =$ рад $=$ $^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \ \cdot x +$,
$y_{AC} = \ \cdot x +$,
$y_{BC} = \ \cdot x +$

7 $M(\ , \ )$, $AM =$, $y_{AM} = \ \cdot x +$

8 $N(\ , \ )$

9 $O(\ , \ )$

10 $K(\ , \ )$, $AK =$, $y_{AK} = \ \cdot x +$

11 $L(\ , \ )$, $BL =$, $y_{BL} = \ \cdot x +$

12 $P(\ , \ )$

13 $H(\ , \ )$, $AH =$, $y_{AH} = \ \cdot x +$

14 $G(\ , \ )$, $BG =$, $y_{BG} = \ \cdot x +$

15 $Q(\ , \ )$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

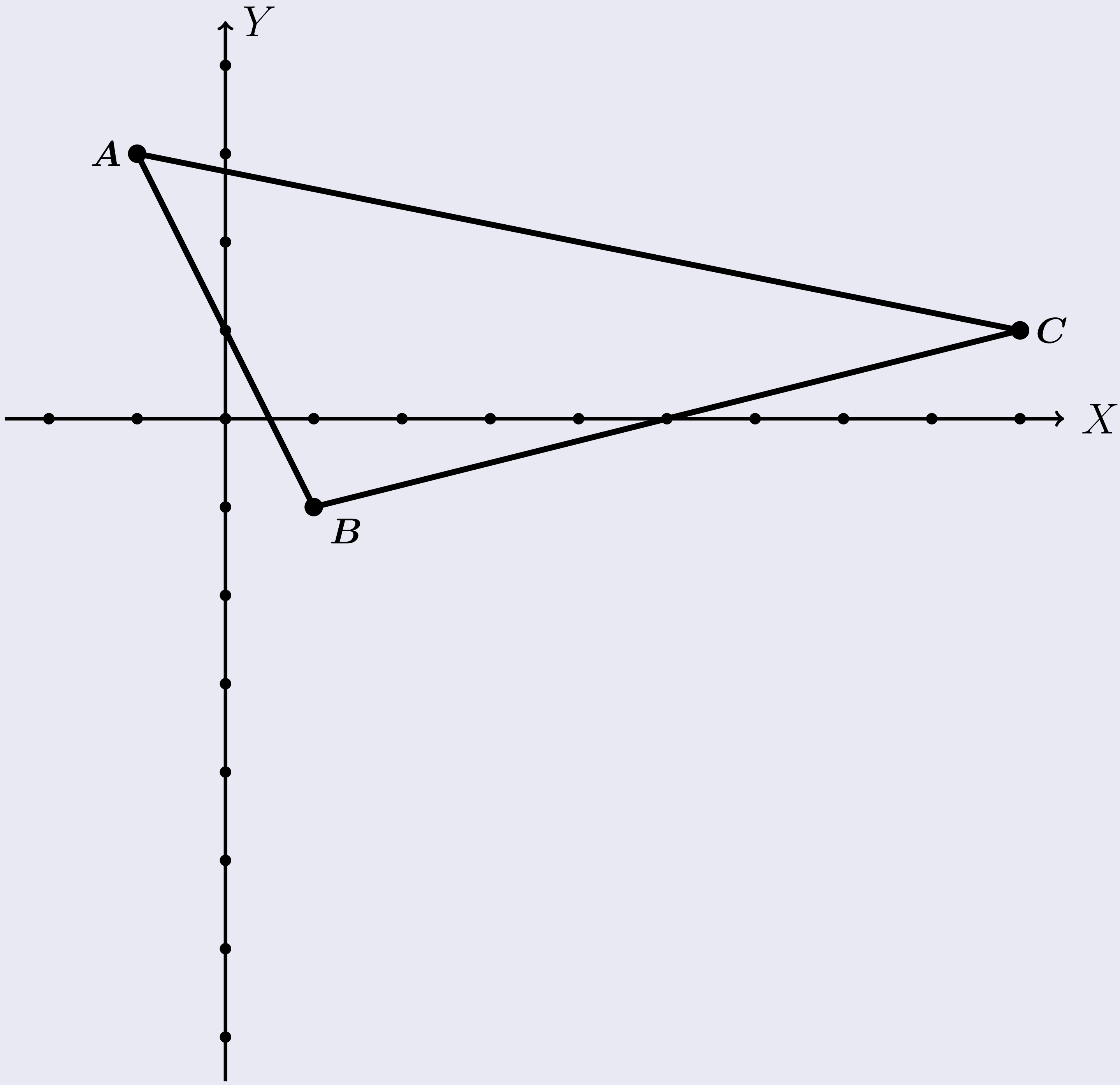

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,3)$, $B(1,-1)$, $C(9,1)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 17

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-1,3)$, $B(1,-1)$, $C(10,2)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

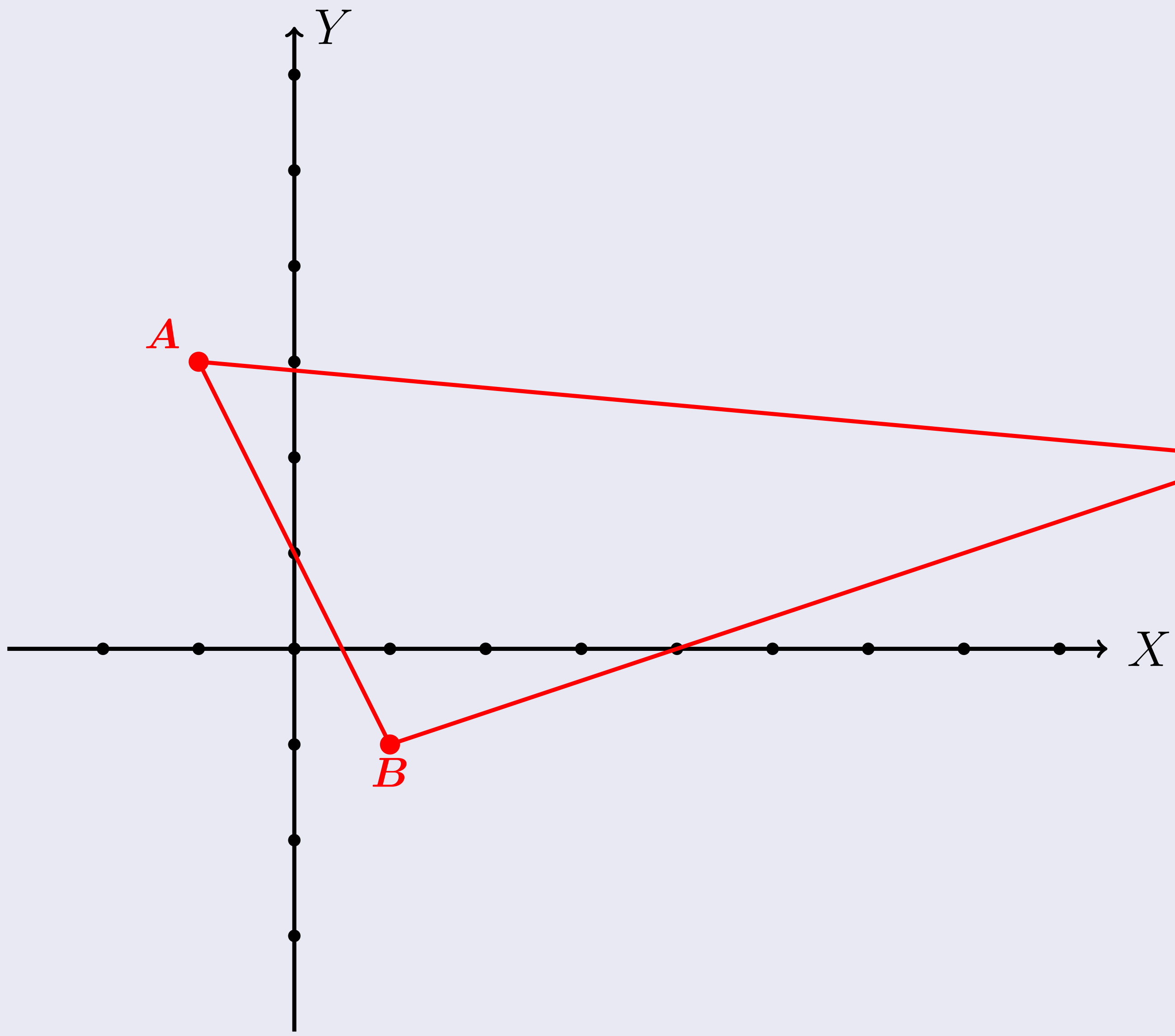

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,3)$, $B(1,-1)$, $C(10,2)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} \quad \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\vec{a}=$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой AB;

$\vec{N}=$ или $\vec{N}=$ — нормальный вектор прямой AB

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AB}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB}=$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_C-x_A}=\frac{y-y_A}{y_C-y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\vec{a}=$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой AC;

$\vec{N}=$ или $\vec{N}=$ — нормальный вектор прямой AC

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AC}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC}=$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\quad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи Клик

y_O (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A} \, ;$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B};$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или } — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ___ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ___ Клик

x_L (формат 1.23): введи ___ Клик

y_L (формат 1.23): введи ___ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ___ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи Клик

y_P (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \;; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + & \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH} k_{BC} - b_{BC} k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\quad , \quad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B) ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x +$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + & \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи Клик

x_G (формат 1.23): введи Клик

y_G (формат 1.23): введи Клик

длина BG (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\quad ,\quad AC = \quad ,\quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ ,\ ),\quad \overrightarrow{AC} = (\ ,\ ),\quad \overrightarrow{BC} = (\ ,\ ),$

4 $\cos(\angle BAC) = \quad ,\ \angle BAC = \quad$ рад $= \quad ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{AC} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\quad ,\quad),\quad AM = \quad ,\quad y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\quad ,\quad)$

9 $O(\quad ,\quad)$

10 $K(\quad ,\quad),\quad AK = \quad ,\quad y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\quad ,\quad),\quad BL = \quad ,\quad y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\quad ,\quad)$

13 $H(\quad ,\quad),\quad AH = \quad ,\quad y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\quad ,\quad),\quad BG = \quad ,\quad y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\quad ,\quad)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

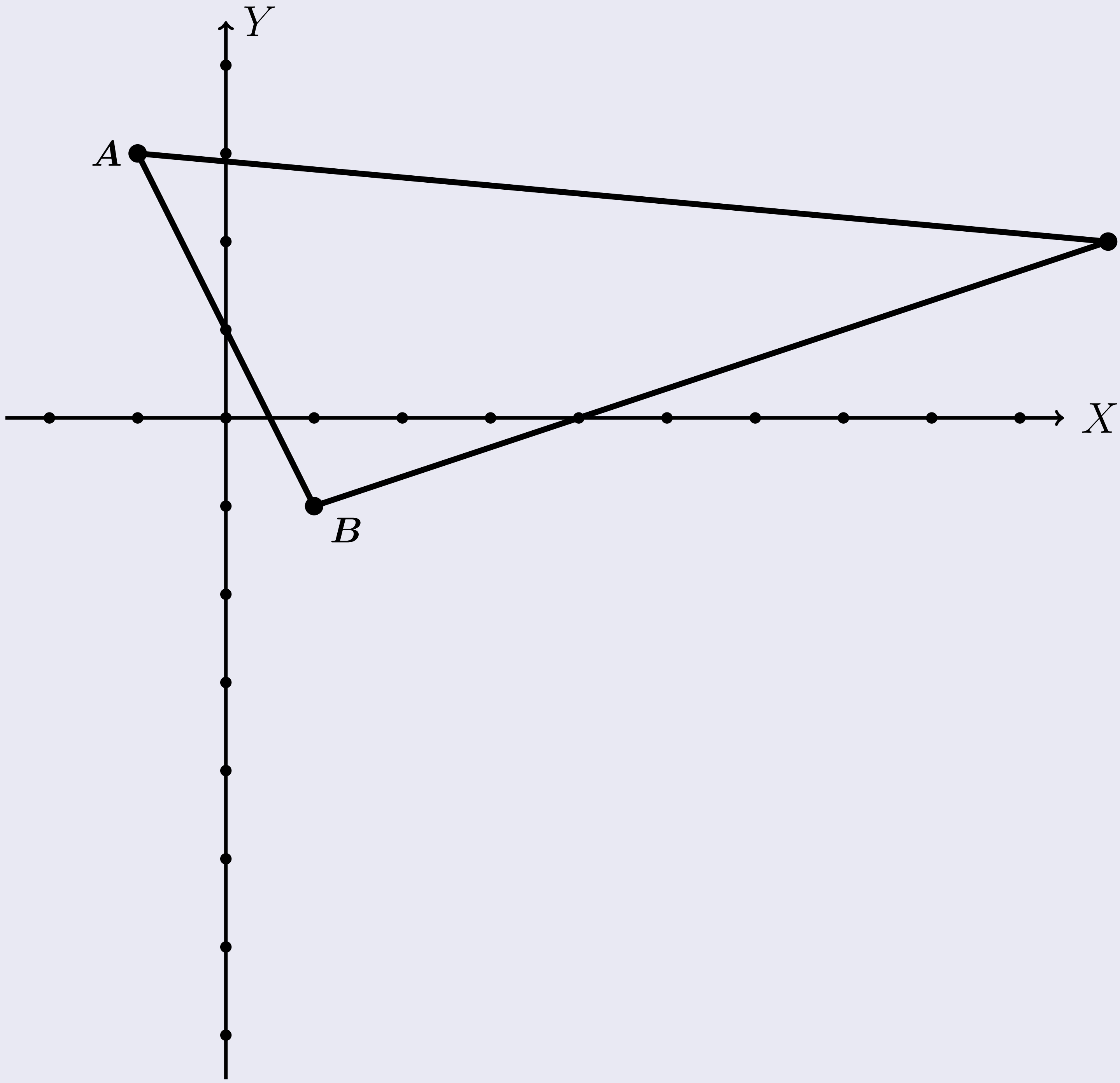

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,3)$, $B(1,-1)$, $C(10,2)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 18

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-1,3)$, $B(1,0)$, $C(9,1)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

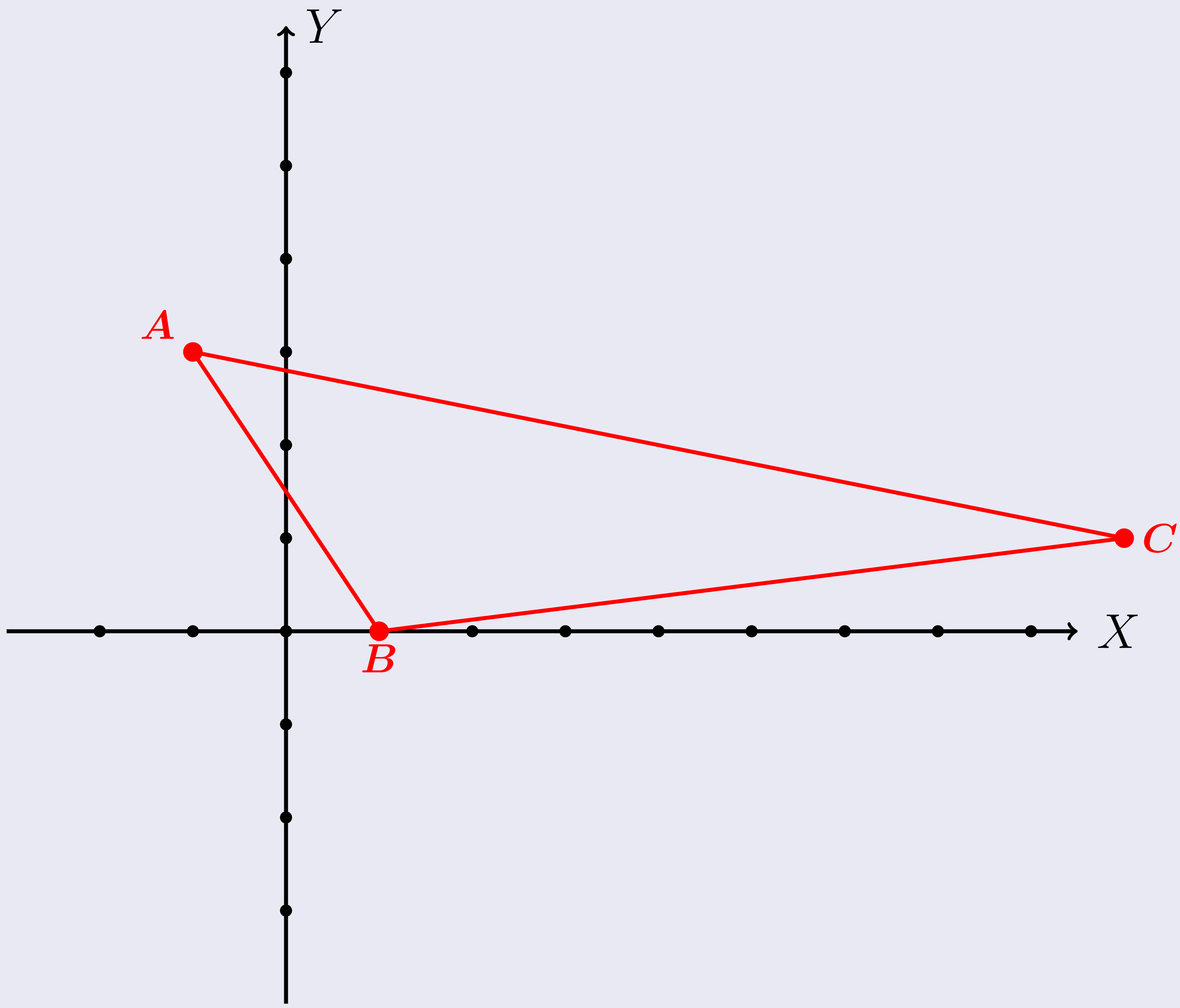

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,3)$, $B(1,0)$, $C(9,1)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2} \cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A}\;;$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AB

$y=\underbrace{\quad}_{k_{AB}}\cdot x+\underbrace{\quad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB}=$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_C-x_A}=\frac{y-y_A}{y_C-y_A}\;;$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AC

$y=\underbrace{\quad}_{k_{AC}}\cdot x+\underbrace{\quad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC}=$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или } — общее уравнение прямой BC ;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N *медианы* BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad) .$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или } — общее ур-е прямой AK ;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} \; ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \qquad \cdot x + \\ y_{BL} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A)\ ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\quad , \quad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B) \; ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \qquad \cdot x + \\ y_{BG} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи Клик

y_Q (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\qquad , \quad AC =\qquad , \quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ , \quad), \quad \overrightarrow{AC} = (\quad , \quad), \quad \overrightarrow{BC} = (\ , \ ),$

4 $\cos(\angle BAC) =\qquad , \angle BAC =\qquad$ рад $=\qquad ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} =\qquad \cdot x +\qquad ,$
$y_{AC} =\qquad \cdot x +\qquad ,$
$y_{BC} =\qquad \cdot x +$

