МГУПС-МИИТ

Инженерно-Экономический Факультет

Кафедра математики ИЭФ

Формулы, задачи и индивидуальные задания по курсу математической статистики.

Дистанционный интерактивный обучающий комплекс для студентов ИЭФ

проф. В. Г. Кановей

28 ноября 2015 г.

Введение I

возврат ⟹ огл ⟸

Целью настоящего обучающего комплекса является выработка у студентов ИЭФ МИИТ умения решать задачи вводного курса математической статистики. Обучающий комплекс состоит из трех частей.

1. Обучающая часть, содержащая основные формулы раздела «математической статистики», а также несколько примеров на использование этих формул.
2. Таблицы.
3. 32 варианта индивидуальных заданий для студентов, из которых
   - вариант 0 с ответами дается как образец оформления работы;
   - варианты 1 – 31 предназначены для самостоятельной работы студентов. Каждый вариант содержит 5 отдельных (и не повторяющихся между вариантами) задач, для которых просчитаны ответы, а также просчитаны наиболее существенные промежуточные результаты вычислений;
   - дополнительно для преподавателя дается сводка всех ответов по каждому варианту.

Эти части сведены в три файла формата pdf, а именно:

1) файл для преподавателя **stat-full.pdf**, содержащий части 1, 2, 3 с ответами по всем вариантам;
2) файл для студентов **stat-stud.pdf**, содержащий части 1 и 2 и часть 3 со всеми вариантами, но без ответов (кроме варианта 0, который приведен с ответами);
3) краткий файл для преподавателя **stat-svodka.pdf**, содержащий часть 3 с ответами ко всем вариантам – его при необходимости можно распечатать для использования при проверке решенных заданий в аудитории традиционного типа вне доступа к компьютеру.

Особенностями настоящего обучающего комплекса является применение ориентированных на пользователя (студента) современных компьютерных технологий, таких, как:

Введение II

- технологии **power point** / **beamer**, обеспечивающие современный стиль презентации как в варианте самостоятельной работы студента на компьютере, так и в варианте аудиторного занятия с проектором;
- технологии **hyperref** для облегчения просмотра пособия;
- интерактивные технологии заполняемых форм **JavaScript** дляи самостоятельной проверки студентами на компьютере результатов своих вычислений;
- технологии **forms data format** для отправки окончательных или промежуточных результатов выполнения задания на проверку, на адрес email по указанию преподавателя.

Дополнительным эффектом обучающего комплекса является отработка навыков работы с заполняемыми формами для проверки результатов, в частности, практика приведения математических данных (формулы, числа) к форме, принятой в языках программирования.

Самостоятельная работа с пособием и выполнение варианта предполагают доступ студента к современному компьютеру, содержащему стандартный инженерный калькулятор (или иную вычислительную программу) и программу Adobe Reader для чтения файлов формата pdf и заполнения форм для проверки результатов (имеется в бесплатном доступе для загрузки и установки).

возврат ⟹   огл ⟸

Оглавление I

возврат ⟹ огл ⟸

Содержание курса

Приложения: таблицы

Индивидуальные задания

Оглавление II

возврат ⟹

огл ⟸

Математическая статистика

возврат ⟹

огл ⟸

§ 1. Основные понятия математической статистики

возврат ⟹ **огл** ⟸

Генеральная совокупность — это совокупность всех объектов, которые подлежат численному анализу при изучении конкретной проблемы. Состав генеральной совокупности зависит от целей исследования.

Выборка — множество объектов (случаев), с помощью определённой процедуры выбранных из генеральной совокупности для участия в исследовании.

Объём выборки — число случаев, включённых в выборочную совокупность.

Признак — рассматриваемая численная характеристика X объектов генеральной совокупности. Понимается как **случайная величина**, обычно с нормальным законом распределения (Правило 2).

Наблюдавшиеся в выборке значения x_i признака X называют **вариантами**, а последовательность вариант, записанных в возрастающем порядке, — **вариационным рядом**.

Статистическим распределением выборки называют перечень вариант x_i вариационного ряда и соответствующих им частот n_i (сумма всех частот равна объему выборки n) или **относительных частот** $w_i = \frac{n_i}{n}$ (сумма всех относительных частот равна единице).

Правило 1 (варианты и частоты)

варианты	x_1	x_2	x_3	$\dots$	x_k
частоты	n_1	n_2	n_3	$\dots$	n_k
относительные частоты	w_1	w_2	w_3	$\dots$	w_k

$n = \sum n_i$ — объем выборки,

$w_i = \frac{n_i}{n}$ — относительная частота варианты x_i.

возврат ⟹ **огл** ⟸

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Правило 2 (нормальное распределение)

Нормальное распределение СВ X с параметрами a, σ характеризуется:

плотностью $f(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$;

функцией распределения $F(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx$.

Математическое ожидание $\mathbb{M}(X) = a$, дисперсия $\mathbb{D}(X) = \sigma^2$.

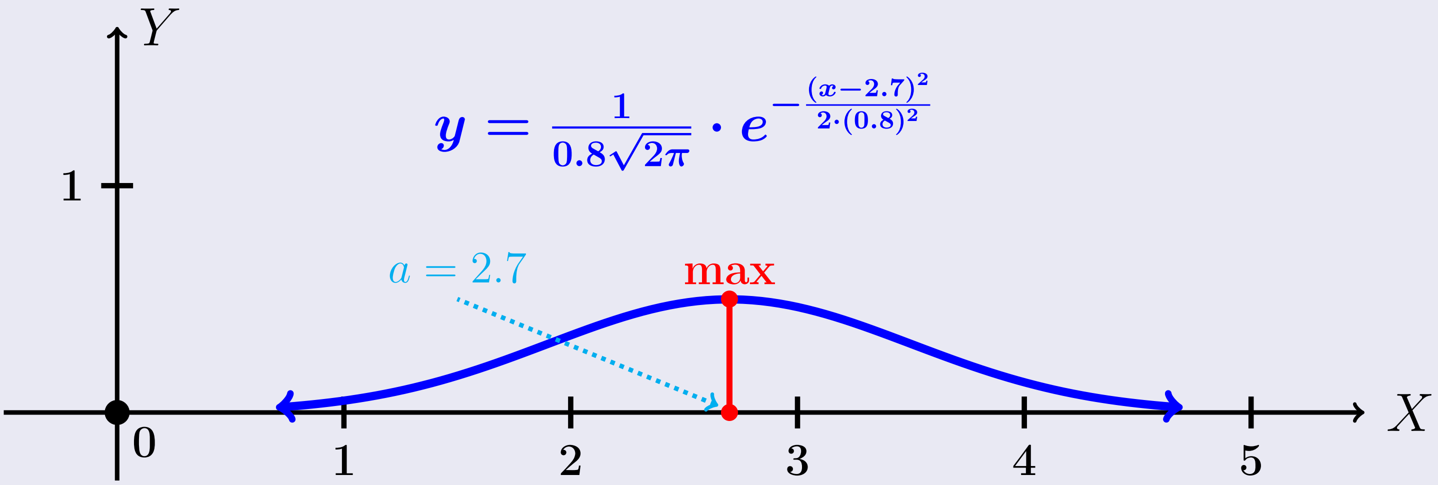


Рис.: Плотность нормального распределения, $a = 2.7$, $\sigma = 0.8$.

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

§ 3. Равномерное распределение – повторение раздела ТВ

возврат ⟹

огл ⟸

Правило 3 (равномерное распределение)

Равномерное распределение СВ X на отрезке $a \le x \le b$ характеризуется:

плотностью $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$

функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 1 & \text{при } x > b \end{cases}$

Математическое ожидание $\mathbb{M}(X) = \frac{a+b}{2}$, дисперсия $\mathbb{D}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$.

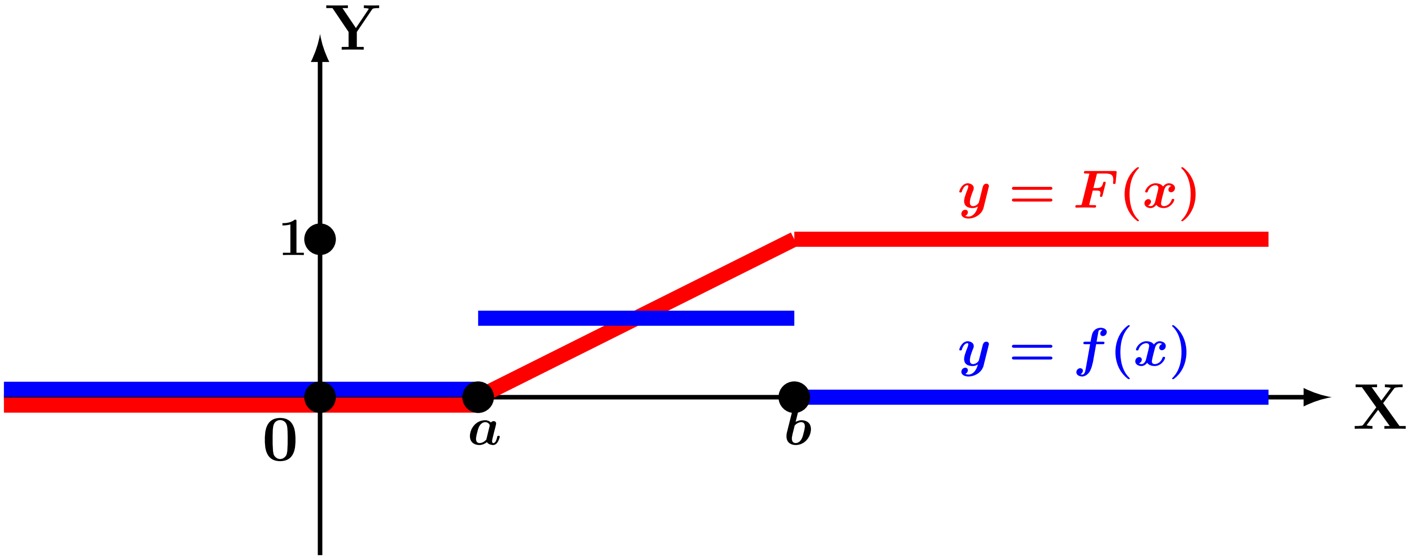


Рис.: Равномерное распределение.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Правило 4 (эмпирическая функция распределения)

Эмпирической функцией распределения называют функцию $F^*(x)$, определяющую для каждого значения x относительную частоту события $X < x$ **по данным выборки**:

$$F^*(x) = \frac{n(<x)}{n},$$

где $n(<x)$ — число вариант, меньших x (с учетом их частот), а n — объем выборки.

Правило 5 (полигон частот)

Полигоном частот называют ломаную, отрезки которой соединяют точки (x_1, n_1), (x_2, n_2), $(x_3, n_3), \ldots, (x_k, n_k)$, где x_i — варианты выборки и n_i — соответствующие им частоты.
Полигоном относительных частот называют ломаную, отрезки которой соединяют точки (x_1, w_1), (x_2, w_2), $(x_3, w_3), \ldots, (x_k, w_k)$, где x_i — варианты выборки и n_i — соответствующие им относительные частоты.

Правило 6 (гистограмма частот)

Гистограммой частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы некоторой фиксированной длины h, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты), где N_i — сумме частот вариант, попавших в i-й интервал. Площадь частичного i-го прямоугольника равна $h \cdot \frac{N_i}{h} = N_i$. Площадь гистограммы частот равна объему выборки $n = \sum n_i = \sum N_i$.

Гистограммой относительных частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длины h, а высоты равны отношению $\frac{W_i}{h}$ (плотность относительной частоты). Площадь частичного i-го прямоугольника равна $h \cdot \frac{W_i}{h} = W_i$ — относительной частоте вариант, попавших в i-й интервал. Площадь гистограммы относительных частот равна единице.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Точечной называют статистическую оценку определенного параметра некоторого признака X генеральной совокупности, которая определяется одним числом, полученным по результатам выборки.

Правило 7 (главные точечные оценки)

Если выборка по признаку X задана таблицей вариантов и частот

варианты	x_1	x_2	x_3	...	x_k
частоты	n_1	n_2	n_3	...	n_k

и $n = \sum n_i$ — объем выборки, то

$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+\cdots+x_kn_k}{n} = \frac{\sum x_in_i}{n}$ — выборочное среднее;

$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+\cdots+x_k^2n_k}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2$ — смещенная выборочн. дисперсия;

$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}}$ — исправленная (несмещенная) выборочная дисперсия;

$s_{\text{выб}} = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \sqrt{\frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}}}$ — исправленное (несмещенное) среднее квадратичное отклонение.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Правило 8 (оценка параметра распределения Пуассона)

Если выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей вариантов и частот как в Правиле 7, и известно, что признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ, то

$$\lambda = \overline{x}_{\text{выб}}$$

(выборочное среднее) является несмещенной оценкой параметра λ.

Правило 9 (оценка параметров нормального распределения)

Если выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей вариантов и частот как в Правиле 7, и известно, что признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ, то

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} \ \text{(выборочное среднее)} \quad \text{и} \quad \sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}}$$

являются несмещенными оценками параметров a и σ.

Правило 10 (оценка параметров равномерного распределения)

Если выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей вариантов и частот как в Правиле 7, и известно, что признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \ \ x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при} \ \ a \le x \le b \\ 0 & \text{при} \ \ x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами $a < b$, то несмещенные оценки параметров a и b выводятся, по формулам Правила 3, из соотношений

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}}.$$

☐

возврат ⟹ огл ⟸

Правило 11 (оценка для показательного распределения)

Если выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей вариантов и частот как в Правиле 7, и известно, что признак X распределен по закону показательного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{при} \quad x \geq 0 \end{cases}$$

с неизвестным параметром λ, то

$$\lambda = \frac{1}{\overline{x}_{\text{выб}}}$$

является несмещенной оценкой параметра λ.

Правило 12 (оценка для биномиального распределения)

Если выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей вариантов и частот как в Правиле 7, и известно, что признак X распределен по биномиальному закону $P_m(k) = C_m^k p^k q^{n-k}$ с известным числом m испытаний в одном опыте и неизвестным параметром p (вероятность успеха в одном испытании), то

$$p = \frac{\overline{x}_{\text{выб}}}{m} = \frac{\sum x_i n_i}{nm}$$

(выборочное среднее, деленное на число испытаний в одном опыте) является несмещенной оценкой параметра p.

возврат ⟹ огл ⟸

§ 7. Интервальные оценки параметров

возврат ⟹ огл ⟸

Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами — концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр. **Доверительным** называют интервал, который с заданной надежностью γ покрывает заданный параметр.

Правило 13 (оценки математического ожидания)

Для нормально распределенного признака X генеральной совокупности, интервальной оценкой **с надежностью γ** математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ служит:

- при **известном среднем квадратичном отклонении** $\sigma = \sigma(X)$ генеральной совокупности — **доверительный интервал**
$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\ ,$$
где $\frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \delta$ — точность оценки, n — объем выборки, t — значение аргумента функции Лапласа Φ (см. таблицу стр. 26), при котором $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$;
- при **неизвестном среднем квадратичном отклонении** $\sigma = \sigma(X)$ и объеме выборки $n < 30$ — **доверительный интервал**
$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\ ,$$
где $s = s_{\text{выб}}$ — исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение (Правило 7), а $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице стр. 28 по заданным n, γ.

Правило 14 (оценки дисперсии)

Для нормально распределенного признака X генеральной совокупности, интервальной оценкой **с надежностью γ** среднего квадратичного отклонения $\sigma = \sigma_X = \sqrt{\mathbb{D}(X)}$ служит **доверительный интервал**

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \quad (\text{при } q < 1)\ , \quad \text{или}$$
$$0 < \sigma < s \cdot (1 + q) \quad (\text{при } q > 1)\ ,$$

где $s = s_{\text{выб}}$ — исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение (Правило 7), а $q = q(n, \gamma)$ находят по табл. 4 стр. 28 по заданным n и γ.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Статистическая проверка гипотез

возврат ⟹

огл ⟸

§ 8. Статистическая проверка гипотез: основные понятия

возврат ⟹

огл ⟸

Статистической называют гипотезу о виде неизвестного распределения или о параметрах известных распределений.

Нулевой (основной) называют выдвинутую гипотезу H_0.

Конкурирующей (альтернативной) называют гипотезу H_1, которая противоречит нулевой.

В итоге проверки гипотезы могут быть допущены ошибки двух родов.

Ошибка первого рода состоит в том, что будет отвергнута правильная нулевая гипотеза. Вероятность ошибки первого рода называют уровнем значимости и обозначают через α.

Ошибка второго рода состоит в том, что будет принята неправильная нулевая гипотеза. Вероятность ошибки второго рода обозначают через β.

Статистическим критерием (или просто критерием) называют случайную величину K, которая служит для проверки гипотезы.
Наблюдаемым значением $K_{\text{набл}}$ называют то значение критерия, которое вычислено по выборкам.

Критической областью называют совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу отвергают.

Областью принятия гипотезы (областью допустимых значений) называют совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу принимают.

Если наблюдаемое значение критерия принадлежит критической области, то нулевую гипотезу отвергают; если наблюдаемое значение критерия принадлежит области принятия гипотезы, то гипотезу принимают.

Критическими точками (границами) $k_{\text{кр}}$ называют точки, отделяющие критическую область от области принятия гипотезы.

возврат ⟹

огл ⟸

§ 9. Сравнение двух дисперсий

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Признаки X и Y двух генеральных совокупностей распределены нормально. Из каждой из них сделана выборка объема n_X и n_Y соответственно, по которым вычислены исправленные выборочные дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X)$ и $s^2_{\text{выб}}(Y)$, см. Правило 7.

нулевая гипотеза $\boldsymbol{H_0}$ **:** $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ о **равенстве** генеральных дисперсий.

Правило 15 (первый случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1}$ **:** $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) > \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$.

Для принятия решения вычисляем наблюдаемое значение критерия (отношение большей исправленной выборочной дисперсии к меньшей, 7)

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\text{Б})}{s^2_{\text{выб}}(\text{М})}$$

Через $n_{\text{Б}}$ обозначим то из чисел n_X, n_Y, которому соответствует большая дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ или $s^2_{\text{выб}}(Y)$, а через $n_{\text{М}}$ — второе из тех же чисел. Находим степени свободы $k_{\text{Б}} = n_{\text{Б}} - 1$, $k_{\text{М}} = n_{\text{М}} - 1$. По таблице стр. 31 критических точек Фишера—Снедекора, по заданному уровню значимости α и числам $k_{\text{Б}}, k_{\text{М}}$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(\alpha; k_{\text{Б}}, k_{\text{М}})$. **Правило:**

- **если** $\boldsymbol{F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}}$**, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если** $\boldsymbol{F_{\text{набл}} > F_{\text{кр}}}$**, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 16 (второй случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1}$ **:** $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) \neq \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$.

Для принятия решения вычисляем наблюдаемое значение критерия (отношение большей исправленной дисперсии к меньшей)

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\text{Б})}{s^2_{\text{выб}}(\text{М})}$$

Через $n_{\text{Б}}$ обозначим то из чисел n_X, n_Y, которому соответствует большая дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ или $s^2_{\text{выб}}(Y)$, а через $n_{\text{М}}$ — второе из тех же чисел. Находим степени свободы $k_{\text{Б}} = n_{\text{Б}} - 1$, $k_{\text{М}} = n_{\text{М}} - 1$. По таблице стр. 31 критических точек Фишера—Снедекора, по уровню значимости $\frac{\alpha}{2}$ (вдвое меньшему заданного) и числам $k_{\text{Б}}, k_{\text{М}}$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(\alpha; k_{\text{Б}}, k_{\text{М}})$. **Правило:**

- **если** $\boldsymbol{F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}}$**, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если** $\boldsymbol{F_{\text{набл}} > F_{\text{кр}}}$**, то нулевую гипотезу отвергают.**

§ 10. Сравнение дисперсии с гипотетическим значением, I

возврат ⟹

огл ⟸

Признак X генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема n, по которой вычислена исправленная выборочная дисперсия $s^2_{\text{выб}}$, см. Правило 7. Задан уровень значимости α.

нулевая гипотеза $\boldsymbol{H_0}$ **:** $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{\sigma_0^2}$ о **равенстве** генеральной дисперсии предполагаемому значению σ_0^2.

Для принятия решения вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\texttt{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}\cdot(n-1)}{\sigma_0^2}.$$

Правило 17 (первый случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1}$ **:** $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) > \boldsymbol{\sigma_0^2}$.

По таблице стр. 29 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $k = n - 1$ находим критическую точку $\chi^2_{\texttt{кр}}(\alpha; k)$. **Правило:**

- **если** $\boldsymbol{\chi^2_{\texttt{набл}} < \chi^2_{\texttt{кр}}}$**, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если** $\boldsymbol{\chi^2_{\texttt{набл}} > \chi^2_{\texttt{кр}}}$**, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 18 (второй случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1}$ **:** $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) \neq \boldsymbol{\sigma_0^2}$.

По таблице стр. 29 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $k = n - 1$ находим критические точки $\chi^2_{\texttt{лев.кр}}(1 - \frac{\alpha}{2}; k)$, $\chi^2_{\texttt{прав.кр}}(\frac{\alpha}{2}; k)$. **Правило:**

- **если** $\boldsymbol{\chi^2_{\texttt{лев.кр}} < \chi^2_{\texttt{набл}} < \chi^2_{\texttt{прав.кр}}}$**, то нул. гипотезу принимают;**
- **в противном случае, нулевую гипотезу отвергают.**

§ 10. Сравнение дисперсии с гипотетическим значением, II

Правило 19 (третий случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1 : \mathbb{D}(X) < \sigma_0^2}$.

По таблице стр. 29 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $k = n - 1$ находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(1-\alpha; k)$. **Правило:**

- **если $\chi^2_{\text{набл}} > \chi^2_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $\chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

§ 11. Сравнение среднего с гипотетическим значением (генеральная дисперсия известна), I

возврат ⟹

огл ⟸

Признак X генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия $\mathbb{D}(X)$ известна. Сделана выборка объема n, по которой вычислена выборочная средняя $\overline{x}$, см. Правило 7. Задан уровень значимости α.

нулевая гипотеза H_0 : $\mathbb{M}(X) = a_0$ о **равенстве** генеральной средней предполагаемому значению a_0.

Для принятия решения вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}}.$$

Правило 20 (первый случай)

конкурирующая гипотеза H_1 : $\mathbb{M}(X) \neq a_0$.

По таблице стр. 26 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения $\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2}$. **Правило:**

- **если $|U_{\text{набл}}| < U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $|U_{\text{набл}}| > U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 21 (второй случай)

конкурирующая гипотеза H_1 : $\mathbb{M}(X) > a_0$.

По таблице стр. 26 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения $\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-2\alpha}{2}$.

Правило:

- **если $U_{\text{набл}} < U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $U_{\text{набл}} > U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

§ 11. Сравнение среднего с гипотетическим значением (генеральная дисперсия известна), II

Правило 22 (третий случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1}$ **:** $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) < \boldsymbol{a_0}$.

По таблице стр. 26 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения $\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-2\alpha}{2}$.

Правило:

- **если** $\boldsymbol{U_{\text{набл}} > -U_{\text{кр}}}$**, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если** $\boldsymbol{U_{\text{набл}} < -U_{\text{кр}}}$**, то нулевую гипотезу отвергают.**

§ 12. Сравнение двух средних (дисперсии известны)

возврат ⟹

огл ⟸

Признаки X и Y двух генеральных совокупностей распределены нормально, и их генеральные дисперсии $\mathbb{D}(X)$ и $\mathbb{D}(Y)$ известны. Из каждой из них сделана выборка объема $n_X \geq 30$ и $n_Y \geq 30$ соответственно, по которым вычислены средние $\overline{x}$ и $\overline{y}$, см. Правило 7.

нулевая гипотеза $\boldsymbol{H_0} : \mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$, о **равенстве** генеральных средних.

Правило 23 (наблюдаемое значение критерия)

$$Z_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}}$$

Правило 24 (первый случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1} : \mathbb{M}(\boldsymbol{X}) \neq \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$.

При заданном уровне значимости α, по таблице стр. 26 функции Лапласа находим критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2}$.

Правило:

- **если $|Z_{\text{набл}}| < Z_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $|Z_{\text{набл}}| > Z_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 25 (второй случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1} : \mathbb{M}(\boldsymbol{X}) > \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$.

При заданном уровне значимости α, по таблице стр. 26 функции Лапласа находим критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-2\alpha}{2}$.

Правило:

- **если $Z_{\text{набл}} < Z_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $Z_{\text{набл}} > Z_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 26 (третий случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1} : \mathbb{M}(\boldsymbol{X}) < \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$.

При заданном уровне значимости α, по таблице стр. 26 функции Лапласа находим критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-2\alpha}{2}$.

Правило:

- **если $Z_{\text{набл}} > -Z_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $Z_{\text{набл}} < -Z_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

возврат ⟹

огл ⟸

§ 13. Сравнение двух средних (дисперсии неизвестны)

возврат ⟹

огл ⟸

Признаки X и Y двух генеральных совокупностей распределены нормально, и их генеральные дисперсии $\mathbb{D}(X)$ и $\mathbb{D}(Y)$ неизвестны, но предполагаются равными. Из каждой из них сделана выборка объема $n_X < 30$ и $n_Y < 30$ соответственно, по которым вычислены средние $\overline{x}$ и $\overline{y}$, и исправленные выборочные дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X)$ и $s^2_{\text{выб}}(Y)$, см. Правило 7.

нулевая гипотеза H_0 : $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$, о **равенстве** генеральных средних.

Правило 27 (наблюдаемое значение критерия)

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}}$$

Правило 28 (первый случай)

конкурирующая гипотеза H_1 : $\mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$.

При заданном уровне значимости α (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2$, по таблице стр. 30 критических точек Стьюдента находим критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(\alpha, k)$. **Правило:**

- **если $|T_{\text{набл}}| < T_{\text{двуст,кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $|T_{\text{набл}}| > T_{\text{двуст,кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 29 (второй случай)

конкурирующая гипотеза H_1 : $\mathbb{M}(X) > \mathbb{M}(Y)$.

При заданном уровне значимости α (нижняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2$, по таблице стр. 30 критических точек Стьюдента находим критическую точку $T_{\text{правост,кр}} = T_{\text{правост,кр}}(\alpha, k)$. **Правило:**

- **если $T_{\text{набл}} < T_{\text{правост,кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $T_{\text{набл}} > T_{\text{правост,кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 30 (третий случай)

конкурирующая гипотеза H_1 : $\mathbb{M}(X) < \mathbb{M}(Y)$.

При заданном уровне значимости α (нижняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2$, по таблице стр. 30 критических точек Стьюдента находим критическую точку $T_{\text{правост,кр}} = T_{\text{правост,кр}}(\alpha, k)$. **Правило:**

- **если $T_{\text{набл}} > -T_{\text{правост,кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $T_{\text{набл}} < -T_{\text{правост,кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

§ 13. Таблица 1, I

возврат ⟹

огл ⟸

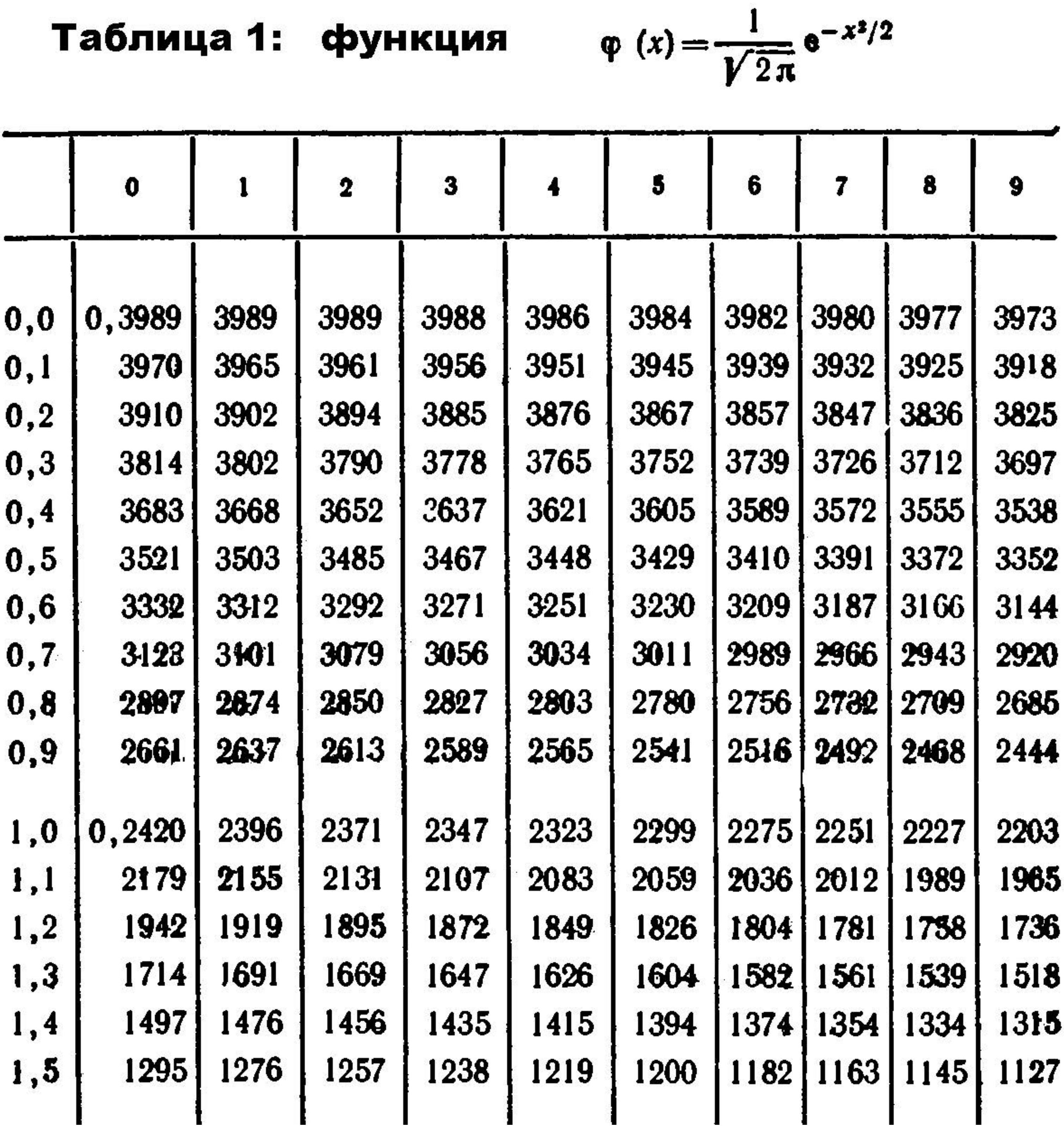


Таблица 1: функция $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127

возврат ⟹

огл ⟸

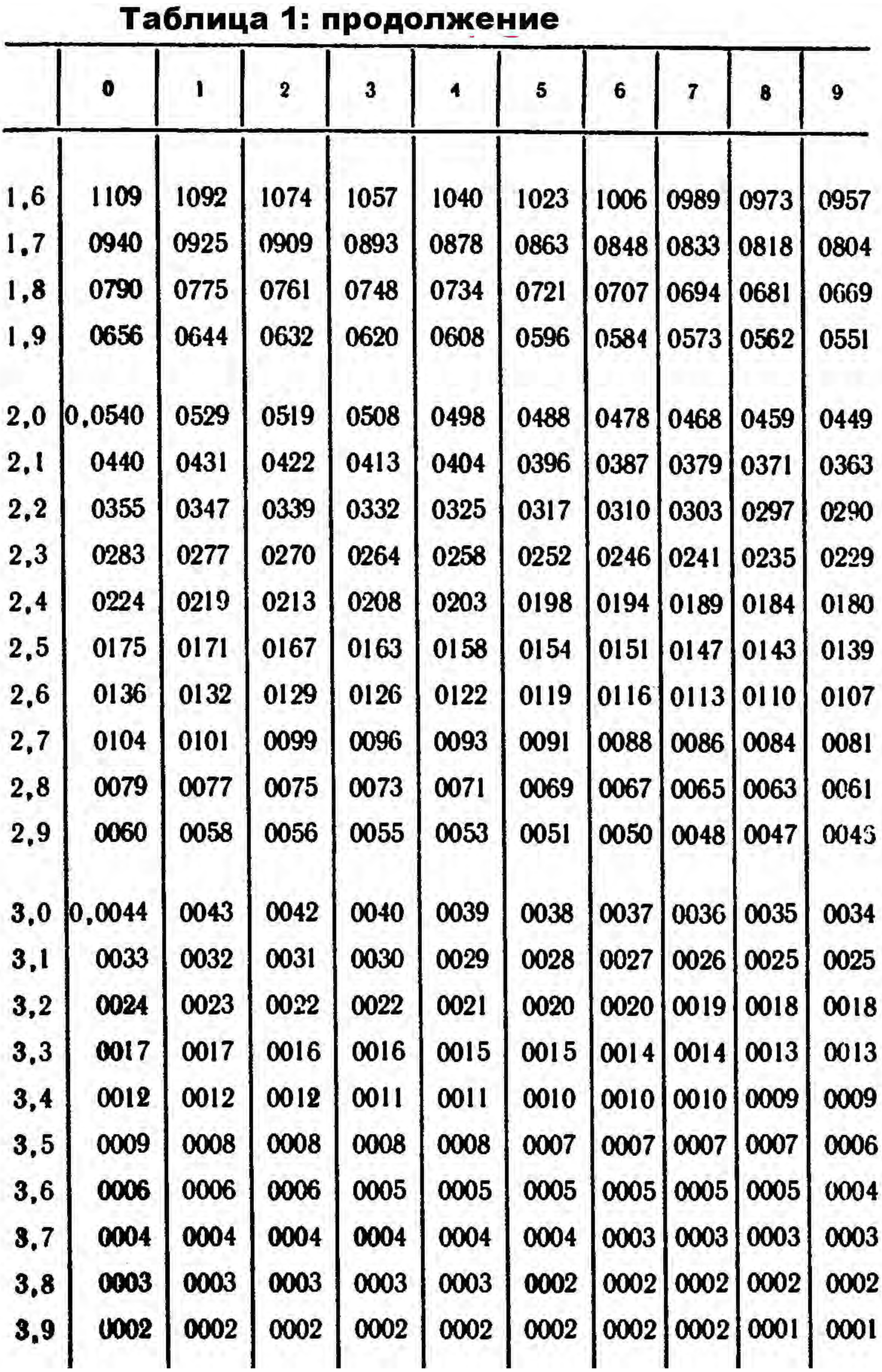


Таблица 1: продолжение

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

§ 13. Таблица 2, I

возврат ⟹

огл ⟸

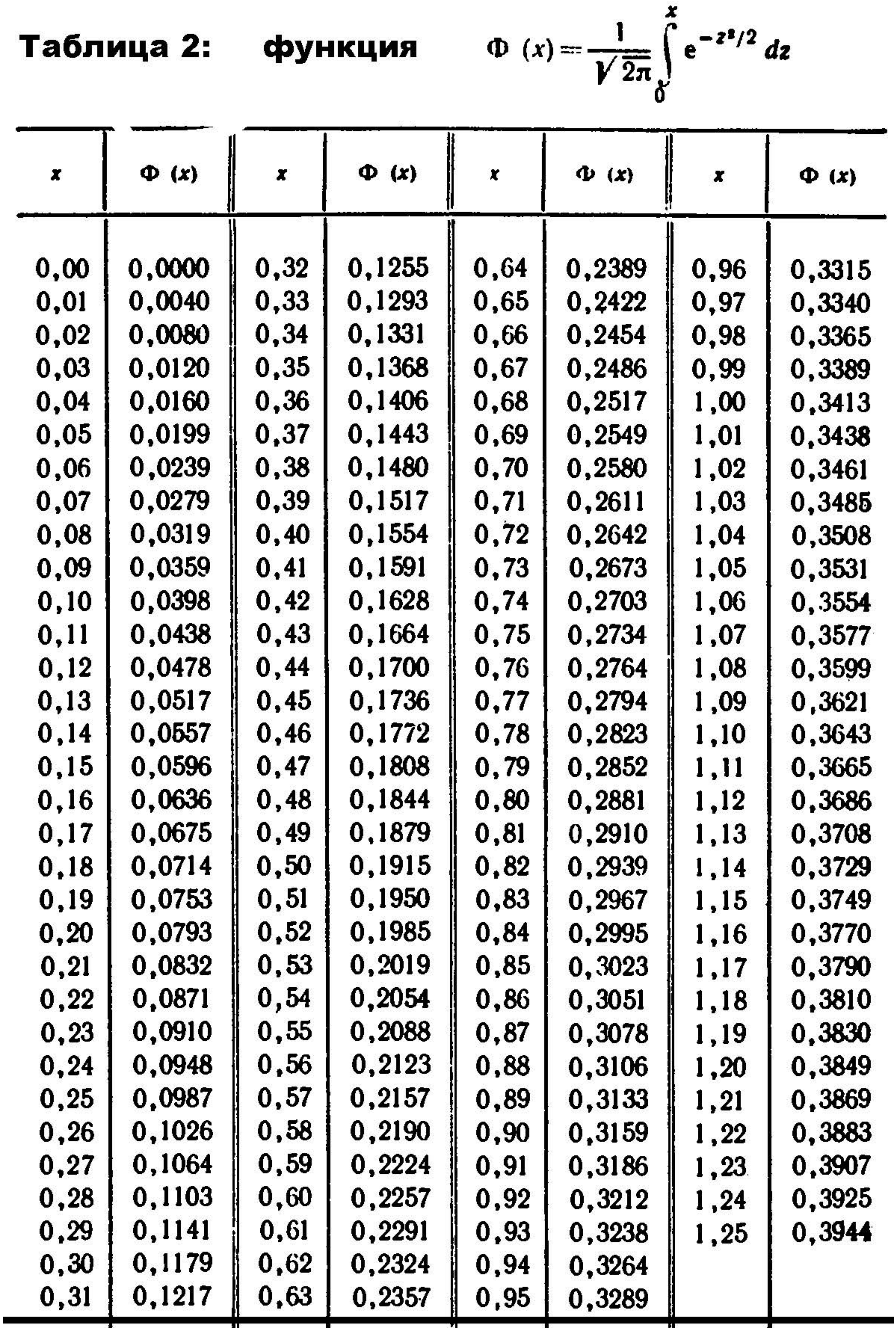


Таблица 2: **функция** $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-z^2/2}\,dz$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,32	0,1255	0,64	0,2389	0,96	0,3315
0,01	0,0040	0,33	0,1293	0,65	0,2422	0,97	0,3340
0,02	0,0080	0,34	0,1331	0,66	0,2454	0,98	0,3365
0,03	0,0120	0,35	0,1368	0,67	0,2486	0,99	0,3389
0,04	0,0160	0,36	0,1406	0,68	0,2517	1,00	0,3413
0,05	0,0199	0,37	0,1443	0,69	0,2549	1,01	0,3438
0,06	0,0239	0,38	0,1480	0,70	0,2580	1,02	0,3461
0,07	0,0279	0,39	0,1517	0,71	0,2611	1,03	0,3485
0,08	0,0319	0,40	0,1554	0,72	0,2642	1,04	0,3508
0,09	0,0359	0,41	0,1591	0,73	0,2673	1,05	0,3531
0,10	0,0398	0,42	0,1628	0,74	0,2703	1,06	0,3554
0,11	0,0438	0,43	0,1664	0,75	0,2734	1,07	0,3577
0,12	0,0478	0,44	0,1700	0,76	0,2764	1,08	0,3599
0,13	0,0517	0,45	0,1736	0,77	0,2794	1,09	0,3621
0,14	0,0557	0,46	0,1772	0,78	0,2823	1,10	0,3643
0,15	0,0596	0,47	0,1808	0,79	0,2852	1,11	0,3665
0,16	0,0636	0,48	0,1844	0,80	0,2881	1,12	0,3686
0,17	0,0675	0,49	0,1879	0,81	0,2910	1,13	0,3708
0,18	0,0714	0,50	0,1915	0,82	0,2939	1,14	0,3729
0,19	0,0753	0,51	0,1950	0,83	0,2967	1,15	0,3749
0,20	0,0793	0,52	0,1985	0,84	0,2995	1,16	0,3770
0,21	0,0832	0,53	0,2019	0,85	0,3023	1,17	0,3790
0,22	0,0871	0,54	0,2054	0,86	0,3051	1,18	0,3810
0,23	0,0910	0,55	0,2088	0,87	0,3078	1,19	0,3830
0,24	0,0948	0,56	0,2123	0,88	0,3106	1,20	0,3849
0,25	0,0987	0,57	0,2157	0,89	0,3133	1,21	0,3869
0,26	0,1026	0,58	0,2190	0,90	0,3159	1,22	0,3883
0,27	0,1064	0,59	0,2224	0,91	0,3186	1,23	0,3907
0,28	0,1103	0,60	0,2257	0,92	0,3212	1,24	0,3925
0,29	0,1141	0,61	0,2291	0,93	0,3238	1,25	0,3944
0,30	0,1179	0,62	0,2324	0,94	0,3264		
0,31	0,1217	0,63	0,2357	0,95	0,3289		