7 $M(\quad , \quad), \quad AM =\qquad , \quad y_{AM} =\qquad \cdot x +$

8 $N(\quad , \quad)$

9 $O(\quad , \quad)$

10 $K(\quad , \quad), \quad AK =\qquad , \quad y_{AK} =\qquad \cdot x +$

11 $L(\quad , \quad), \quad BL =\qquad , \quad y_{BL} =\qquad \cdot x +$

12 $P(\quad , \quad)$

13 $H(\quad , \quad), \quad AH =\qquad , \quad y_{AH} =\qquad \cdot x +$

14 $G(\quad , \quad), \quad BG =\qquad , \quad y_{BG} =\qquad \cdot x +$

15 $Q(\quad , \quad)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

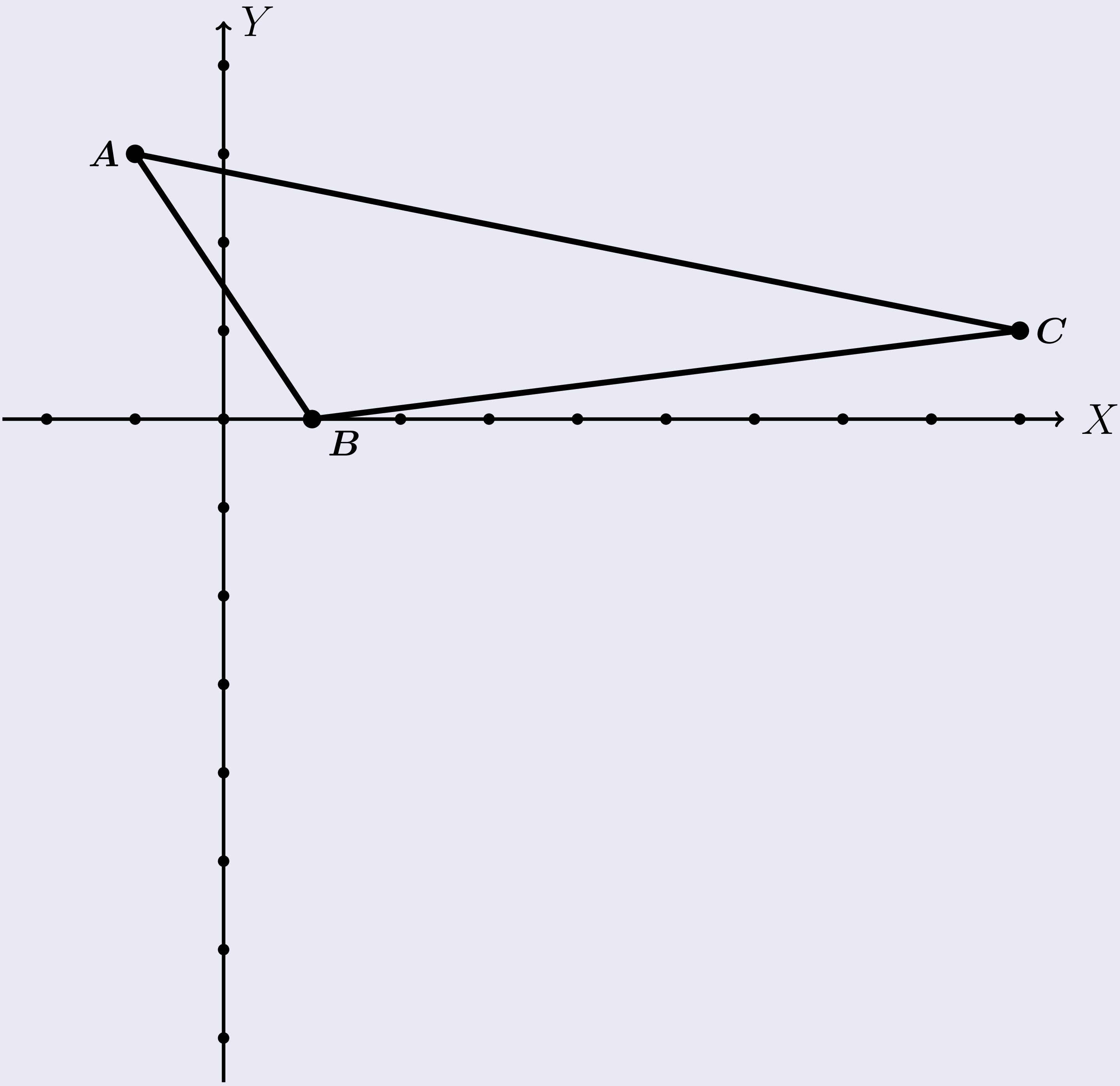

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,3)$, $B(1,0)$, $C(9,1)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 19

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-1,3)$, $B(1,0)$, $C(10,2)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

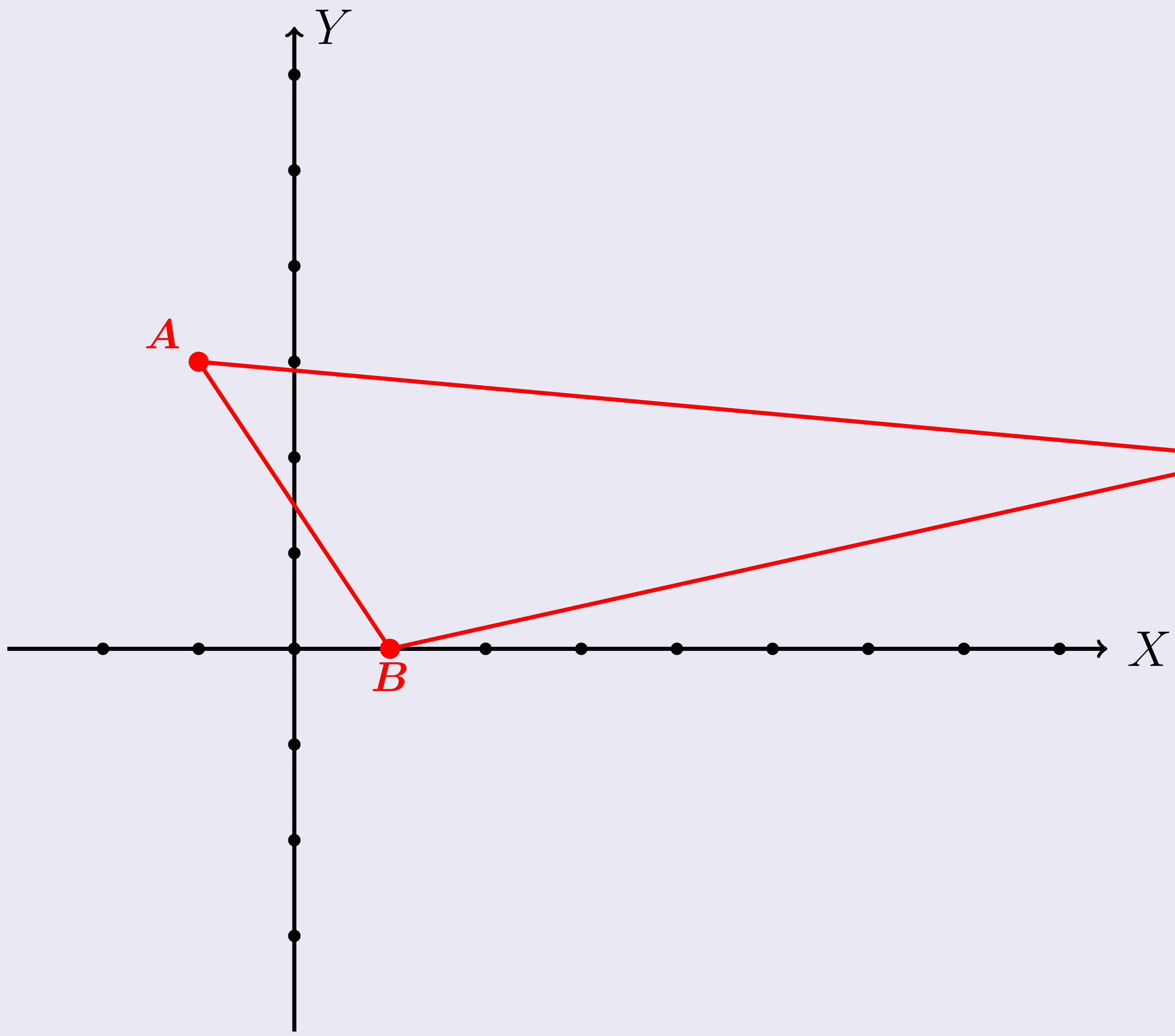

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,3)$, $B(1,0)$, $C(10,2)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad, \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad,$$

$$AB = \qquad, \quad AC = \qquad.$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad {}^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2} \cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или } — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AB

$y=\underbrace{\quad}_{k_{AB}}\cdot x+\underbrace{\quad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB}=$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_C-x_A}=\frac{y-y_A}{y_C-y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или } — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AC

$y=\underbrace{\quad}_{k_{AC}}\cdot x+\underbrace{\quad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC}=$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или $\}$ — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или $\Big\}$ — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 9

Найти точку O *пересечения медиан треугольника* ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи Клик

y_O (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи Клик

x_K (формат 1.23): введи Клик

y_K (формат 1.23): введи Клик

длина AK (формат 1.23): введи Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или $\Big\}$ — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \; ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + & \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\qquad , \qquad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B) \; ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи Клик

y_Q (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\quad, \quad AC =\quad, \quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ ,\ ), \quad \overrightarrow{AC} = (\ ,\ ), \quad \overrightarrow{BC} = (\ ,\ ),$

4 $\cos(\angle BAC) =\quad, \angle BAC =\quad$ рад $=\quad ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} =\quad \cdot x +\quad,$
$y_{AC} =\quad \cdot x +\quad,$
$y_{BC} =\quad \cdot x +$

7 $M(\ ,\ ), \quad AM =\quad, \quad y_{AM} =\quad \cdot x +$

8 $N(\ ,\ )$

9 $O(\ ,\ )$

10 $K(\ ,\ ), \quad AK =\quad, \quad y_{AK} =\quad \cdot x +$

11 $L(\ ,\ ), \quad BL =\quad, \quad y_{BL} =\quad \cdot x +$

12 $P(\ ,\ )$

13 $H(\ ,\ ), \quad AH =\quad, \quad y_{AH} =\quad \cdot x +$

14 $G(\ ,\ ), \quad BG =\quad, \quad y_{BG} =\quad \cdot x +$

15 $Q(\ ,\ )$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

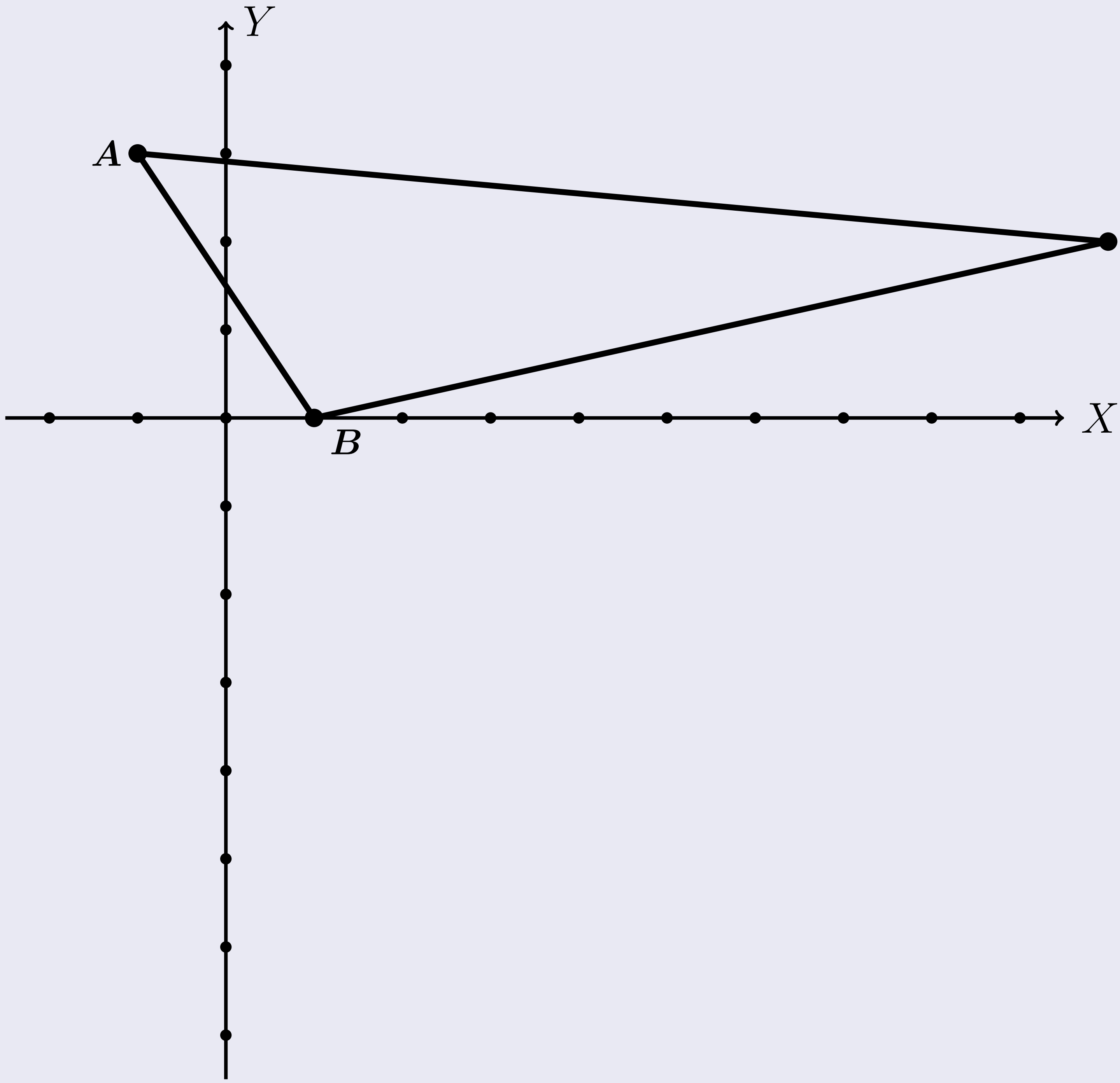

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,3)$, $B(1,0)$, $C(10,2)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 20

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-1,3)$, $B(2,-1)$, $C(9,1)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

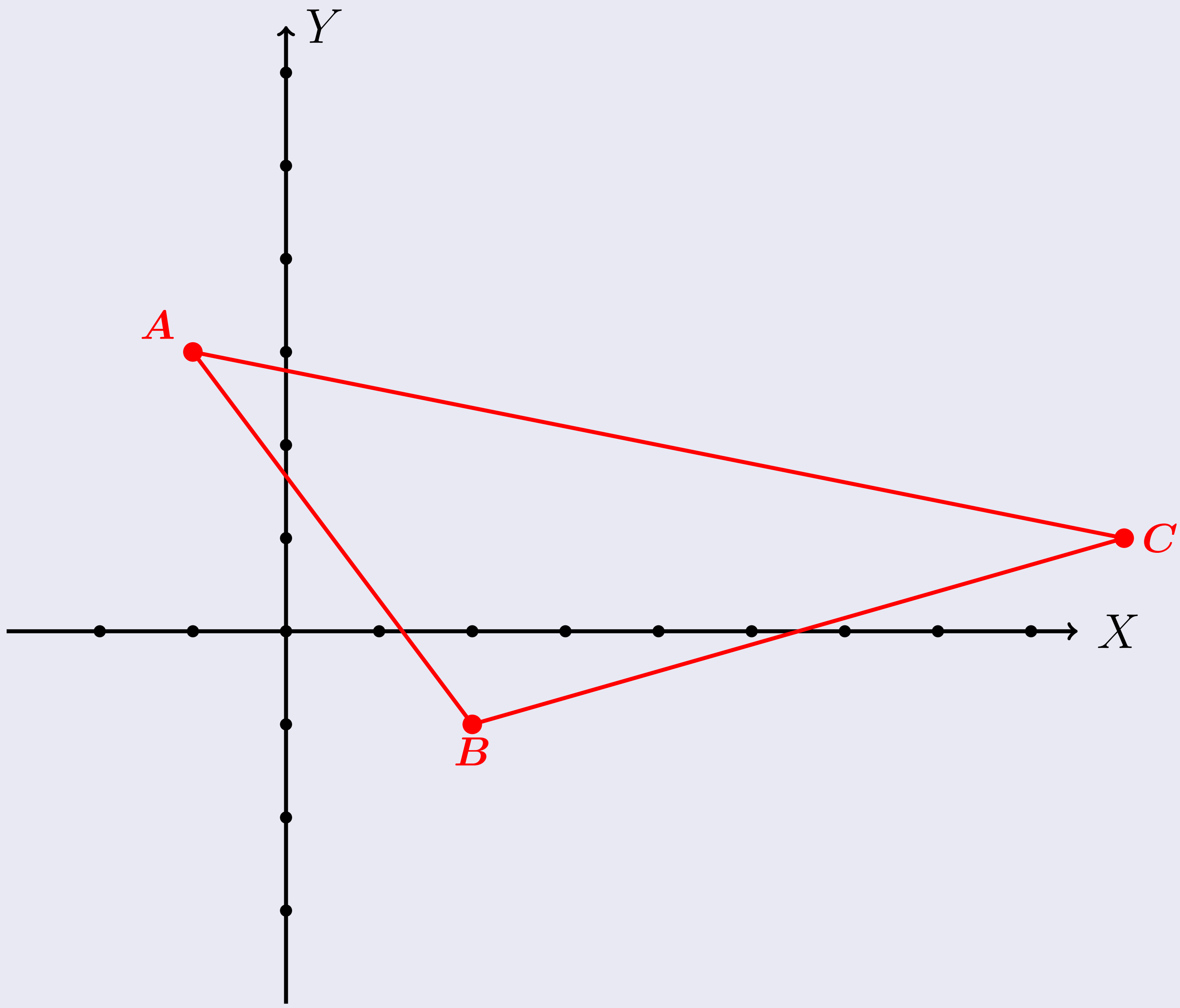

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,3)$, $B(2,-1)$, $C(9,1)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB , AC , BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи Клик

AC (формат 1.23): введи Клик

CB (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad, \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad,$$

$$AB = \qquad, \quad AC = \qquad.$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} \quad \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}\,;$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или } — общее уравнение прямой AB;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A}\,;$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или } — общее уравнение прямой AC;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B};$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\quad\quad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или } — общее ур-е прямой AK ;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B};$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A)\ ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH} k_{BC} - b_{BC} k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\quad , \quad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B) \; ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =$, $AC =$, $BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ , \ )$, $\overrightarrow{AC} = (\ , \ )$, $\overrightarrow{BC} = (\ , \ )$,

4 $\cos(\angle BAC) =$, $\angle BAC =$ рад $= \ ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \ \cdot x +$,
$y_{AC} = \ \cdot x +$,
$y_{BC} = \ \cdot x +$

7 $M(\ , \ )$, $AM =$, $y_{AM} = \ \cdot x +$

8 $N(\ , \ )$

9 $O(\ , \ )$

10 $K(\ , \ )$, $AK =$, $y_{AK} = \ \cdot x +$

11 $L(\ , \ )$, $BL =$, $y_{BL} = \ \cdot x +$

12 $P(\ , \ )$

13 $H(\ , \ )$, $AH =$, $y_{AH} = \ \cdot x +$

14 $G(\ , \ )$, $BG =$, $y_{BG} = \ \cdot x +$

15 $Q(\ , \ )$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

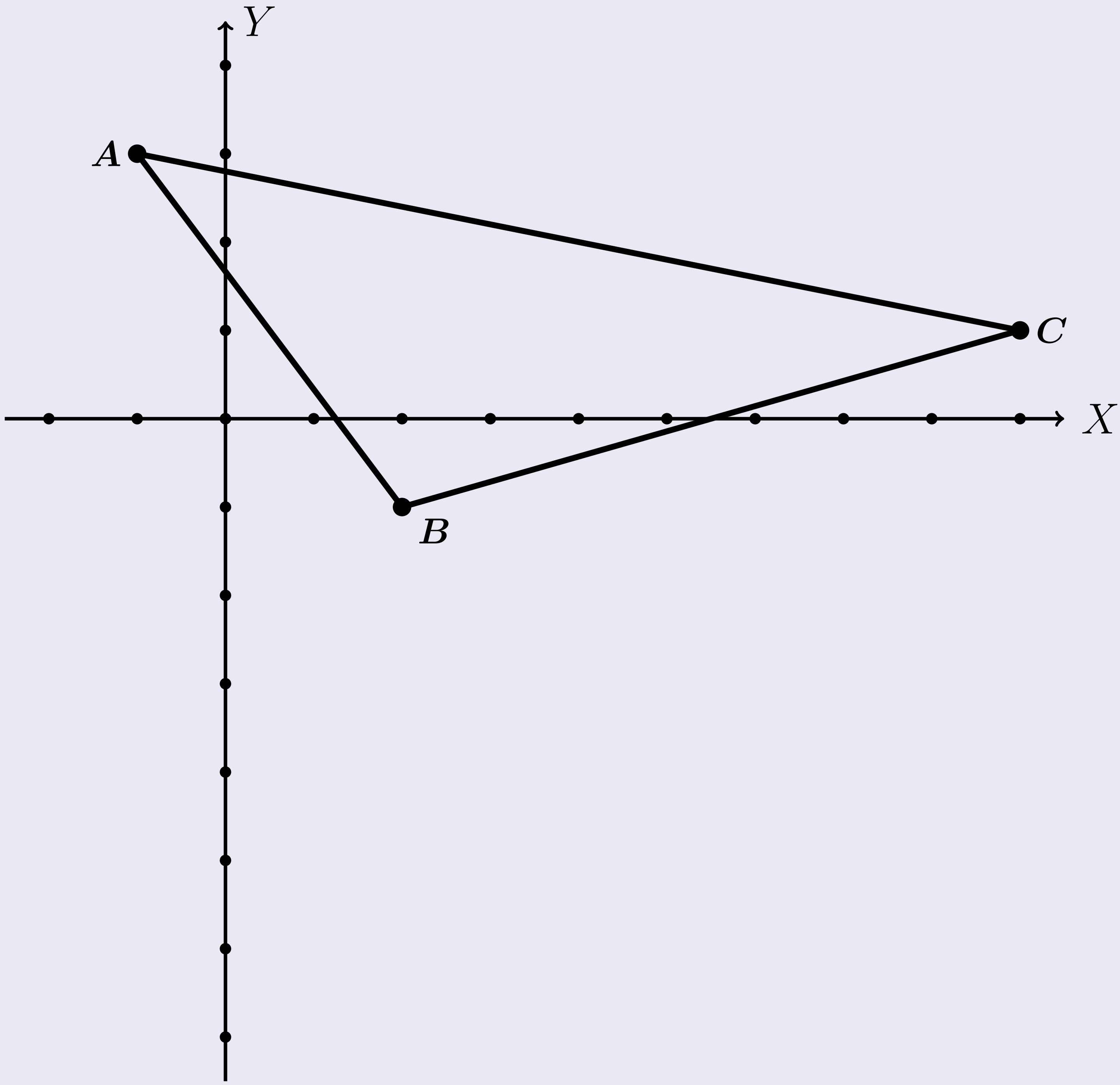

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,3)$, $B(2,-1)$, $C(9,1)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 21

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-1,3)$, $B(2,-1)$, $C(10,2)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

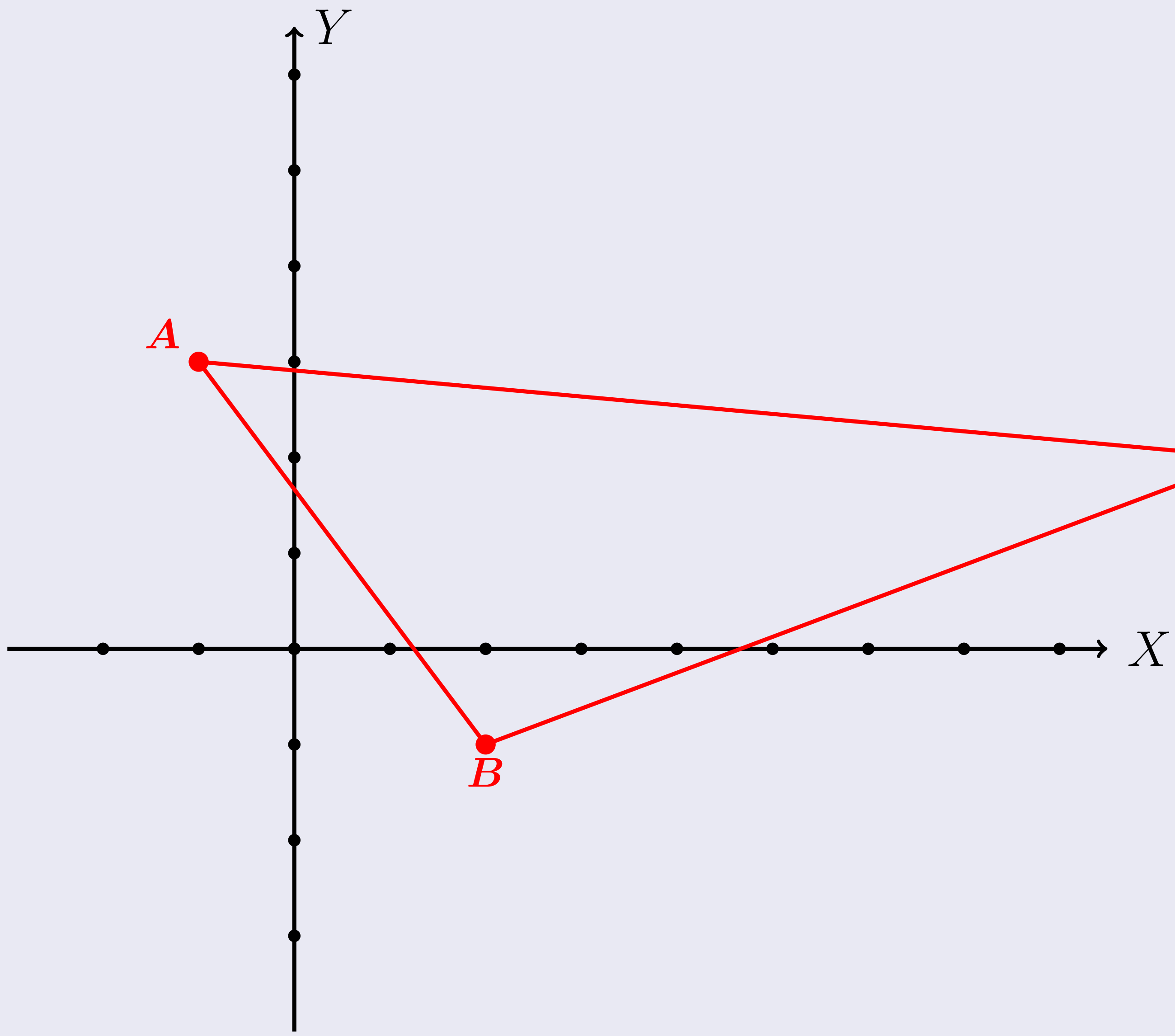

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,3)$, $B(2,-1)$, $C(10,2)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB , AC , BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2} \cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или } — общее уравнение прямой AB;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или } — общее уравнение прямой AC;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B};$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\quad\quad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи Клик

x_M (формат 1.23): введи Клик

y_M (формат 1.23): введи Клик

длина AM (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A} \, ;$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или } — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B};$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи Клик

x_L (формат 1.23): введи Клик

y_L (формат 1.23): введи Клик

длина BL (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \; ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\quad , \quad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\ ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\quad ,\quad AC = \quad ,\quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ ,\ ),\quad \overrightarrow{AC} = (\ ,\ ),\quad \overrightarrow{BC} = (\ ,\ ),$

4 $\cos(\angle BAC) = \quad ,\ \angle BAC = \quad$ рад $= \quad ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{AC} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\ ,\ ),\quad AM = \quad ,\quad y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\ ,\ )$

9 $O(\ ,\ )$

10 $K(\ ,\ ),\quad AK = \quad ,\quad y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\ ,\ ),\quad BL = \quad ,\quad y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\ ,\ )$

13 $H(\ ,\ ),\quad AH = \quad ,\quad y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\ ,\ ),\quad BG = \quad ,\quad y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\ ,\ )$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

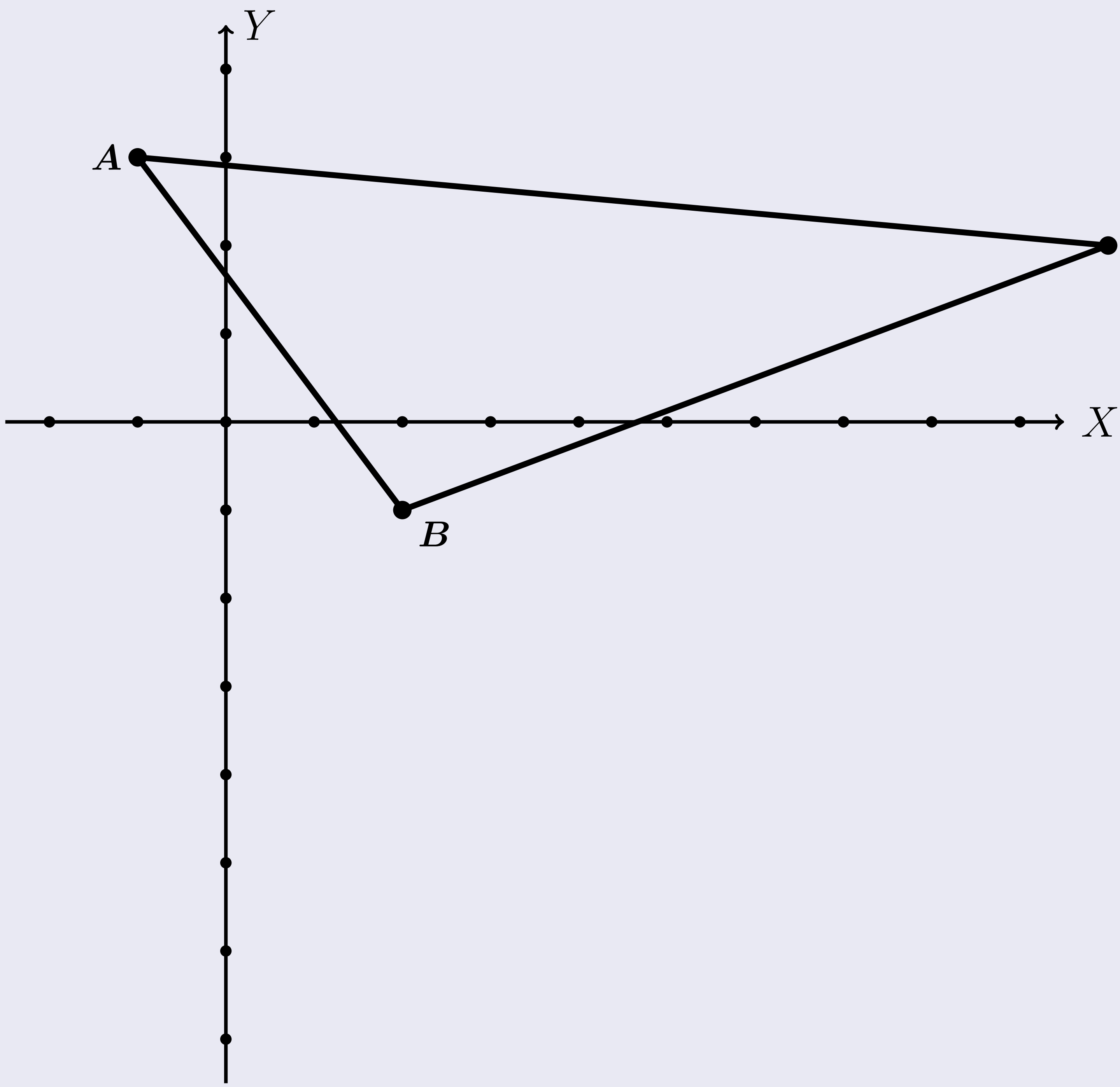

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,3)$, $B(2,-1)$, $C(10,2)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 22

Вариант 22

возврат ⟹

огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-1,3)$, $B(2,0)$, $C(9,1)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

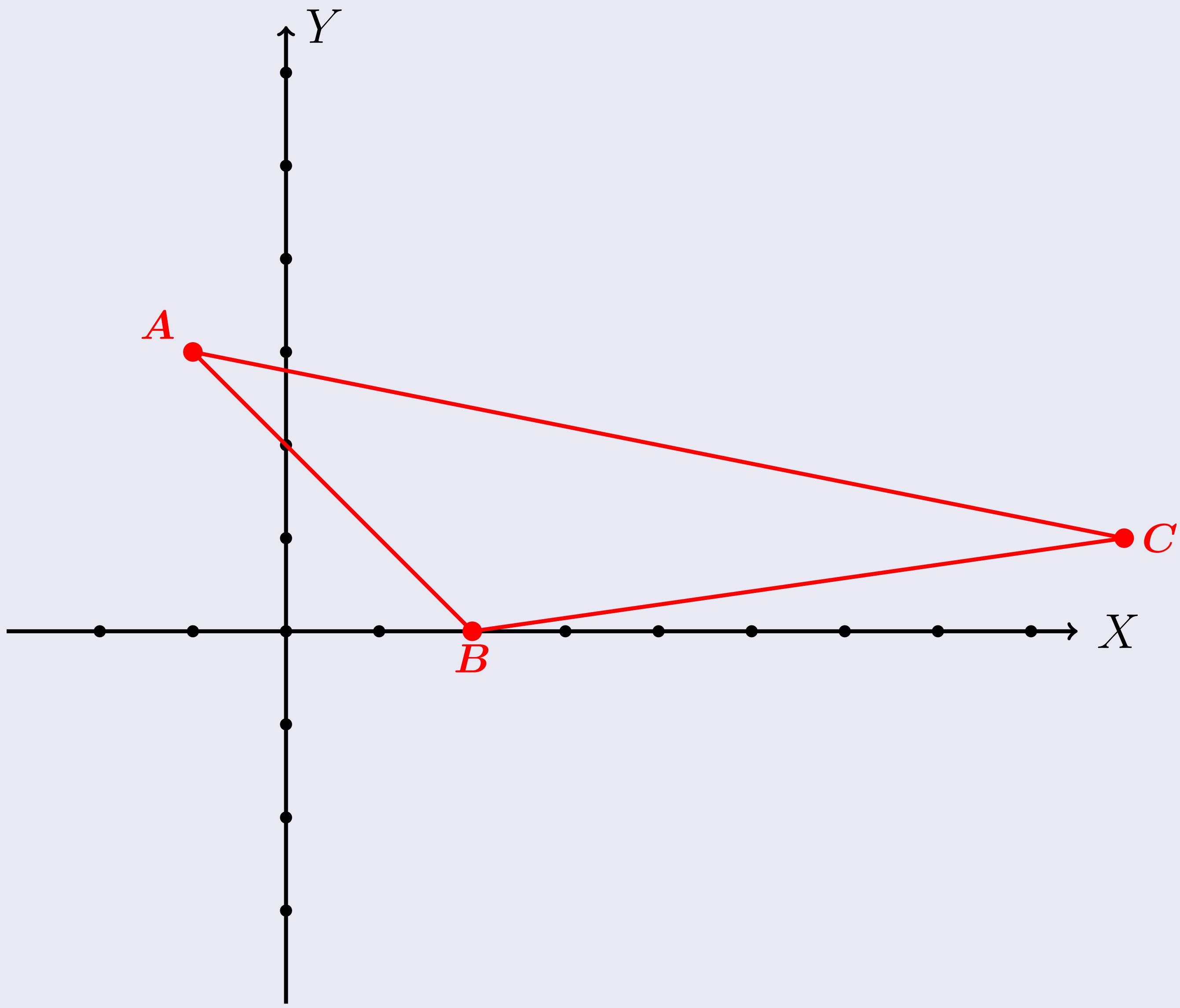

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,3)$, $B(2,0)$, $C(9,1)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи Клик

AC (формат 1.23): введи Клик

CB (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ___ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ___ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ___ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ___ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ___ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ___ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или } — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или } — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} \;;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи Клик

y_N (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или } — общее ур-е прямой AK;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи Клик

x_K (формат 1.23): введи Клик

y_K (формат 1.23): введи Клик

длина AK (формат 1.23): введи Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи Клик

x_L (формат 1.23): введи Клик

y_L (формат 1.23): введи Клик

длина BL (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \; ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\quad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\quad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \quad \cdot x + & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\quad , \quad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B) \; ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB = \qquad , \quad AC = \qquad , \quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ , \quad), \quad \overrightarrow{AC} = (\quad , \quad), \quad \overrightarrow{BC} = (\ , \ ),$

4 $\cos(\angle BAC) = \qquad , \angle BAC = \qquad$ рад $= \qquad {}^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \qquad \cdot x + \qquad ,$
$y_{AC} = \qquad \cdot x + \qquad ,$
$y_{BC} = \qquad \cdot x +$