§ 13. Таблица 2, II

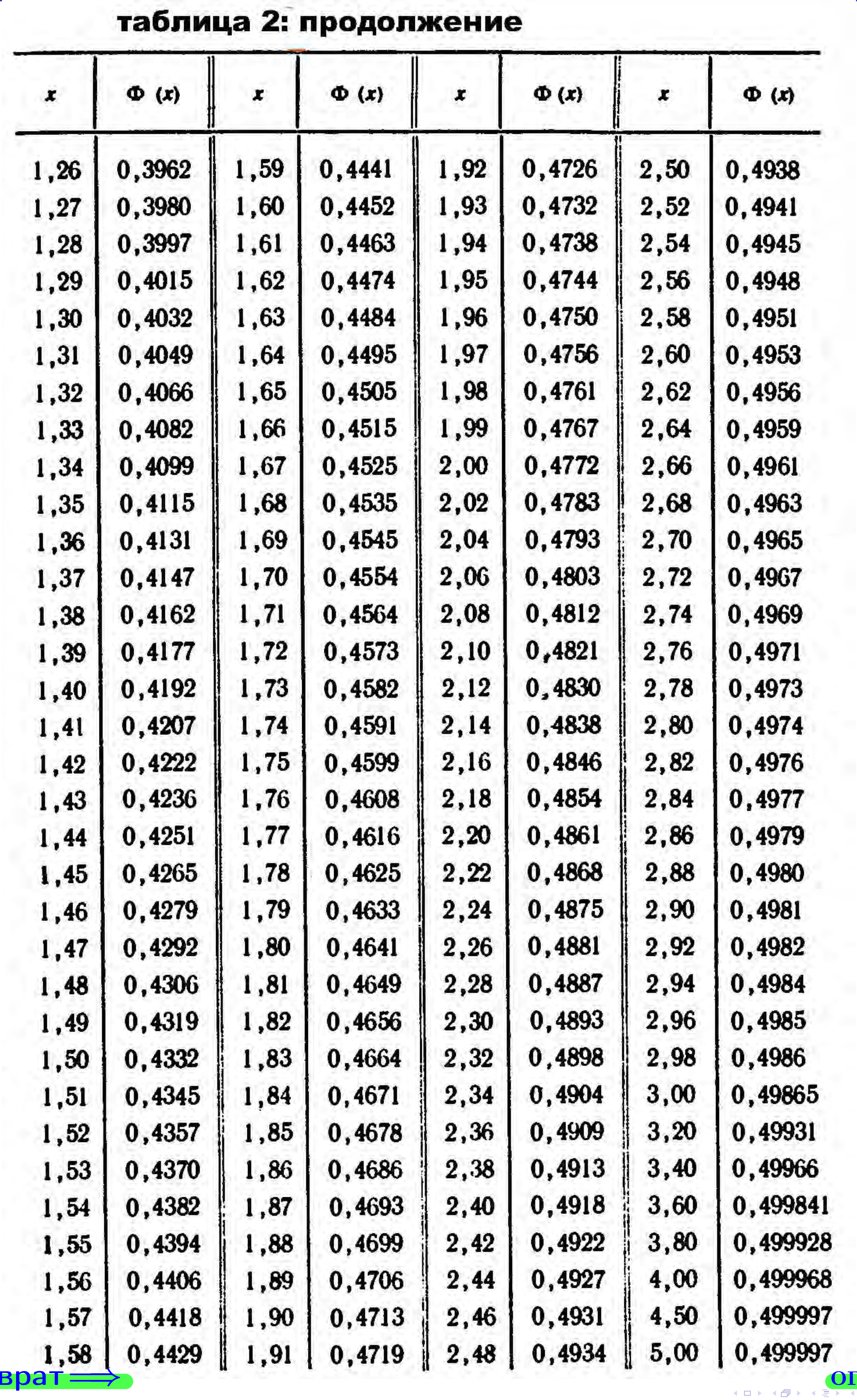


таблица 2: продолжение

x	$\Phi\ (x)$	x	$\Phi\ (x)$	x	$\Phi\ (x)$	x	$\Phi\ (x)$
1,26	0,3962	1,59	0,4441	1,92	0,4726	2,50	0,4938
1,27	0,3980	1,60	0,4452	1,93	0,4732	2,52	0,4941
1,28	0,3997	1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945
1,29	0,4015	1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948
1,30	0,4032	1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951
1,31	0,4049	1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953
1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956
1,33	0,4082	1,66	0,4515	1,99	0,4767	2,64	0,4959
1,34	0,4099	1,67	0,4525	2,00	0,4772	2,66	0,4961
1,35	0,4115	1,68	0,4535	2,02	0,4783	2,68	0,4963
1,36	0,4131	1,69	0,4545	2,04	0,4793	2,70	0,4965
1,37	0,4147	1,70	0,4554	2,06	0,4803	2,72	0,4967
1,38	0,4162	1,71	0,4564	2,08	0,4812	2,74	0,4969
1,39	0,4177	1,72	0,4573	2,10	0,4821	2,76	0,4971
1,40	0,4192	1,73	0,4582	2,12	0,4830	2,78	0,4973
1,41	0,4207	1,74	0,4591	2,14	0,4838	2,80	0,4974
1,42	0,4222	1,75	0,4599	2,16	0,4846	2,82	0,4976
1,43	0,4236	1,76	0,4608	2,18	0,4854	2,84	0,4977
1,44	0,4251	1,77	0,4616	2,20	0,4861	2,86	0,4979
1,45	0,4265	1,78	0,4625	2,22	0,4868	2,88	0,4980
1,46	0,4279	1,79	0,4633	2,24	0,4875	2,90	0,4981
1,47	0,4292	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,92	0,4982
1,48	0,4306	1,81	0,4649	2,28	0,4887	2,94	0,4984
1,49	0,4319	1,82	0,4656	2,30	0,4893	2,96	0,4985
1,50	0,4332	1,83	0,4664	2,32	0,4898	2,98	0,4986
1,51	0,4345	1,84	0,4671	2,34	0,4904	3,00	0,49865
1,52	0,4357	1,85	0,4678	2,36	0,4909	3,20	0,49931
1,53	0,4370	1,86	0,4686	2,38	0,4913	3,40	0,49966
1,54	0,4382	1,87	0,4693	2,40	0,4918	3,60	0,499841
1,55	0,4394	1,88	0,4699	2,42	0,4922	3,80	0,499928
1,56	0,4406	1,89	0,4706	2,44	0,4927	4,00	0,499968
1,57	0,4418	1,90	0,4713	2,46	0,4931	4,50	0,499997
1,58	0,4429	1,91	0,4719	2,48	0,4934	5,00	0,499997

§ 13. Таблицы 3 и 4

возврат ⟹

огл ⟸

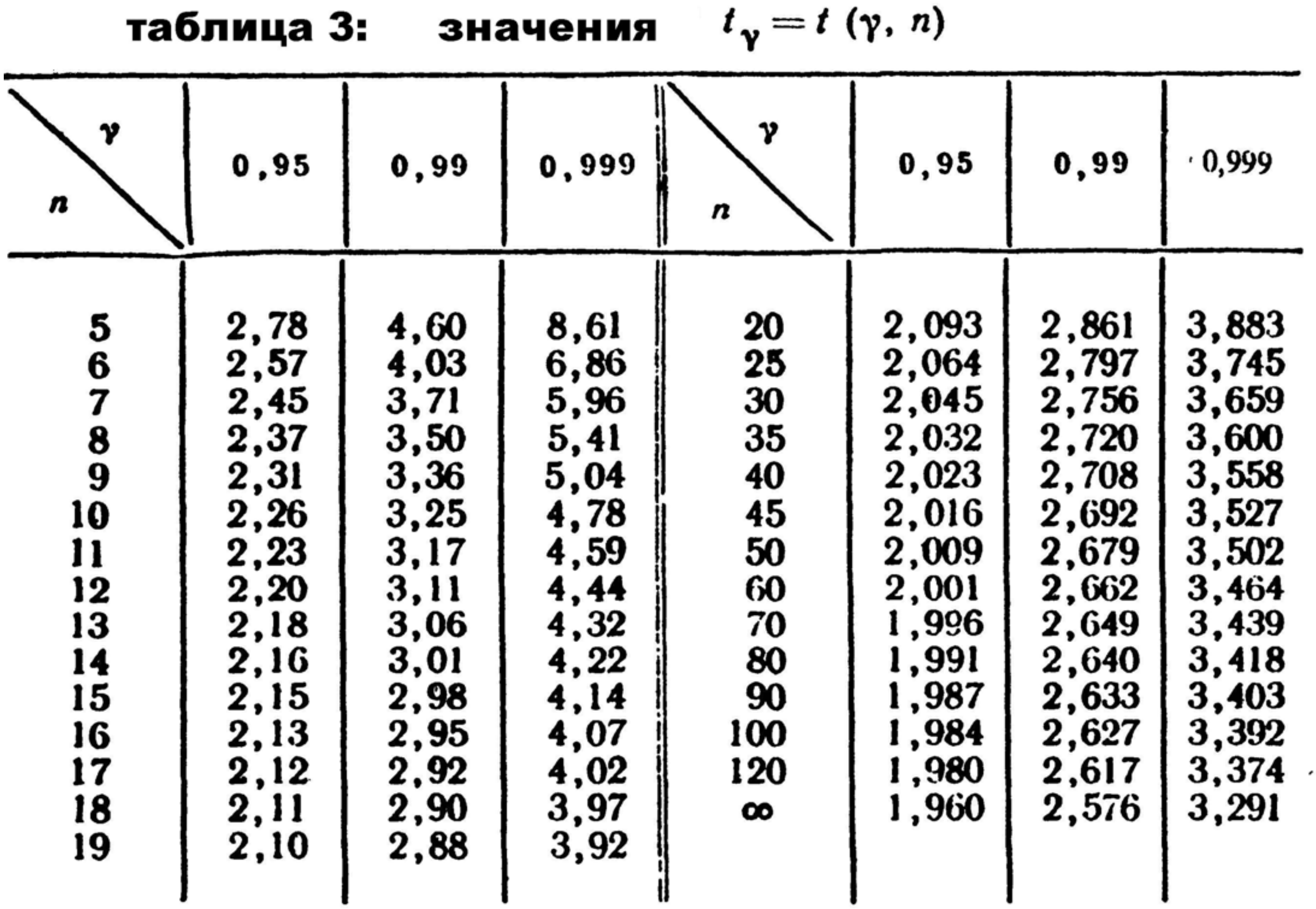


таблица 3: **значения** $t_\gamma = t(\gamma, n)$

γ n	0,95	0,99	0,999	γ n	0,95	0,99	0,999
5	2,78	4,60	8,61	20	2,093	2,861	3,883
6	2,57	4,03	6,86	25	2,064	2,797	3,745
7	2,45	3,71	5,96	30	2,045	2,756	3,659
8	2,37	3,50	5,41	35	2,032	2,720	3,600
9	2,31	3,36	5,04	40	2,023	2,708	3,558
10	2,26	3,25	4,78	45	2,016	2,692	3,527
11	2,23	3,17	4,59	50	2,009	2,679	3,502
12	2,20	3,11	4,44	60	2,001	2,662	3,464
13	2,18	3,06	4,32	70	1,996	2,649	3,439
14	2,16	3,01	4,22	80	1,991	2,640	3,418
15	2,15	2,98	4,14	90	1,987	2,633	3,403
16	2,13	2,95	4,07	100	1,984	2,627	3,392
17	2,12	2,92	4,02	120	1,980	2,617	3,374
18	2,11	2,90	3,97	∞	1,960	2,576	3,291
19	2,10	2,88	3,92				

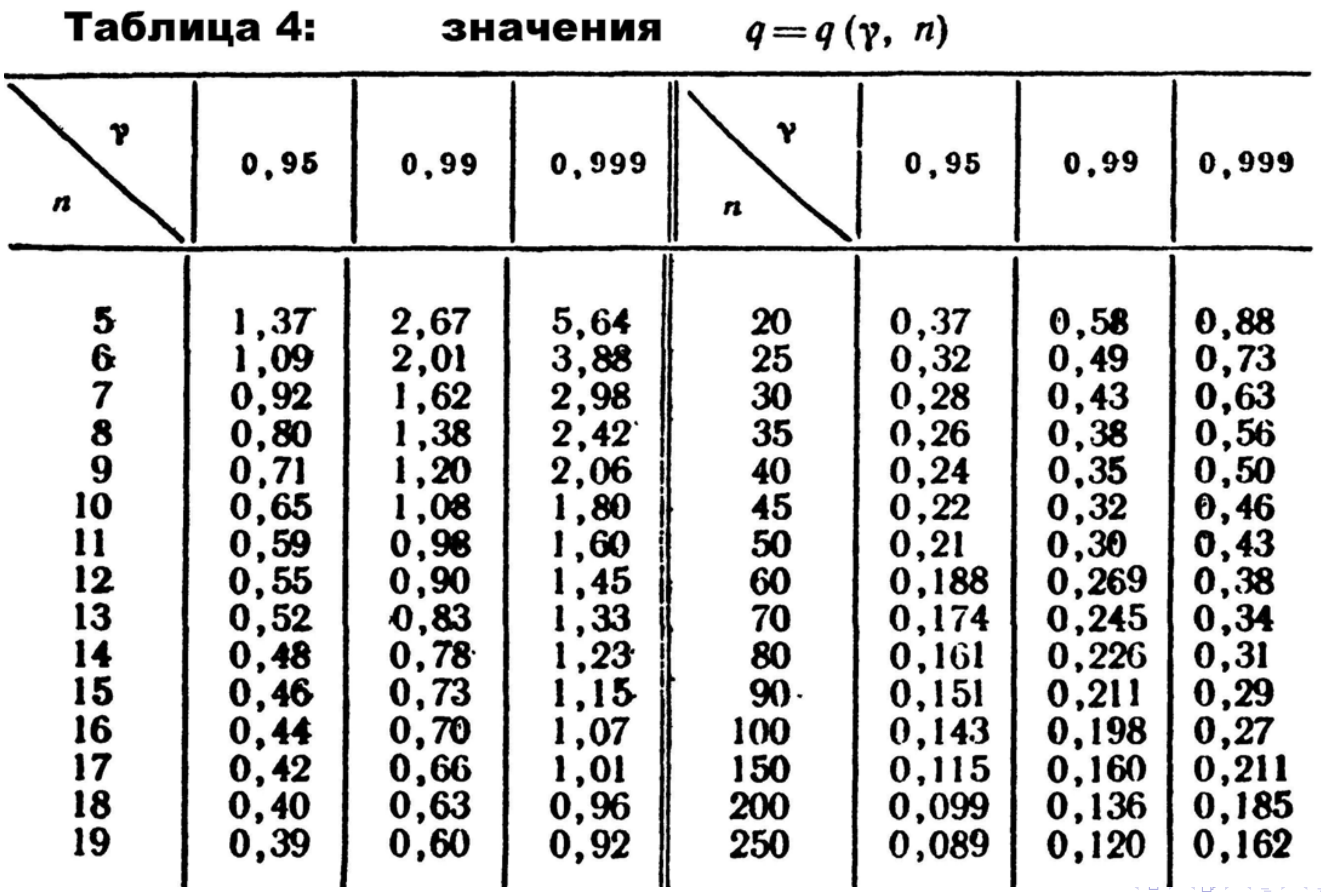


Таблица 4: **значения** $q = q(\gamma, n)$

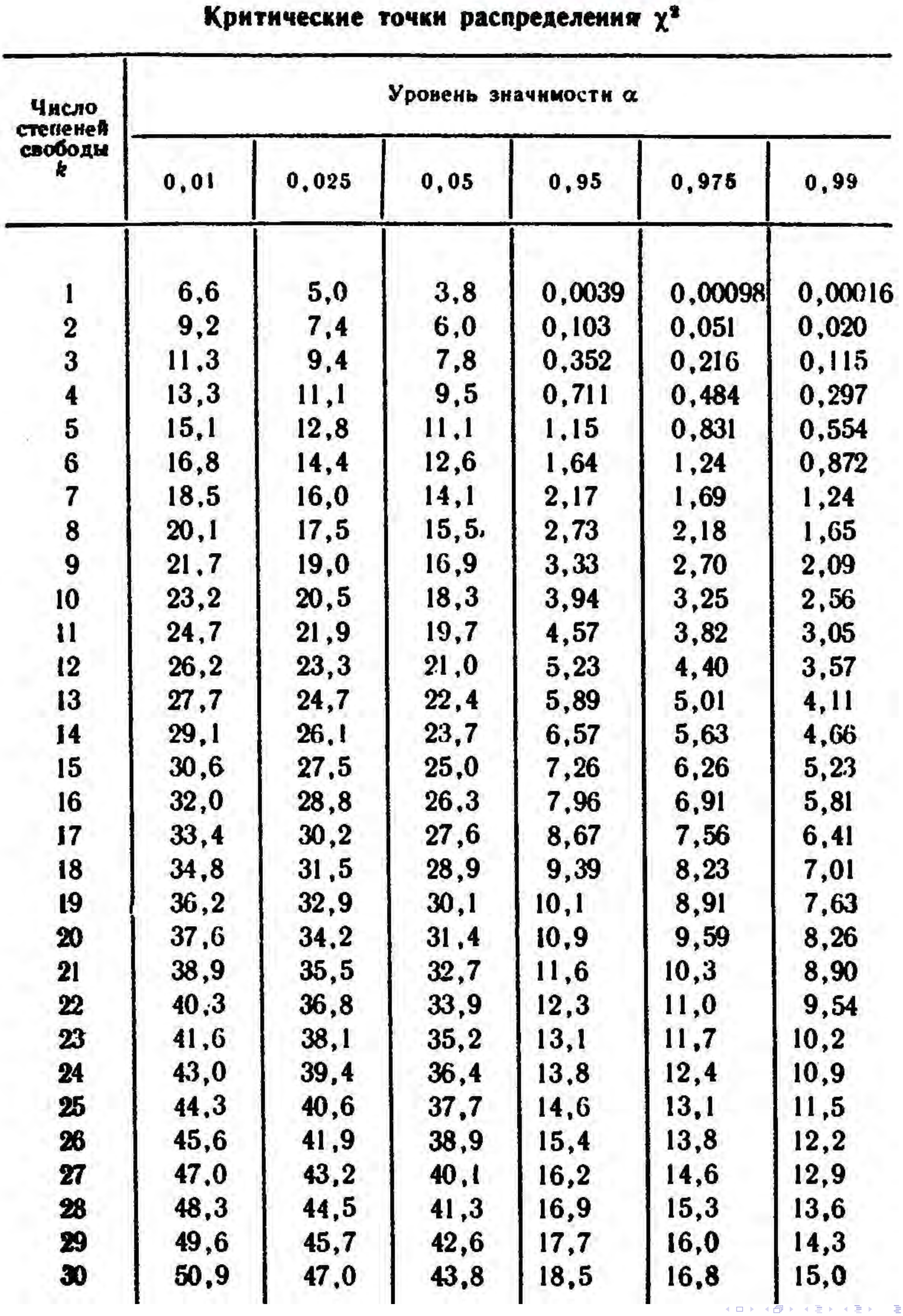
γ n	0,95	0,99	0,999	γ n	0,95	0,99	0,999
5	1,37	2,67	5,64	20	0,37	0,58	0,88
6	1,09	2,01	3,88	25	0,32	0,49	0,73
7	0,92	1,62	2,98	30	0,28	0,43	0,63
8	0,80	1,38	2,42	35	0,26	0,38	0,56
9	0,71	1,20	2,06	40	0,24	0,35	0,50
10	0,65	1,08	1,80	45	0,22	0,32	0,46
11	0,59	0,98	1,60	50	0,21	0,30	0,43
12	0,55	0,90	1,45	60	0,188	0,269	0,38
13	0,52	0,83	1,33	70	0,174	0,245	0,34
14	0,48	0,78	1,23	80	0,161	0,226	0,31
15	0,46	0,73	1,15	90	0,151	0,211	0,29
16	0,44	0,70	1,07	100	0,143	0,198	0,27
17	0,42	0,66	1,01	150	0,115	0,160	0,211
18	0,40	0,63	0,96	200	0,099	0,136	0,185
19	0,39	0,60	0,92	250	0,089	0,120	0,162

§ 13. Таблица 5

возврат ⟹

огл ⟸

Таблица 5



Критические точки распределения χ^2

Число степеней свободы k	Уровень значимости α					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

§ 13. Таблица 6

возврат ⟹

огл ⟸

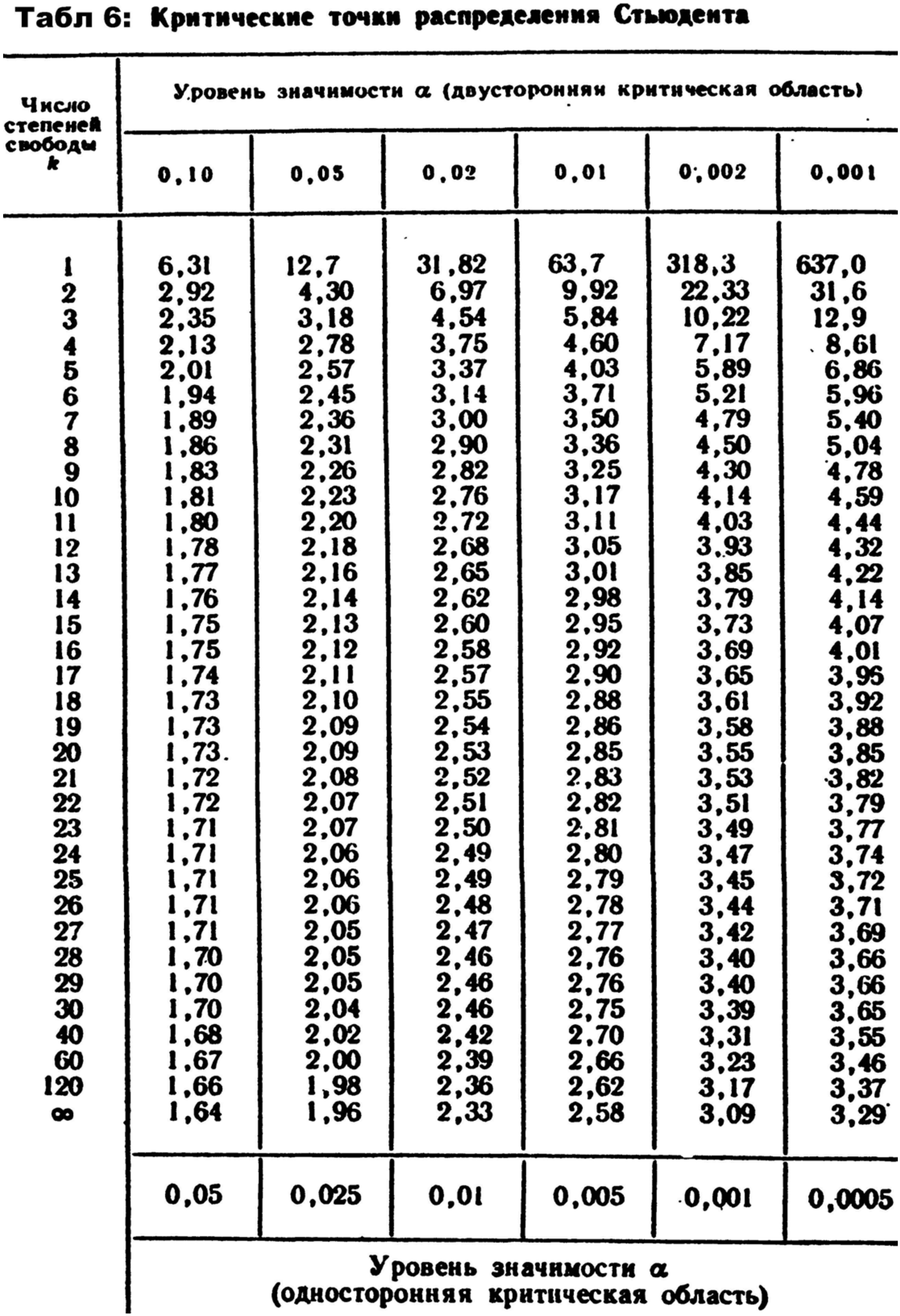


Табл 6: Критические точки распределения Стьюдента

Число степеней свободы k	Уровень значимости α (двусторонняя критическая область)					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29
	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005
	Уровень значимости α (односторонняя критическая область)					

§ 13. Таблица 7

возврат ⟹

огл ⟸

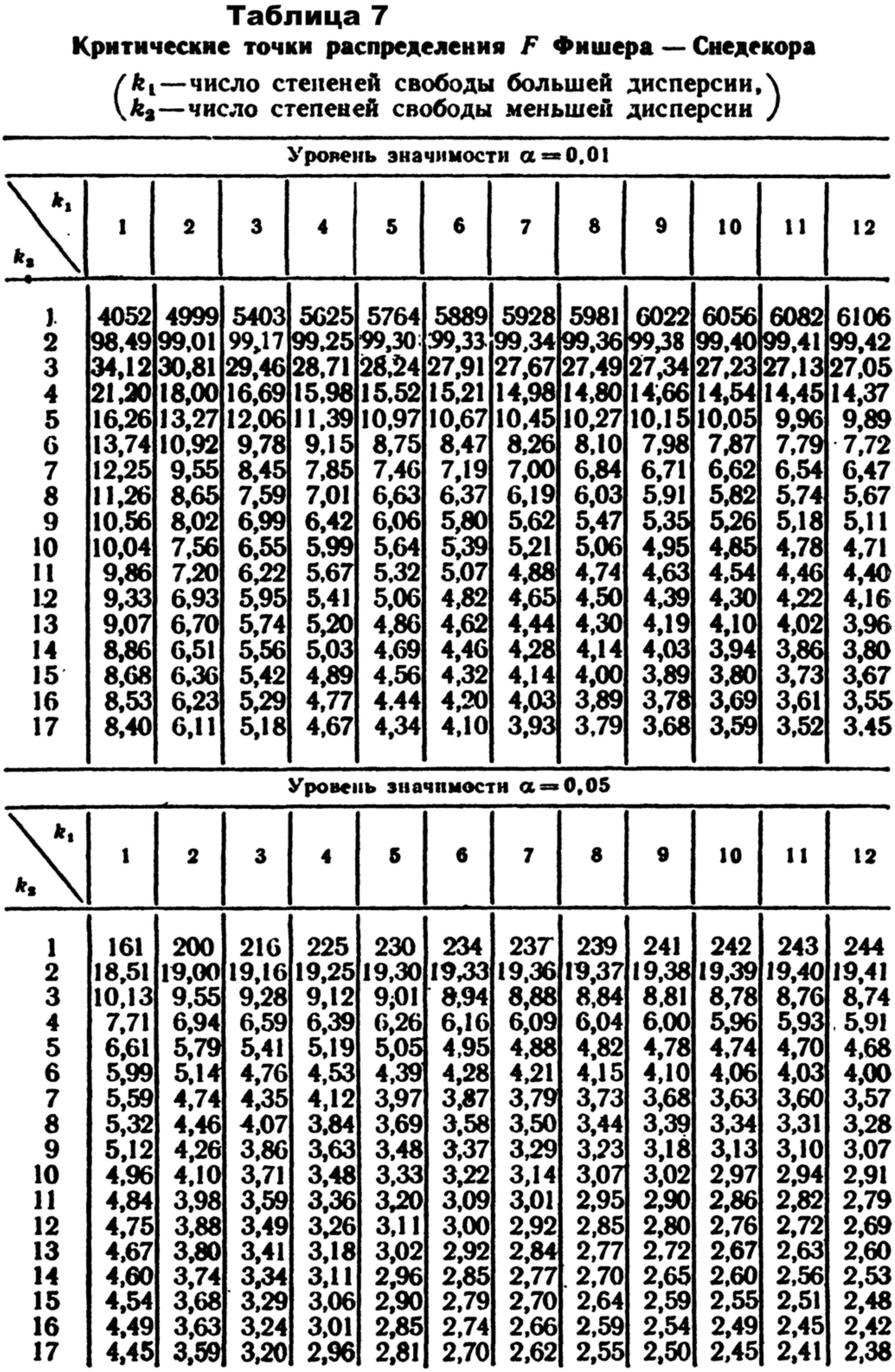


Таблица 7

Критические точки распределения F Фишера — Снедекора

(k_1 — число степеней свободы большей дисперсии,
k_2 — число степеней свободы меньшей дисперсии)

Уровень значимости $\alpha = 0{,}01$

k_1 k_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6056	6082	6106
2	98,49	99,01	99,17	99,25	99,30	99,33	99,34	99,36	99,38	99,40	99,41	99,42
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,96	9,89
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71
11	9,86	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4.44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3.45

Уровень значимости $\alpha = 0{,}05$

k_1 k_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38

§ 13. Таблица 12

возврат ⟹

огл ⟸

Внимание!!

В следующей таблице a использовано вместо λ

Значения $P_m = \frac{a^m}{m!}e^{-a}$ **(распределение Пуассона)**

m	$a = 0,1$	$a = 0,2$	$a = 0,3$	$a = 0,4$	$a = 0,5$	$a = 0,6$	$a = 0,7$	$a = 0,8$	$a = 0,9$	
0	0,9018	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5458	0,4966	0,4493	0,4066	
1	0,0905	0,1638	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3595	0,3659	
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1217	0,1438	0,1647	
3	0,0002	0,0019	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494	
4		0,0001	0,0002	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111	
5				0,0001	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0020	
6							0,0001	0,0002	0,0003	
m	$a = 1$	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
0	0,3679	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0,0000
1	0,3679	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011	0,0005
2	0,1839	0,2707	0,2240	0,1465	0,0842	0,0446	0,0223	0,0107	0,0050	0,0023
3	0,0613	0,1804	0,2240	0,1954	0,1404	0,0892	0,0521	0,0286	0,0150	0,0076
4	0,0153	0,0902	0,1680	0,1954	0,1755	0,1339	0,0912	0,0572	0,0337	0,0189
5	0,0031	0,0361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607	0,0378
6	0,0005	0,0120	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911	0,0631
7	0,0001	0,0037	0,0216	0,0595	0,1044	0,1377	0,1490	0,1396	0,1171	0,0901
8		0,0009	0,0081	0,0298	0,0653	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318	0,1126
9		0,0002	0,0027	0,0132	0,0363	0,0688	0,1014	0,1241	0,1318	0,1251
10			0,0008	0,0053	0,0181	0,0413	0,0710	0,0993	0,1186	0,1251
11			0,0002	0,0019	0,0082	0,0225	0,0452	0,0722	0,0970	0,1137
12			0,0001	0,0006	0,0034	0,0126	0,0263	0,0481	0,0728	0,0948
13				0,0002	0,0013	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504	0,0729
14				0,0001	0,0005	0,0022	0,0071	0,0169	0,0324	0,0521
15					0,0002	0,0009	0,0033	0,0090	0,0194	0,0347
16						0,0003	0,0014	0,0045	0,0109	0,0217
17						0,0001	0,0006	0,0021	0,0058	0,0128
18							0,0002	0,0009	0,0029	0,0071
19							0,0001	0,0004	0,0014	0,0037
20								0,0002	0,0006	0,0019
21								0,0001	0,0003	0,0009
22									0,0001	0,0004
23										0,0002
24										0,0001

возврат ⟹ огл ⟸

§ 14. Указания для студентов

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

1 Студент должен использовать современный компьютер с программами Acrobat или Reader для чтения файлов PDF.