7 $M(\quad , \quad), \quad AM = \qquad , \quad y_{AM} = \qquad \cdot x +$

8 $N(\quad , \quad)$

9 $O(\quad , \quad)$

10 $K(\quad , \quad), \quad AK = \qquad , \quad y_{AK} = \qquad \cdot x +$

11 $L(\quad , \quad), \quad BL = \qquad , \quad y_{BL} = \qquad \cdot x +$

12 $P(\quad , \quad)$

13 $H(\quad , \quad), \quad AH = \qquad , \quad y_{AH} = \qquad \cdot x +$

14 $G(\quad , \quad), \quad BG = \qquad , \quad y_{BG} = \qquad \cdot x +$

15 $Q(\quad , \quad)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

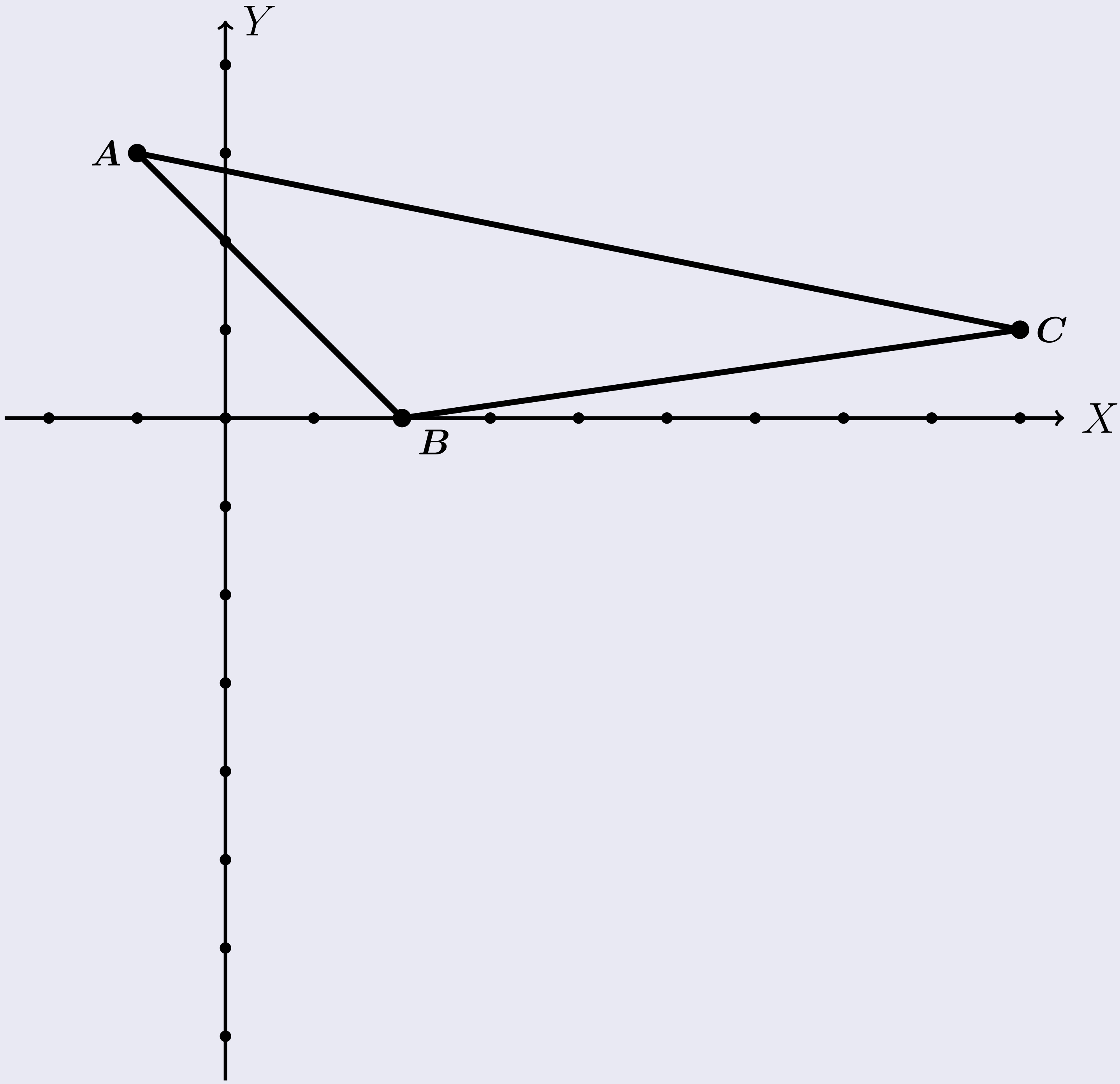

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,3)$, $B(2,0)$, $C(9,1)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 23

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-1,3)$, $B(2,0)$, $C(10,2)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

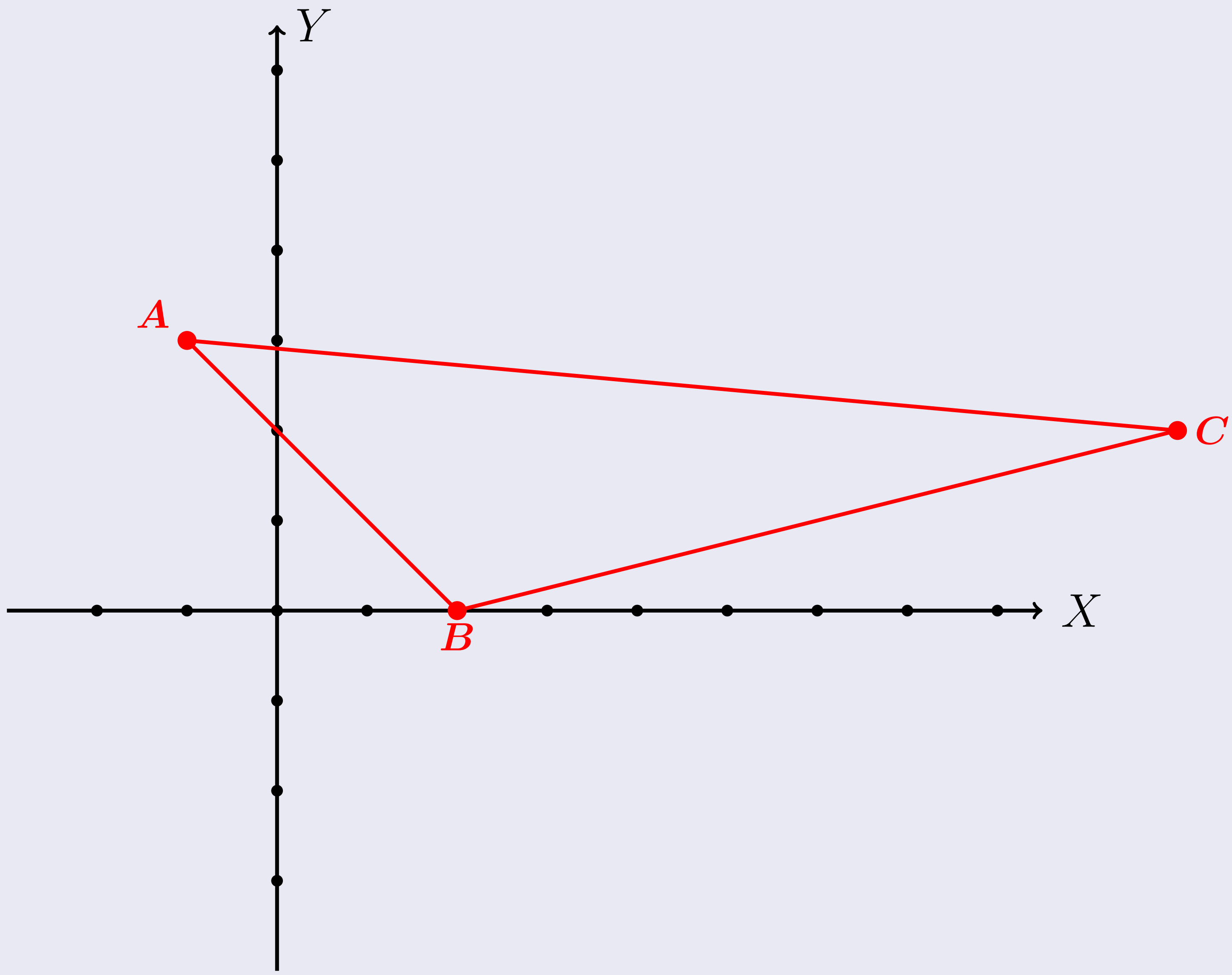

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,3)$, $B(2,0)$, $C(10,2)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB , AC , BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи Клик

AC (формат 1.23): введи Клик

CB (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB , AC , BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой AB ;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой AC ;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой BC;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или — общее ур-е прямой AM;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи Клик

y_N (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A} \,;$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или } — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} = \qquad .$

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи Клик

y_P (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A)\ ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\qquad , \qquad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\ ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\quad, \quad AC =\quad, \quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ ,\ ),\quad \overrightarrow{AC} = (\ ,\ ),\quad \overrightarrow{BC} = (\ ,\ ),$

4 $\cos(\angle BAC) =\quad, \angle BAC =\quad$ рад $=\quad ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} =\quad \cdot x +\quad,$
$y_{AC} =\quad \cdot x +\quad,$
$y_{BC} =\quad \cdot x +$

7 $M(\quad,\quad),\quad AM =\quad, \quad y_{AM} =\quad \cdot x +$

8 $N(\quad,\quad)$

9 $O(\quad,\quad)$

10 $K(\quad,\quad),\quad AK =\quad, \quad y_{AK} =\quad \cdot x +$

11 $L(\quad,\quad),\quad BL =\quad, \quad y_{BL} =\quad \cdot x +$

12 $P(\quad,\quad)$

13 $H(\quad,\quad),\quad AH =\quad, \quad y_{AH} =\quad \cdot x +$

14 $G(\quad,\quad),\quad BG =\quad, \quad y_{BG} =\quad \cdot x +$

15 $Q(\quad,\quad)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

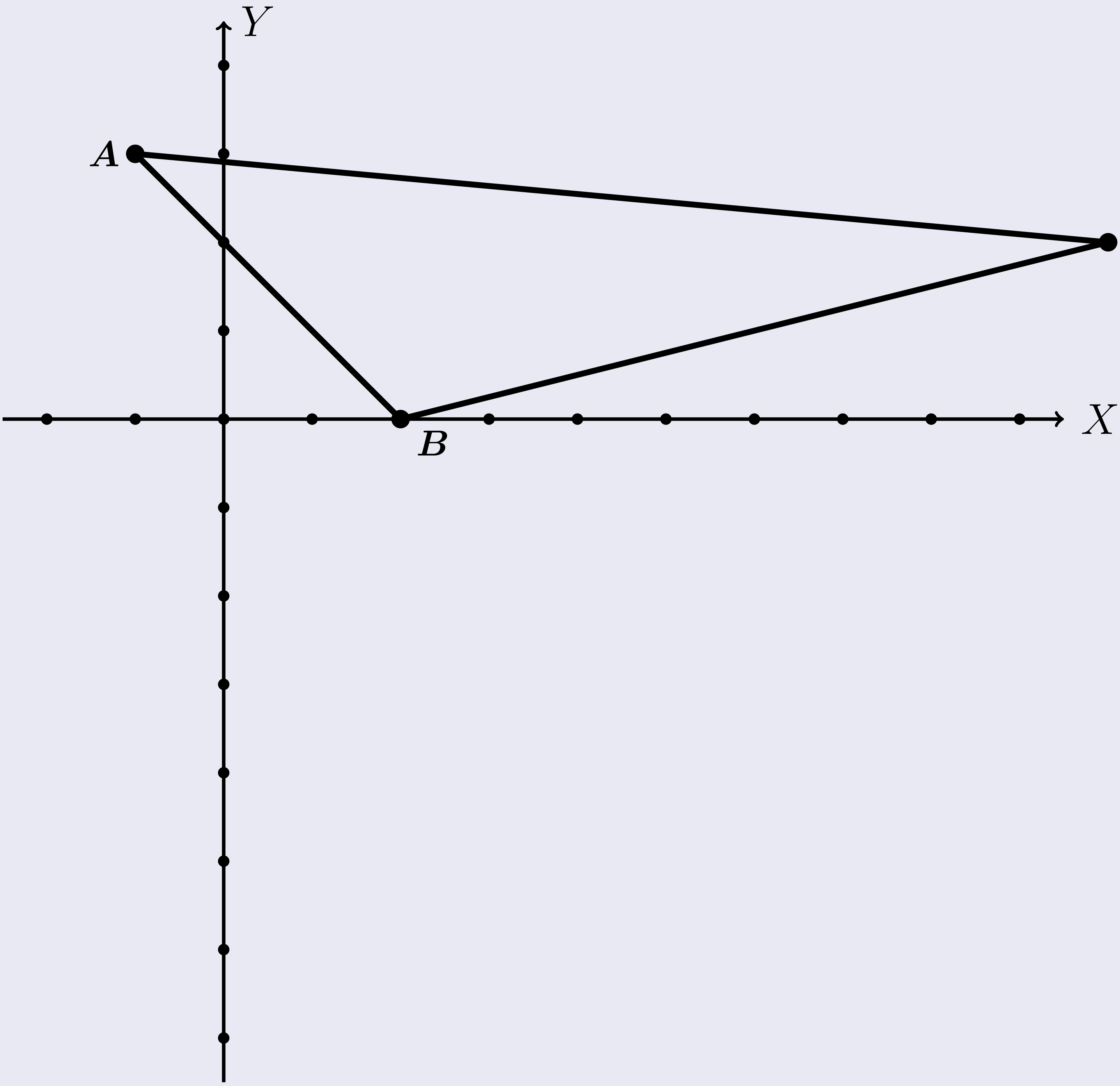

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,3)$, $B(2,0)$, $C(10,2)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹
огл ⟸

Вариант 24

возврат ⟹
огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-1,4)$, $B(1,-1)$, $C(9,1)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

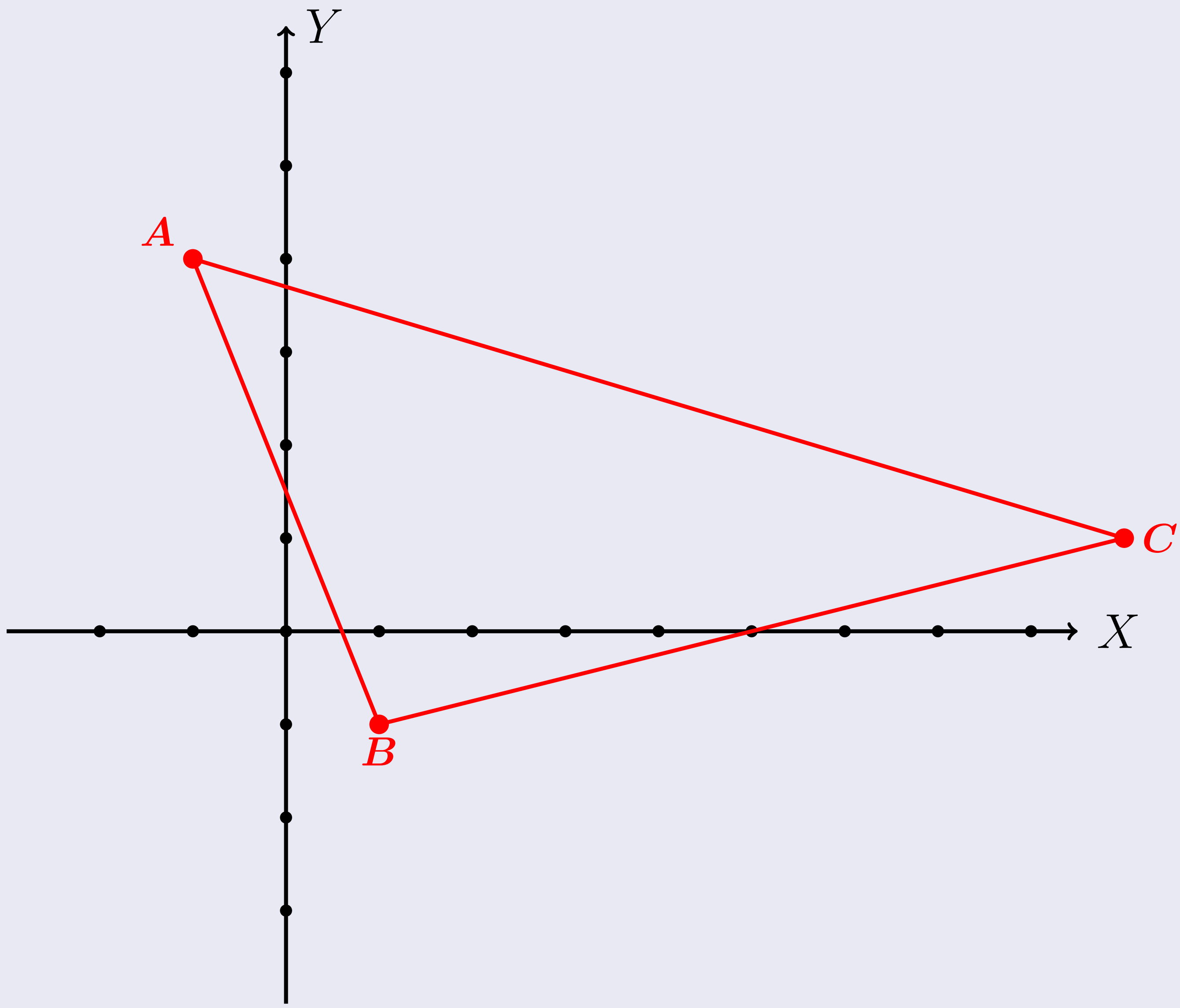

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,4)$, $B(1,-1)$, $C(9,1)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ___ Клик

AC (формат 1.23): введи ___ Клик

CB (формат 1.23): введи ___ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad, \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad,$$

$$AB = \qquad, \quad AC = \qquad.$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2} \cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или } — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или } — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B};$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или — общее ур-е прямой AM;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи Клик

y_O (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad) .$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или } — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} = \qquad .$

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или } — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A)\ ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + & \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\quad , \quad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\ ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \qquad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} &= \qquad \cdot x + \qquad \text{(задание 6)} \\ y_{BG} &= \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\quad , \quad AC = \quad , \quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ ,\ ),\ \overrightarrow{AC} = (\ ,\ ),\ \overrightarrow{BC} = (\ ,\ ),$

4 $\cos(\angle BAC) = \quad , \angle BAC = \quad$ рад $= \quad ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{AC} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\ ,\ ),\ AM = \quad , \quad y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\ ,\ )$

9 $O(\ ,\ )$

10 $K(\ ,\ ),\ AK = \quad , \quad y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\ ,\ ),\ BL = \quad , \quad y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\ ,\ )$

13 $H(\ ,\ ),\ AH = \quad , \quad y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\ ,\ ),\ BG = \quad , \quad y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\ ,\ )$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

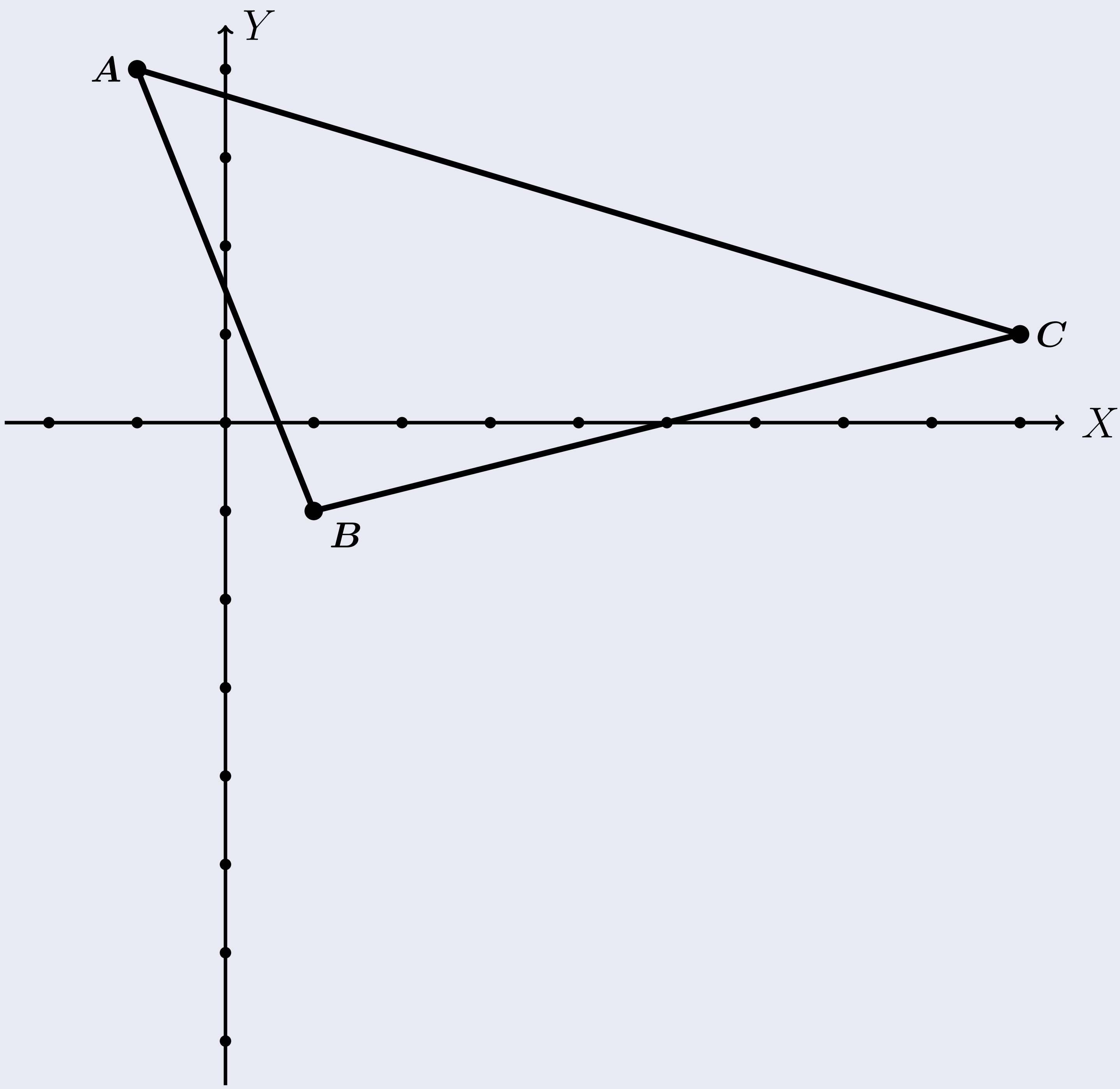

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,4)$, $B(1,-1)$, $C(9,1)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 25

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-1,4)$, $B(1,-1)$, $C(10,2)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

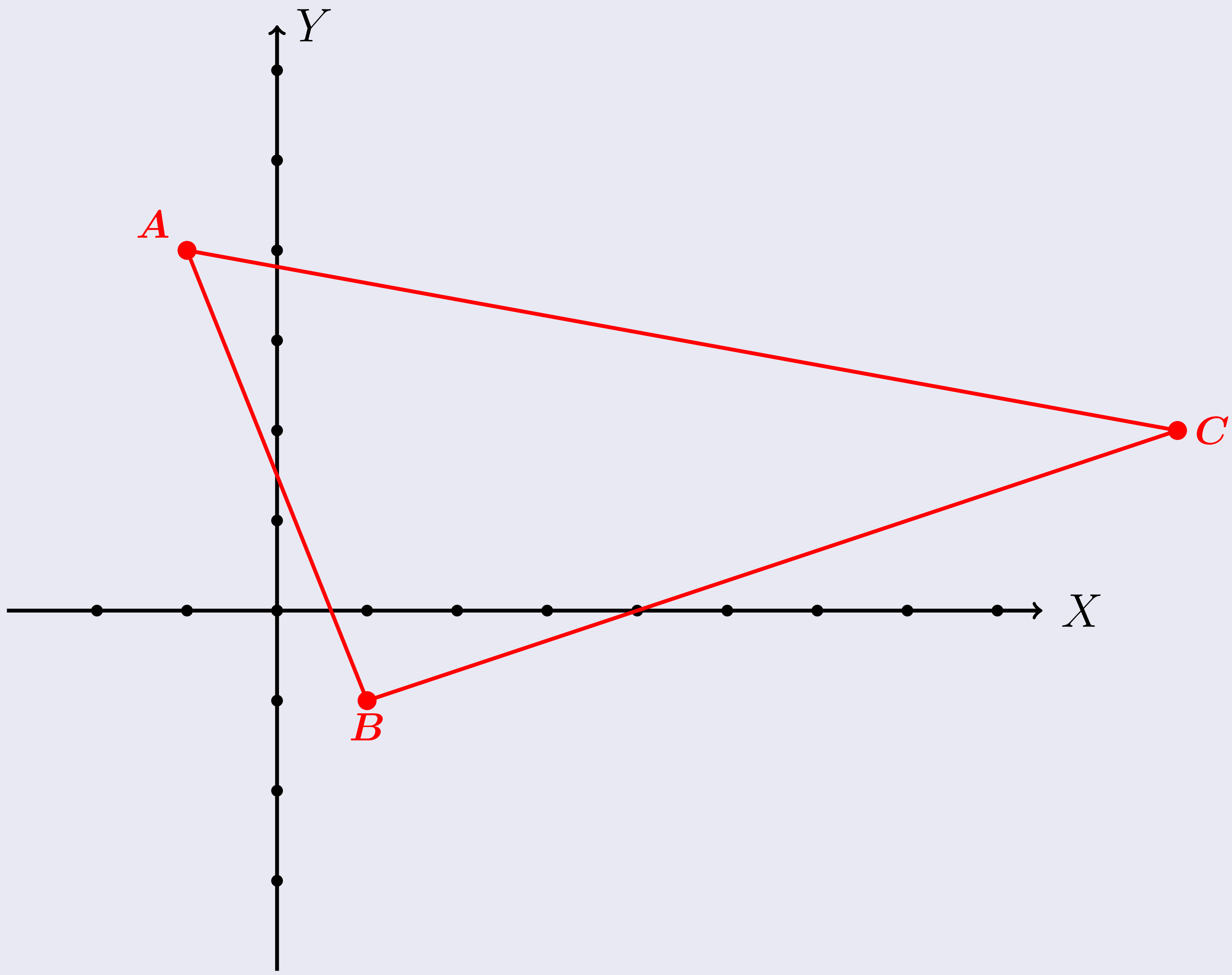

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,4)$, $B(1,-1)$, $C(10,2)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B};$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или — общее уравнение прямой BC;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи Клик

x_M (формат 1.23): введи Клик

y_M (формат 1.23): введи Клик

длина AM (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N *медианы* BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или } — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} \; ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи Клик

x_L (формат 1.23): введи Клик

y_L (формат 1.23): введи Клик

длина BL (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \; ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\quad , \quad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B) \; ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + \quad & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB = \quad , \quad AC = \quad , \quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ , \ ), \quad \overrightarrow{AC} = (\ , \ ), \quad \overrightarrow{BC} = (\ , \ ),$

4 $\cos(\angle BAC) = \quad , \angle BAC = \quad$ рад $= \quad ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{AC} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\quad , \quad), \quad AM = \quad , \quad y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\quad , \quad)$

9 $O(\quad , \quad)$

10 $K(\quad , \quad), \quad AK = \quad , \quad y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\quad , \quad), \quad BL = \quad , \quad y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\quad , \quad)$

13 $H(\quad , \quad), \quad AH = \quad , \quad y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\quad , \quad), \quad BG = \quad , \quad y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\quad , \quad)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

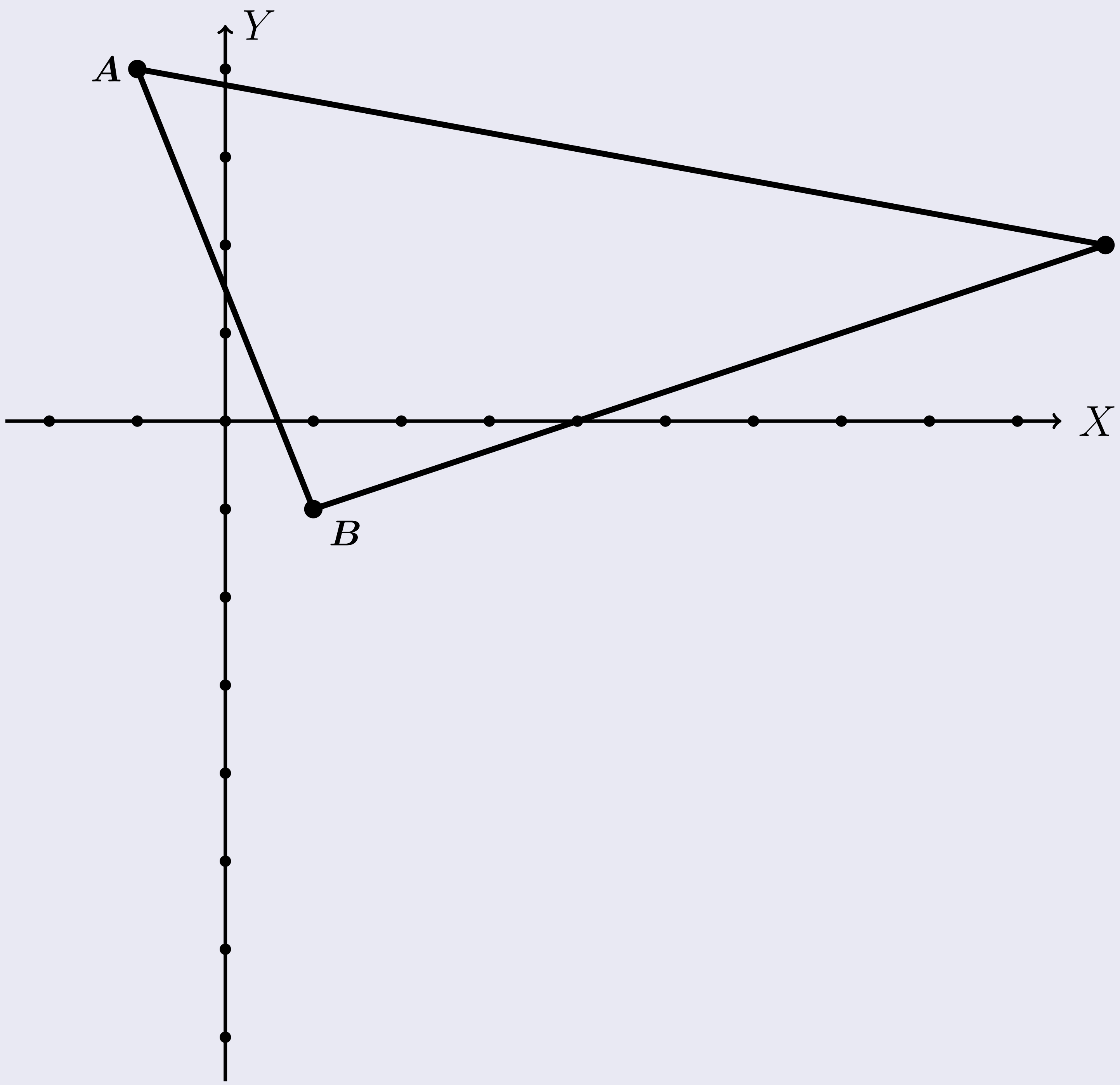

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,4)$, $B(1,-1)$, $C(10,2)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 26

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-1,4)$, $B(1,0)$, $C(9,1)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

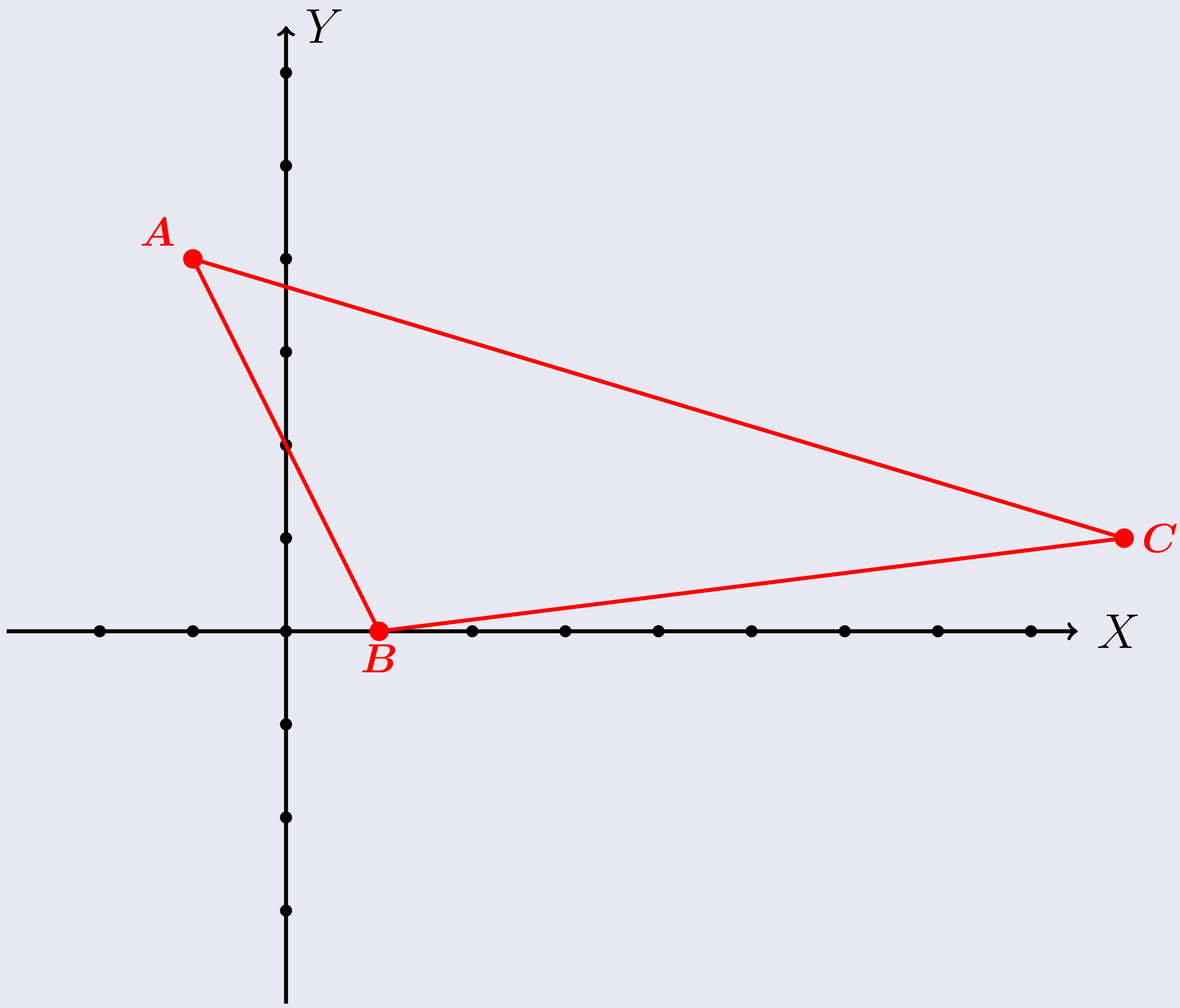

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1, 4)$, $B(1, 0)$, $C(9, 1)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB , AC , BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2} \cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB , AC , BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A}\;;$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AB

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AB}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB}=$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_C-x_A}=\frac{y-y_A}{y_C-y_A}\;;$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AC

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AC}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC}=$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} \ ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad\quad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$M(\quad , \quad)$.

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи Клик

y_N (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или } — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \; ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\qquad , \qquad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B) \; ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \qquad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =$, $AC =$, $BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ , \ )$, $\overrightarrow{AC} = (\ , \ )$, $\overrightarrow{BC} = (\ , \ )$,

4 $\cos(\angle BAC) =$, $\angle BAC =$ рад $=$ $^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x +$,
$y_{AC} = \quad \cdot x +$,
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\ , \ )$, $AM =$, $y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\ , \ )$

9 $O(\ , \ )$

10 $K(\ , \ )$, $AK =$, $y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\ , \ )$, $BL =$, $y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\ , \ )$

13 $H(\ , \ )$, $AH =$, $y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\ , \ )$, $BG =$, $y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\ , \ )$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

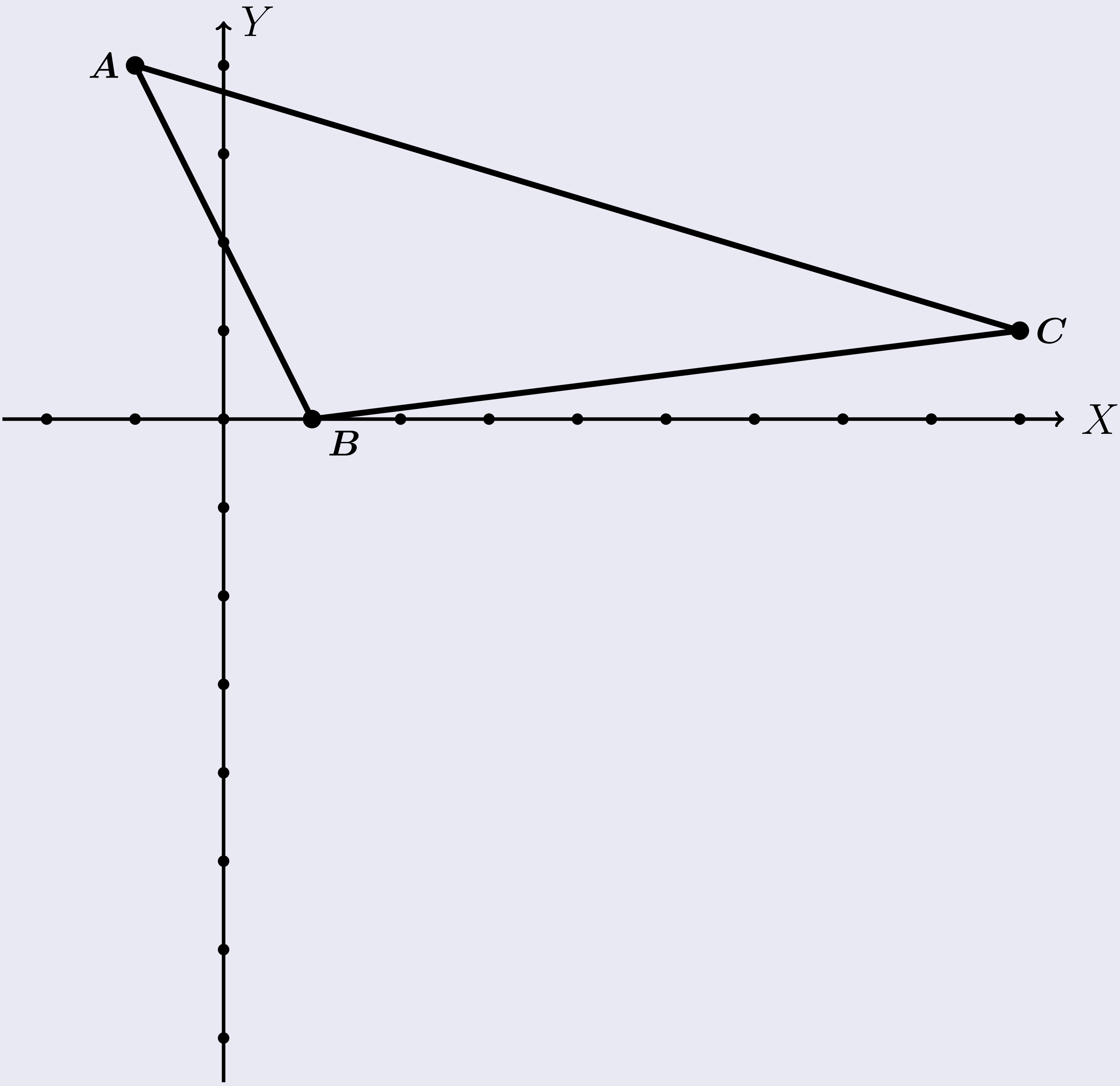

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,4)$, $B(1,0)$, $C(9,1)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 27