2 Студент должен иметь калькулятор для инженерных рассчетов, либо как программу в компьютере либо как отдельное устройство. Если имеется доступ к интернету, то вычисления можно производить прямо в окошке поиска Google.

3 Проработать теоретический материал лекций по конспектам.

4 Разобрать вариант 0, дающий правильное оформление решения. При этом ознакомиться и освоить интерактивный метод проверки результатов.

5 Найти свой вариант.

6 Решить свой вариант.

7 Результаты оформляются, беря за образец вариант 0.

8 Те результаты, для которых имеется возможность интерактивной проверки, должны быть проверены.

9 **Каждый лист своего варианта с результатами проверки следует распечатать так, чтобы были видны отметки ВЕРНО или НЕВЕРНО, после чего заполнить пустые места по результатам решения.**

10 Дополнительно для сдачи работы, студент должен иметь при себе промежуточные вычисления по произвольной форме.

11 Вычисления производятся как минимум с 3 знаками после десятичной точки. Окончательные результаты для нецелых чисел представляются с двумя знаками.

12 Результаты для интерактивной проверки нецелых чисел представляются с двумя знаками после десятичной точки.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 0

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ ogл ⟸

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**1**	**3**	**4**	**6**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**1**	**4**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = 0.2\,, \quad w_2 = 0.1\,, \quad w_3 = 0.4\,, \quad w_4 = 0.3\,.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 3, 4, 6, 7$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**1**	**3**	**4**	**6**	**7**
частоты $\boldsymbol{n(< x_i)}$	**0**	**2**	**3**	**7**	**10**
относительные частоты $\boldsymbol{w(< x_i)}$	**0**	**0.2**	**0.3**	**0.7**	**1.0**

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ 0.2\,, & \text{если } 1 < x \le 3 \\ 0.3\,, & \text{если } 3 < x \le 4 \\ 0.7\,, & \text{если } 4 < x \le 6 \\ 1.0\,, & \text{если } x > 6 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

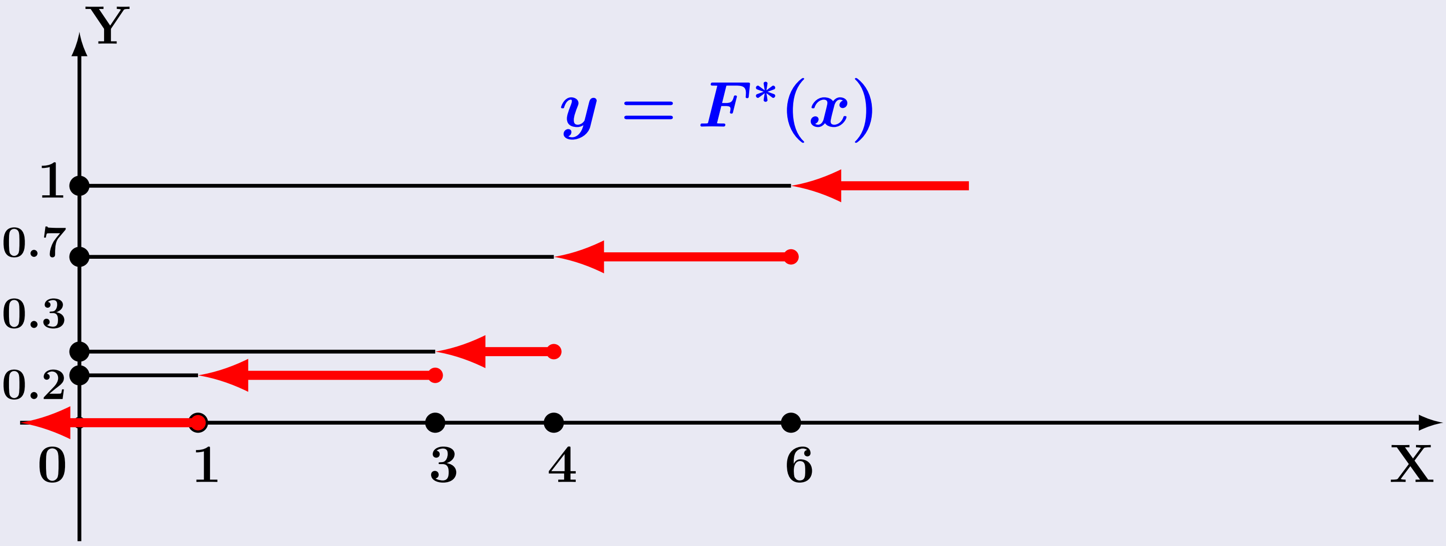


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1,2), \quad (3,1), \quad (4,4), \quad (6,3),$$

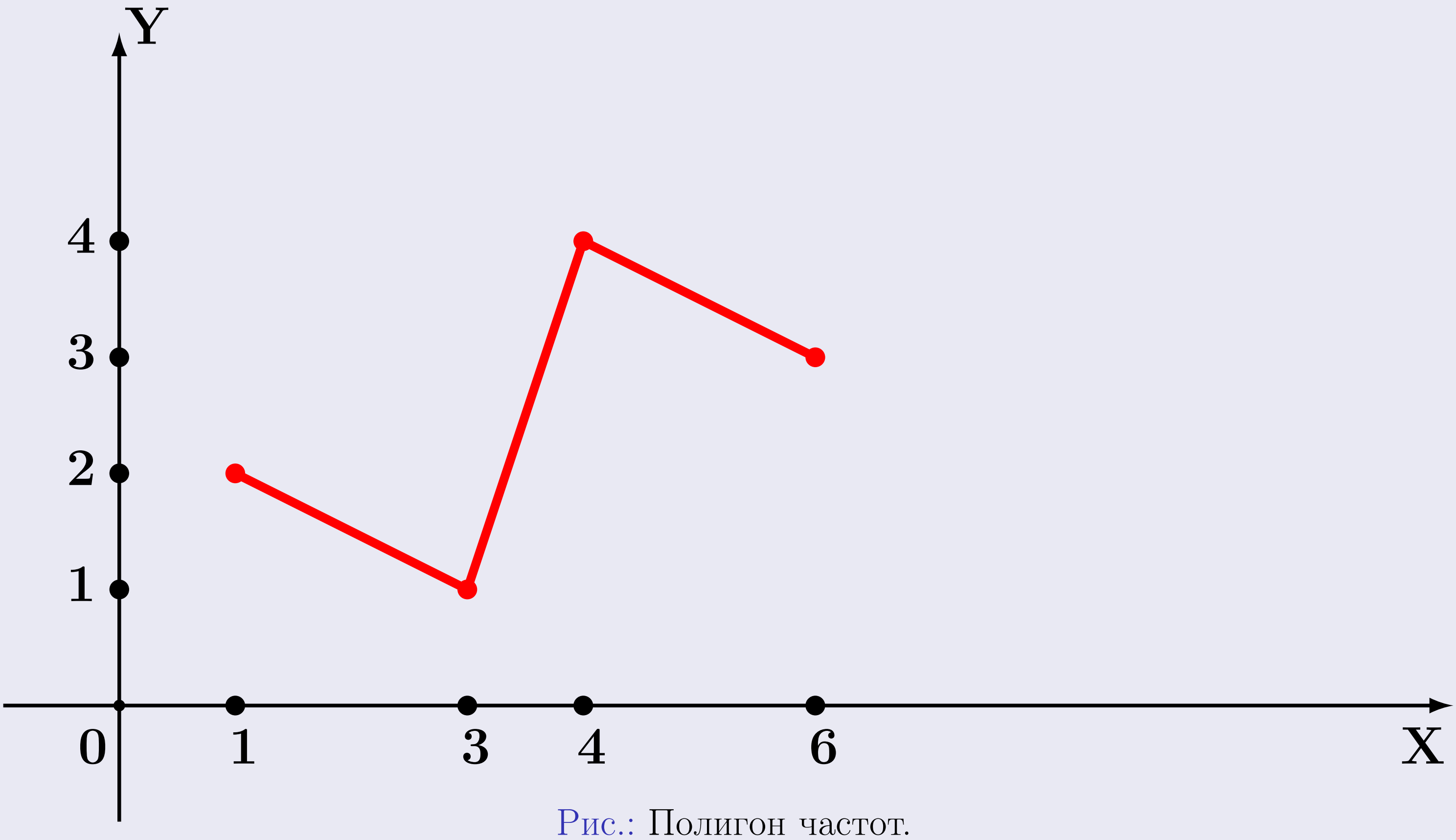


Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \le x < 2.5$	$2.5 \le x < 4.5$
частоты N_i	0	2	5
N_i/h	0	1.0	2.5

интервалы i	$4.5 \le x < 6.5$	$6.5 \le x < 8.5$	$8.5 \le x < 10.5$	$x \ge 10.5$
частоты N_i	3	0	0	0
N_i/h	1.5	0.0	0.0	0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

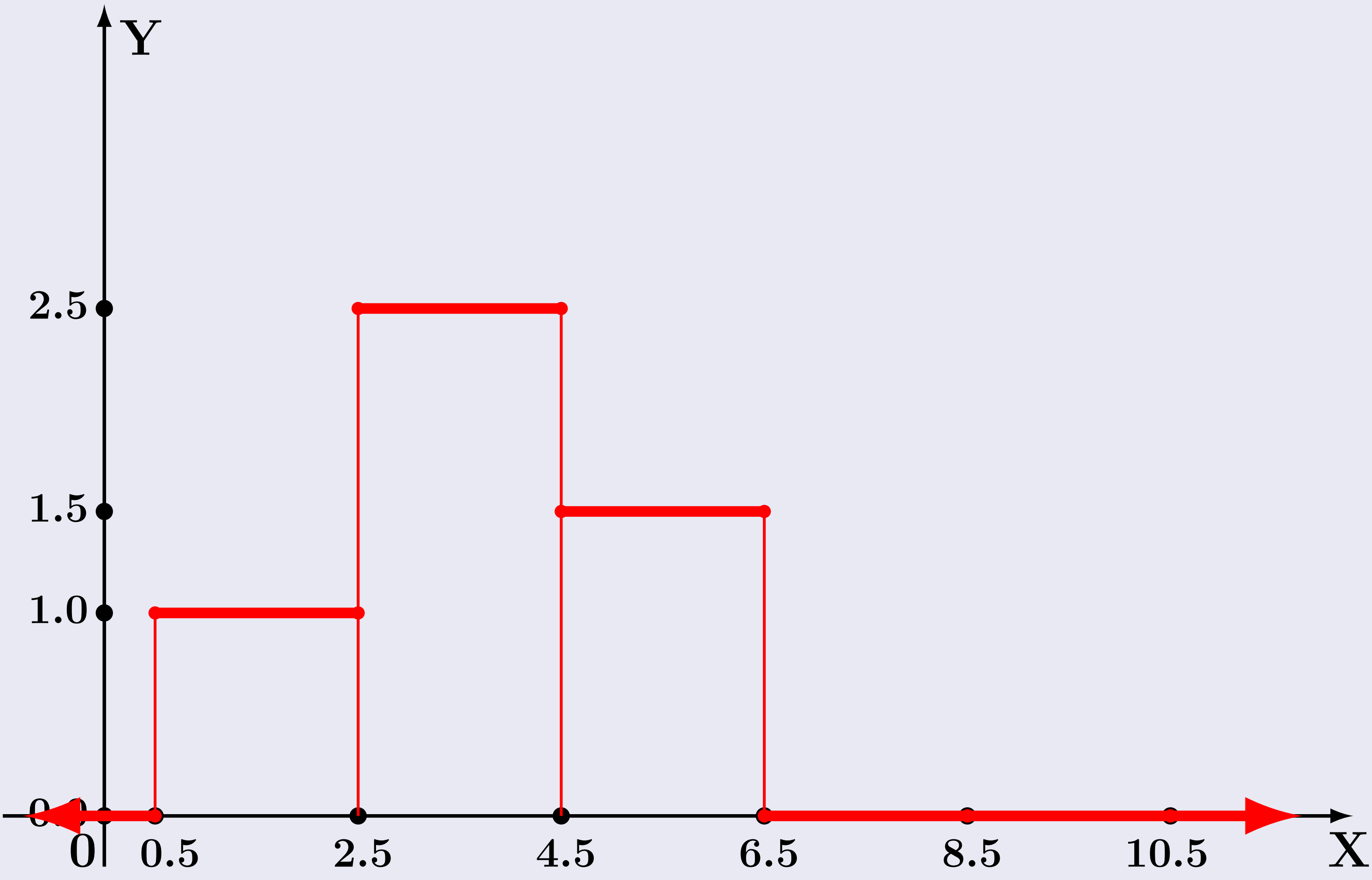


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 0 задача 2

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**6**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 1 + 4 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \frac{1\cdot2+3\cdot1+4\cdot4+6\cdot3}{10} = 3.90\ ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \frac{1^2\cdot2+3^2\cdot1+4^2\cdot4+6^2\cdot3}{10} - 7.800 = $$
$$= 18.30 - 7.800 = 3.09;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1}\cdot D_{\text{выб}} = \frac{10}{9}\cdot 3.09 = 3.433\ .$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}}$ = введи 3.90 Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}}$ = введи 3.09 Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}}$ = введи 3.433 Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.
Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*
Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 3.90$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.
Окончательно, $p_k = \frac{3.90^k \cdot e^{-3.90}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{3.90^0 \cdot e^{-3.90}}{0!} = e^{-3.90} = 0.020$$

$$p_1 = \frac{3.90^1 \cdot e^{-3.90}}{1!} = 0.079$$

$$p_2 = \frac{3.90^2 \cdot e^{-3.90}}{2!} = 0.154$$

$$p_3 = \frac{3.90^3 \cdot e^{-3.90}}{3!} = 0.200$$

$$p_4 = \frac{3.90^4 \cdot e^{-3.90}}{4!} = 0.195$$

$$p_5 = \frac{3.90^5 \cdot e^{-3.90}}{5!} = 0.152$$

$$p_6 = \frac{3.90^6 \cdot e^{-3.90}}{6!} = 0.099$$

$$p_7 = \frac{3.90^7 \cdot e^{-3.90}}{7!} = 0.055$$

$$p_8 = \frac{3.90^8 \cdot e^{-3.90}}{8!} = 0.027$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 = 0.981$.

Выборочная проверка вариант 0 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи	0.200	Клик	
формат 1.23, $p_5 =$ введи	0.152	Клик	

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 0 задача 4

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 4

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2*. Признак* X *распределен по нормальному закону*

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a *и* σ *.*

Дать точечную оценку параметров a *и* σ *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 9,

$$\begin{aligned} a &= \overline{x}_{\text{выб}} = 3.90 \\ \sigma &= \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \sqrt{3.433} = 1.853 \end{aligned}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{1.853\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-3.90)^2}{2\cdot 3.433}} \ .$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи	3.90	Клик	
формат 1.23, $\sigma =$ введи	1.853	Клик	

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 0 задача 5

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 5

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2*. Признак* X *распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при} \quad a \le x \le b \\ 0 & \text{при} \quad x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a *и* b*. Дать точечную оценку параметров* a *и* b *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 3.90 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 3.433\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 3.90 = 7.800$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 3.433 = 41.196\,,$

$$b - a = \sqrt{41.196} = 6.418\,.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a &= 7.800 \\ b - a &= 6.418 \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b = 14.218\,,\ b = \boxed{7.109}\,,$ $a = 7.800 - 7.109 = \boxed{0.691}\,.$ Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 \quad \text{при} \quad x < 0.691 \\ \frac{1}{7.109-0.691} = \frac{1}{6.418} = 0.156 \quad \text{при} \quad 0.691 \le x \le 7.109 \\ 0 \quad \text{при} \quad x > 7.109 \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи 0.691 Клик

формат 1.23, $b =$ введи 7.109 Клик

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 0 задача 6, I

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 9$ *и* $n_Y = 14$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.400$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.210}{0.400} = 3.025 .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 9 - 1 = 8$, $k_{\min} = 14 - 1 = 13$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = 8$, $k_{\min} = 13$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; 8, 13) = 2.77$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = 3.025$ и $F_{\text{кр}} = 2.77$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}} > F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **отвергается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; 8, 13) = 4.30$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = 3.025$ и $F_{\text{кр}} = 4.30$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** .

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Вариант 0 задача 6, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 0 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи 3.025 Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи 2.77 Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи NET **Клик**

Выборочная проверка вариант 0 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи 4.30 Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи DA **Клик**

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 0 задача 7, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 13$ *и* $n_Y = 10$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.830$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.470}{0.830} = \boxed{2.976}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = 9$, $k_{\min} = 13 - 1 = 12$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = 9$, $k_{\min} = 12$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; 9, 12) = \boxed{2.80}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = 2.976$ и $F_{\text{кр}} = 2.80$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}} > F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **отвергается**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; 9, 12) = \boxed{4.39}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = 2.976$ и $F_{\text{кр}} = 4.39$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 0 задача 7, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 0 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи 2.976 Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи 2.80 Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи NET Клик

Выборочная проверка вариант 0 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи 4.39 Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи DA Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 0 задача 8, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 25$ *и* $n_Y = 35$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 130$ *и* $\overline{y} = 135$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 80$, $\mathbb{D}(Y) = 100$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|130-135|}{\sqrt{80/25 + 100/35}} = \boxed{2.032}.$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.495$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = 2.58$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = 2.032$ и $Z_{\text{кр}} = 2.58$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}| < \boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **принимается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.475$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = 1.96$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = 2.032$ и $Z_{\text{кр}} = 1.96$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}| > \boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **отвергается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 0 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 0 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи 2.032 Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи 2.58 Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи DA Клик

Выборочная проверка вариант 0 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи 1.96 Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи NET Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 0 задача 9, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.20$ *и* $\overline{y} = 30.55$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.84$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.40$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \ \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{0.84}{0.40} = 2.100 .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = 9$, $k_{\min} = 16 - 1 = 15$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = 9$, $k_{\min} = 15$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; 9, 15) = 2.59$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.20 - 30.55}{\sqrt{9 \cdot 0.84 + 15 \cdot 0.40}} \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 16 \cdot 24}{26}} = 2.145 .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, 24) = 2.06$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = 24$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = 2.145$ и $T_{\text{двуст,кр}} = 2.06$:
$\boldsymbol{|T_{\text{набл}}| > T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **отвергается** .

Вариант 0 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 0 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи 2.100 Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи 2.59 Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи DA Клик

Выборочная проверка вариант 0 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи 2.145 Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи 2.06 Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи NET Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 0 задача 10

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.10$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$, *и объем выборки* $n = 26$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = 0.475$. По таблице стр. 26 находим $t = 1,96$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1.96{\cdot}5.10}{\sqrt{26}} = 1.960$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(12.040; 15.960), \quad \text{или} \quad 12.040 < a < 15.960\,. \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = 0.495$. По таблице стр. 26 находим $t = 2.58$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2.58{\cdot}5.10}{\sqrt{26}} = 2.580$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(11.420; 16.580), \quad \text{или} \quad 11.420 < \sigma < 16.580\,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи 1.960 Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи 12.040;15.960 Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи 2.580 Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи 11.420;16.580 Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 0 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.10$ *и объем выборки* $n = 16$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 16$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(16, 0.95) = 0.44 < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(0.616; 1.584)\,, \quad \text{или} \quad 0.616 < \sigma < 1.584 \ . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(16, 0.99) = 0.70 < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(0.330; 1.870)\,, \quad \text{или} \quad 0.330 < \sigma < 1.870 \ . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи 0.44 Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи 0.616;1.584 Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи 0.70 Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи 0.330;1.870 Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 0 задача 20

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} = 3.90\,.$ $D_{\text{выб}} = 3.09\,.$ $s^2_{\text{выб}} = 3.433\,.$

Задача 3. $p_3 = 0.200\,.$ $p_5 = 0.152\,.$

Задача 4. $a = 3.90\,.$ $\sigma = 1.853\,.$

Задача 5. $a = 0.691\,.$ $b = 7.109\,.$

Задача 6. $F_{\text{набл}} = 3.025\,.$
$\alpha = 0.05:$ $F_{\text{кр}}(0.05) = 2.77\,,$ гипотеза H_0 **отвергается**.
$\alpha = 0.01:$ $F_{\text{кр}}(0.01) = 4.30\,,$ гипотеза H_0 **принимается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} = 2.976\,.$
$\alpha = 0.05:$ $F_{\text{кр}}(0.05) = 2.80\,,$ гипотеза H_0 **отвергается**
$\alpha = 0.01:$ $F_{\text{кр}}(0.01) = 4.39\,,$ гипотеза H_0 **принимается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| = 2.032\,.$
$\alpha = 0.01:$ $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) = 2.58\,,$ гипотеза H_0 **принимается**.
$\alpha = 0.05:$ $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) = 1.96\,,$ гипотеза H_0 **отвергается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} = 2.145\,.$ $T_{\text{двуст,кр}} = 2.06\,.$

Задача 10. $\delta_{0.95} = 1.960\,.$ $\delta_{0.99} = 2.580\,.$

Задача 11. $q_{0.95} = 0.44\,.$ $q_{0.99} = 0.70\,.$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 1

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 1 задача 1, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	1	3	4	7
частоты n_i	2	1	3	4

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \dfrac{n_i}{n}$*, и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \qquad , \quad w_2 = \qquad , \quad w_3 = \qquad , \quad w_4 = \qquad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 3, 4, 7, 8$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**1**	**3**	**4**	**7**	**8**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \quad , & \text{если } 1 < x \le 3 \\ \quad , & \text{если } 3 < x \le 4 \\ \quad , & \text{если } 4 < x \le 7 \\ \quad , & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

Вариант 1 задача 1, II

Решение (продолжение)

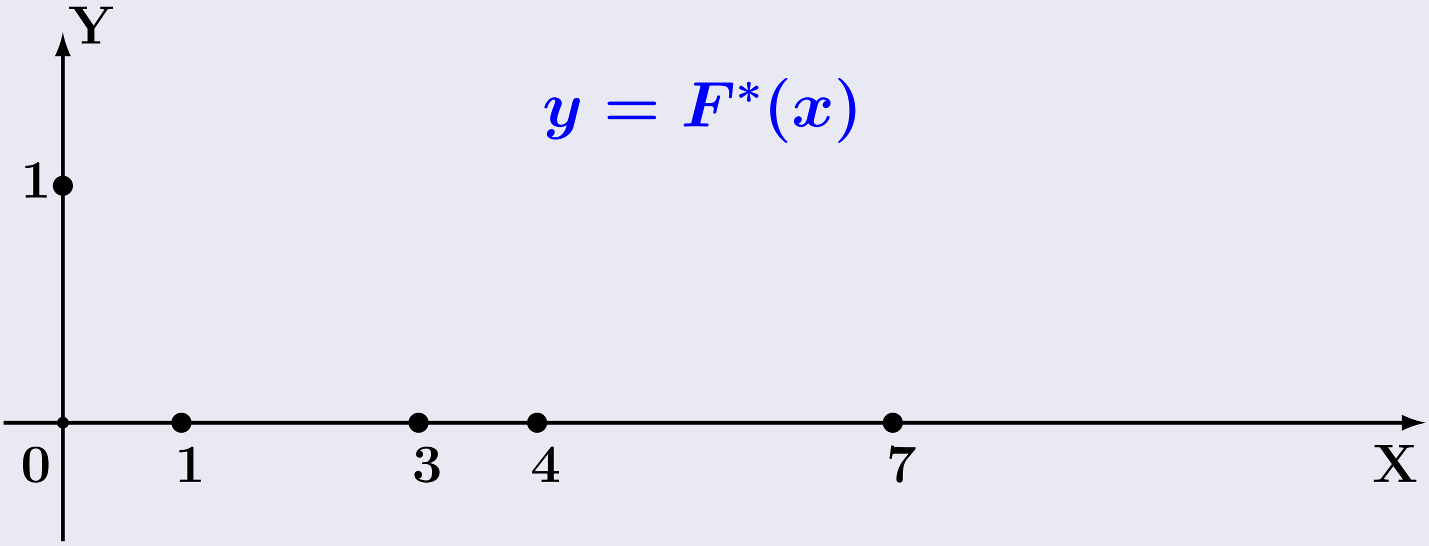


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1,\ \ ),\quad (3,\ \ ),\quad (4,\ \ ),\quad (7,\ \ ),$$

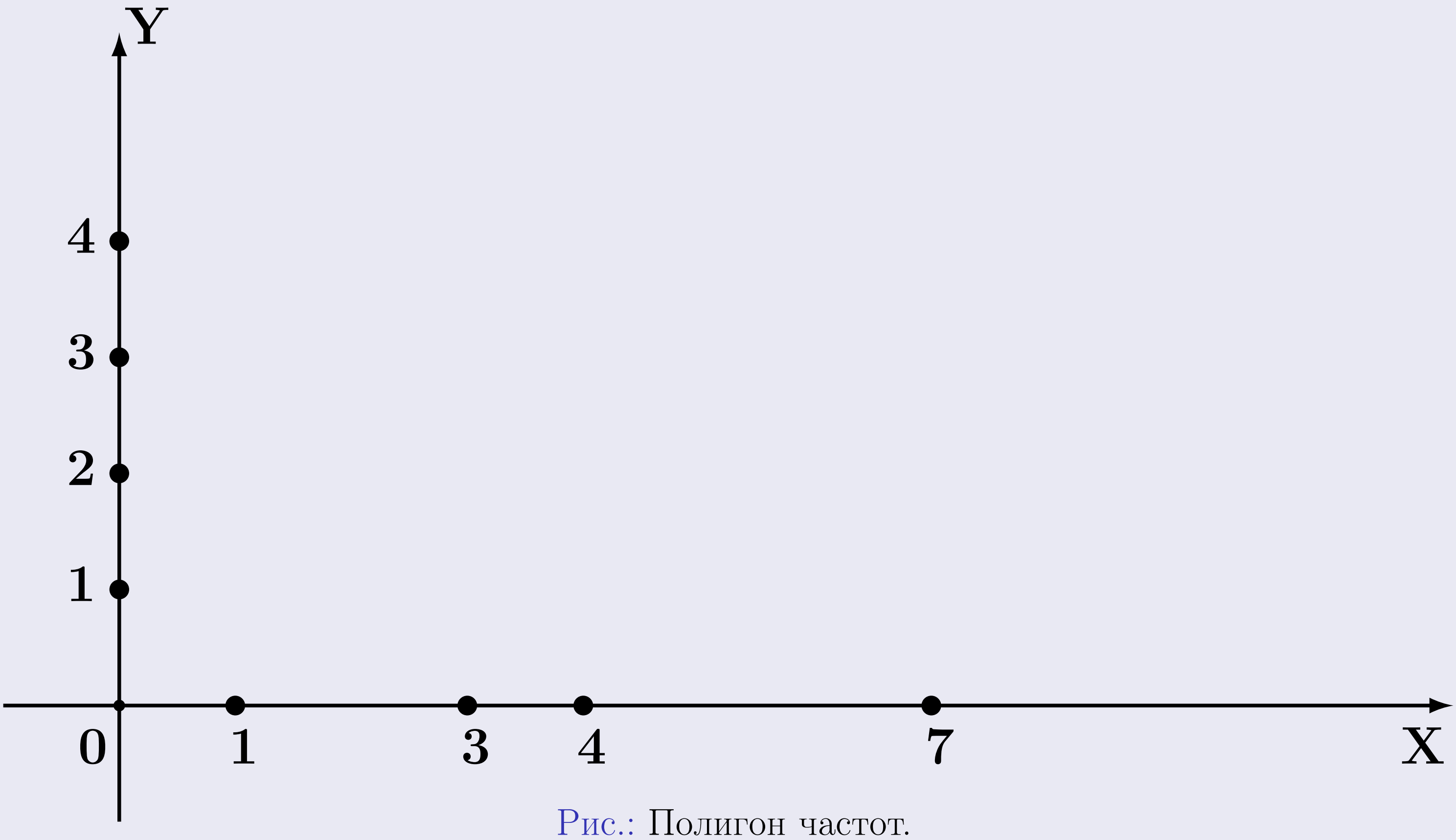


Рис.: Полигон частот.

Вариант 1 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

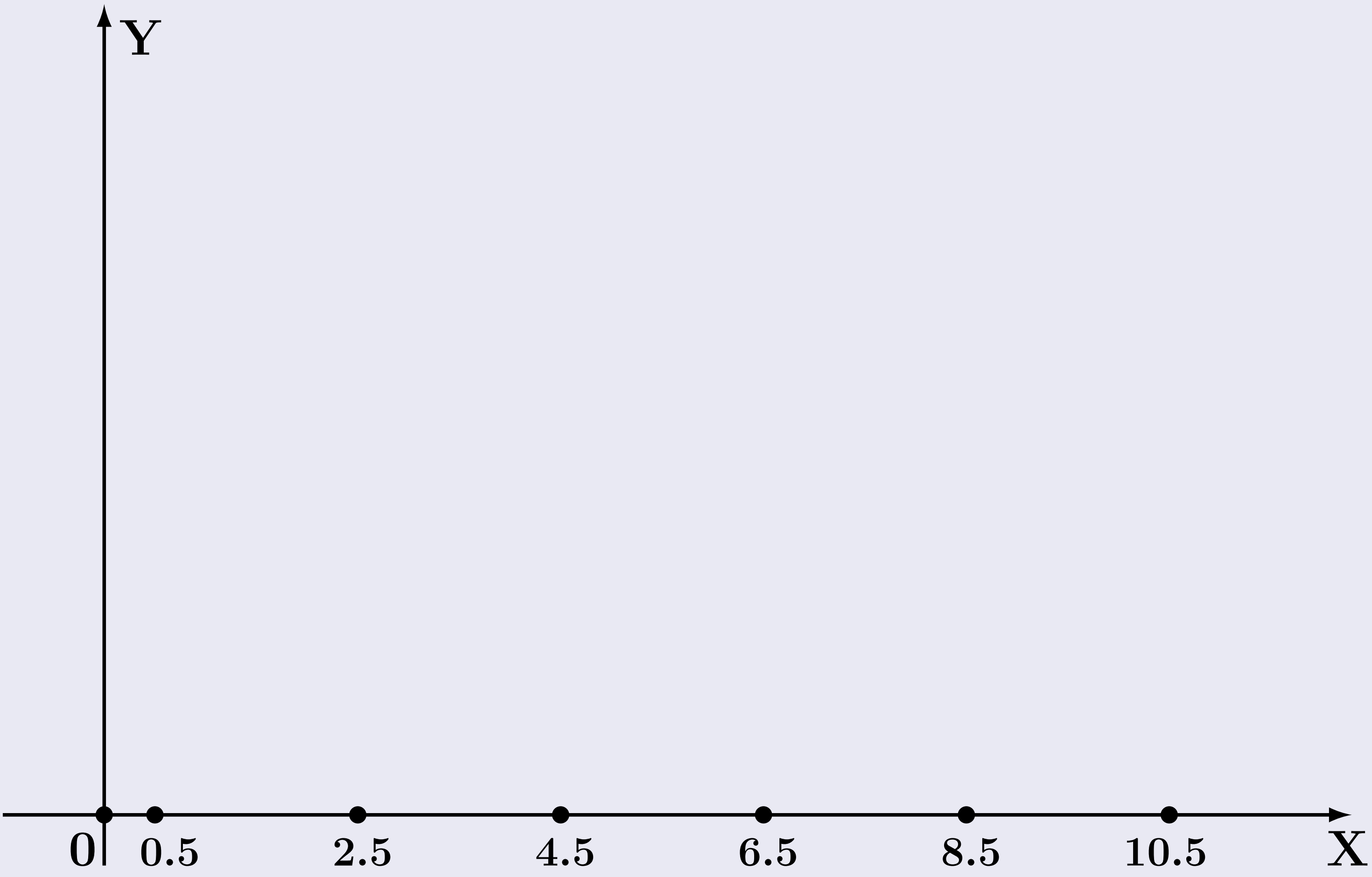


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 1 задача 2

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**1**	**3**	**4**	**7**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**1**	**3**	**4**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 1 + 3 + 4 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}}$ = введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $D_{\text{выб}}$ = введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}}$ = введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 1 задача 3

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ *.*

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0 *,* p_1 *,* p_2 *,* p_3 *,* p_4 *,* p_5*,* p_6*,* p_7*,* p_8 *.*

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.50$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.50^k \cdot e^{-4.50}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.50^0 \cdot e^{-4.50}}{0!} = e^{-4.50} =$$

$$p_1 = \frac{4.50^1 \cdot e^{-4.50}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.50^2 \cdot e^{-4.50}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.50^3 \cdot e^{-4.50}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.50^4 \cdot e^{-4.50}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.50^5 \cdot e^{-4.50}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.50^6 \cdot e^{-4.50}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.50^7 \cdot e^{-4.50}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.50^8 \cdot e^{-4.50}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 1 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ________ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ________ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 1 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = $$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad\qquad = $$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\qquad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\qquad}} .$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 1 задача 5

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x<a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a\le x\le b \\ 0 & \text{при } x>b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2}=\overline{x}_{\text{выб}}=4.50 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12}=s^2_{\text{выб}}=5.833\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b=2\cdot 4.50=\qquad$ и $(b-a)^2=12\cdot 5.833=\qquad$,

$$b-a=\sqrt{\qquad}=\qquad.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b+a & = \\ b-a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b=\qquad$, $b=$ 🟨,
$a=\qquad-\qquad=$ 🟨. Окончательно,

$$f(x)=\begin{cases} & & 0 & \text{при } x< \\ \frac{1}{\quad-\quad}=\frac{1}{\quad}= & & & \text{при } \quad\le x\le \\ & & 0 & \text{при } x> \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 5

формат 1.23, $a=$ введи [______] [Клик] [ ]

формат 1.23, $b=$ введи [______] [Клик] [ ]

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 1 задача 6, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 9$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.400$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.210}{0.400} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 9 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\ \ ,\ \ ) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\ \ ,\ \ ) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 1 задача 6, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 1 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 1 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 1 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 13$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.830$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 13 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad, \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad, \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 1 задача 7, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 1 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 1 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 1 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 25$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 135$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 80$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132 - 135|}{\sqrt{80/25 + 103/37}} = \quad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|Z_{\text{набл}}|$ $Z_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|Z_{\text{набл}}|$ $Z_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 1 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 1 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 1 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 1 задача 9, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.20$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.84$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.40$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{0.84}{0.40} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \ , \ ) = \qquad$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.20 - 30.75}{\sqrt{9 \cdot 0.84 + 16 \cdot 0.40}} \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 17 \cdot 25}{27}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$\boldsymbol{|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза
$H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 1 задача 9, II

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 1 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 1 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 1 задача 10

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.10$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$, *и объем выборки* $n = 26$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \tag{$*$}$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.10}{\sqrt{26}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < a < \qquad . \tag{1}$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.10}{\sqrt{26}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 1 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.10$ *и объем выборки* $n = 16$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1-q) < \sigma < s \cdot (1+q)\ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 16$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(16, 0.95) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(16, 0.99) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 1 задача 20

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| =$.
$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} =$. $T_{\text{двуст,кр}} =$.