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-1,4)$, $B(1,0)$, $C(10,2)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

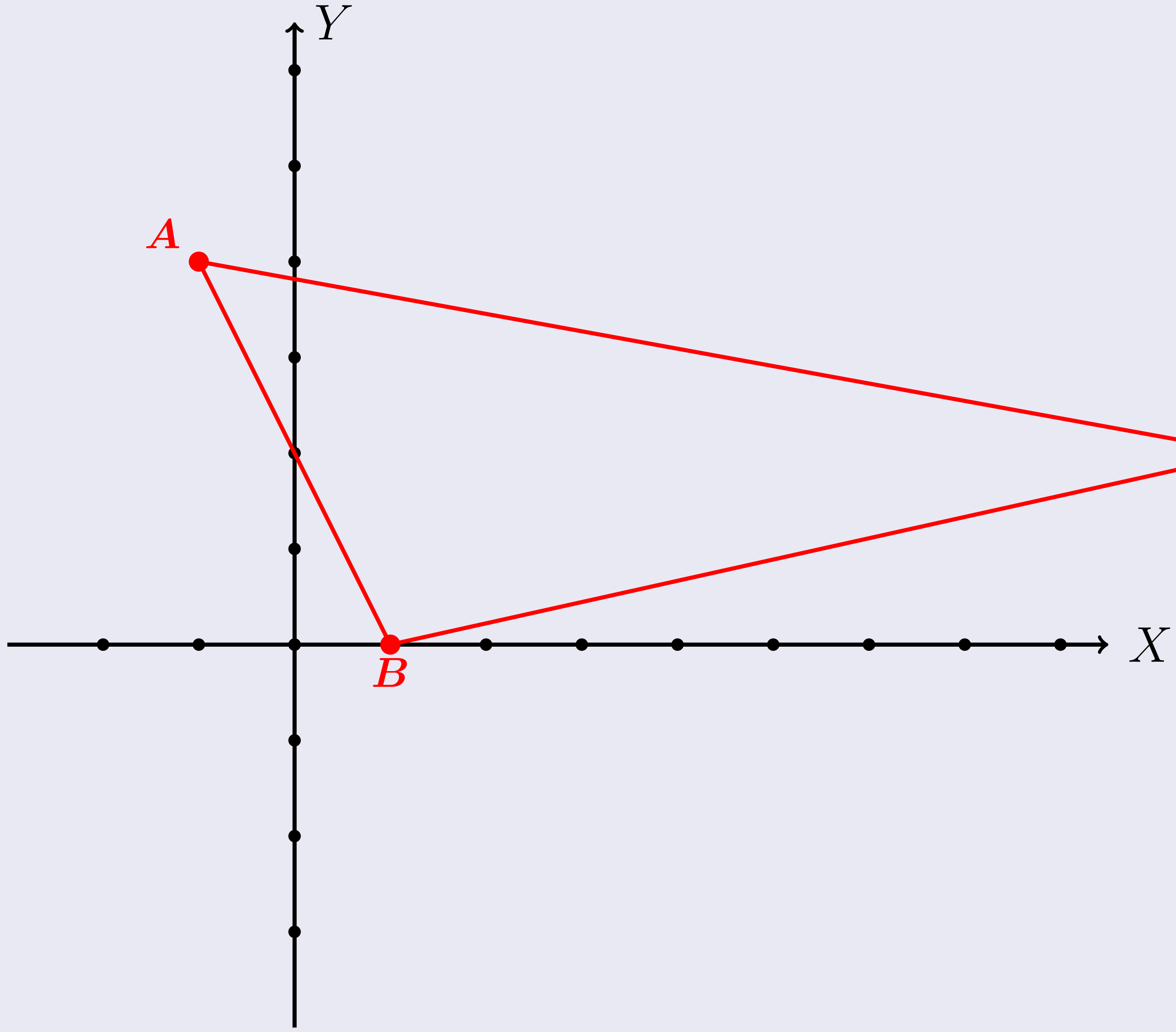

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,4)$, $B(1,0)$, $C(10,2)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB , AC , BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ____ Клик

AC (формат 1.23): введи ____ Клик

CB (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2} \cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или } — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AB

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AB}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB}=$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x-x_A}{x_C-x_A}=\frac{y-y_A}{y_C-y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a}=$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или } — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N}=$ или $\overrightarrow{N}=$ — нормальный вектор прямой AC

$y=\underbrace{\qquad}_{k_{AC}}\cdot x+\underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC}=$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} \ ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой BC ;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи Клик

y_N (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи Клик

y_O (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad) .$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или $\Big\}$ — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или $\}$ — общее ур-е прямой BL;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A)\ ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\qquad , \qquad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B) \; ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$Q(\quad , \quad)$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =$, $AC =$, $BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ , \ )$, $\overrightarrow{AC} = (\ , \ )$, $\overrightarrow{BC} = (\ , \ )$,

4 $\cos(\angle BAC) =$, $\angle BAC =$ рад $=$ $^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x +$,
$y_{AC} = \quad \cdot x +$,
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\ , \ )$, $AM =$, $y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\ , \ )$

9 $O(\ , \ )$

10 $K(\ , \ )$, $AK =$, $y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\ , \ )$, $BL =$, $y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\ , \ )$

13 $H(\ , \ )$, $AH =$, $y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\ , \ )$, $BG =$, $y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\ , \ )$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC *медиану* AM, *биссектрису* AK, *и высоту* AH, *и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.*

Решение

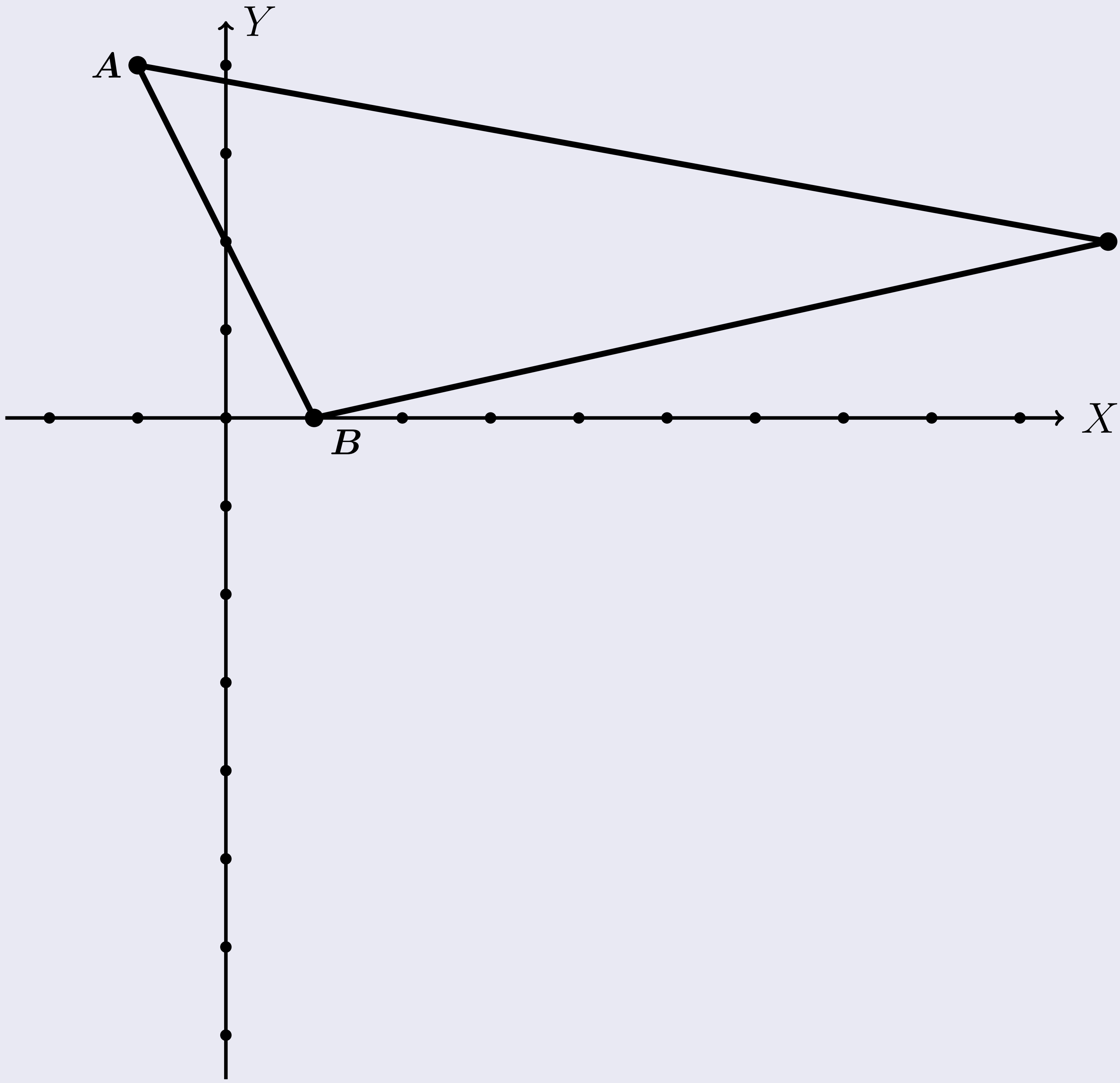

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,4)$, $B(1,0)$, $C(10,2)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 28

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-1,4)$, $B(2,-1)$, $C(9,1)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

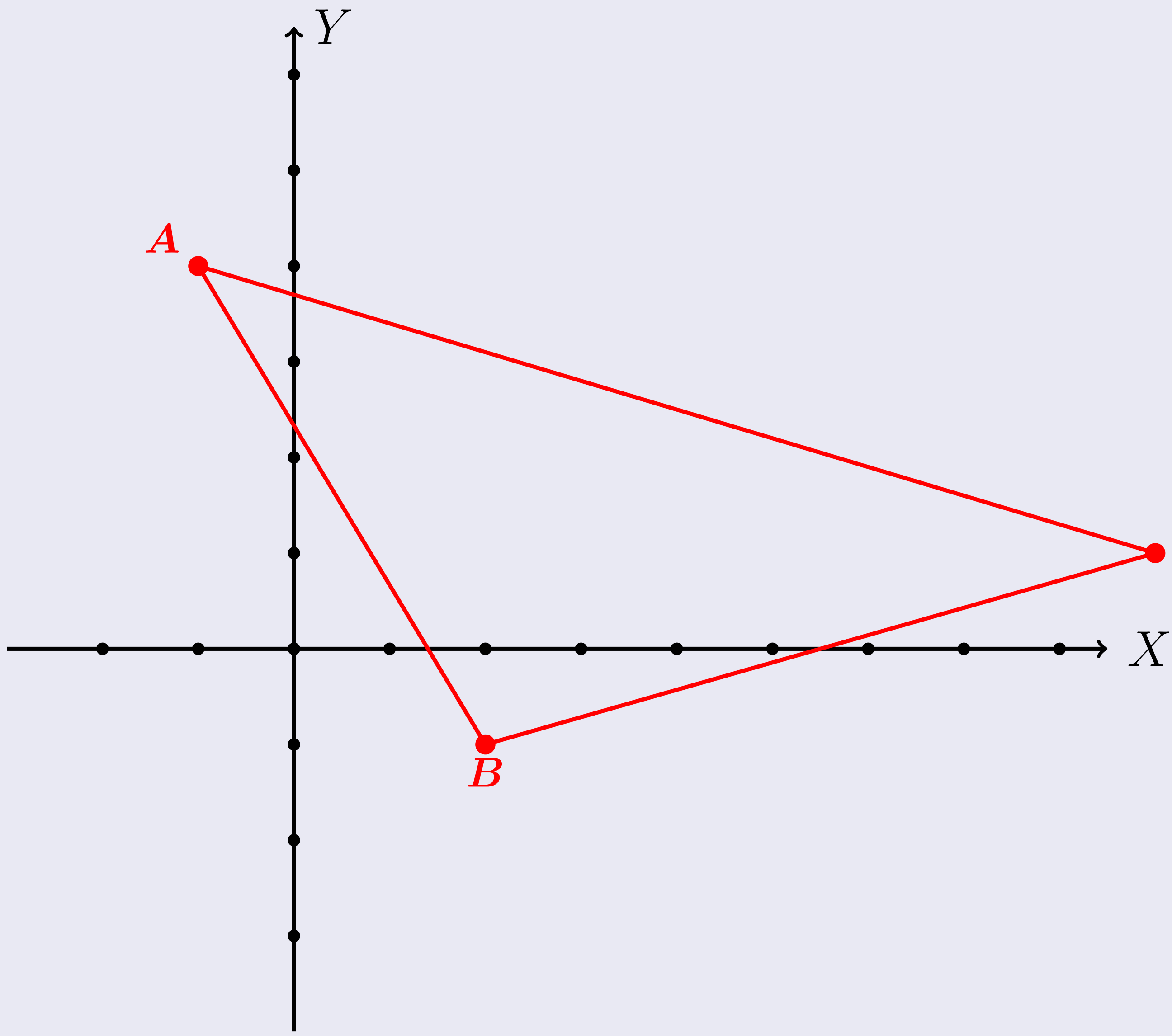

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,4)$, $B(2,-1)$, $C(9,1)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи Клик

AC (формат 1.23): введи Клик

CB (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи Клик

y_{AB} (формат 1): введи Клик

x_{AC} (формат 1): введи Клик

y_{AC} (формат 1): введи Клик

x_{BC} (формат 1): введи Клик

y_{BC} (формат 1): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad {}^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} \quad \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или } — общее уравнение прямой AB;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или } — общее уравнение прямой AC;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B};$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или — общее уравнение прямой BC;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\quad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_K (формат 1.23): введи ____ Клик

y_K (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AK (формат 1.23): введи ____ Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad) .$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или } — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \ ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\quad , \quad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\ ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \qquad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \qquad \cdot x + \qquad \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =$, $AC =$, $BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ , \ )$, $\overrightarrow{AC} = (\ , \ )$, $\overrightarrow{BC} = (\ , \ )$,

4 $\cos(\angle BAC) =$, $\angle BAC =$ рад $=$ $^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x +$,
$y_{AC} = \quad \cdot x +$,
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\ , \ )$, $AM =$, $y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\ , \ )$

9 $O(\ , \ )$

10 $K(\ , \ )$, $AK =$, $y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\ , \ )$, $BL =$, $y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\ , \ )$

13 $H(\ , \ )$, $AH =$, $y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\ , \ )$, $BG =$, $y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\ , \ )$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

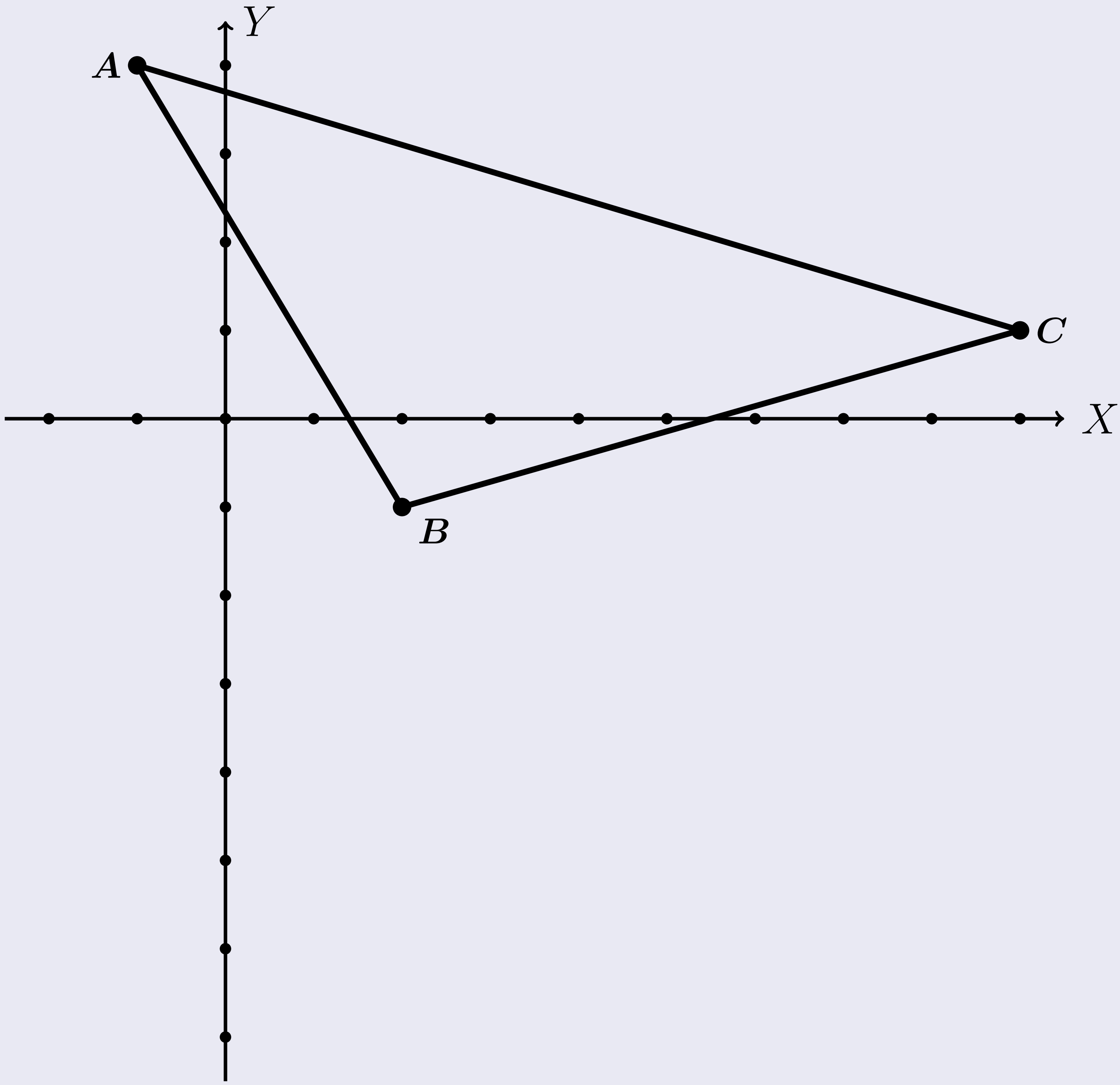

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,4)$, $B(2,-1)$, $C(9,1)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 29