Задача 10. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 11. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

☐

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 2

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 2 задача 1, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \dfrac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \quad , \quad w_2 = \quad , \quad w_3 = \quad , \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 3, 5, 7, 8$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**1**	**3**	**5**	**7**	**8**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } \ x \le 1, \\ \quad , & \text{если } \ 1 < x \le 3 \\ \quad , & \text{если } \ 3 < x \le 5 \\ \quad , & \text{если } \ 5 < x \le 7 \\ \quad , & \text{если } \ x > 7 \end{cases}$$

Вариант 2 задача 1, II

Решение (продолжение)

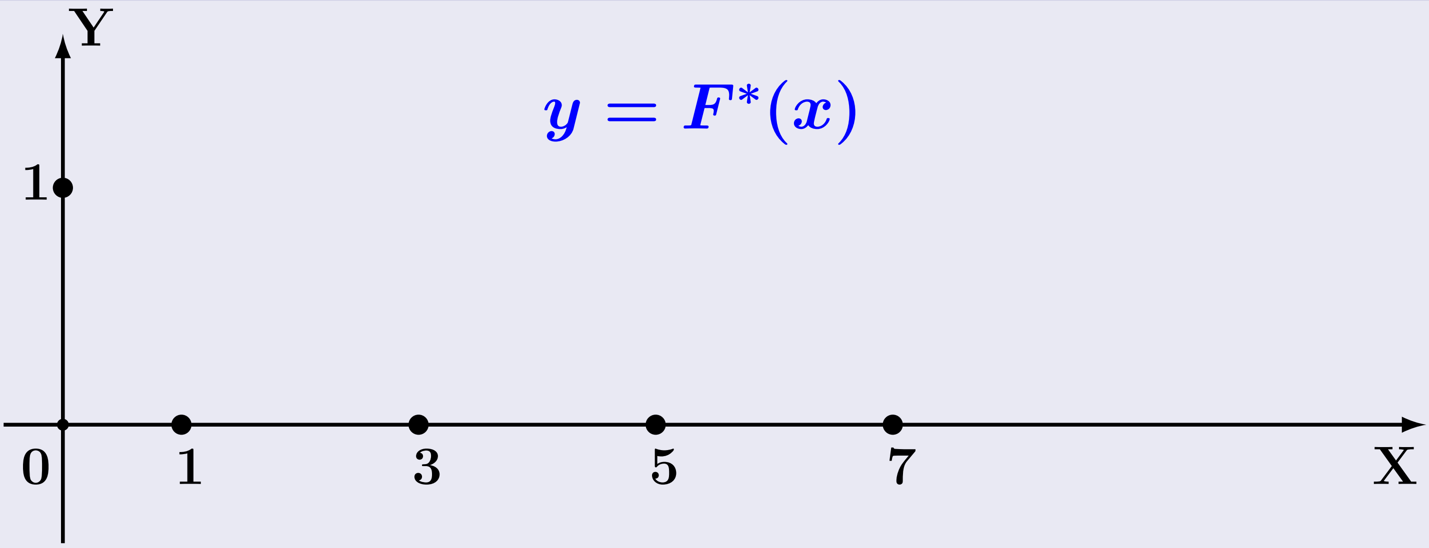


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1,\ \ ), \quad (3,\ \ ), \quad (5,\ \ ), \quad (7,\ \ ),$$

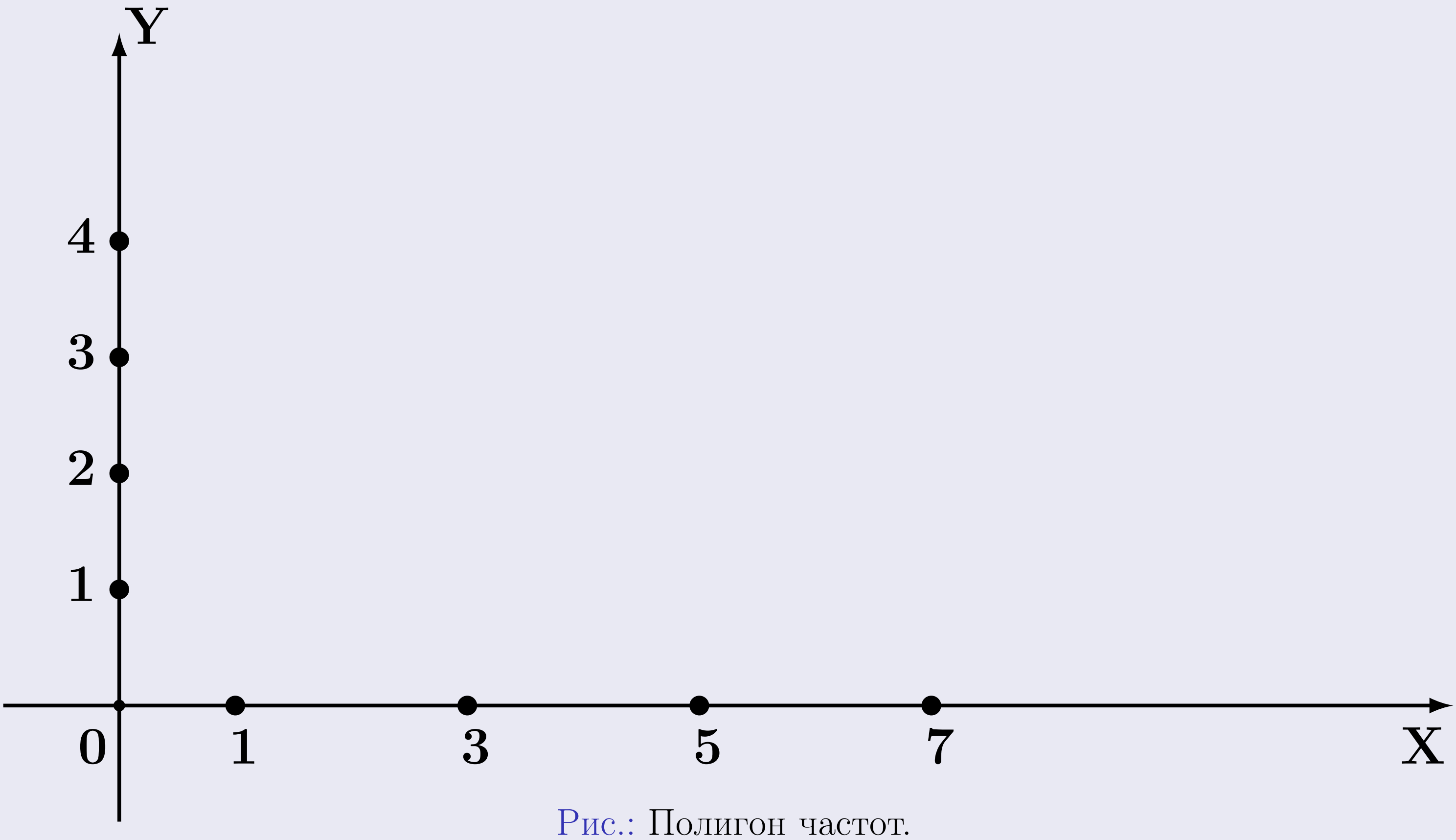


Рис.: Полигон частот.

Вариант 2 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

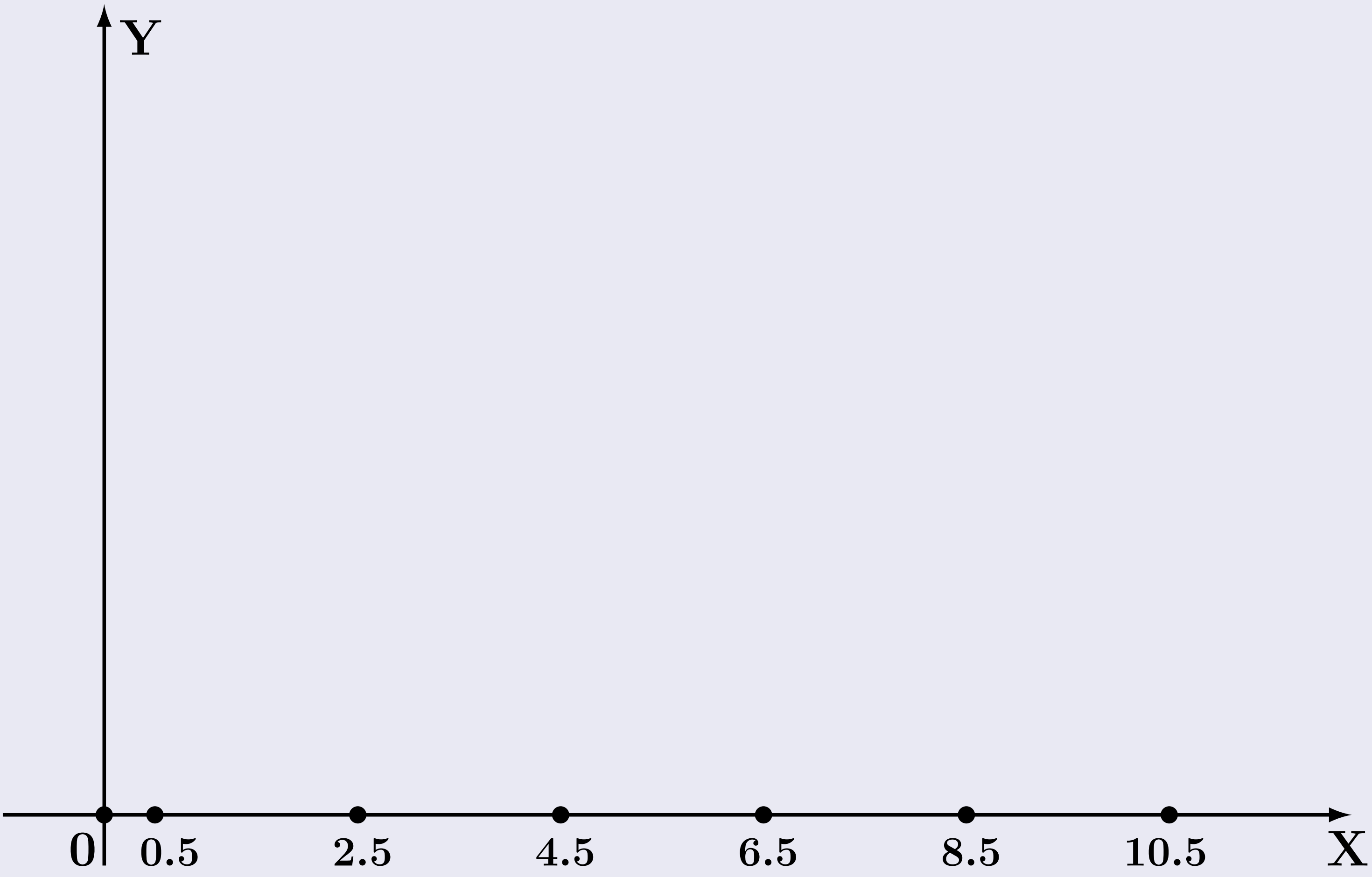


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 2 задача 2

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 1 + 4 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + x_3 n_3 + x_4 n_4}{n} = \qquad = \quad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2 n_1 + x_2^2 n_2 + x_3^2 n_3 + x_4^2 n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \\ = \qquad = \quad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 2 задача 3

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.
Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*
Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.60$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.
Окончательно, $p_k = \frac{4.60^k \cdot e^{-4.60}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.60^0 \cdot e^{-4.60}}{0!} = e^{-4.60} =$$

$$p_1 = \frac{4.60^1 \cdot e^{-4.60}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.60^2 \cdot e^{-4.60}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.60^3 \cdot e^{-4.60}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.60^4 \cdot e^{-4.60}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.60^5 \cdot e^{-4.60}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.60^6 \cdot e^{-4.60}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.60^7 \cdot e^{-4.60}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.60^8 \cdot e^{-4.60}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 2 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи	______	Клик	
формат 1.23, $p_5 =$ введи	______	Клик	

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 2 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$\begin{aligned} a &= \overline{x}_{\text{выб}} = \quad \\ \sigma &= \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = \end{aligned}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 2 задача 5

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 \ \ \text{при} \ \ x<a \\ \frac{1}{b-a} \ \ \text{при} \ \ a\le x\le b \\ 0 \ \ \text{при} \ \ x>b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2}=\overline{x}_{\text{выб}}=4.60 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12}=s^2_{\text{выб}}=5.156\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b=2\cdot 4.60=$ и $(b-a)^2=12\cdot 5.156=$,

$$b-a=\sqrt{\qquad}= \qquad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b+a \ = \\ b-a \ = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b=$, $b=$,
$a=\quad - \quad =$. Окончательно,

$$f(x)=\begin{cases} 0 \ \ \text{при} \ \ x< \\ \frac{1}{\quad - \quad}=\frac{1}{\quad}= \qquad \text{при} \qquad \le x\le \\ 0 \ \ \text{при} \ \ x> \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 5

формат 1.23, $a=$ введи ____ Клик

формат 1.23, $b=$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 2 задача 6, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 9$ *и* $n_Y = 14$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.400$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.400} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 9 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 2 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 2 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 2 задача 7, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 13$ *и* $n_Y = 10$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 =$, $k_{\min} = 13 - 1 =$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} =$, $k_{\min} =$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\ ,\ ) =$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}\quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\ ,\ ) =$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}\quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 2 задача 7, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 2 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 2 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 2 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 25$ *и* $n_Y = 35$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 130$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 80$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|130-136|}{\sqrt{80/25 + 103/35}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|}$ $\boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|}$ $\boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 2 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 2 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 2 задача 9, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.20$ *и* $\overline{y} = 30.55$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$*, для уровня значимости* $\alpha = 0.05$ *.*

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 16 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.20 - 30.55}{\sqrt{9 \cdot 1.14 + 15 \cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 16 \cdot 24}{26}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$\boldsymbol{|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 2 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 2 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи _____ **Клик**

Выборочная проверка вариант 2 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи _____ **Клик**

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 2 задача 10

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.10$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$, *и объем выборки* $n = 26$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.10}{\sqrt{26}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.10}{\sqrt{26}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ☐ Клик ☐

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.10$ *и объем выборки* $n = 16$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \,, \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 16$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(16, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(16, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 2 задача 20

возврат $\Longrightarrow$ **огл** $\Longleftarrow$

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| =$.
$\alpha = 0.01: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} =$. $T_{\text{двуст,кр}} =$.

Задача 10. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 11. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$. ☐

возврат $\Longrightarrow$ **огл** $\Longleftarrow$

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 3

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 3 задача 1, I

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \dfrac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \quad , \quad w_2 = \quad , \quad w_3 = \quad , \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 3, 5, 8, 9$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**1**	**3**	**5**	**8**	**9**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } \; x \le 1, \\ \quad , & \text{если } \; 1 < x \le 3 \\ \quad , & \text{если } \; 3 < x \le 5 \\ \quad , & \text{если } \; 5 < x \le 8 \\ \quad , & \text{если } \; x > 8 \end{cases}$$

Вариант 3 задача 1, II

Решение (продолжение)

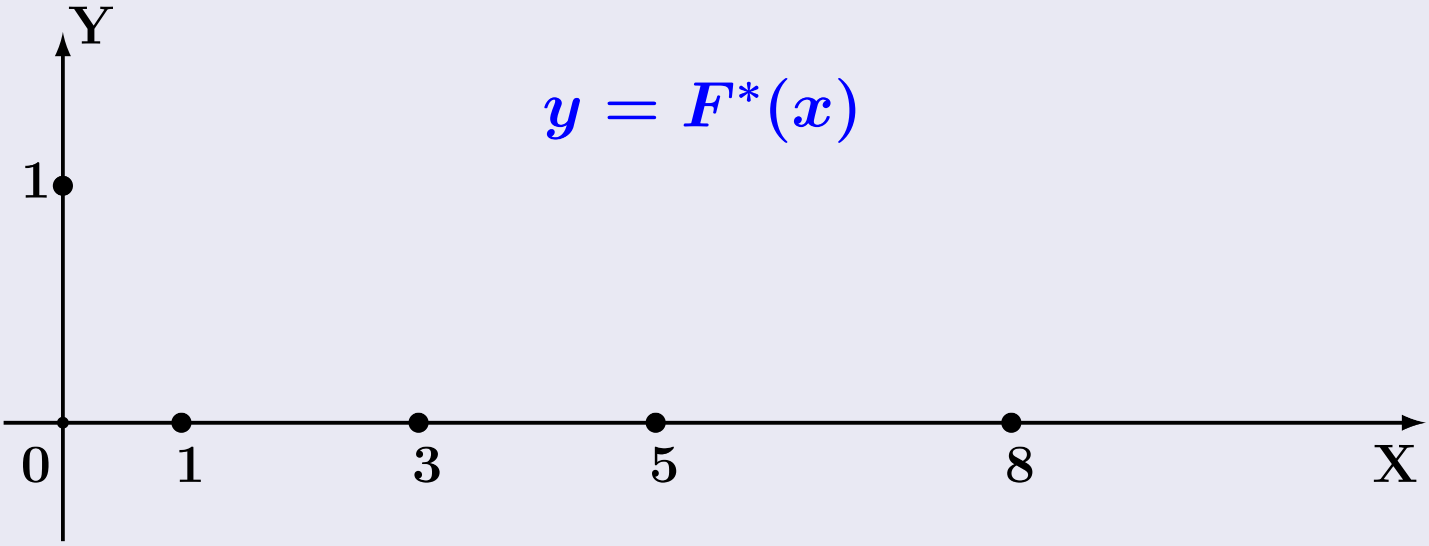


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1,\ ),\quad (3,\ ),\quad (5,\ ),\quad (8,\ ),$$

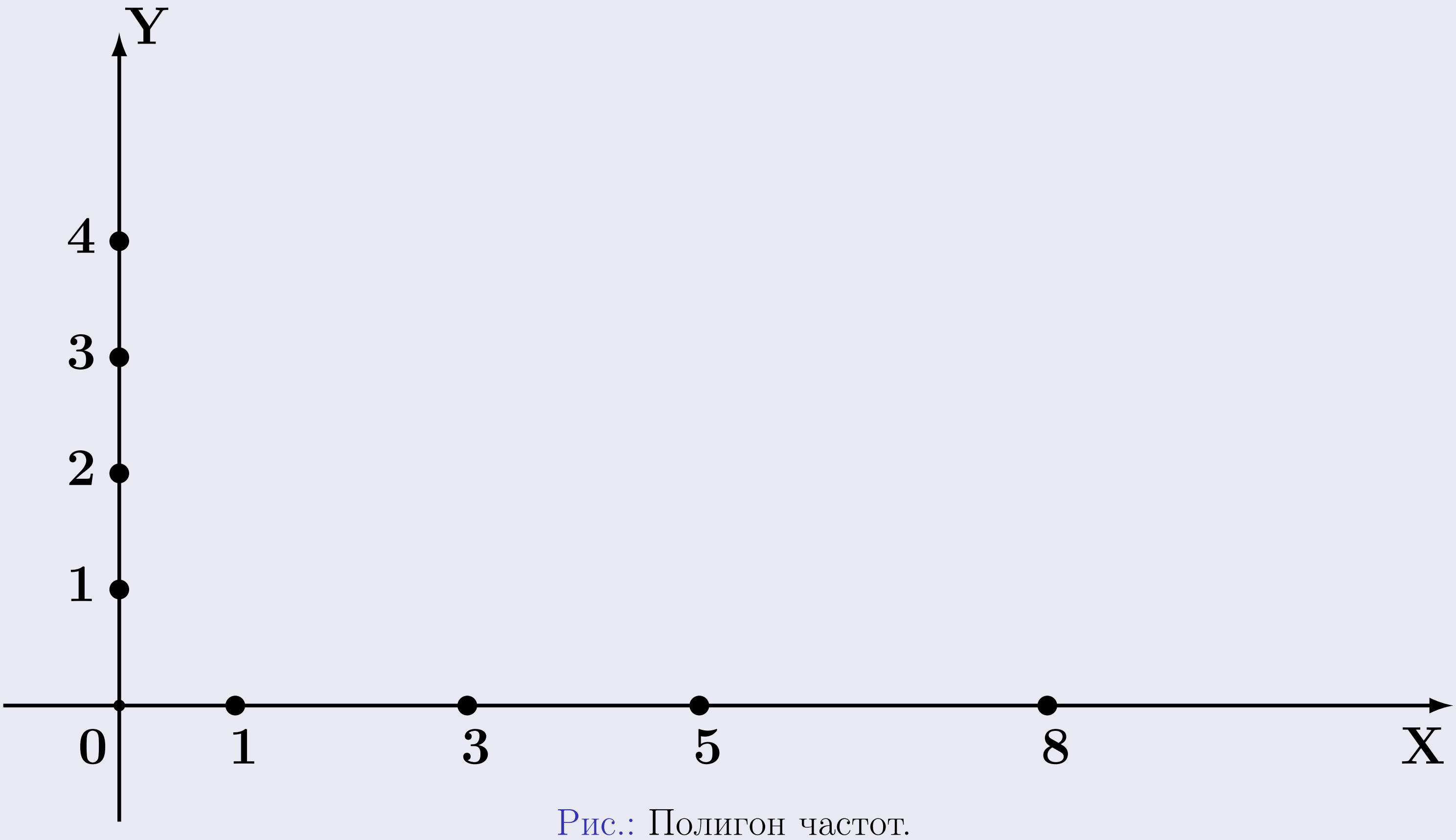


Рис.: Полигон частот.

Вариант 3 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

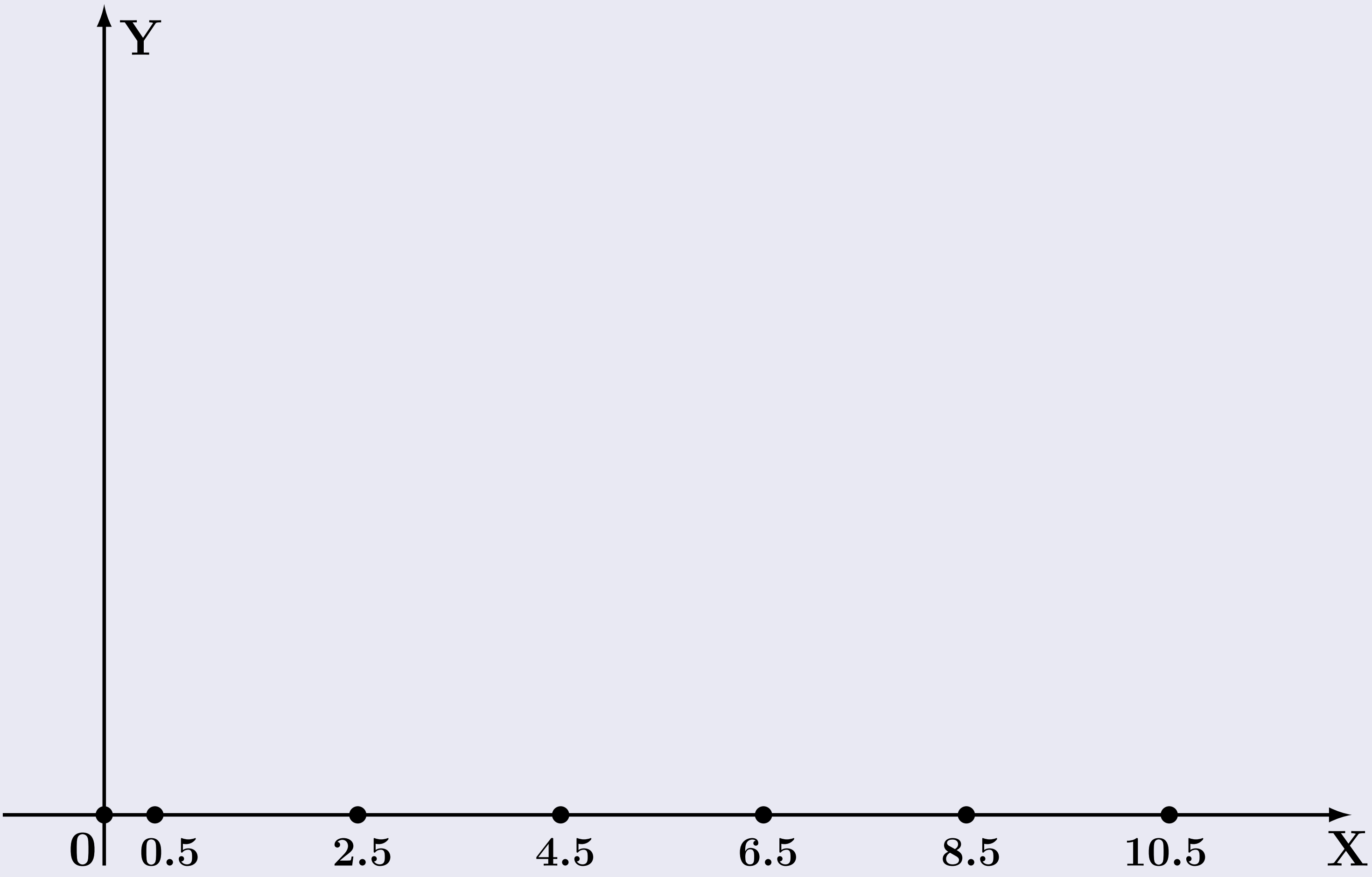


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 3 задача 2

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**1**	**3**	**5**	**8**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**1**	**3**	**4**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ *,* $D_{\text{выб}}$ *,* $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 1 + 3 + 4 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \\ = \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}}$ = введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $D_{\text{выб}}$ = введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}}$ = введи ☐ Клик ☐

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 3 задача 3

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.
Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*
Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.20$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.
Окончательно, $p_k = \frac{5.20^k \cdot e^{-5.20}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.20^0 \cdot e^{-5.20}}{0!} = e^{-5.20} =$$

$$p_1 = \frac{5.20^1 \cdot e^{-5.20}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.20^2 \cdot e^{-5.20}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.20^3 \cdot e^{-5.20}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.20^4 \cdot e^{-5.20}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.20^5 \cdot e^{-5.20}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.20^6 \cdot e^{-5.20}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.20^7 \cdot e^{-5.20}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.20^8 \cdot e^{-5.20}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 3 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2*. Признак* X *распределен по нормальному закону*

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a *и* σ *.*
Дать точечную оценку параметров a *и* σ *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \qquad$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = \qquad$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x- \quad)^2}{2\cdot \quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 3 задача 5

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \;\; x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при} \;\; a \le x \le b \\ 0 & \text{при} \;\; x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.20 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 7.956\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.20 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 7.956 =$,

$$b - a = \sqrt{\qquad} = \qquad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a = \quad - \quad =$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & & 0 \;\; \text{при} \;\; x < \\ \frac{1}{\;-\;} = \frac{1}{\;} = & & \text{при} \;\; \le x \le \\ & & 0 \;\; \text{при} \;\; x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $b =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 3 задача 6, I

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 9$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.400$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.400} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 9 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \ , \ ) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \ , \ ) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 3 задача 6, II

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Выборочная проверка вариант 3 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 3 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 3 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 13$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 13 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **аетcя**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \quad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **аетcя**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 3 задача 7, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 3 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 3 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 3 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 25$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 80$, $\mathbb{D}(Y) = 106$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132 - 136|}{\sqrt{80/25 + 106/37}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|}$ $\boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|}$ $\boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 3 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 3 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 3 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 3 задача 9, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.20$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.20 - 30.75}{\sqrt{9\cdot 1.14 + 16\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{10\cdot 17\cdot 25}{27}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 3 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 3 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи _____ Клик

Выборочная проверка вариант 3 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи _____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.10$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$, *и объем выборки* $n = 26$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.10}{\sqrt{26}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.10}{\sqrt{26}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ☐ Клик ☐

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 3 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.10$ *и объем выборки* $n = 16$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1-q) < \sigma < s \cdot (1+q) \,, \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 16$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(16, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(16, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 3 задача 20

возврат $\Longrightarrow$ **огл** $\Longleftarrow$

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} = \quad .$ $D_{\text{выб}} = \quad .$ $s^2_{\text{выб}} = \quad .$

Задача 3. $p_3 = \quad .$ $p_5 = \quad .$

Задача 4. $a = \quad .$ $\sigma = \quad .$

Задача 5. $a = \quad .$ $b = \quad .$

Задача 6. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| = \quad .$
$\alpha = 0.01: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} = \quad .$ $T_{\text{двуст,кр}} = \quad .$

Задача 10. $\delta_{0.95} = \quad .$ $\delta_{0.99} = \quad .$

Задача 11. $q_{0.95} = \quad .$ $q_{0.99} = \quad .$

$\square$

возврат $\Longrightarrow$ **огл** $\Longleftarrow$

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 4

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 4 задача 1, I

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \quad , \quad w_2 = \quad , \quad w_3 = \quad , \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 4, 5, 7, 8$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\max}$).

варианты	**1**	**4**	**5**	**7**	**8**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \;\,, & \text{если } 1 < x \le 4 \\ \;\,, & \text{если } 4 < x \le 5 \\ \;\,, & \text{если } 5 < x \le 7 \\ \;\,, & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

Вариант 4 задача 1, II

Решение (продолжение)

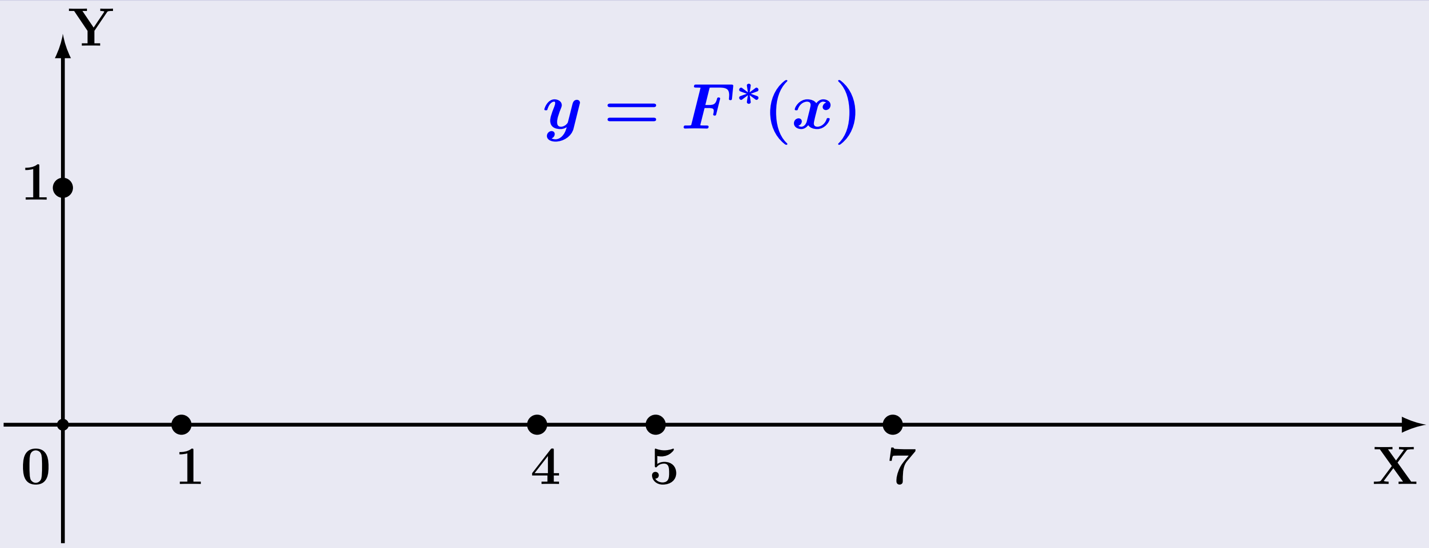


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1,\ \ ), \quad (4,\ \ ), \quad (5,\ \ ), \quad (7,\ \ ),$$

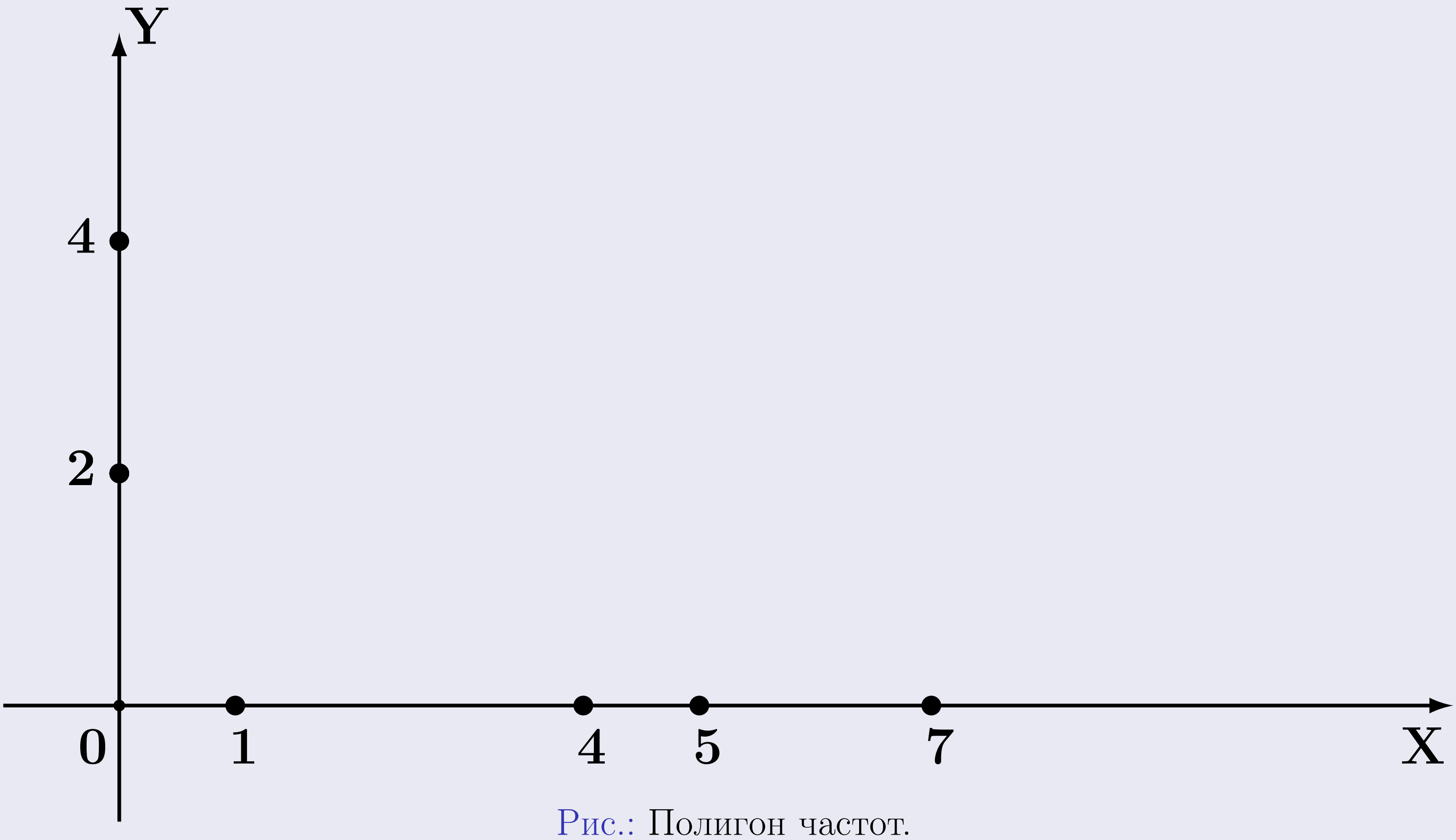


Рис.: Полигон частот.

Вариант 4 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

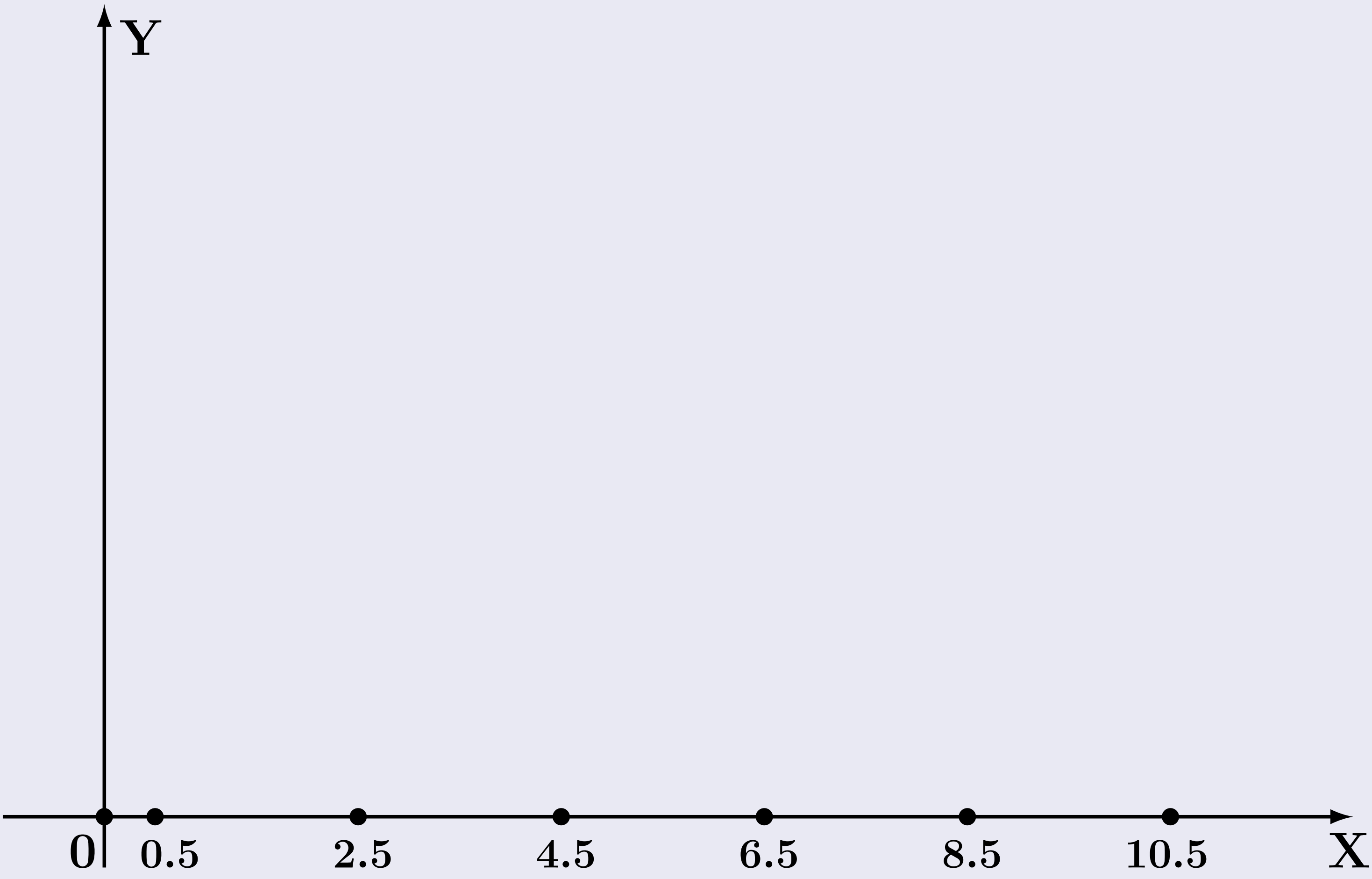


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 4 задача 2

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2+2+4+2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 4 задача 3

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.
Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*
Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.40$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.
Окончательно, $p_k = \frac{4.40^k \cdot e^{-4.40}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.40^0 \cdot e^{-4.40}}{0!} = e^{-4.40} =$$

$$p_1 = \frac{4.40^1 \cdot e^{-4.40}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.40^2 \cdot e^{-4.40}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.40^3 \cdot e^{-4.40}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.40^4 \cdot e^{-4.40}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.40^5 \cdot e^{-4.40}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.40^6 \cdot e^{-4.40}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.40^7 \cdot e^{-4.40}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.40^8 \cdot e^{-4.40}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 4 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи	____	Клик	
формат 1.23, $p_5 =$ введи	____	Клик	

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = $$
$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \quad = $$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 4 задача 5

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \textit{при}\;\; x<a \\ \frac{1}{b-a} & \textit{при}\;\; a\le x\le b \\ 0 & \textit{при}\;\; x>b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2}=\overline{x}_{\text{выб}}=4.40 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12}=s^2_{\text{выб}}=4.267\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b=2\cdot 4.40=$ и $(b-a)^2=12\cdot 4.267=$,

$$b-a=\sqrt{\qquad}= \qquad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b+a & = \\ b-a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b=$, $b=$,
$a=\qquad-\qquad=$. Окончательно,

$$f(x)=\begin{cases} & 0\;\;\text{при}\;\; x< \\ \frac{1}{\quad-\quad}=\frac{1}{\quad}= & \quad\;\;\text{при}\qquad\quad \le x\le \\ & 0\;\;\text{при}\;\; x> \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 5

формат 1.23, $a=$ введи ______ Клик

формат 1.23, $b=$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 4 задача 6, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 14$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$*, при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$ *.*

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.210}{0.700} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \ $, $k_{\min} = 14 - 1 = \ $. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \ $, $k_{\min} = \ $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\ \ ,\ \ ) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}\quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\ \ ,\ \ ) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}\quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 4 задача 6, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 4 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** ____ Клик

Выборочная проверка вариант 4 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 10$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.830$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\ \ ,\ \ ) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}\quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\ \ ,\ \ ) = \quad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}\quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 4 задача 7, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 4 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** ____ Клик

Выборочная проверка вариант 4 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 4 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 35$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 130$ *и* $\overline{y} = 135$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 100$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|130-135|}{\sqrt{83/27 + 100/35}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|Z_{\text{набл}}| \qquad Z_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|Z_{\text{набл}}| \qquad Z_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 4 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 4 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 4 задача 9, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.55$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.84$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.40$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{0.84}{0.40} = \quad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 16 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \quad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.55}{\sqrt{10 \cdot 0.84 + 15 \cdot 0.40}} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 16 \cdot 25}{27}} = \quad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \quad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \quad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \quad$:
$\boldsymbol{|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 4 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 4 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 4 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 4 задача 10

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.40$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$, *и объем выборки* $n = 27$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 4 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \,, \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 4 задача 20

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| =$.
$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} =$. $T_{\text{двуст,кр}} =$.

Задача 10. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 11. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$. □

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 5

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 5 задача 1, I

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \quad , \quad w_2 = \quad , \quad w_3 = \quad , \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 4, 5, 8, 9$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**1**	**4**	**5**	**8**	**9**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если} \quad x \le 1, \\ \quad , & \text{если} \quad 1 < x \le 4 \\ \quad , & \text{если} \quad 4 < x \le 5 \\ \quad , & \text{если} \quad 5 < x \le 8 \\ \quad , & \text{если} \quad x > 8 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

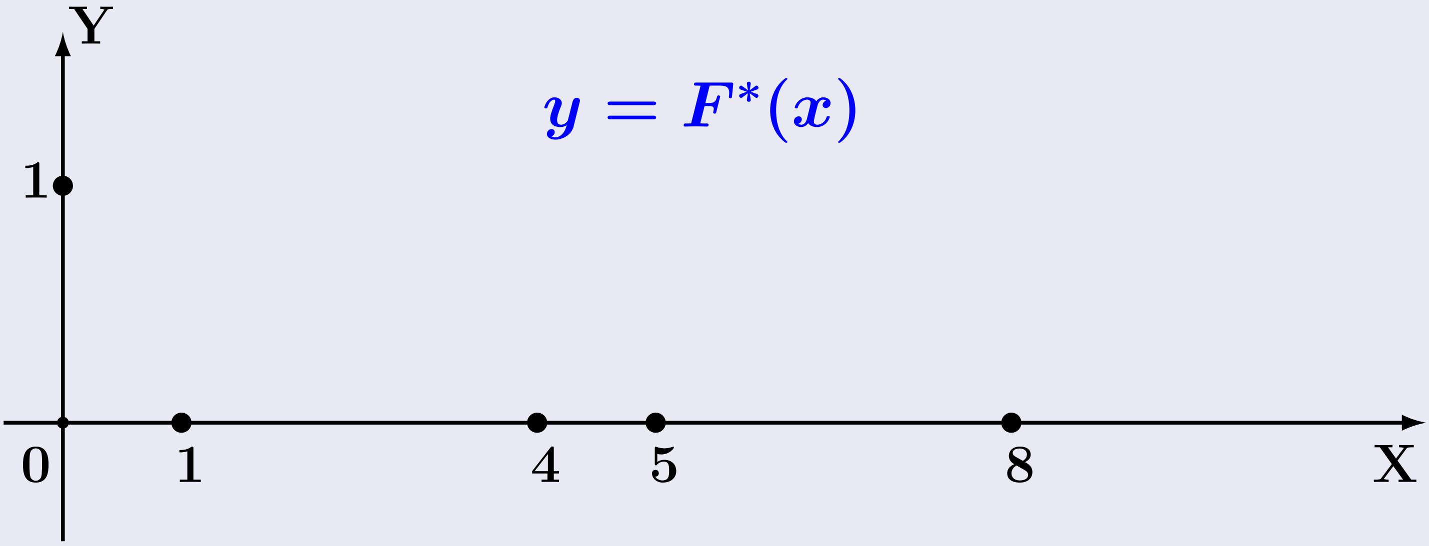


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1,\ \ ),\quad (4,\ \ ),\quad (5,\ \ ),\quad (8,\ \ ),$$

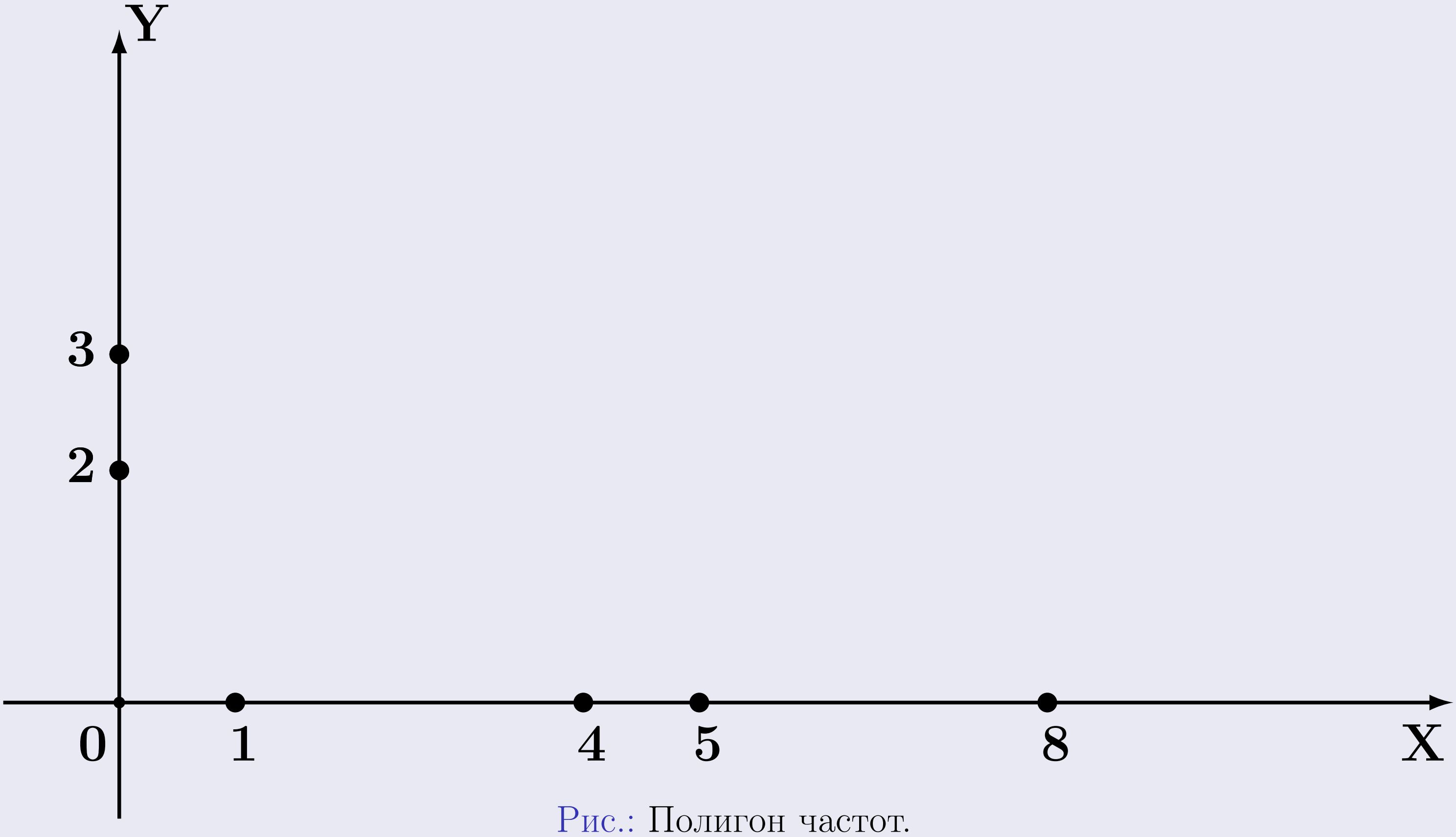


Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \le x < 2.5$	$2.5 \le x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \le x < 6.5$	$6.5 \le x < 8.5$	$8.5 \le x < 10.5$	$x \ge 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

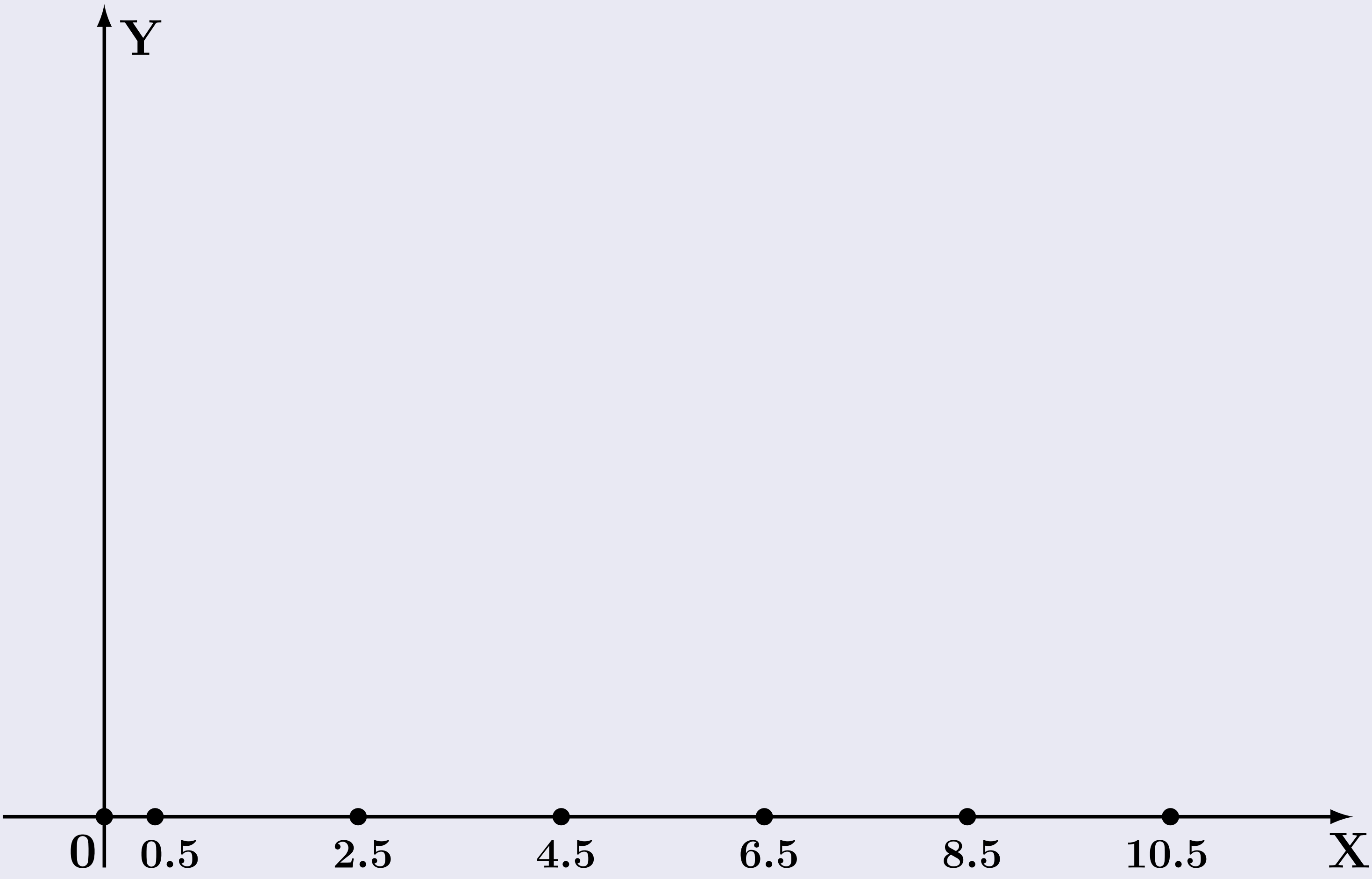


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 5 задача 2

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2+2+3+3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \boxed{\quad};$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \\ = \qquad = \boxed{\quad};$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1}\cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \boxed{\quad}.$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.
Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*
Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.90$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.
Окончательно, $p_k = \frac{4.90^k \cdot e^{-4.90}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.90^0 \cdot e^{-4.90}}{0!} = e^{-4.90} =$$

$$p_1 = \frac{4.90^1 \cdot e^{-4.90}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.90^2 \cdot e^{-4.90}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.90^3 \cdot e^{-4.90}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.90^4 \cdot e^{-4.90}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.90^5 \cdot e^{-4.90}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.90^6 \cdot e^{-4.90}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.90^7 \cdot e^{-4.90}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.90^8 \cdot e^{-4.90}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 5 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи	______	Клик	
формат 1.23, $p_5 =$ введи	______	Клик	

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 5 задача 4

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 4

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по нормальному закону*

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a *и* σ *.*
Дать точечную оценку параметров a *и* σ *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = $$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = $$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 5 задача 5

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \textit{при} \;\; x<a \\ \frac{1}{b-a} & \textit{при} \;\; a\le x\le b \\ 0 & \textit{при} \;\; x>b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2}=\overline{x}_{\text{выб}}=4.90 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12}=s^2_{\text{выб}}=6.767\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b=2\cdot 4.90=$ и $(b-a)^2=12\cdot 6.767=$,

$$b-a=\sqrt{\qquad}= \quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b+a & = \\ b-a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b=$, $b=$,
$a=\quad - \quad =$. Окончательно,

$$f(x)=\begin{cases} & & 0 & \text{при} \;\; x< \\ \frac{1}{\quad - \quad} & = \frac{1}{\quad} = & & \text{при} \;\; \le x\le \\ & & 0 & \text{при} \;\; x> \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 5

формат 1.23, $a=$ введи ____ Клик

формат 1.23, $b=$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 5 задача 6, I

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ *, при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$ *.*

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.210}{0.700} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \ , \ ) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \ , \ ) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 5 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 5 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 5 задача 7, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.830$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\qquad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \boxed{\qquad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \boxed{\qquad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 5 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 5 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 5 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 135$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132-135|}{\sqrt{83/27 + 103/37}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|\boldsymbol{Z_{\text{набл}}}| \quad \boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|\boldsymbol{Z_{\text{набл}}}| \quad \boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 5 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 5 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 5 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 5 задача 9, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.84$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.40$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$ *, для уровня значимости* $\alpha = 0.05$ *.*

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{0.84}{0.40} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6). Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.75}{\sqrt{10 \cdot 0.84 + 16 \cdot 0.40}} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 17 \cdot 26}{28}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$\boldsymbol{|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 5 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA **или** NET **введи** ____ Клик

Выборочная проверка вариант 5 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA **или** NET **введи** ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.40$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$, *и объем выборки* $n = 27$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 5 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 5 задача 20

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} = \quad .$ $D_{\text{выб}} = \quad .$ $s^2_{\text{выб}} = \quad .$

Задача 3. $p_3 = \quad .$ $p_5 = \quad .$

Задача 4. $a = \quad .$ $\sigma = \quad .$

Задача 5. $a = \quad .$ $b = \quad .$

Задача 6. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| = \quad .$
$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} = \quad .$ $T_{\text{двуст,кр}} = \quad .$

Задача 10. $\delta_{0.95} = \quad .$ $\delta_{0.99} = \quad .$

Задача 11. $q_{0.95} = \quad .$ $q_{0.99} = \quad .$

□

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 6

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	1	4	6	8
частоты n_i	2	2	4	2

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5 .

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \quad , \quad w_2 = \quad , \quad w_3 = \quad , \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 4, 6, 8, 9$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\max}$).

варианты	**1**	**4**	**6**	**8**	**9**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \;\,, & \text{если } 1 < x \le 4 \\ \;\,, & \text{если } 4 < x \le 6 \\ \;\,, & \text{если } 6 < x \le 8 \\ \;\,, & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

Вариант 6 задача 1, II

Решение (продолжение)

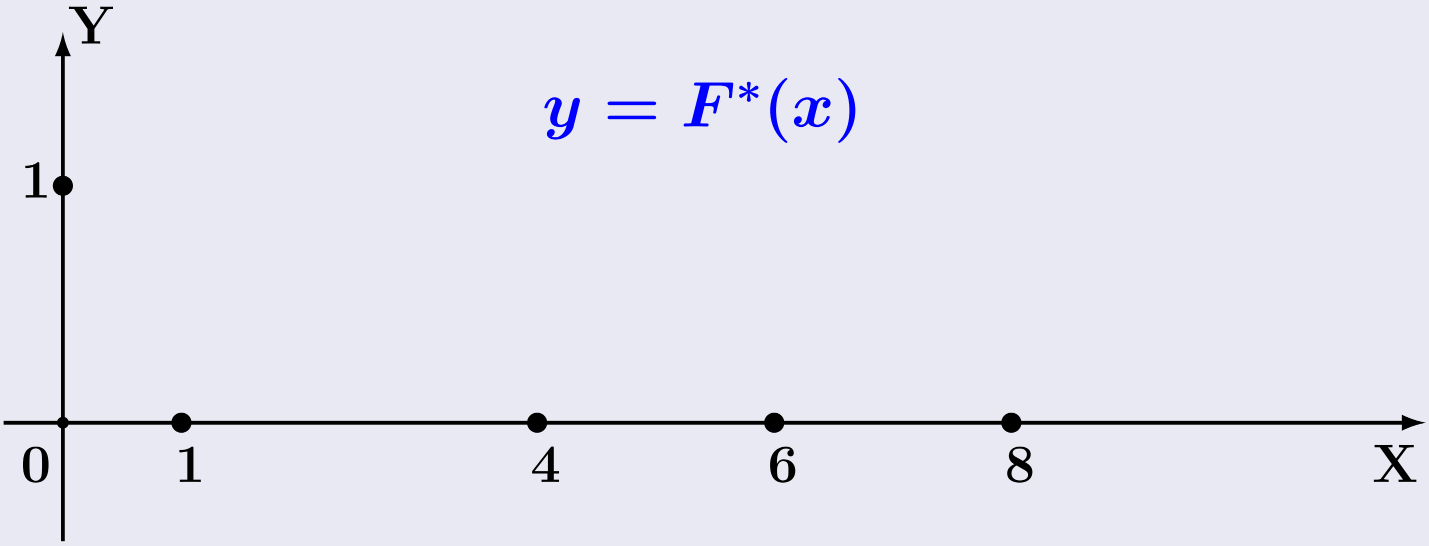


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1,\ \ ),\quad (4,\ \ ),\quad (6,\ \ ),\quad (8,\ \ ),$$

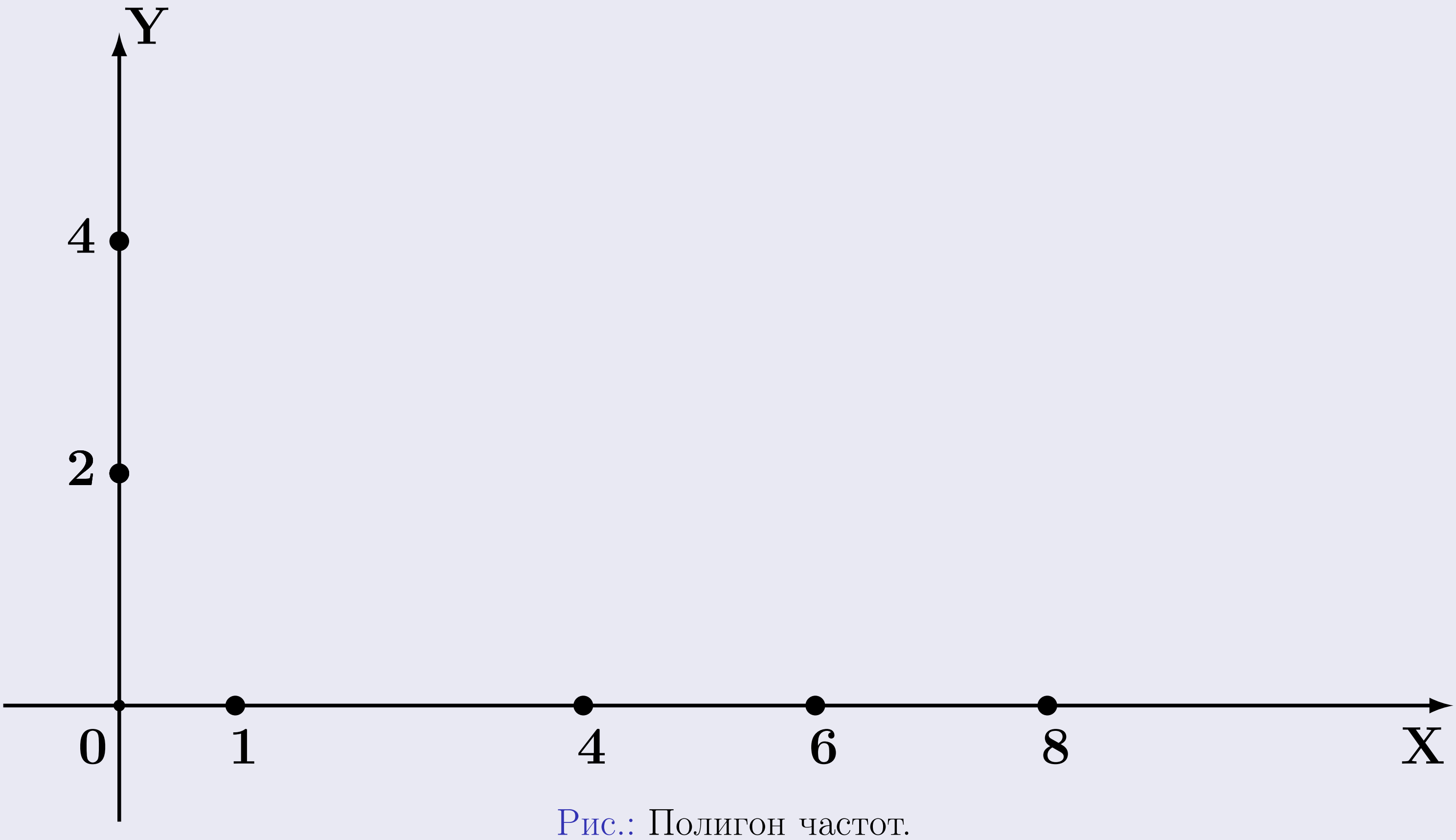


Рис.: Полигон частот.

Вариант 6 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

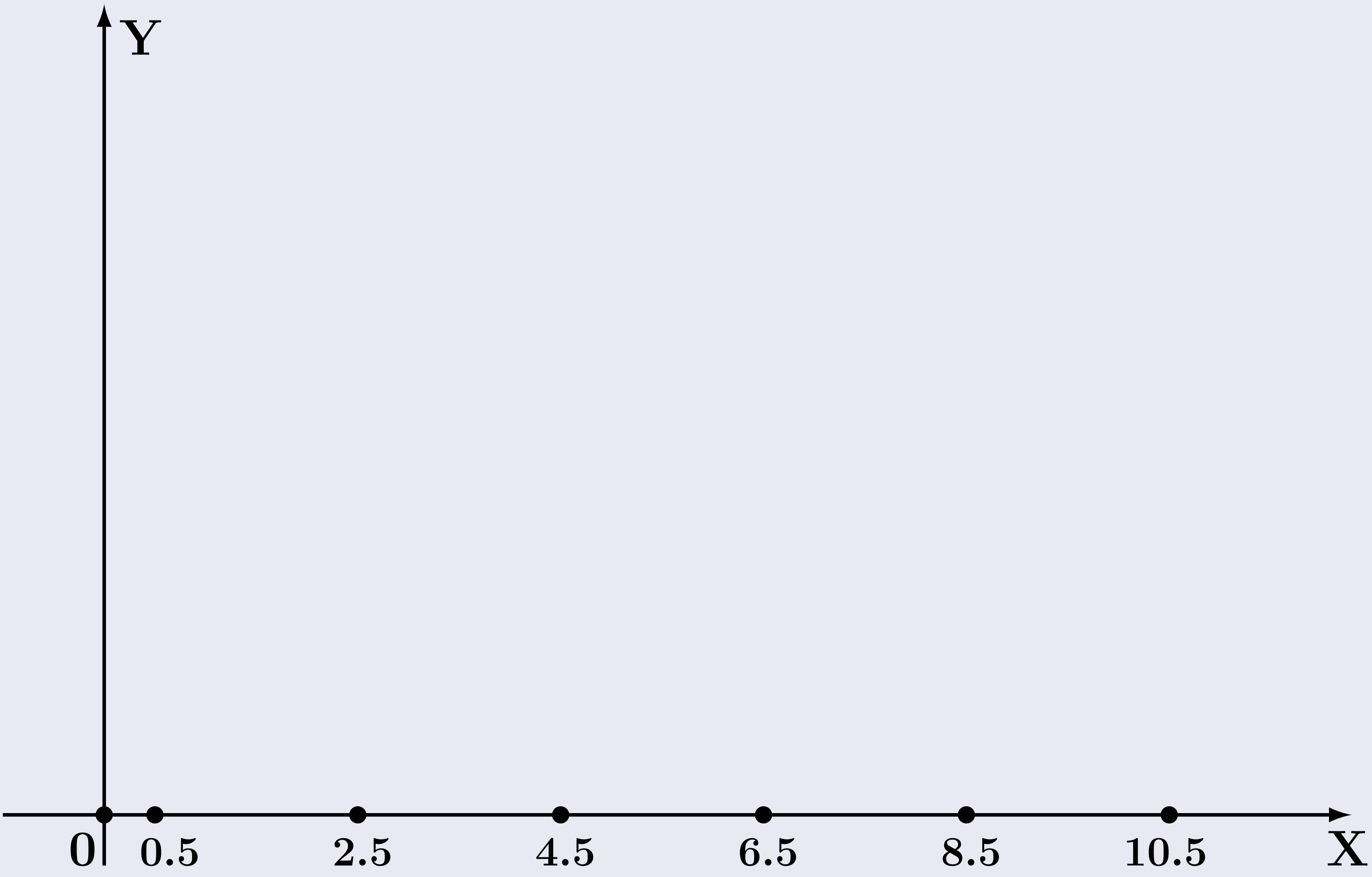


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 6 задача 2

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ *,* $D_{\text{выб}}$ *,* $s^2_{\text{выб}}$ *.*

Решение

Объем выборки $n = 2 + 2 + 4 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}}$ = введи ____ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}}$ = введи ____ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}}$ = введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 6 задача 3

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2*. Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ*.*

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8*.*

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.00$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.00^k \cdot e^{-5.00}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.00^0 \cdot e^{-5.00}}{0!} = e^{-5.00} =$$

$$p_1 = \frac{5.00^1 \cdot e^{-5.00}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.00^2 \cdot e^{-5.00}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.00^3 \cdot e^{-5.00}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.00^4 \cdot e^{-5.00}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.00^5 \cdot e^{-5.00}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.00^6 \cdot e^{-5.00}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.00^7 \cdot e^{-5.00}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.00^8 \cdot e^{-5.00}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 6 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ______ Клик

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 6 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \qquad$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = \qquad$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 6 задача 5

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a *и* b. *Дать точечную оценку параметров* a *и* b *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.00 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 6.222\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.00 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 6.222 =$,

$$b - a = \sqrt{} = .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a = - =$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & & 0 & \text{при } x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = & & & \text{при } \le x \le \\ & & 0 & \text{при } x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $b =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 14$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.700} = \quad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 =$, $k_{\min} = 14 - 1 =$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} =$, $k_{\min} =$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \ , \ ) =$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}$ $\boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \ , \ ) =$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}$ $\boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 6 задача 6, II

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 6 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 6 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 6 задача 7, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 10$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 =$, $k_{\min} = 14 - 1 =$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} =$, $k_{\min} =$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\ ,\ ) =$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}$ $\boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\ ,\ ) =$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}$ $\boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 6 задача 7, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 6 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 6 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 6 задача 8, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 35$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 130$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|130-136|}{\sqrt{83/27 + 103/35}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 6 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 6 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 6 задача 9, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.55$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \quad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 16 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \quad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.55}{\sqrt{10 \cdot 1.14 + 15 \cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 16 \cdot 25}{27}} = \quad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \quad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \quad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \quad$:
$|\boldsymbol{T}_{\textbf{набл}}| \quad \boldsymbol{T}_{\textbf{двуст,кр}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 6 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 6 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ **Клик**

Выборочная проверка вариант 6 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ **Клик**

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 6 задача 10

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.40$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$, *и объем выборки* $n = 27$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad;\qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < a < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad;\qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1-q) < \sigma < s \cdot (1+q) \ , \tag{$*$}$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \qquad < \sigma < \qquad . \tag{1}$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \qquad < \sigma < \qquad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| =$.
$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} =$. $T_{\text{двуст,кр}} =$.