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-1,4)$, $B(2,-1)$, $C(10,2)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

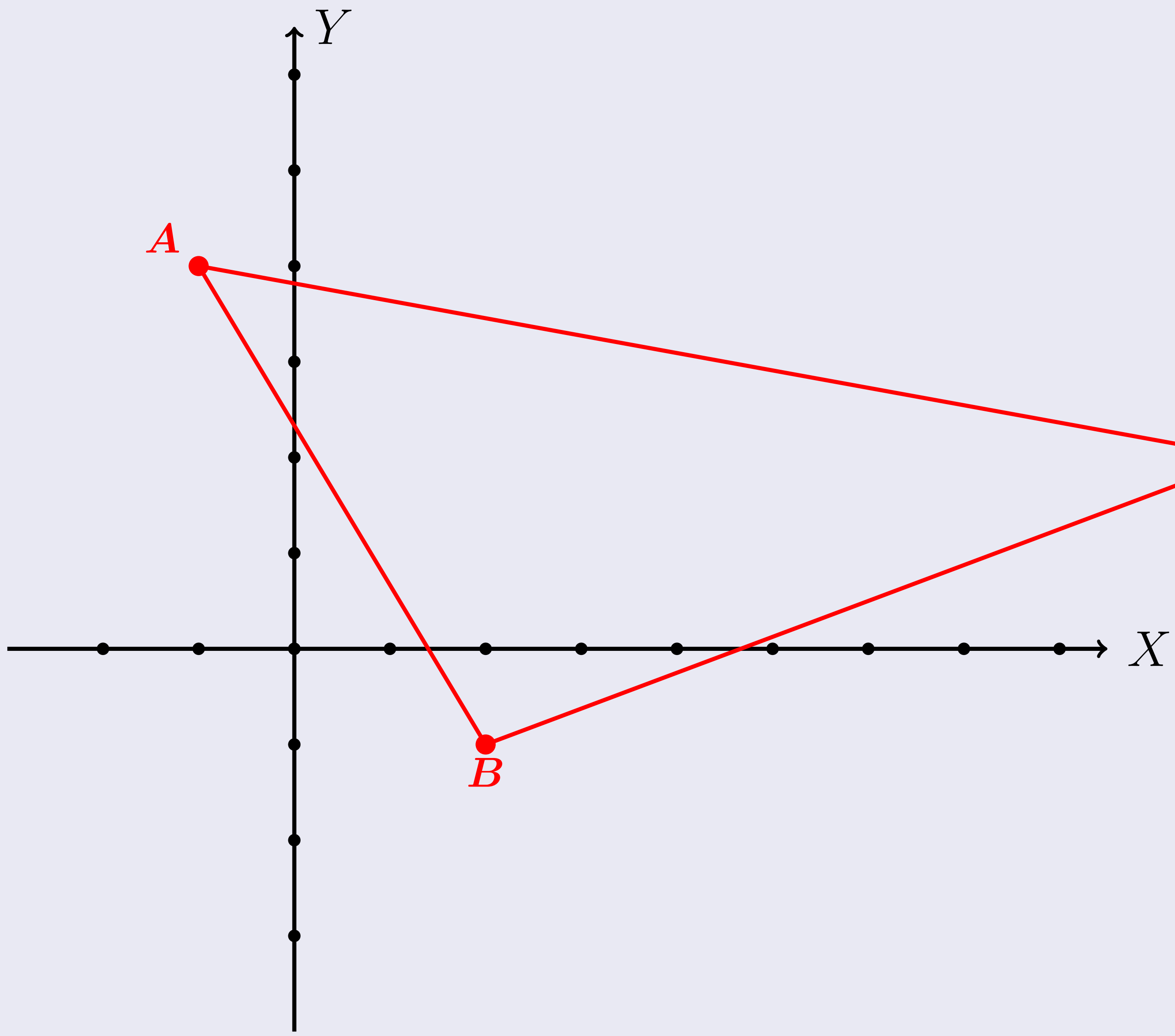

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,4)$, $B(2,-1)$, $C(10,2)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи ___ Клик

AC (формат 1.23): введи ___ Клик

CB (формат 1.23): введи ___ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или } — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\quad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\quad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или } — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\quad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или } — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Φ7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или } — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи Клик

x_K (формат 1.23): введи Клик

y_K (формат 1.23): введи Клик

длина AK (формат 1.23): введи Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или } — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} = \qquad .$

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \; ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\quad , \quad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи Клик

x_H (формат 1.23): введи Клик

y_H (формат 1.23): введи Клик

длина AH (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\ ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x +$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + & \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи Клик

y_Q (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\quad, \quad AC = \quad, \quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ ,\ ),\quad \overrightarrow{AC} = (\ ,\ ),\quad \overrightarrow{BC} = (\ ,\ ),$

4 $\cos(\angle BAC) = \quad, \angle BAC = \quad$ рад $= \quad ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x + \quad,$
$y_{AC} = \quad \cdot x + \quad,$
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\quad,\quad),\quad AM = \quad,\quad y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\quad,\quad)$

9 $O(\quad,\quad)$

10 $K(\quad,\quad),\quad AK = \quad,\quad y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\quad,\quad),\quad BL = \quad,\quad y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\quad,\quad)$

13 $H(\quad,\quad),\quad AH = \quad,\quad y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\quad,\quad),\quad BG = \quad,\quad y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\quad,\quad)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC *медиану* AM, *биссектрису* AK, *и высоту* AH, *и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.*

Решение

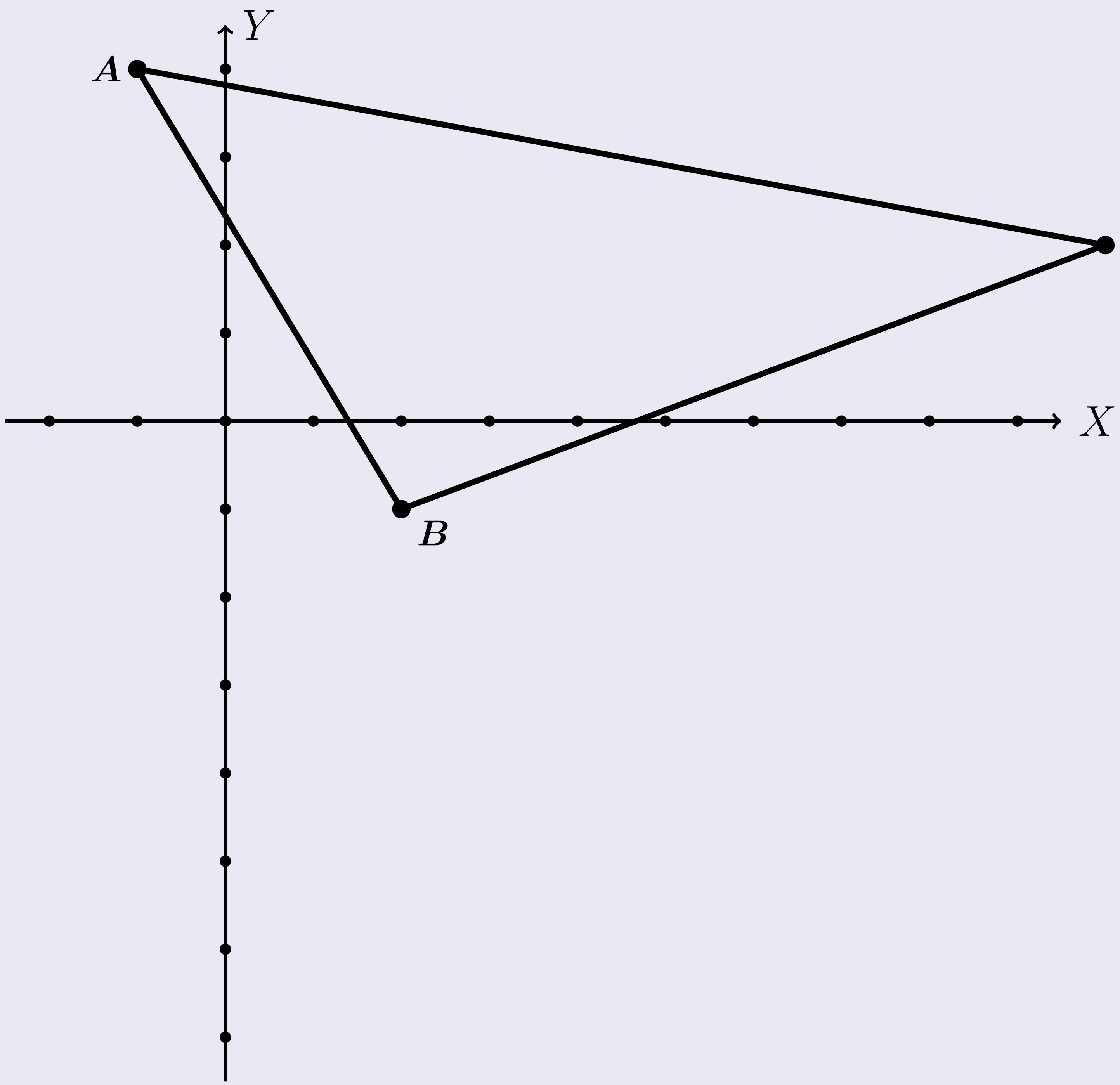

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,4)$, $B(2,-1)$, $C(10,2)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 30

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-1,4)$, $B(2,0)$, $C(9,1)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

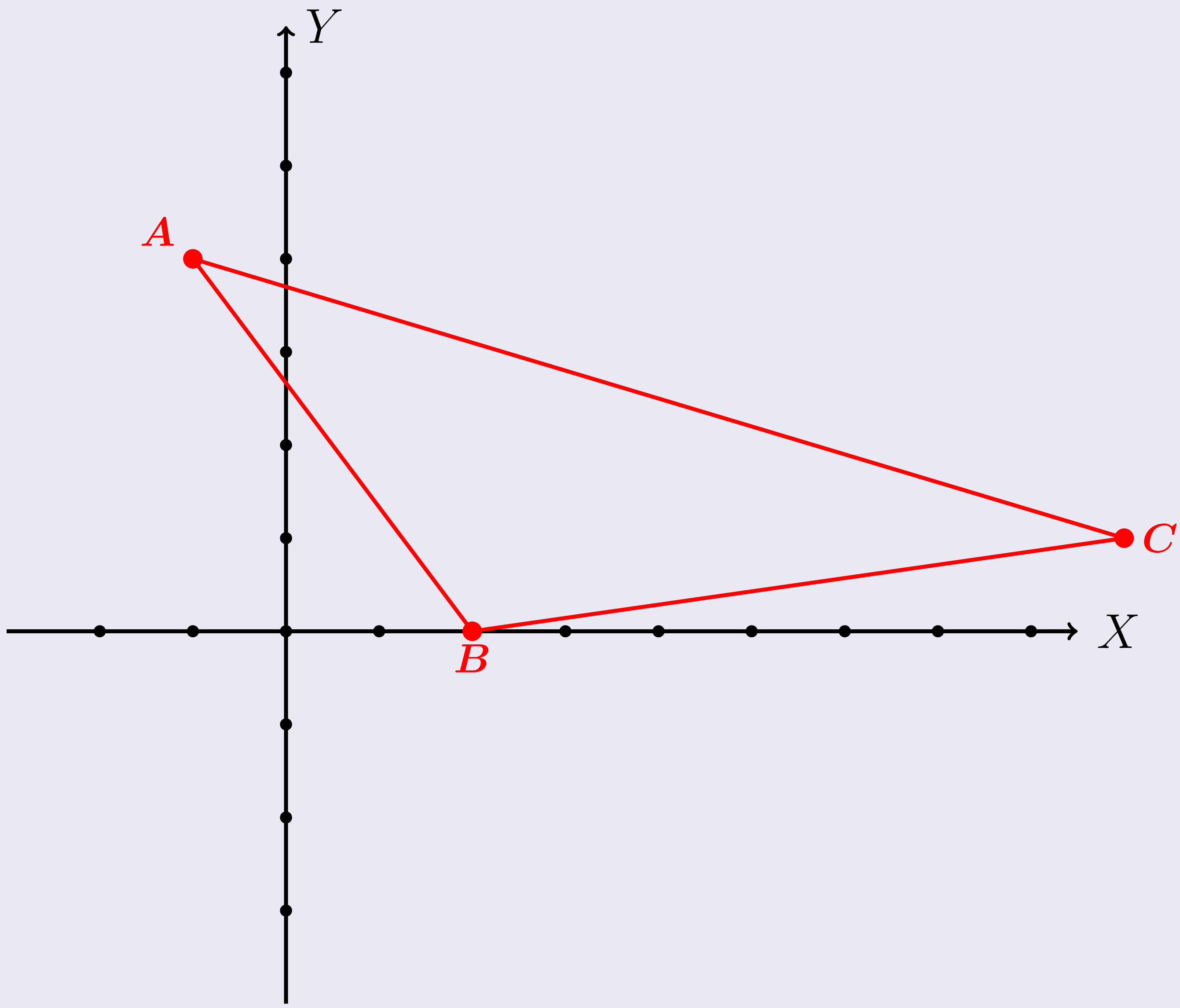

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,4)$, $B(2,0)$, $C(9,1)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB , AC , BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи | ____ | Клик | |

AC (формат 1.23): введи | ____ | Клик | |

CB (формат 1.23): введи | ____ | Клик | |

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}\,;$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой AB;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A}\,;$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой AC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B}\ ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\quad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad).$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или $\Big\}$ — общее ур-е прямой AM;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи Клик

x_M (формат 1.23): введи Клик

y_M (формат 1.23): введи Клик

длина AM (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N медианы BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи Клик

y_N (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи ____ Клик

y_O (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad) .$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или } — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи Клик

x_K (формат 1.23): введи Клик

y_K (формат 1.23): введи Клик

длина AK (формат 1.23): введи Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или $\Big\}$ — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи Клик

x_L (формат 1.23): введи Клик

y_L (формат 1.23): введи Клик

длина BL (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \; ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\quad , \quad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\ ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \qquad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \qquad \cdot x + \qquad \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \cdot x + \\ y_{BG} = \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\quad , \quad AC = \quad , \quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ ,\ ), \quad \overrightarrow{AC} = (\ ,\ ), \quad \overrightarrow{BC} = (\ ,\ ),$

4 $\cos(\angle BAC) = \quad , \angle BAC = \quad$ рад $= \quad ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{AC} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\quad , \quad), \quad AM = \quad , \quad y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\quad , \quad)$

9 $O(\quad , \quad)$

10 $K(\quad , \quad), \quad AK = \quad , \quad y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\quad , \quad), \quad BL = \quad , \quad y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\quad , \quad)$

13 $H(\quad , \quad), \quad AH = \quad , \quad y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\quad , \quad), \quad BG = \quad , \quad y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\quad , \quad)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

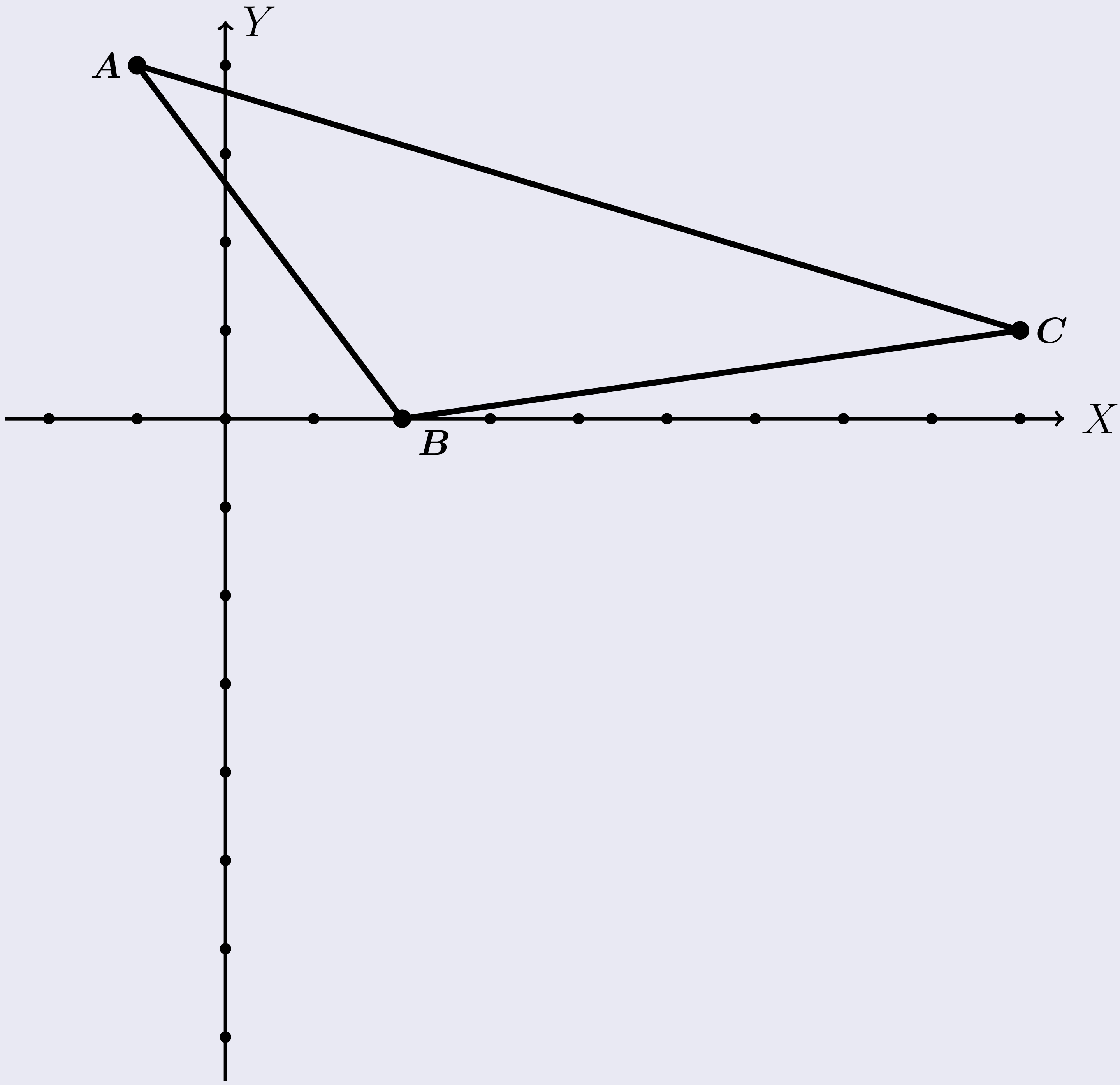

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,4)$, $B(2,0)$, $C(9,1)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 31

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача (общий список заданий)

Заданы точки $A(-1,4)$, $B(2,0)$, $C(10,2)$. Требуется:

1 Начертить треугольник ABC (миллиметровка или клеточная бумага).

2 Найти длины сторон AB, AC, BC.

3 Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC.

6 Составить уравнения прямых AB, AC, BC.

7 Найти основание медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение.

8 Найти основание медианы BN.

9 Найти точку пересечения медиан.