Задача 10. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 11. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

□

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 7

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 7 задача 1, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**1**	**4**	**6**	**9**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**2**	**3**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \dfrac{n_i}{n}$*, и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \quad , \quad w_2 = \quad , \quad w_3 = \quad , \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 4, 6, 9, 10$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**1**	**4**	**6**	**9**	**10**
частоты $\boldsymbol{n(< x_i)}$	**0**				
относительные частоты $\boldsymbol{w(< x_i)}$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если} \quad x \le 1, \\ \quad , & \text{если} \quad 1 < x \le 4 \\ \quad , & \text{если} \quad 4 < x \le 6 \\ \quad , & \text{если} \quad 6 < x \le 9 \\ \quad , & \text{если} \quad x > 9 \end{cases}$$

Вариант 7 задача 1, II

Решение (продолжение)

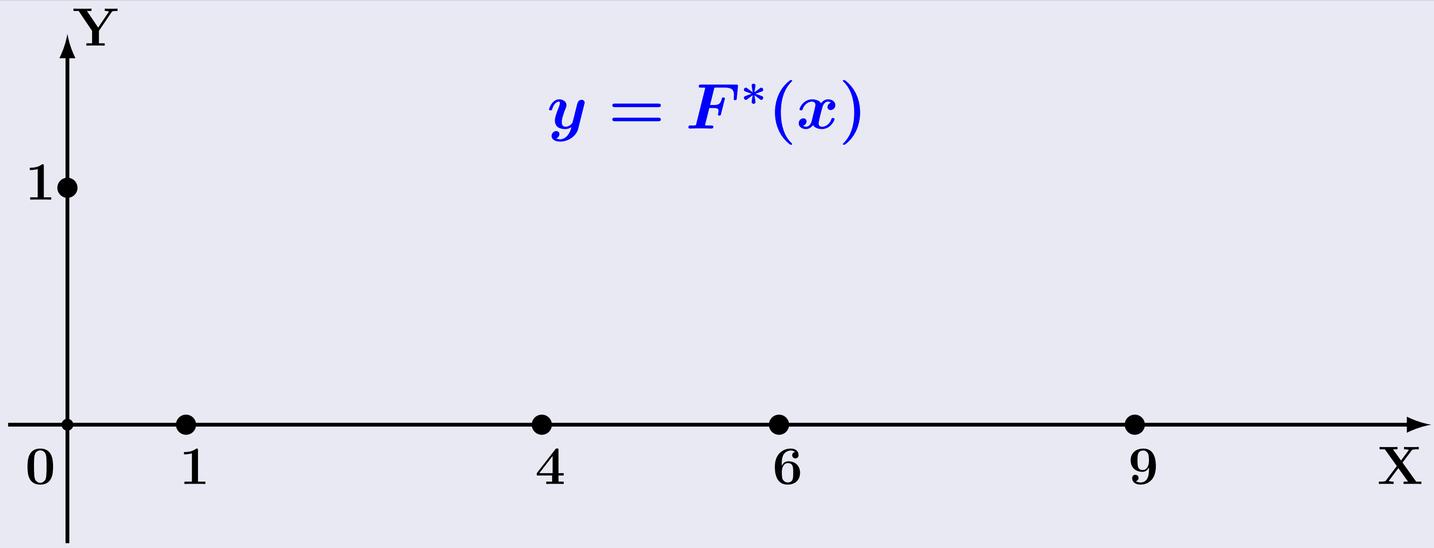


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1,\quad),\quad (4,\quad),\quad (6,\quad),\quad (9,\quad),$$

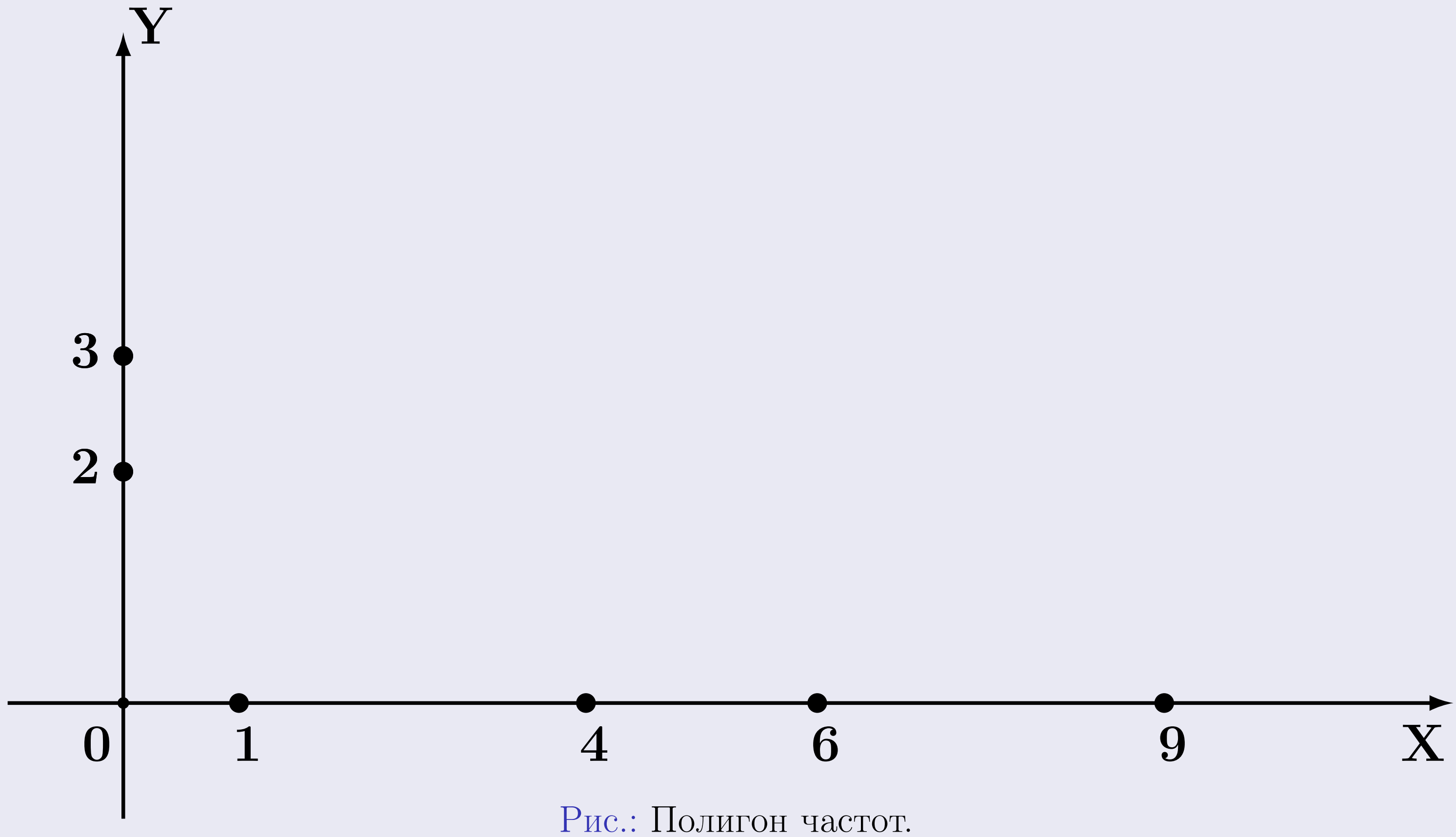


Рис.: Полигон частот.

Вариант 7 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

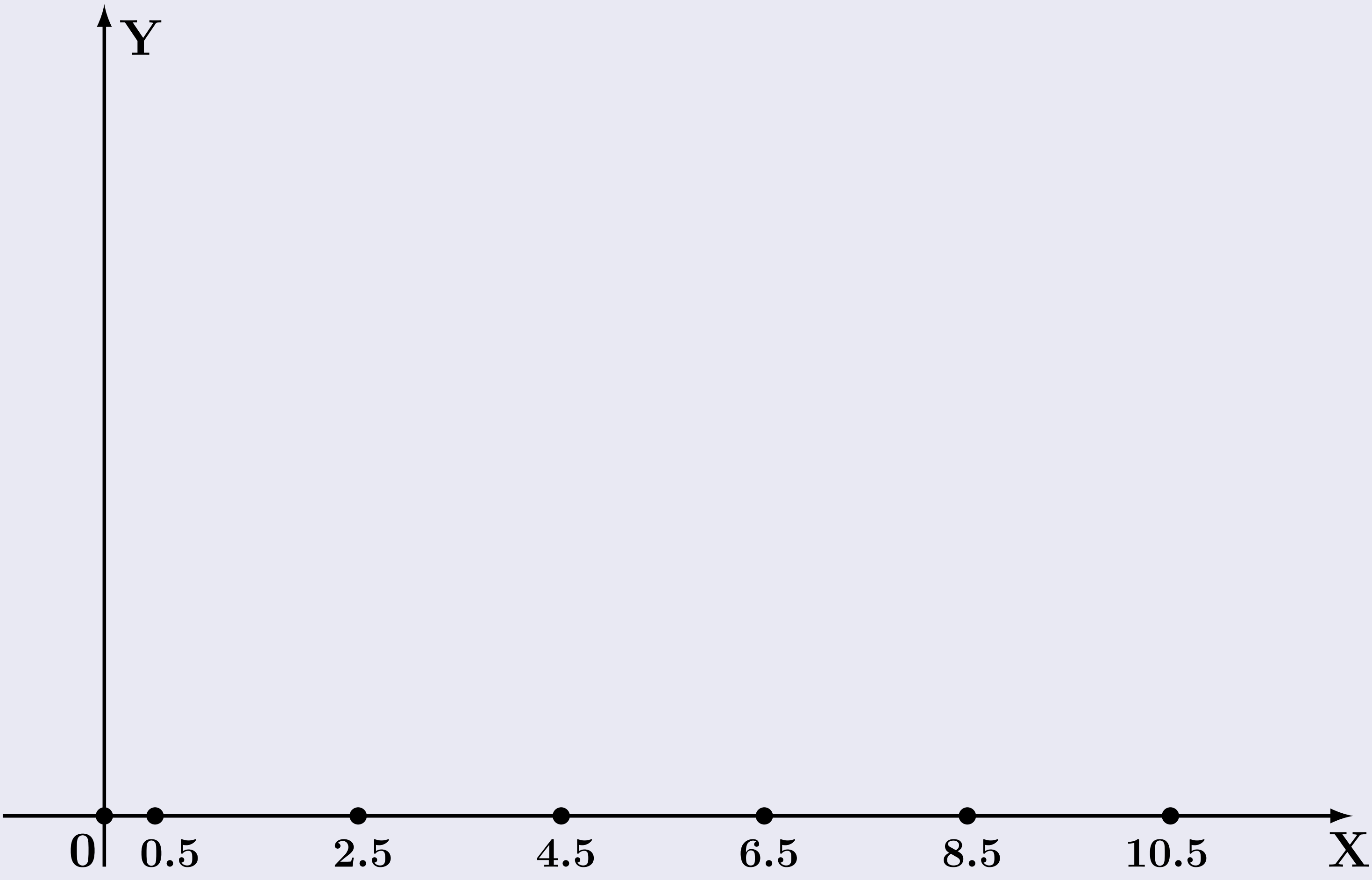


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 7 задача 2

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**1**	**4**	**6**	**9**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**2**	**3**	**3**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2+2+3+3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}}$ = введи ______ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}}$ = введи ______ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}}$ = введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 7 задача 3

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ .

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0 , p_1 , p_2 , p_3 , p_4 , p_5, p_6, p_7, p_8 .

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.50$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.50^k \cdot e^{-5.50}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.50^0 \cdot e^{-5.50}}{0!} = e^{-5.50} =$$

$$p_1 = \frac{5.50^1 \cdot e^{-5.50}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.50^2 \cdot e^{-5.50}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.50^3 \cdot e^{-5.50}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.50^4 \cdot e^{-5.50}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.50^5 \cdot e^{-5.50}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.50^6 \cdot e^{-5.50}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.50^7 \cdot e^{-5.50}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.50^8 \cdot e^{-5.50}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 7 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи	____	Клик	
формат 1.23, $p_5 =$ введи	____	Клик	

возврат ⟹

огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \qquad$$
$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = \qquad$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Вариант 7 задача 5

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \textit{при} \;\; x < a \\ \frac{1}{b-a} & \textit{при} \;\; a \le x \le b \\ 0 & \textit{при} \;\; x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.50 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 9.167\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b = 2\cdot 5.50 =$ и $(b-a)^2 = 12\cdot 9.167 =$,

$$b-a = \sqrt{\qquad} = \quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b+a & = \\ b-a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a = \quad - \quad =$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & 0 \;\; \text{при} \;\; x < \\ \frac{1}{\quad - \quad} = \frac{1}{\quad} = & \;\;\; \text{при} \quad \le x \le \\ & 0 \;\; \text{при} \;\; x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $b =$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 7 задача 6, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.700} = \quad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 =$, $k_{\min} = 15 - 1 =$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} =$, $k_{\min} =$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \ , \ ) =$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \ , \ ) =$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 7 задача 6, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 7 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 7 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \quad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 7 задача 7, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 7 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 7 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 7 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 106$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132 - 136|}{\sqrt{83/27 + 106/37}} = \quad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|\boldsymbol{Z}_{\text{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|\boldsymbol{Z}_{\text{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 7 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 7 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 7 задача 9, I

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \ \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6). Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.75}{\sqrt{10 \cdot 1.14 + 16 \cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 17 \cdot 26}{28}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$\boldsymbol{|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Вариант 7 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 7 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 7 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 7 задача 10

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.40$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$, *и объем выборки* $n = 27$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ☐ Клик ☐

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 7 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1-q) < \sigma < s \cdot (1+q) \;, \tag{$*$}$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \tag{1}$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 7 задача 20

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} = \quad .$ $D_{\text{выб}} = \quad .$ $s^2_{\text{выб}} = \quad .$

Задача 3. $p_3 = \quad .$ $p_5 = \quad .$

Задача 4. $a = \quad .$ $\sigma = \quad .$

Задача 5. $a = \quad .$ $b = \quad .$

Задача 6. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| = \quad .$
$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} = \quad .$ $T_{\text{двуст,кр}} = \quad .$

Задача 10. $\delta_{0.95} = \quad .$ $\delta_{0.99} = \quad .$

Задача 11. $q_{0.95} = \quad .$ $q_{0.99} = \quad .$

□

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 8

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 8 задача 1, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \qquad , \quad w_2 = \qquad , \quad w_3 = \qquad , \quad w_4 = \qquad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 4, 5, 7, 8$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\max}$).

варианты	**2**	**4**	**5**	**7**	**8**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 2, \\ \quad , & \text{если } 2 < x \le 4 \\ \quad , & \text{если } 4 < x \le 5 \\ \quad , & \text{если } 5 < x \le 7 \\ \quad , & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

Вариант 8 задача 1, II

Решение (продолжение)

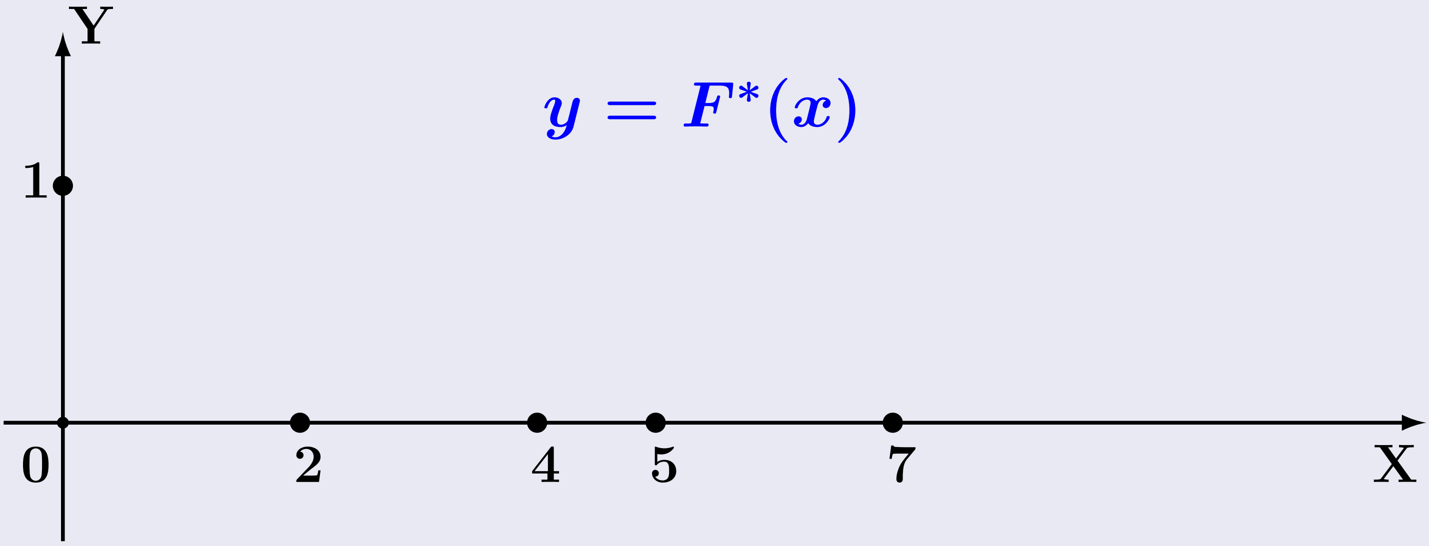


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2,\ \ ),\quad (4,\ \ ),\quad (5,\ \ ),\quad (7,\ \ ),$$

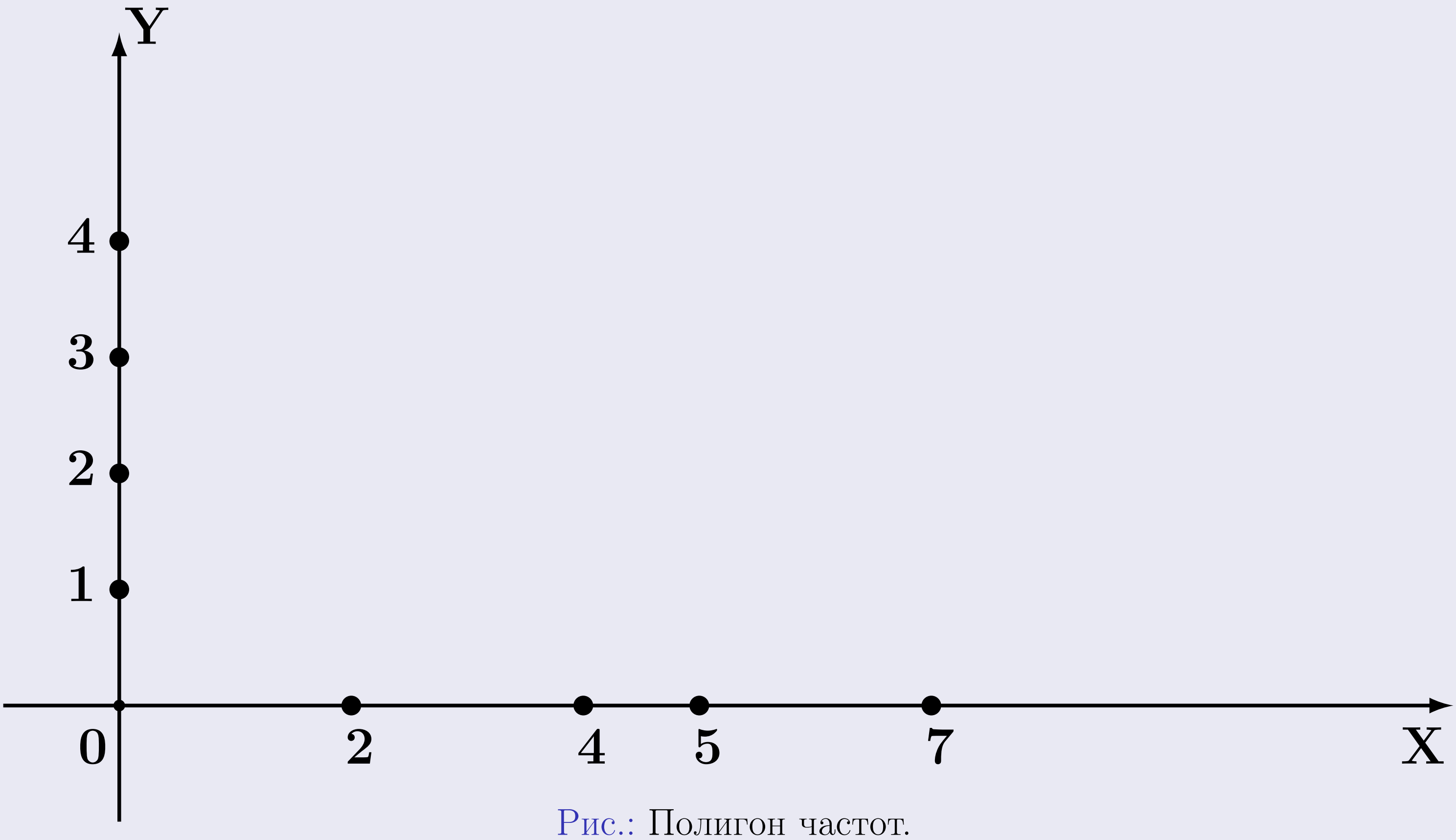


Рис.: Полигон частот.

Вариант 8 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

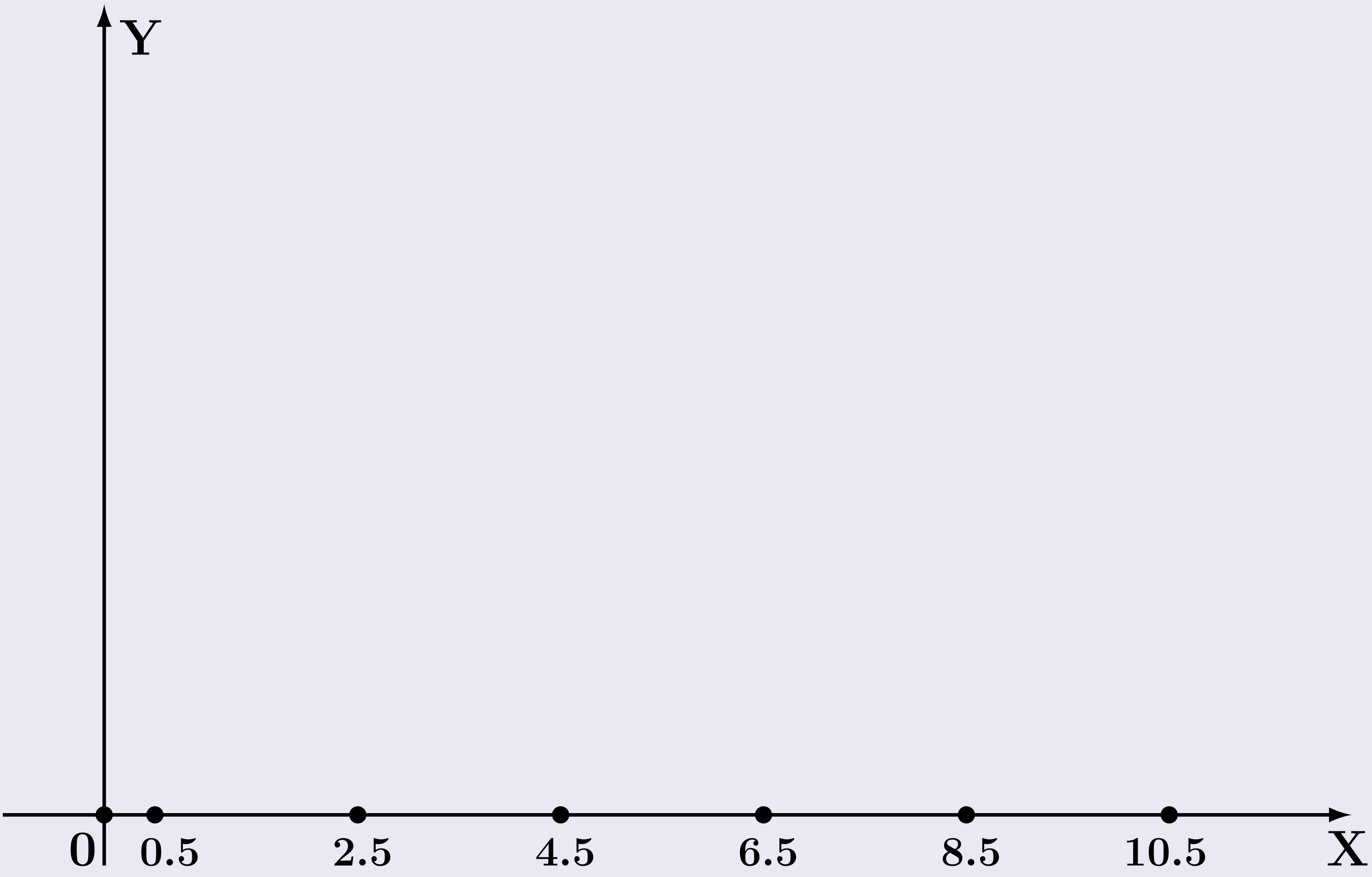


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 8 задача 2

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 1 + 4 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}}$ = введи ____ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}}$ = введи ____ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}}$ = введи ____ Клик

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 8 задача 3

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ *.*
Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*
Вычислить значения p_0 , p_1 , p_2 , p_3 , p_4 , p_5, p_6, p_7, p_8 .

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.40$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.
Окончательно, $p_k = \frac{4.40^k \cdot e^{-4.40}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.40^0 \cdot e^{-4.40}}{0!} = e^{-4.40} =$$

$$p_1 = \frac{4.40^1 \cdot e^{-4.40}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.40^2 \cdot e^{-4.40}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.40^3 \cdot e^{-4.40}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.40^4 \cdot e^{-4.40}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.40^5 \cdot e^{-4.40}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.40^6 \cdot e^{-4.40}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.40^7 \cdot e^{-4.40}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.40^8 \cdot e^{-4.40}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 8 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 8 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2*. Признак X распределен по нормальному закону*

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$\begin{aligned} a &= \overline{x}_{\text{выб}} = \\ \sigma &= \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = \end{aligned}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x- \quad)^2}{2\cdot \quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 8 задача 5

возврат ⟹ **огл** ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* *2*. *Признак* X *распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \textit{при} \;\; x < a \\ \frac{1}{b-a} & \textit{при} \;\; a \le x \le b \\ 0 & \textit{при} \;\; x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a *и* b. *Дать точечную оценку параметров* a *и* b *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.40 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 3.600\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 4.40 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 3.600 =$,

$$b - a = \sqrt{\qquad} = \qquad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a = \quad - \quad =$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & 0 \;\; \text{при} \;\; x < \\ \frac{1}{\quad - \quad} = \frac{1}{\quad} = & \;\;\; \text{при} \quad \le x \le \\ & 0 \;\; \text{при} \;\; x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик

возврат ⟹ **огл** ⟸

Вариант 8 задача 6, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 9$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.400$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ *, при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$ *.*

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.400} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 9 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \ , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \ , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 8 задача 6, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 8 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 8 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 8 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 13$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 13 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\quad,\quad) = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}\quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\quad,\quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}\quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 8 задача 7, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 8 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 8 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 25$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 135$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 80$, $\mathbb{D}(Y) = 100$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132-135|}{\sqrt{80/25 + 100/37}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|\boldsymbol{Z}_{\text{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|\boldsymbol{Z}_{\text{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 8 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 8 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 8 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 8 задача 9, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.20$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.20 - 30.75}{\sqrt{9\cdot 1.14 + 16\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{10\cdot 17\cdot 25}{27}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$|\boldsymbol{T}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{T}_{\text{двуст,кр}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **аеться**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 8 задача 9, II

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Выборочная проверка вариант 8 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи ______ **Клик**

Выборочная проверка вариант 8 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи ______ **Клик**

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 8 задача 10

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.40$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$, *и объем выборки* $n = 26$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{26}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < a < . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{26}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < \sigma < . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 16$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \; , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 16$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(16, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(16, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 8 задача 20

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05: \; F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **аeтся**.
$\alpha = 0.01: \; F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **аeтся**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05: \; F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **аeтся**
$\alpha = 0.01: \; F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **аeтся**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| =$.
$\alpha = 0.01: \; Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **аeтся**.
$\alpha = 0.05: \; Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **аeтся**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} =$. $T_{\text{двуст,кр}} =$.

Задача 10. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 11. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

$\Box$

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 9

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 9 задача 1, I

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**2**	**4**	**5**	**8**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**3**	**1**	**3**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \dfrac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \qquad , \quad w_2 = \qquad , \quad w_3 = \qquad , \quad w_4 = \qquad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 4, 5, 8, 9$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**2**	**4**	**5**	**8**	**9**
частоты $\boldsymbol{n(< x_i)}$	**0**				
относительные частоты $\boldsymbol{w(< x_i)}$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } \ x \leq 2, \\ \quad , & \text{если } \ 2 < x \leq 4 \\ \quad , & \text{если } \ 4 < x \leq 5 \\ \quad , & \text{если } \ 5 < x \leq 8 \\ \quad , & \text{если } \ x > 8 \end{cases}$$

Вариант 9 задача 1, II

Решение (продолжение)

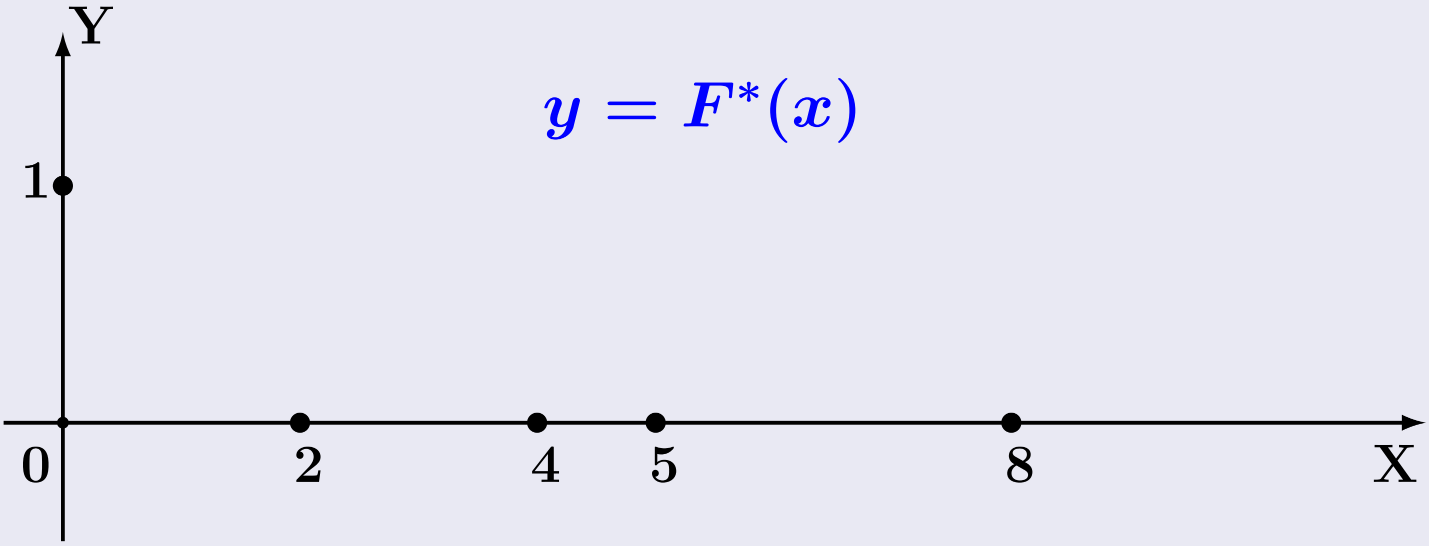


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2,\ \ ),\quad (4,\ \ ),\quad (5,\ \ ),\quad (8,\ \ ),$$

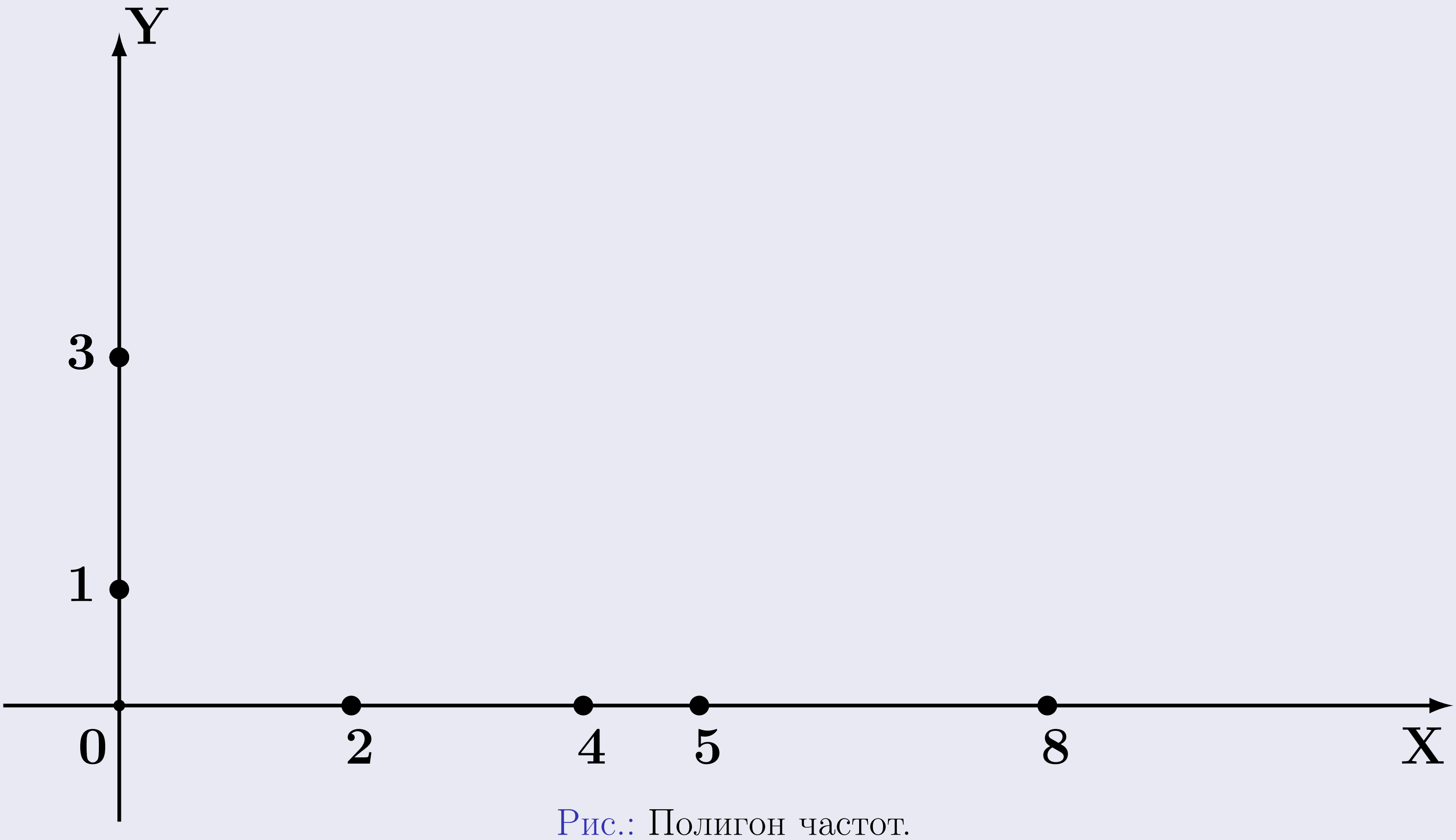


Рис.: Полигон частот.

Вариант 9 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

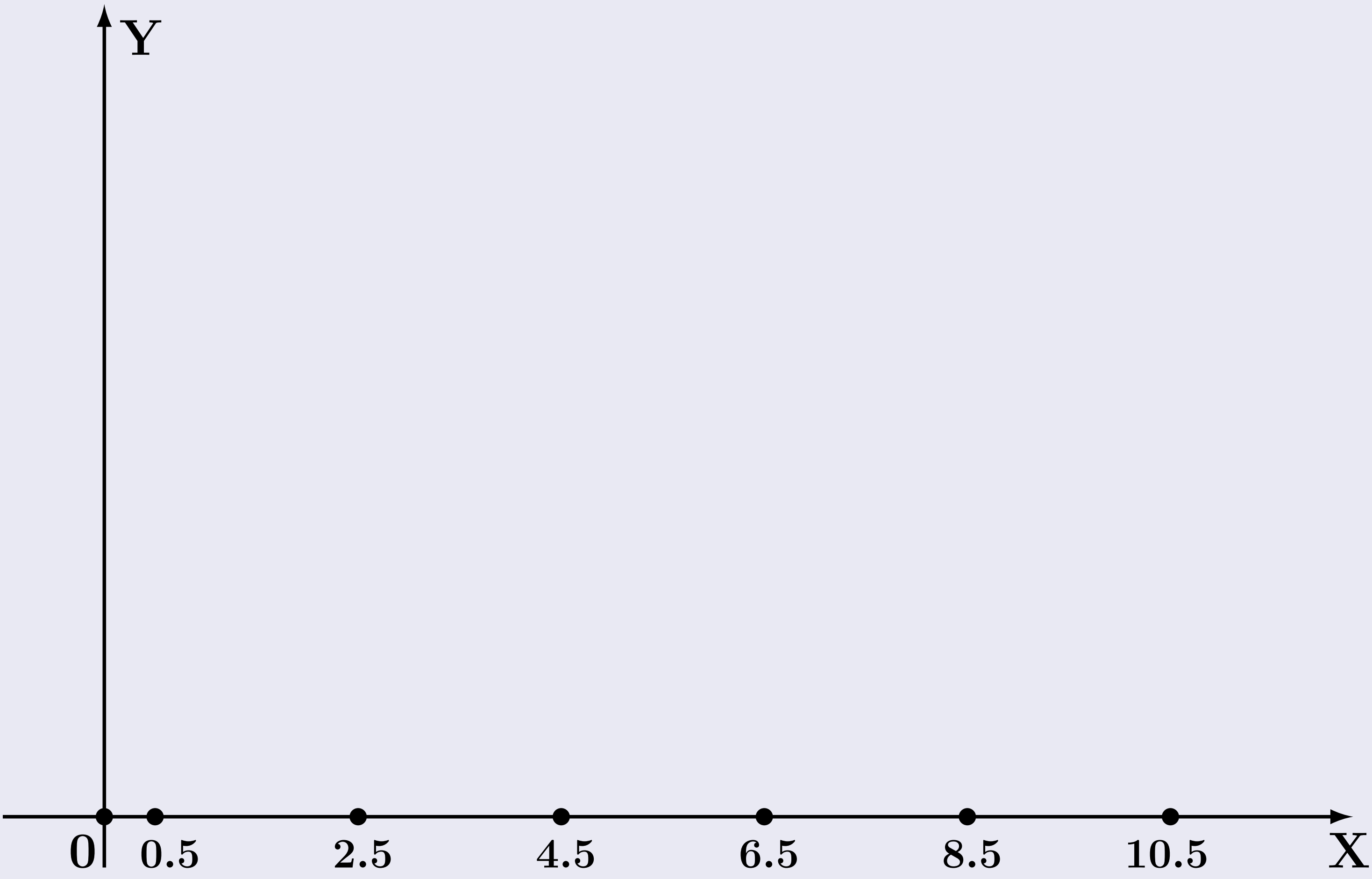


Рис.: Гистограмма.