10 Найти основание биссектрисы AK и ее длину, и составить ее уравнение.

11 Найти основание биссектрисы BL и ее длину, и составить ее уравнение.

12 Найти точку пересечения биссектрис.

13 Найти основание высоты AH и ее длину, и составить ее уравнение.

14 Найти основание высоты BG и ее длину, и составить ее уравнение.

15 Найти точку пересечения высот.

16 Составить сводку полученных результатов.

17 Нанести на чертеж п. 1 медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, а также точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 1

Начертить треугольник ABC

Решение

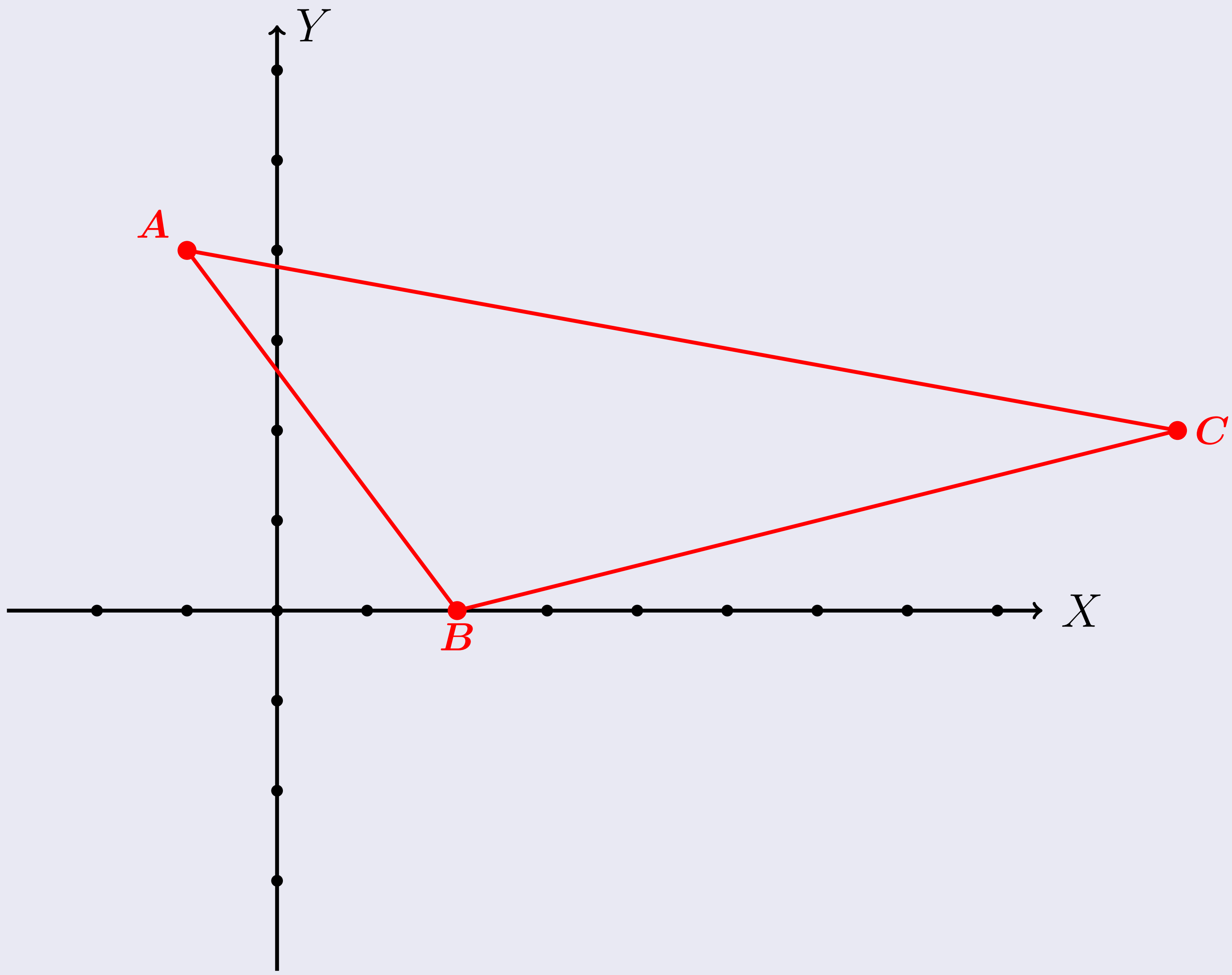

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,4)$, $B(2,0)$, $C(10,2)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 2

Найти длины сторон AB, AC, BC

Решение

Пользуемся формулой Ф1.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} =$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$$

Выборочная проверка

AB (формат 1.23): введи Клик

AC (формат 1.23): введи Клик

CB (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 3

Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$

Решение

Пользуемся формулой Ф2.

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$$

$$\overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_{BC}, y_{BC}) = (x_C - x_B, y_C - y_B) =$$

Выборочная проверка

x_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AB} (формат 1): введи ____ Клик

x_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{AC} (формат 1): введи ____ Клик

x_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

y_{BC} (формат 1): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 4

Найти угол $\angle BAC$

Решение

Пользуемся формулой Ф3, т. е.

$$\cos\angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\cdot AC};$$

где в числителе стоит скалярное произведение, которое вычисляется по формуле Ф4, а в знаменателе стоит произведение длин векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
Длины и координаты векторов берем из результатов Заданий 2 и 3:

$$\overrightarrow{AB} = (x_{AB}, y_{AB}) = \qquad , \quad \overrightarrow{AC} = (x_{AC}, y_{AC}) = \qquad ,$$

$$AB = \qquad , \quad AC = \qquad .$$

Находим скалярное произведение по формуле Ф4:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x_{AB}\cdot x_{AC} + y_{AB}\cdot y_{AC} =$$

Следовательно,

$$\cos\angle BAC =$$

откуда $\angle BAC = \arccos \qquad = \qquad$ рад $= \qquad ^\circ$.

Выборочная проверка

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (формат 1): введи ____ Клик

$\cos\angle BAC$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$\angle BAC$ рад (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 5

Найти площадь треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф5, т. е.

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}$$

где по строкам определителя расположены координаты векторов

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A) =$ и $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A, y_C - y_A) =$.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = \pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\cdot$$

Выборочная проверка

$S_{\triangle ABC}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 6

Составить уравнения прямых AB, AC, BC

Решение (уравнение прямой AB)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AB

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой AB

;

, или } — общее уравнение прямой AB;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой AB

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AB}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AB}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AB} =$.

Решение (уравнение прямой AC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A};$$

— каноническое уравнение прямой AC

$\vec{a} =$ — направляющий вектор прямой AC

;

, или } — общее уравнение прямой AC;

$\vec{N} =$ или $\vec{N} =$ — нормальный вектор прямой AC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AC}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AC} =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (уравнение прямой BC)

Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B} ;$$

— каноническое уравнение прямой BC

$\overrightarrow{a} =$ — направляющий вектор прямой BC

;

, или $\Big\}$ — общее уравнение прямой BC;

$\overrightarrow{N} =$ или $\overrightarrow{N} =$ — нормальный вектор прямой BC

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BC}} \cdot x + \underbrace{\qquad\qquad}_{b_{BC}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BC} =$.

Выборочная проверка (задание 6)

k_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AB} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AC} (формат 1.23): введи ____ Клик

k_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BC} (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 7

Найти основание M медианы AM и ее длину, и составить ее уравнение

Решение

Основание M медианы AM Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \qquad ; \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} =$$

$$M(\quad , \quad) .$$

Длина медианы AM Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AM Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AM

$\overrightarrow{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AM

;

, или — общее ур-е прямой AM ;

$\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ или $\overrightarrow{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AM

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AM}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AM}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AM} =$.

Выборочная проверка

k_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AM} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_M (формат 1.23): введи ____ Клик

y_M (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AM (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 8

Найти основание N *медианы* BN

Решение

Пользуемся формулой Ф7, т. е.

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \qquad ; \qquad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} =$$

$$N(\quad , \quad) .$$

Выборочная проверка

x_N (формат 1.23): введи ____ Клик

y_N (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 9

Найти точку O пересечения медиан треугольника ABC

Решение

Пользуемся формулой Ф8, т. е.

$$x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} =$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} =$$

$$O(\quad , \quad).$$

Выборочная проверка

x_O (формат 1.23): введи Клик

y_O (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 10

Найти основание K биссектрисы AK и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание K биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \qquad , \qquad x_K = \frac{x_B + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_K = \frac{y_B + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad K(\quad , \quad) .$$

Длина биссектрисы AK Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой AK Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_A}{x_K - x_A} = \frac{y - y_A}{y_K - y_A} ;$$

— каноническое уравнение прямой AK

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой AK

;

, или — общее ур-е прямой AK;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор AK

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{AK}} \cdot x + \underbrace{\qquad}_{b_{AK}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AK} =$.

Выборочная проверка

k_{AK} (формат 1.23): введи Клик

b_{AK} (формат 1.23): введи Клик

x_K (формат 1.23): введи Клик

y_K (формат 1.23): введи Клик

длина AK (формат 1.23): введи Клик

Задание 11

Найти основание L биссектрисы BL и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Основание L биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф9, т. е.

$$\ell = \frac{AB}{BC} = \qquad , \qquad x_L = \frac{x_A + \ell x_C}{1+\ell} =$$

$$y_L = \frac{y_A + \ell y_C}{1+\ell} = \qquad , \qquad L(\quad , \quad).$$

Длина биссектрисы BL Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BL = \sqrt{(x_L - x_B)^2 + (y_L - y_B)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Уравнение прямой BL Пользуемся формулой Ф6, т. е.

$$\frac{x - x_B}{x_L - x_B} = \frac{y - y_B}{y_L - y_B};$$

— каноническое уравнение прямой BL

$\vec{a} = (\quad , \quad)$ — направляющий вектор прямой BL

;

, или } — общее ур-е прямой BL;

$\vec{N} = (\quad , \quad)$ или $\vec{N} = (\quad , \quad)$ — нормальный вектор BL

$y = \underbrace{\qquad}_{k_{BL}} \cdot x + \underbrace{\qquad\qquad}_{b_{BL}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BL} =$.

Выборочная проверка

k_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BL} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_L (формат 1.23): введи ____ Клик

y_L (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BL (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 12

Найти точку P пересечения биссектрис треугольника ABC

Решение

Биссектрисы AK и BL заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AK} = \quad \cdot x + \\ y_{BL} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки P пересечения прямых находятся по формулам

$$x_P = \frac{b_{BL} - b_{AK}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$y_P = \frac{b_{BL}k_{AK} - b_{AK}k_{BL}}{k_{AK} - k_{BL}} =$$

$$P(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_P (формат 1.23): введи ____ Клик

y_P (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 13

Найти основание H высоты AH и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой AH Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} =$$

$$y - y_A = k_{AH} \cdot (x - x_A) \; ; \qquad ;$$

$y = \underbrace{\quad}_{k_{AH}} \cdot x + \underbrace{\quad}_{b_{AH}}$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{AH} =$

— каноническое уравнение прямой AH

$\cdot x + 1 \cdot y + \qquad = 0$ — общее уравнение прямой AH

Основание H Сторона BC и высота AH заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{BC} = \qquad \cdot x + \qquad & \text{(задание 6)} \\ y_{AH} = \qquad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки H пересечения прямых BC и AH находятся по формулам

$$y_H = \frac{b_{AH}k_{BC} - b_{BC}k_{AH}}{k_{BC} - k_{AH}} =$$

$$x_H = \frac{b_{AH} - b_{BC}}{k_{BC} - k_{AH}} = \qquad ; \qquad H(\quad , \quad)$$

Длина высоты AH Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 13)

k_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{AH} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_H (формат 1.23): введи ____ Клик

y_H (формат 1.23): введи ____ Клик

длина AH (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 14

Найти основание G высоты BG и ее длину, и составить ее ур-ие

Решение

Уравнение прямой BG Пользуемся формулой Ф11, т. е.

$$k_{BG} = -\frac{1}{k_{AC}} =$$

$$y - y_B = k_{BG} \cdot (x - x_B)\ ; \qquad ;$$

$y = \quad \cdot x + \quad$ — ур-ие с угловым коэффициентом $k_{BG} =$

— каноническое уравнение прямой BG

$\cdot x + 1 \cdot y + \quad = 0$ — общее уравнение прямой BG.

Основание G Сторона AC и высота BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AC} = \quad \cdot x + & \text{(задание 6)} \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

Согласно формуле Ф10, координаты точки G пересечения прямых AC и BG находятся по формулам

$$y_G = \frac{b_{BG}k_{AC} - b_{AC}k_{BG}}{k_{AC} - k_{BG}} =$$

$$x_G = \frac{b_{BG} - b_{AC}}{k_{AC} - k_{BG}} = \qquad ; \qquad G(\quad , \quad)$$

Длина высоты BG Пользуемся формулой Ф1, т. е.

$$BG = \sqrt{(x_G - x_B)^2 + (y_G - y_A)^2} = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка (задание 14)

k_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

b_{BG} (формат 1.23): введи ____ Клик

x_G (формат 1.23): введи ____ Клик

y_G (формат 1.23): введи ____ Клик

длина BG (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 15

Найти точку Q пересечения высот треугольника ABC

Решение

Высоты AH и BG заданы уравнениями

$$\begin{cases} y_{AH} = \quad \cdot x + \\ y_{BG} = \quad \cdot x + \end{cases}$$

(задания 10 и 11). Согласно формуле Ф10, координаты точки Q пересечения высот находятся по формулам

$$x_Q = \frac{b_{BG} - b_{AH}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$y_Q = \frac{b_{BG}k_{AH} - b_{AH}k_{BG}}{k_{AH} - k_{BG}} =$$

$$Q(\quad , \quad)$$

Выборочная проверка

x_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

y_Q (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 16

Составить сводку полученных результатов.

Решение

1

2 $AB =\quad , \quad AC = \quad , \quad BC =$

3 $\overrightarrow{AB} = (\ ,\ ), \quad \overrightarrow{AC} = (\ ,\ ), \quad \overrightarrow{BC} = (\ ,\ ),$

4 $\cos(\angle BAC) = \quad , \angle BAC = \quad$ рад $= \quad ^\circ$

5 $S_{\triangle ABC} =$

6 $y_{AB} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{AC} = \quad \cdot x + \quad ,$
$y_{BC} = \quad \cdot x +$

7 $M(\quad , \quad), \quad AM = \quad , \quad y_{AM} = \quad \cdot x +$

8 $N(\quad , \quad)$

9 $O(\quad , \quad)$

10 $K(\quad , \quad), \quad AK = \quad , \quad y_{AK} = \quad \cdot x +$

11 $L(\quad , \quad), \quad BL = \quad , \quad y_{BL} = \quad \cdot x +$

12 $P(\quad , \quad)$

13 $H(\quad , \quad), \quad AH = \quad , \quad y_{AH} = \quad \cdot x +$

14 $G(\quad , \quad), \quad BG = \quad , \quad y_{BG} = \quad \cdot x +$

15 $Q(\quad , \quad)$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задание 17

Нанести на чертеж треугольника ABC медиану AM, биссектрису AK, и высоту AH, и точки пересечения медиан, биссектрис, высот.

Решение

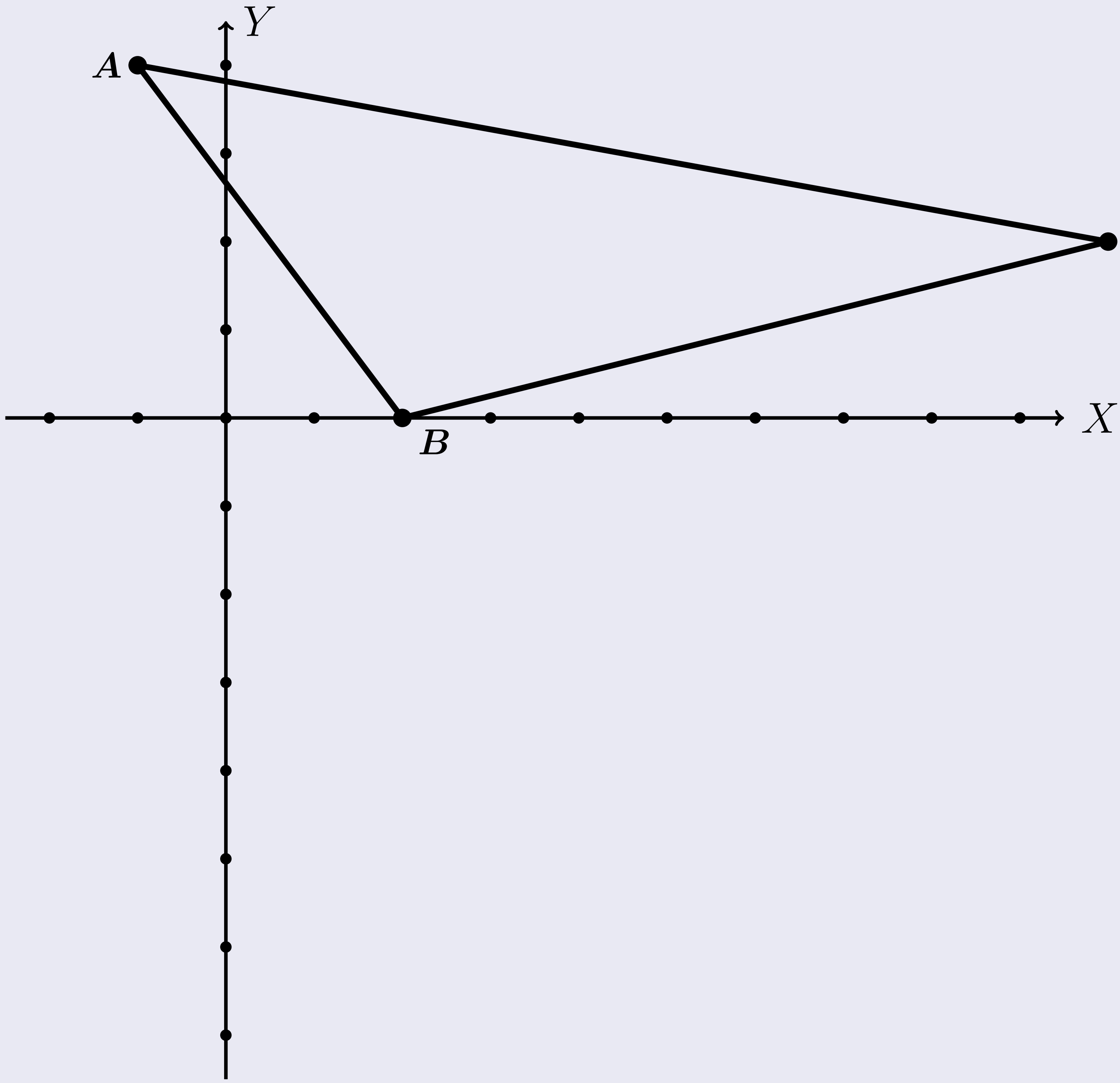

Рис. : Треугольник ABC: $A(-1,4)$, $B(2,0)$, $C(10,2)$. Красным обозначить медианы, синим биссектрисы, зеленым высоты.

возврат ⟹ огл ⟸