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 9 задача 2

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 1 + 3 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad.$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 9 задача 3

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \dfrac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.90$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2. Окончательно, $p_k = \dfrac{4.90^k \cdot e^{-4.90}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.90^0 \cdot e^{-4.90}}{0!} = e^{-4.90} =$$

$$p_1 = \frac{4.90^1 \cdot e^{-4.90}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.90^2 \cdot e^{-4.90}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.90^3 \cdot e^{-4.90}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.90^4 \cdot e^{-4.90}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.90^5 \cdot e^{-4.90}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.90^6 \cdot e^{-4.90}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.90^7 \cdot e^{-4.90}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.90^8 \cdot e^{-4.90}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 9 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 9 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \qquad$$
$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = \qquad$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\qquad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x- \qquad)^2}{2\cdot \qquad}} .$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 9 задача 5

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \textit{при} \;\; x < a \\ \frac{1}{b-a} & \textit{при} \;\; a \le x \le b \\ 0 & \textit{при} \;\; x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.90 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 6.100\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 4.90 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 6.100 =$,

$$b - a = \sqrt{\qquad} = \qquad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a =$ $-$ $=$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & & 0 \;\; \text{при} \;\; x < \\ \frac{1}{\quad - \quad} = \frac{1}{\quad} = & & \text{при} \qquad \le x \le \\ & & 0 \;\; \text{при} \;\; x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 9 задача 6, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 9$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.400$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.400} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 9 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 16 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \ , \ ) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \ , \ ) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 9 задача 6, II

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 9 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 9 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 9 задача 7, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 13$ *и* $n_Y = 12$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 13 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 9 задача 7, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 9 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 9 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 9 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 25$ *и* $n_Y = 39$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 134$ *и* $\overline{y} = 135$*. Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 80$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$*, для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|134-135|}{\sqrt{80/25 + 103/39}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|}$ $\boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|}$ $\boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 9 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 9 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 9 задача 9, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 18$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.20$ *и* $\overline{y} = 30.95$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6). Степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 18 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.20 - 30.95}{\sqrt{9 \cdot 1.14 + 17 \cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 18 \cdot 26}{28}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 9 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 9 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 9 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.40$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$, *и объем выборки* $n = 26$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{26}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < a < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{26}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 16$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \;, \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 16$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(16, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(16, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 9 задача 20

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05:\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01:\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05:\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01:\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| =$.
$\alpha = 0.01:\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05:\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} =$. $T_{\text{двуст,кр}} =$.

Задача 10. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 11. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

□

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 10

возврат ⟹

огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$ **огл** $\Longleftarrow$

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \dfrac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \qquad , \quad w_2 = \qquad , \quad w_3 = \qquad , \quad w_4 = \qquad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 4, 6, 8, 9$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**2**	**4**	**6**	**8**	**9**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } \ x \le 2, \\ \quad , & \text{если } \ 2 < x \le 4 \\ \quad , & \text{если } \ 4 < x \le 6 \\ \quad , & \text{если } \ 6 < x \le 8 \\ \quad , & \text{если } \ x > 8 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

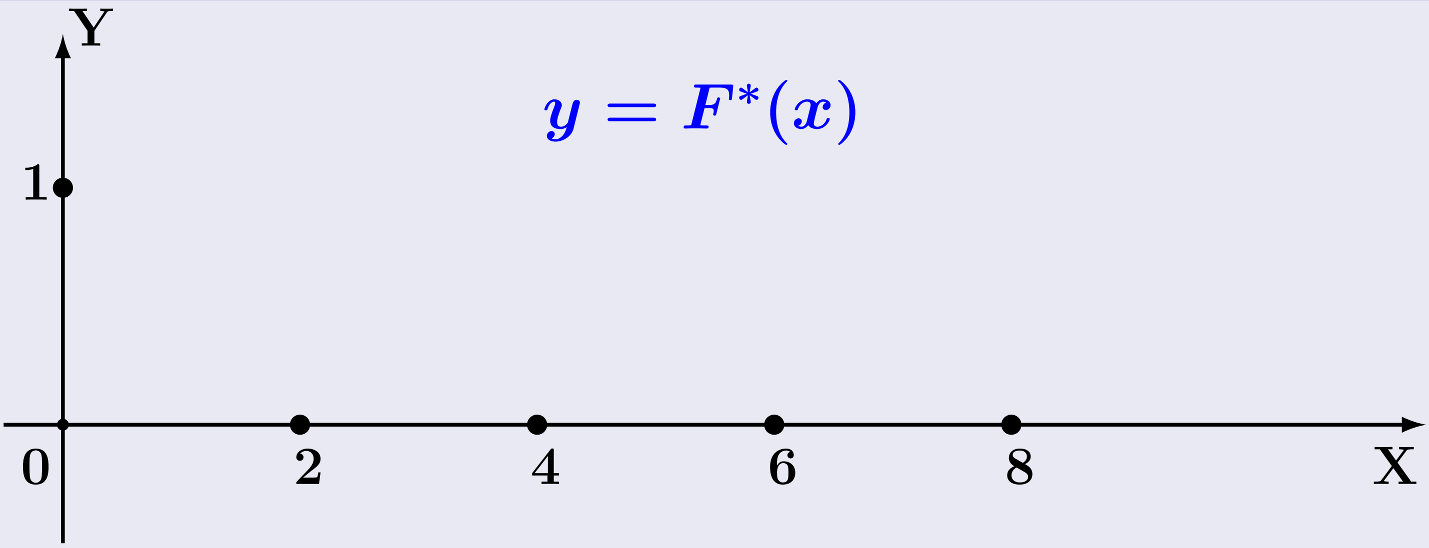


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \ ), \quad (4, \ ), \quad (6, \ ), \quad (8, \ ),$$

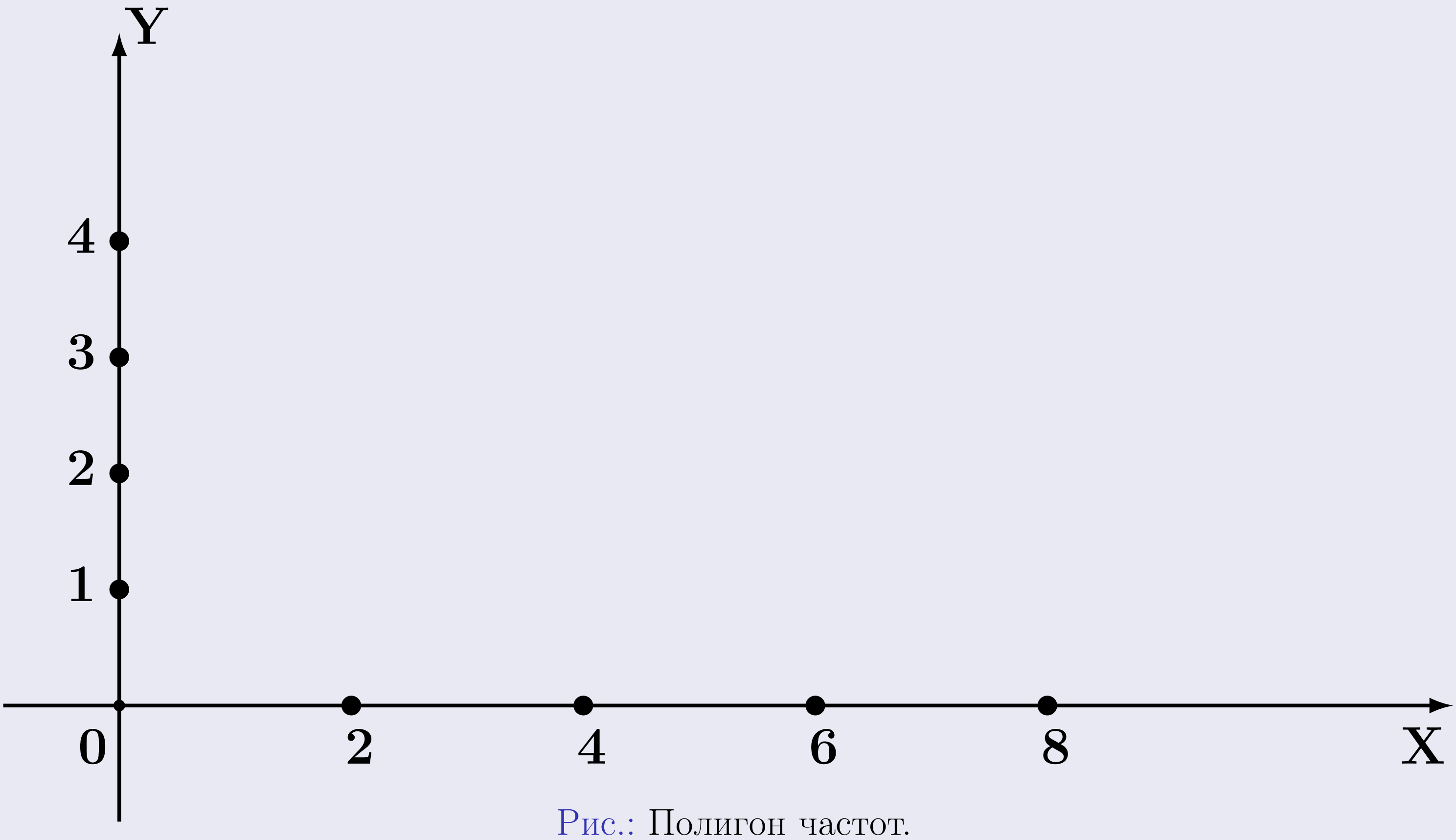


Рис.: Полигон частот.

Вариант 10 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

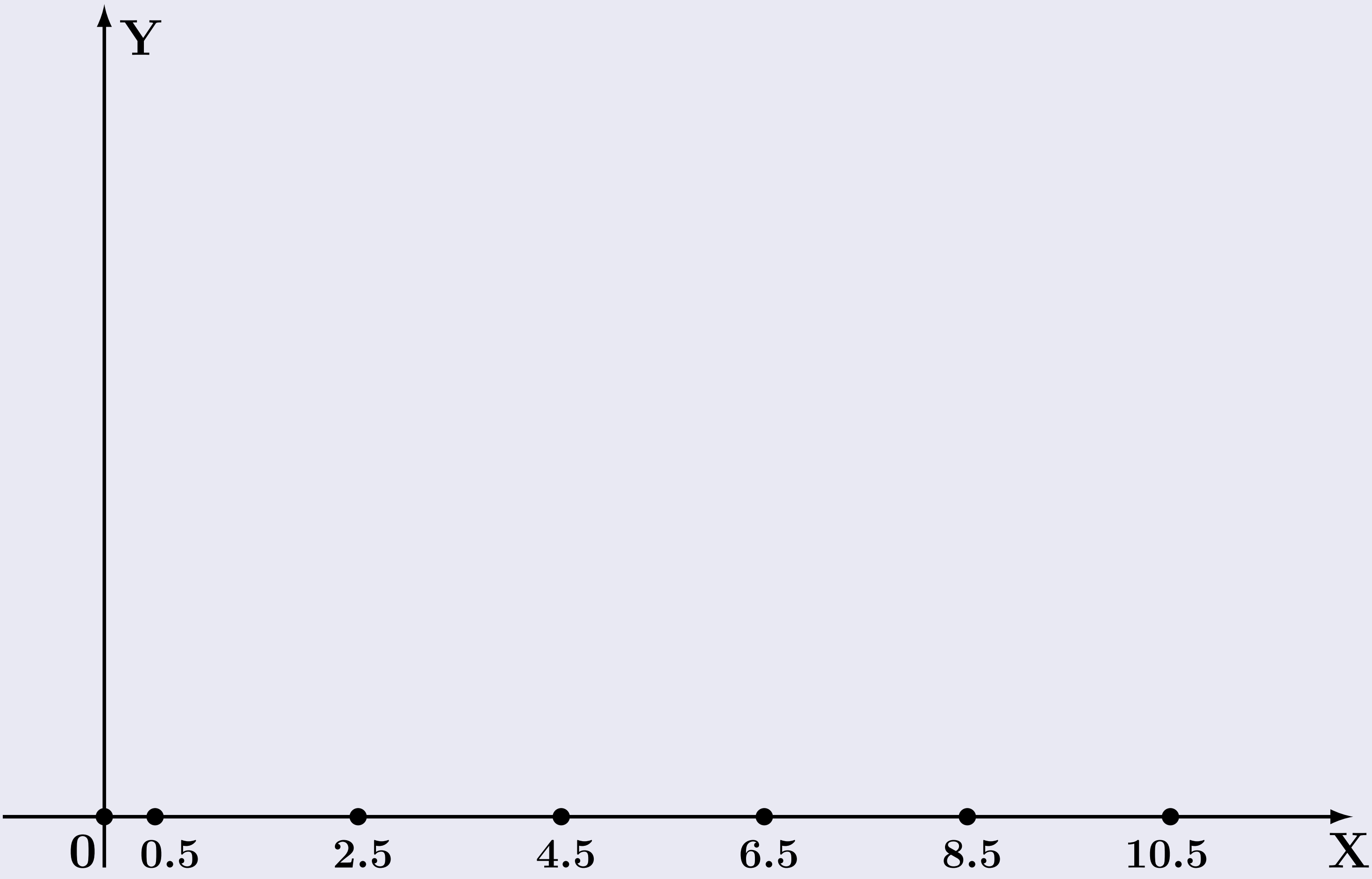


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 10 задача 2

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3+1+4+2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 10 задача 3

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ *.*

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0 , p_1 , p_2 , p_3 , p_4 , p_5, p_6, p_7, p_8 *.*

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.00$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.00^k \cdot e^{-5.00}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.00^0 \cdot e^{-5.00}}{0!} = e^{-5.00} =$$

$$p_1 = \frac{5.00^1 \cdot e^{-5.00}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.00^2 \cdot e^{-5.00}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.00^3 \cdot e^{-5.00}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.00^4 \cdot e^{-5.00}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.00^5 \cdot e^{-5.00}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.00^6 \cdot e^{-5.00}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.00^7 \cdot e^{-5.00}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.00^8 \cdot e^{-5.00}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 10 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи	____	Клик	
формат 1.23, $p_5 =$ введи	____	Клик	

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$\begin{aligned} a &= \overline{x}_{\text{выб}} = \\ \sigma &= \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \quad = \end{aligned}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x- \quad)^2}{2\cdot \quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $\sigma =$ введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a *и* b. *Дать точечную оценку параметров* a *и* b *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.00 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 5.556\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.00 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 5.556 =$,

$$b - a = \sqrt{} = \quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a = \\ b - a = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a = \quad - \quad =$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & 0 \ \text{при} \ x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = & \text{при} \quad \le x \le \\ & 0 \ \text{при} \ x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 10 задача 6, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 9$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.400$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.010}{0.400} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 9 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \;\; , \;\;) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \;\; , \;\;) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 10 задача 6, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 10 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 10 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 10 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 13$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.430$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 13 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 10 задача 7, II

Выборочная проверка вариант 10 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 10 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Вариант 10 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 25$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 80$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132 - 136|}{\sqrt{80/25 + 103/37}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|\boldsymbol{Z}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{Z}_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|\boldsymbol{Z}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{Z}_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 10 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 10 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 10 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 10 задача 9, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.20$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.44$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.00$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 :\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 :\ \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$ *, для уровня значимости* $\alpha = 0.05$ *.*

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.44}{1.00} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05;\ \ ,\ \ ) = \qquad$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.20 - 30.75}{\sqrt{9\cdot 1.44 + 16\cdot 1.00}} \cdot \sqrt{\frac{10\cdot 17\cdot 25}{27}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,\quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$|\boldsymbol{T}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{T}_{\text{двуст,кр}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 :\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 10 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 10 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** ____ **Клик**

Выборочная проверка вариант 10 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** ____ **Клик**

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.40$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$, *и объем выборки* $n = 26$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{26}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{26}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 10 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 16$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q)\ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 16$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(16, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad),\quad \text{или} \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(16, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad),\quad \text{или} \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 10 задача 20

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| =$.
$\alpha = 0.01$: $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05$: $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} =$. $T_{\text{двуст,кр}} =$.

Задача 10. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 11. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

☐

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 11

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 11 задача 1, I

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**2**	**4**	**6**	**9**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**3**	**1**	**3**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \dfrac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \qquad , \quad w_2 = \qquad , \quad w_3 = \qquad , \quad w_4 = \qquad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 4, 6, 9, 10$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\max}$).

варианты	**2**	**4**	**6**	**9**	**10**
частоты $\boldsymbol{n(< x_i)}$	**0**				
относительные частоты $\boldsymbol{w(< x_i)}$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } \; x \le 2, \\ \quad , & \text{если } \; 2 < x \le 4 \\ \quad , & \text{если } \; 4 < x \le 6 \\ \quad , & \text{если } \; 6 < x \le 9 \\ \quad , & \text{если } \; x > 9 \end{cases}$$

Вариант 11 задача 1, II

Решение (продолжение)

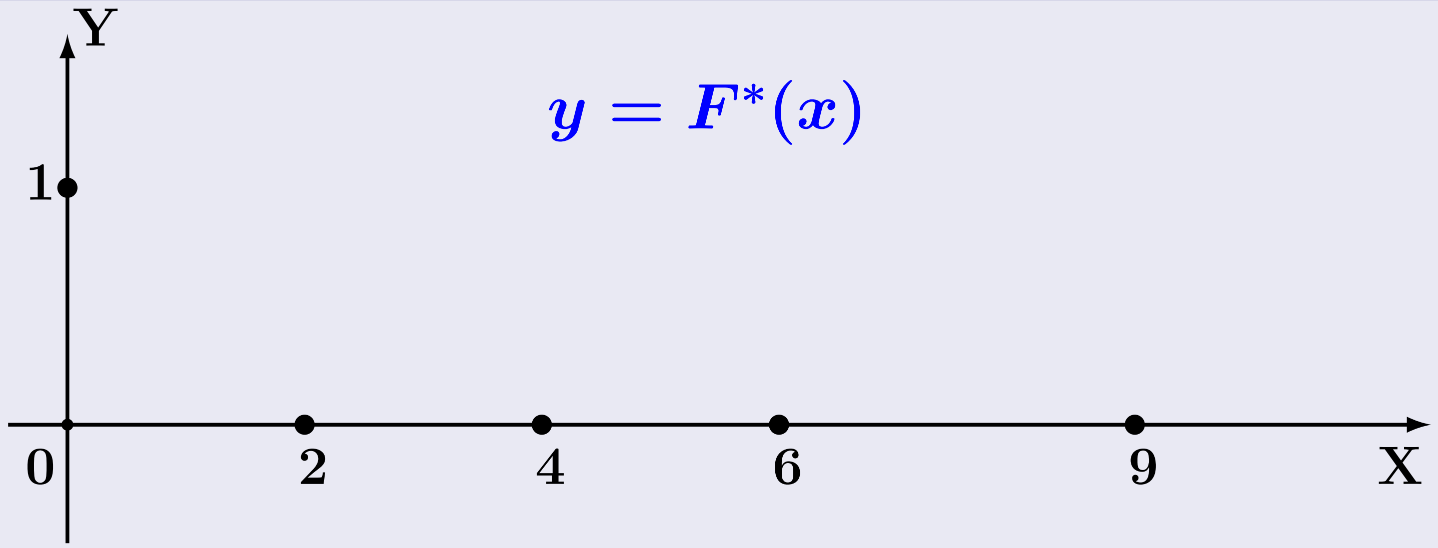


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2,\ \ ),\quad (4,\ \ ),\quad (6,\ \ ),\quad (9,\ \ ),$$

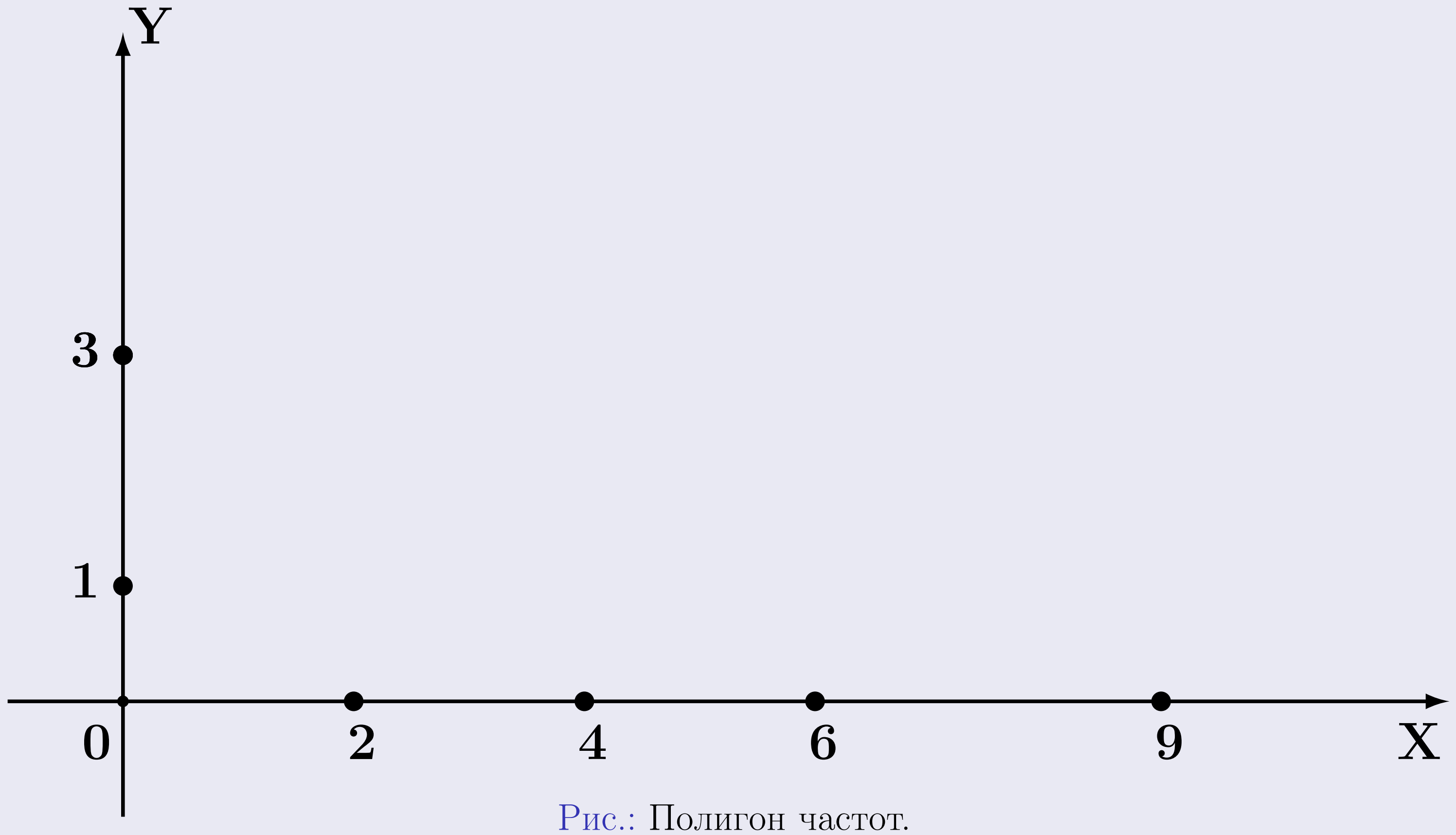


Рис.: Полигон частот.

Вариант 11 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \le x < 2.5$	$2.5 \le x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \le x < 6.5$	$6.5 \le x < 8.5$	$8.5 \le x < 10.5$	$x \ge 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

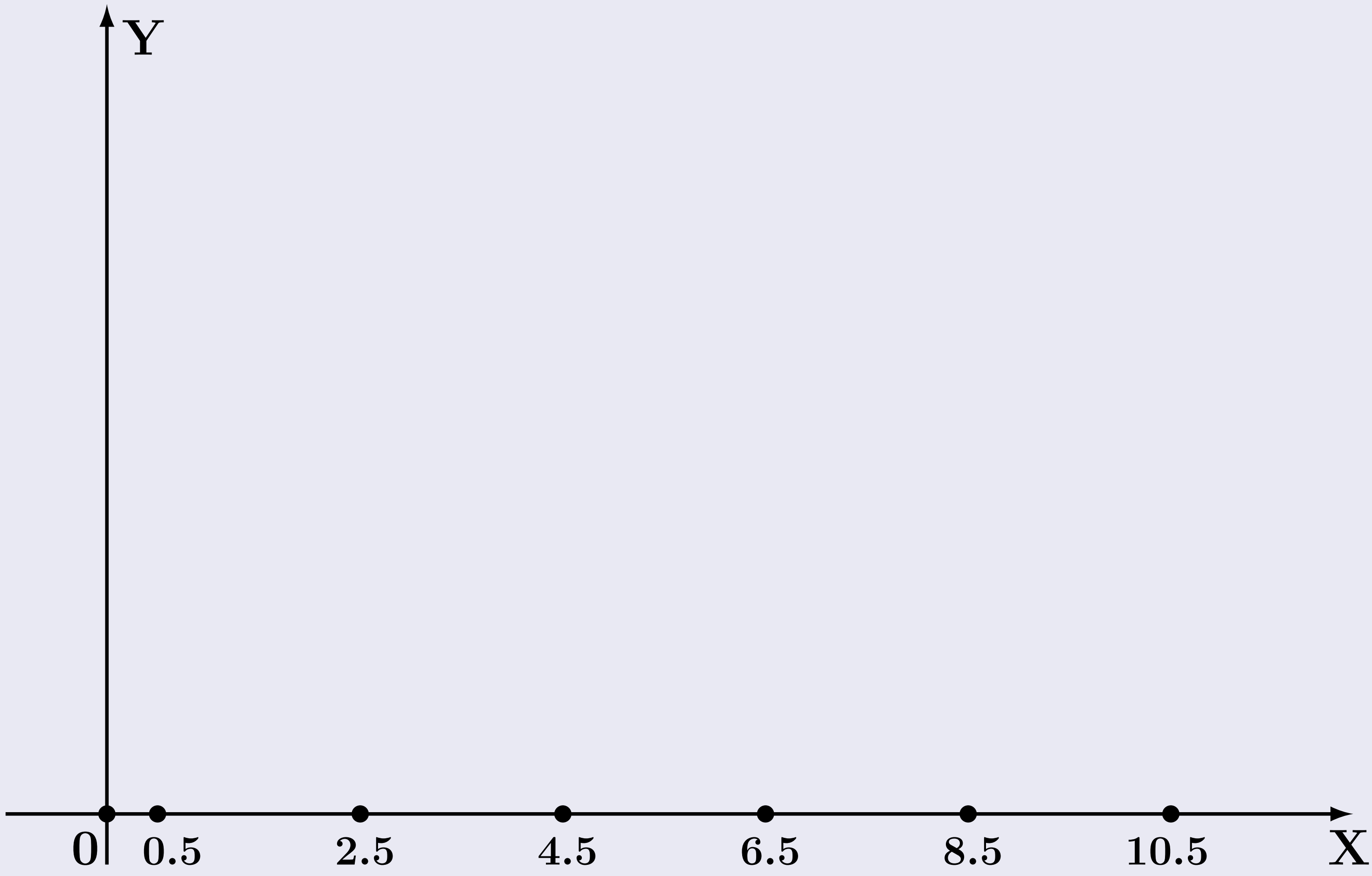


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	2	4	6	9
частоты n_i	3	1	3	3

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 1 + 3 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}}$ = введи ____ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}}$ = введи ____ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}}$ = введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 11 задача 3

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.50$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.50^k \cdot e^{-5.50}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.50^0 \cdot e^{-5.50}}{0!} = e^{-5.50} =$$

$$p_1 = \frac{5.50^1 \cdot e^{-5.50}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.50^2 \cdot e^{-5.50}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.50^3 \cdot e^{-5.50}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.50^4 \cdot e^{-5.50}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.50^5 \cdot e^{-5.50}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.50^6 \cdot e^{-5.50}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.50^7 \cdot e^{-5.50}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.50^8 \cdot e^{-5.50}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 11 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи	______	Клик	
формат 1.23, $p_5 =$ введи	______	Клик	

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Вариант 11 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак* X *распределен по нормальному закону*

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a *и* σ *.*
Дать точечную оценку параметров a *и* σ *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 9,

$$\begin{array}{rcccccc} a & = & \overline{x}_{\text{выб}} & = & & & \\ \sigma & = & \sqrt{s^2_{\text{выб}}} & = & & = & \end{array}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x<a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a\le x\le b \\ 0 & \text{при } x>b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2}=\overline{x}_{\text{выб}}=5.50 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12}=s^2_{\text{выб}}=8.500\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b=2\cdot 5.50=$ и $(b-a)^2=12\cdot 8.500=$,

$$b-a=\sqrt{}= \quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b+a & = \\ b-a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b=$, $b=$,
$a=\quad - \quad =$. Окончательно,

$$f(x)=\begin{cases} & & 0 \text{ при } x< \\ \frac{1}{-}=\frac{1}{}= & & \text{при } \le x\le \\ & & 0 \text{ при } x> \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 5

формат 1.23, $a=$ введи ____ Клик

формат 1.23, $b=$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 11 задача 6, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 9$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.400$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.010}{0.400} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 9 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 16 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \; , \;) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **аeтся** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \; , \;) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **аeтся** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 11 задача 6, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 11 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 11 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 11 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 13$ *и* $n_Y = 12$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.430$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 13 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F}_{\text{набл}} \quad \boldsymbol{F}_{\text{кр}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F}_{\text{набл}} \quad \boldsymbol{F}_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 11 задача 7, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 11 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 11 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 11 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 25$ *и* $n_Y = 39$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 134$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 80$, $\mathbb{D}(Y) = 106$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|134 - 136|}{\sqrt{80/25 + 106/39}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 11 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 11 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 11 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 11 задача 9, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 18$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.20$ *и* $\overline{y} = 30.95$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.44$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.00$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.44}{1.00} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 18 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.20 - 30.95}{\sqrt{9 \cdot 1.44 + 17 \cdot 1.00}} \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 18 \cdot 26}{28}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза
$H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 11 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 11 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ______ Клик

Выборочная проверка вариант 11 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 11 задача 10

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.40$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$, *и объем выборки* $n = 26$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \tag{$*$}$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{26}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < a < \qquad . \tag{1}$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{26}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 11 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 16$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q)\ , \tag{$*$}$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 16$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(16, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \tag{1}$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(16, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 11 задача 20

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} = \quad .$ $D_{\text{выб}} = \quad .$ $s^2_{\text{выб}} = \quad .$

Задача 3. $p_3 = \quad .$ $p_5 = \quad .$

Задача 4. $a = \quad .$ $\sigma = \quad .$

Задача 5. $a = \quad .$ $b = \quad .$

Задача 6. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| = \quad .$
$\alpha = 0.01: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} = \quad .$ $T_{\text{двуст,кр}} = \quad .$

Задача 10. $\delta_{0.95} = \quad .$ $\delta_{0.99} = \quad .$

Задача 11. $q_{0.95} = \quad .$ $q_{0.99} = \quad .$

$\square$

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 12

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ ogл ⟸

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \quad , \quad w_2 = \quad , \quad w_3 = \quad , \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 5, 6, 8, 9$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\max}$).

варианты	**2**	**5**	**6**	**8**	**9**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 2, \\ \,, & \text{если } 2 < x \le 5 \\ \,, & \text{если } 5 < x \le 6 \\ \,, & \text{если } 6 < x \le 8 \\ \,, & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

Вариант 12 задача 1, II

Решение (продолжение)

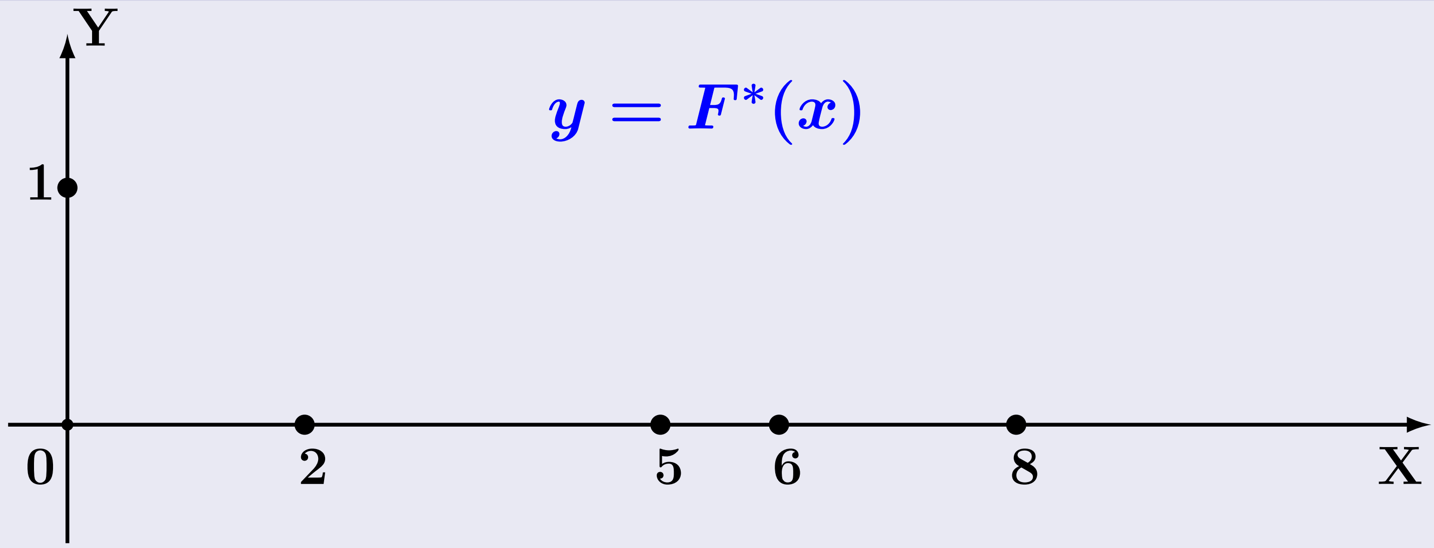


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \ ), \quad (5, \ ), \quad (6, \ ), \quad (8, \ ),$$

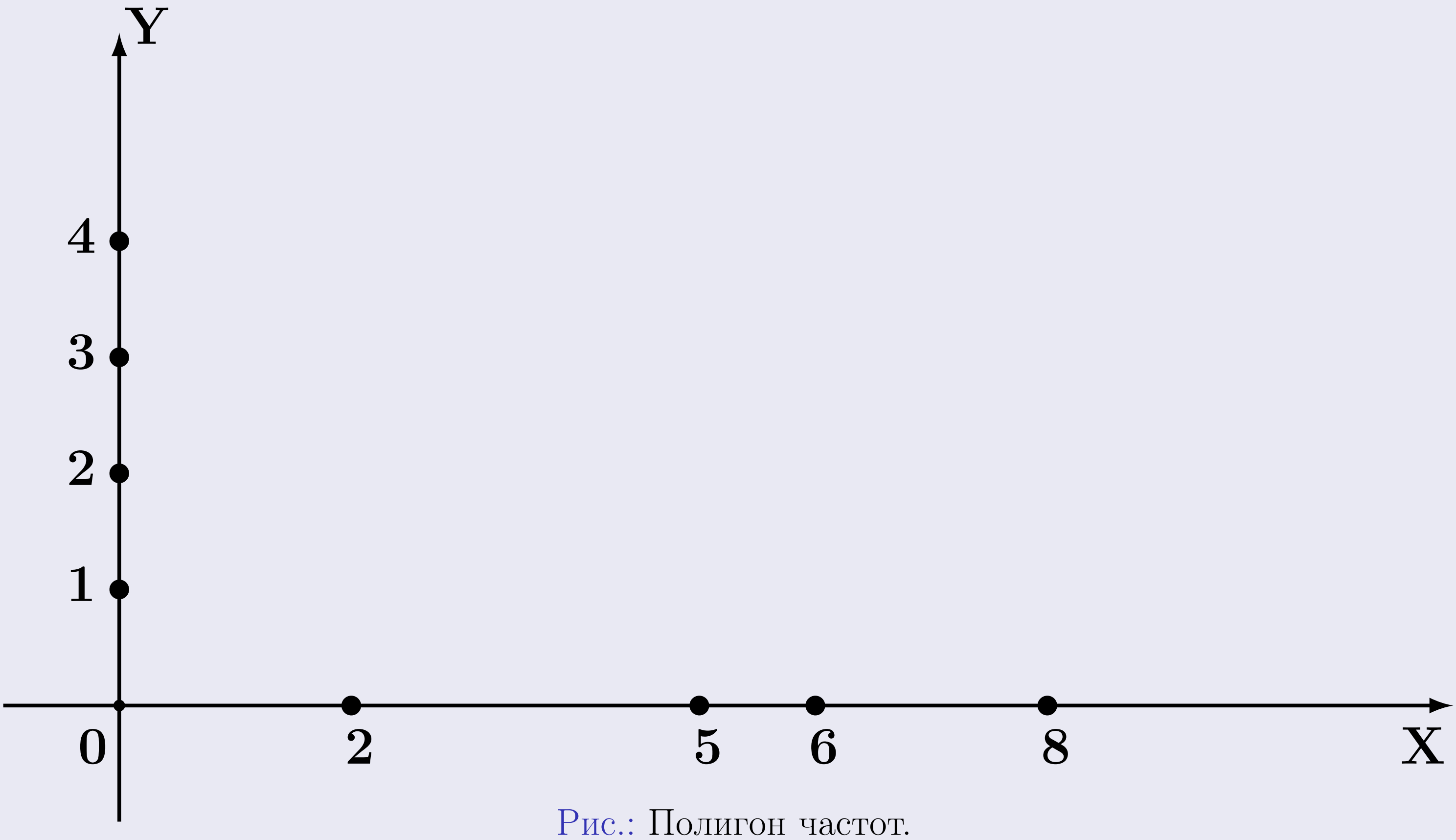


Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \le x < 2.5$	$2.5 \le x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \le x < 6.5$	$6.5 \le x < 8.5$	$8.5 \le x < 10.5$	$x \ge 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

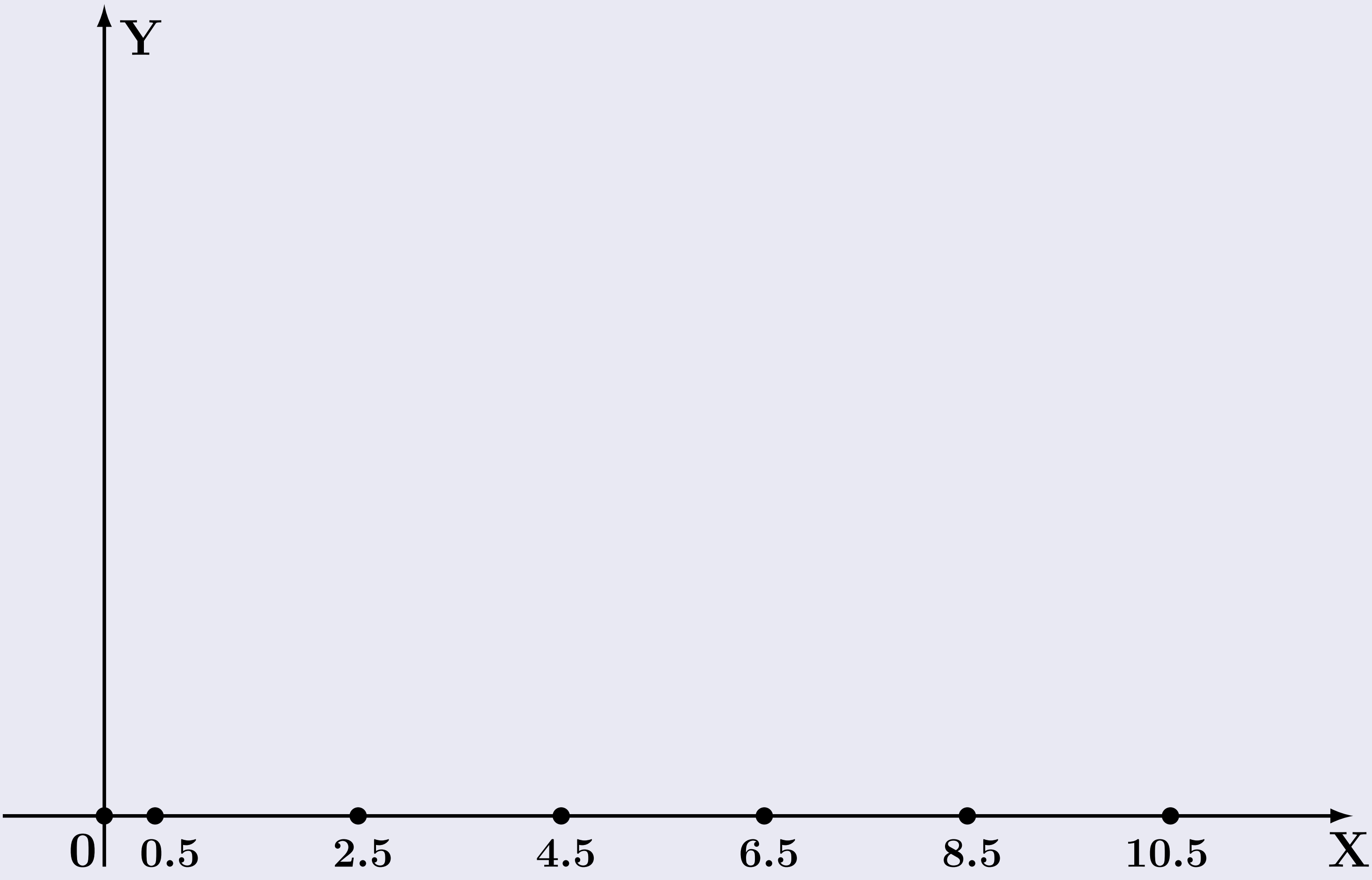


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 12 задача 2

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 2 + 4 + 1 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + x_3 n_3 + x_4 n_4}{n} = \qquad = \quad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2 n_1 + x_2^2 n_2 + x_3^2 n_3 + x_4^2 n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad = \quad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ☐ Клик ☐

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 12 задача 3

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.80$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.80^k \cdot e^{-4.80}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.80^0 \cdot e^{-4.80}}{0!} = e^{-4.80} =$$

$$p_1 = \frac{4.80^1 \cdot e^{-4.80}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.80^2 \cdot e^{-4.80}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.80^3 \cdot e^{-4.80}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.80^4 \cdot e^{-4.80}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.80^5 \cdot e^{-4.80}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.80^6 \cdot e^{-4.80}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.80^7 \cdot e^{-4.80}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.80^8 \cdot e^{-4.80}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 12 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи	______	Клик	
формат 1.23, $p_5 =$ введи	______	Клик	

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 12 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$\begin{aligned} a &= \overline{x}_{\text{выб}} &= \quad \\ \sigma &= \sqrt{s^2_{\text{выб}}} &= \quad\quad &= \end{aligned}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 12 задача 5

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 \ \textit{при} \ \ x < a \\ \frac{1}{b-a} \ \textit{при} \ \ a \le x \le b \\ 0 \ \textit{при} \ \ x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.80 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 4.400\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 4.80 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 4.400 =$,

$$b - a = \sqrt{\qquad} = \qquad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a = \quad - \quad =$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & & 0 \ \text{при} \ \ x < \\ \frac{1}{\quad - \quad} = \frac{1}{\quad} = & & \text{при} \qquad \le x \le \\ & & 0 \ \text{при} \ \ x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $b =$ введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 12 задача 6, I

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$*, при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.700} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\ \ ,\ \ ) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\ \ ,\ \ ) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 12 задача 6, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 12 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 12 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 12 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 12 задача 7, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 12 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 12 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 12 задача 8, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 135$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 100$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132-135|}{\sqrt{83/27 + 100/37}} = \quad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 12 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 12 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 12 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 12 задача 9, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$ *, для уровня значимости* $\alpha = 0.05$ *.*

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.75}{\sqrt{10 \cdot 1.14 + 16 \cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 17 \cdot 26}{28}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$\boldsymbol{|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **аетса** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 12 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 12 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ **Клик**

Выборочная проверка вариант 12 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ **Клик**

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.70$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$, *и объем выборки* $n = 27$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.70}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.70}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ☐ Клик ☐

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 12 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.70$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1-q) < \sigma < s \cdot (1+q)\ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 12 задача 20

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} = \quad .$ $D_{\text{выб}} = \quad .$ $s^2_{\text{выб}} = \quad .$

Задача 3. $p_3 = \quad .$ $p_5 = \quad .$

Задача 4. $a = \quad .$ $\sigma = \quad .$

Задача 5. $a = \quad .$ $b = \quad .$

Задача 6. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05:\ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **аается**.
$\alpha = 0.01:\ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05:\ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01:\ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| = \quad .$
$\alpha = 0.01:\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05:\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} = \quad .$ $T_{\text{двуст,кр}} = \quad .$

Задача 10. $\delta_{0.95} = \quad .$ $\delta_{0.99} = \quad .$

Задача 11. $q_{0.95} = \quad .$ $q_{0.99} = \quad .$

☐

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 13

возврат ⟹

огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**2**	**5**	**6**	**9**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**3**	**2**	**3**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \quad , \quad w_2 = \quad , \quad w_3 = \quad , \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 5, 6, 9, 10$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**2**	**5**	**6**	**9**	**10**
частоты $\boldsymbol{n(< x_i)}$	**0**				
относительные частоты $\boldsymbol{w(< x_i)}$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } \ x \le 2, \\ \quad , & \text{если } \ 2 < x \le 5 \\ \quad , & \text{если } \ 5 < x \le 6 \\ \quad , & \text{если } \ 6 < x \le 9 \\ \quad , & \text{если } \ x > 9 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

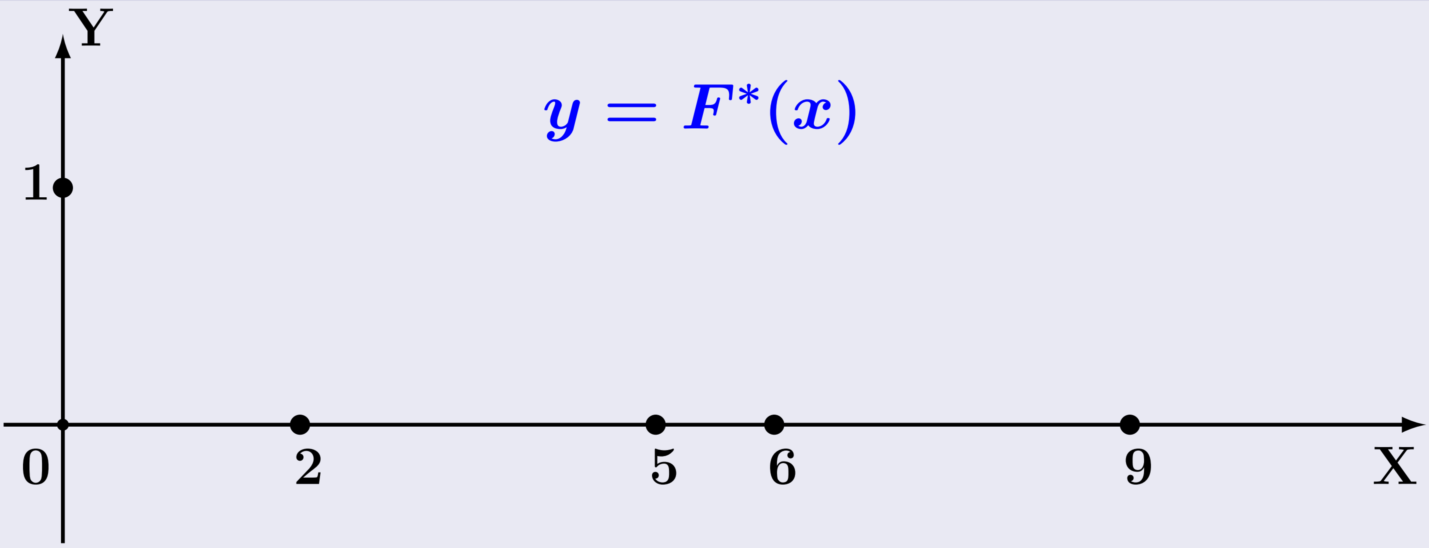


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2,\quad),\quad (5,\quad),\quad (6,\quad),\quad (9,\quad),$$

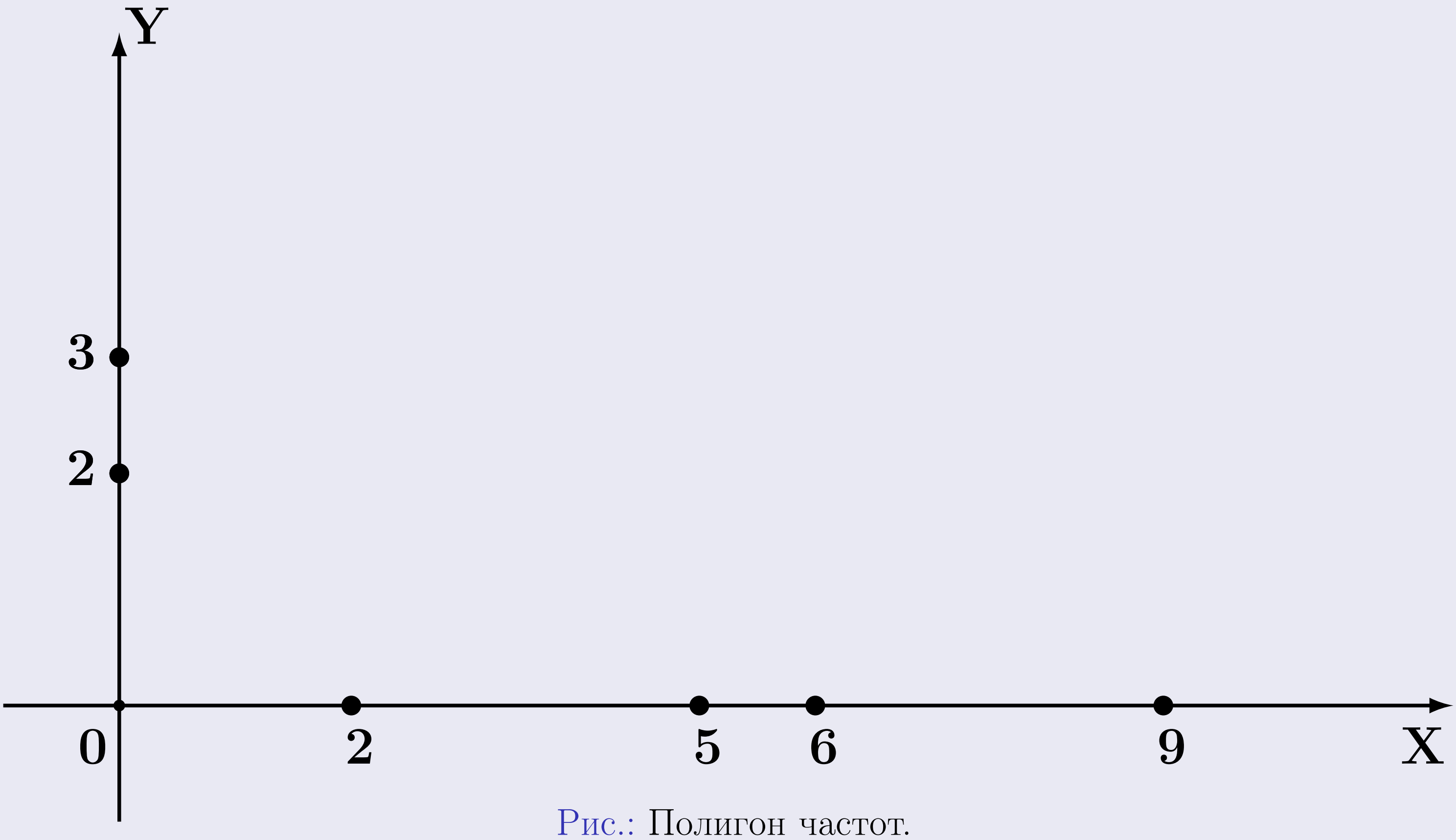


Рис.: Полигон частот.

Вариант 13 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

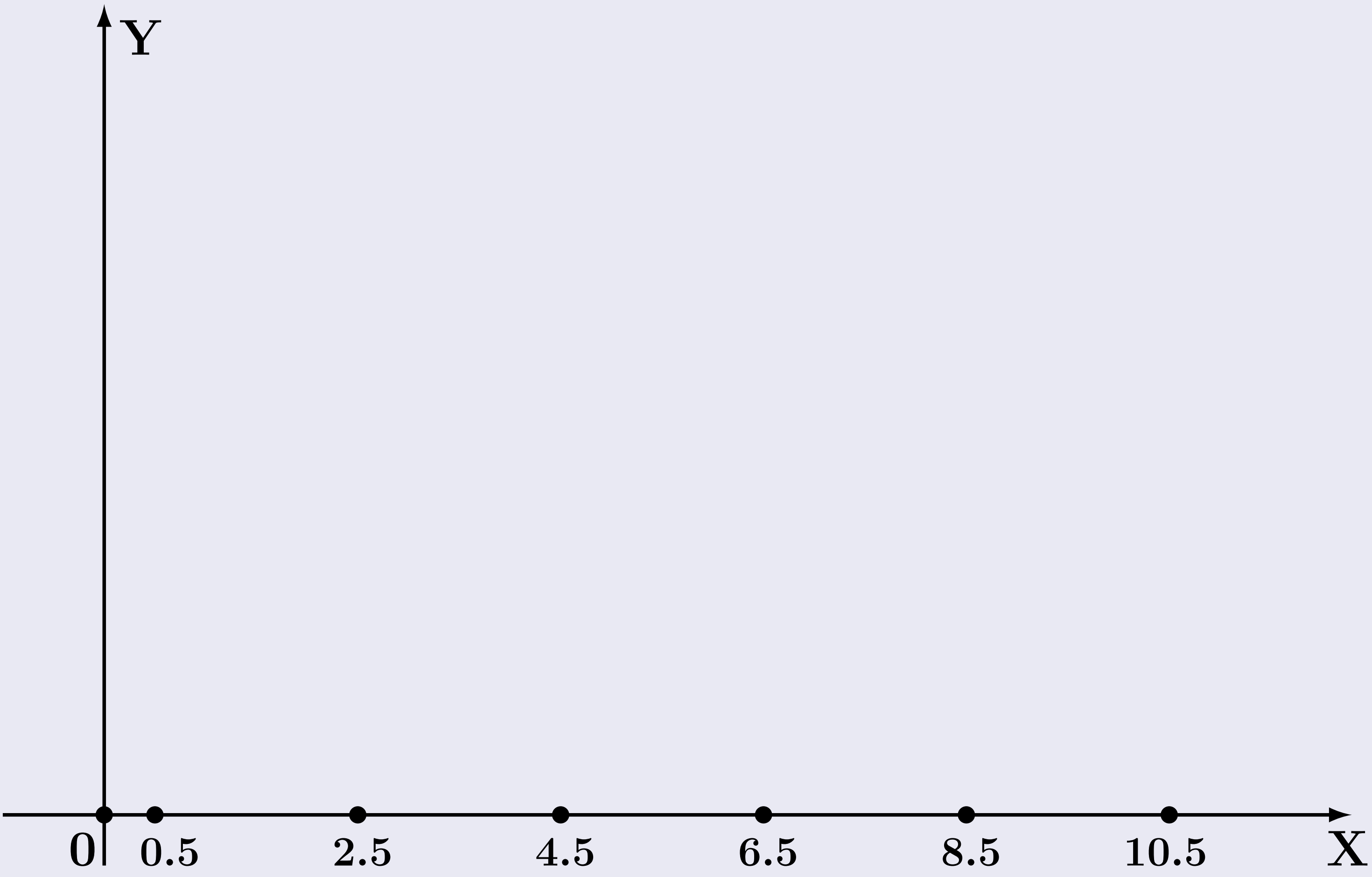


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 13 задача 2

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 2 + 3 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \quad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \quad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ☐ Клик ☐

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.20$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.20^k \cdot e^{-5.20}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.20^0 \cdot e^{-5.20}}{0!} = e^{-5.20} =$$

$$p_1 = \frac{5.20^1 \cdot e^{-5.20}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.20^2 \cdot e^{-5.20}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.20^3 \cdot e^{-5.20}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.20^4 \cdot e^{-5.20}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.20^5 \cdot e^{-5.20}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.20^6 \cdot e^{-5.20}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.20^7 \cdot e^{-5.20}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.20^8 \cdot e^{-5.20}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 13 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 13 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$\begin{aligned} a &= \overline{x}_{\text{выб}} &= \quad \\ \sigma &= \sqrt{s^2_{\text{выб}}} &= \qquad = \end{aligned}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x- \quad)^2}{2\cdot \qquad}} .$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 13 задача 5

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2*. Признак* X *распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \;\; x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при} \;\; a \le x \le b \\ 0 & \text{при} \;\; x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a *и* b*. Дать точечную оценку параметров* a *и* b *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.20 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 6.844\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.20 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 6.844 =$,

$$b - a = \sqrt{\qquad} = \qquad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a = \qquad - \qquad =$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & & 0 \;\; \text{при} \;\; x < \\ \frac{1}{\quad - \quad} = \frac{1}{\quad} = & & \text{при} \qquad \le x \le \\ & & 0 \;\; \text{при} \;\; x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 13 задача 6, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$*, при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$ *.*

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.700} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 16 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\ ,\ ) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\ ,\ ) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 13 задача 6, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 13 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** ____ Клик

Выборочная проверка вариант 13 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 13 задача 7, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 12$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \quad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 13 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 13 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 13 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 39$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 134$ *и* $\overline{y} = 135$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|134 - 135|}{\sqrt{83/27 + 103/39}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|} \quad \boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|} \quad \boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 13 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 13 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 13 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 13 задача 9, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 18$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.95$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$ *, для уровня значимости* $\alpha = 0.05$ *.*

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 18 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.95}{\sqrt{10 \cdot 1.14 + 17 \cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 18 \cdot 27}{29}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$\boldsymbol{|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 13 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 13 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 13 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 13 задача 10

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.70$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$, *и объем выборки* $n = 27$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \tag{$*$}$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.70}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < a < \qquad . \tag{1}$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.70}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.70$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 13 задача 20

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} = \quad .$ $D_{\text{выб}} = \quad .$ $s^2_{\text{выб}} = \quad .$

Задача 3. $p_3 = \quad .$ $p_5 = \quad .$

Задача 4. $a = \quad .$ $\sigma = \quad .$

Задача 5. $a = \quad .$ $b = \quad .$

Задача 6. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| = \quad .$
$\alpha = 0.01: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} = \quad .$ $T_{\text{двуст,кр}} = \quad .$

Задача 10. $\delta_{0.95} = \quad .$ $\delta_{0.99} = \quad .$

Задача 11. $q_{0.95} = \quad .$ $q_{0.99} = \quad .$

$\square$

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 14

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 14 задача 1, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \dfrac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5 .

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \qquad , \quad w_2 = \qquad , \quad w_3 = \qquad , \quad w_4 = \qquad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 5, 7, 9, 10$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\max}$).

варианты	**2**	**5**	**7**	**9**	**10**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } \; x \le 2, \\ \quad , & \text{если } \; 2 < x \le 5 \\ \quad , & \text{если } \; 5 < x \le 7 \\ \quad , & \text{если } \; 7 < x \le 9 \\ \quad , & \text{если } \; x > 9 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

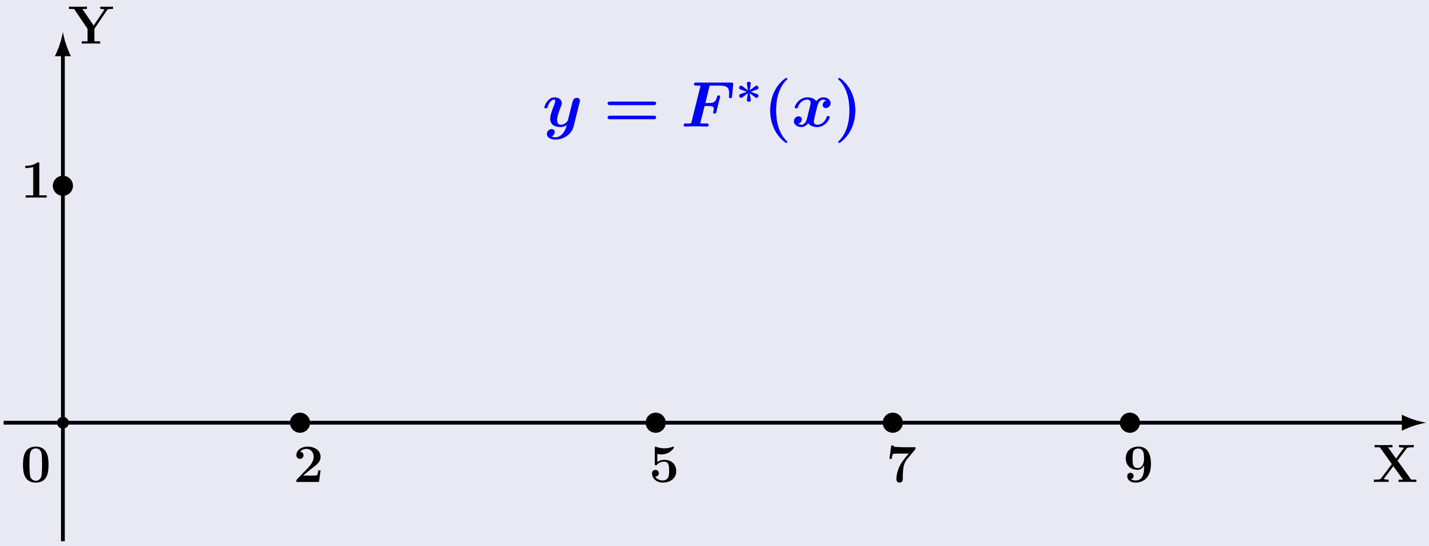


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2,\ \ ),\quad (5,\ \ ),\quad (7,\ \ ),\quad (9,\ \ ),$$

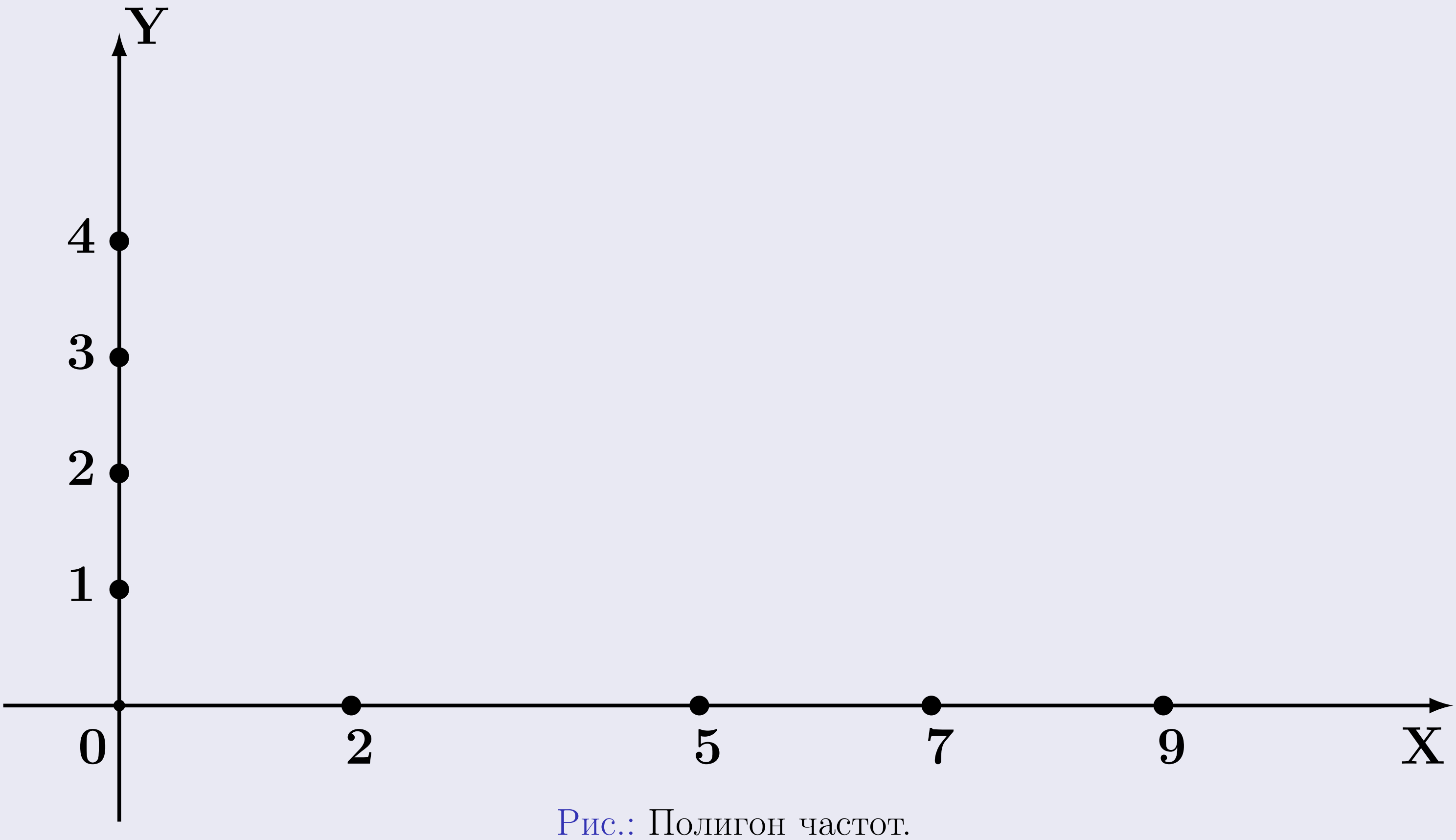


Рис.: Полигон частот.

Вариант 14 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

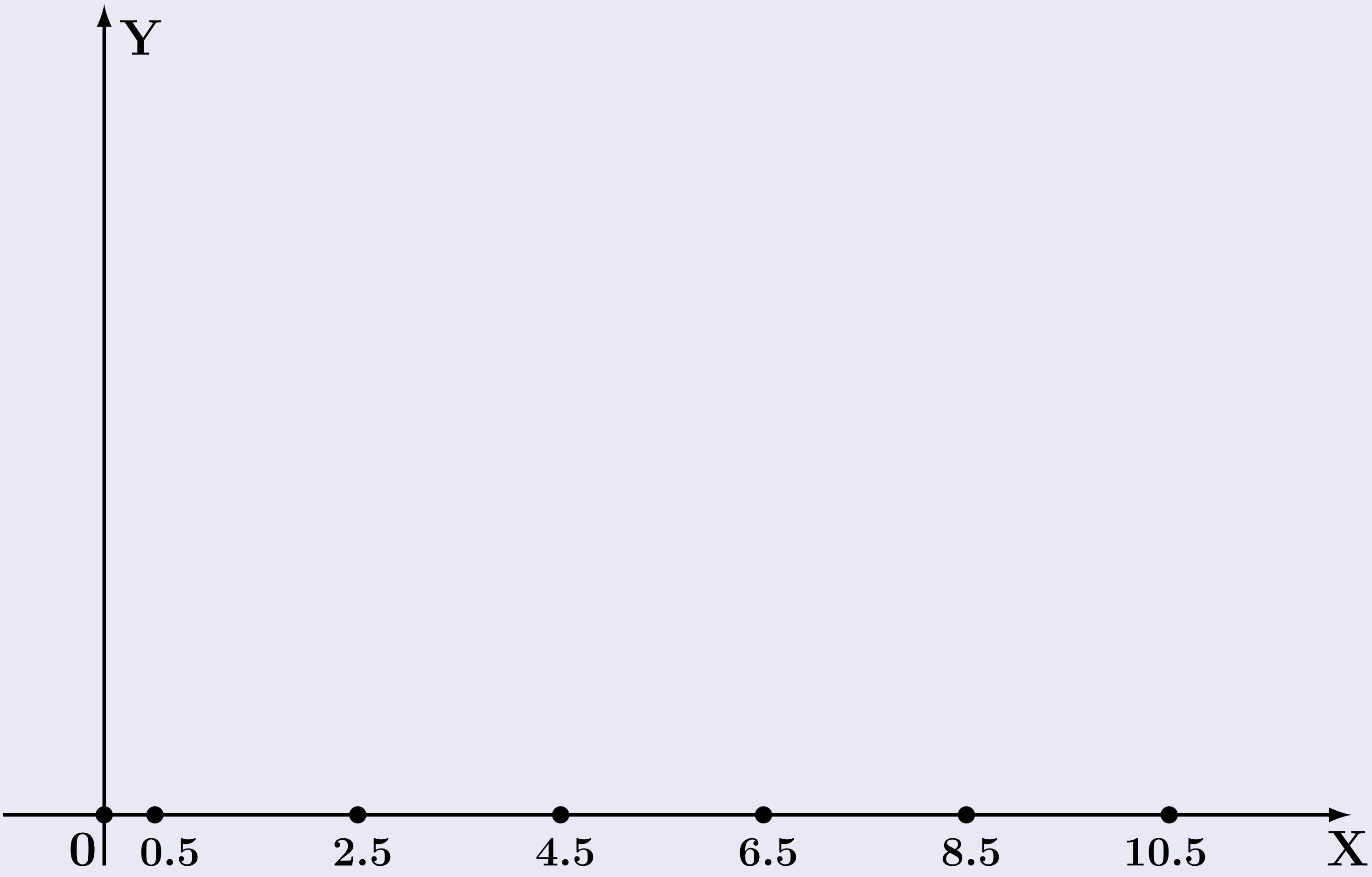


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 14 задача 2

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 2 + 4 + 1 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \quad;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \quad;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.
Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.
Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.30$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.
Окончательно, $p_k = \frac{5.30^k \cdot e^{-5.30}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.30^0 \cdot e^{-5.30}}{0!} = e^{-5.30} =$$

$$p_1 = \frac{5.30^1 \cdot e^{-5.30}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.30^2 \cdot e^{-5.30}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.30^3 \cdot e^{-5.30}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.30^4 \cdot e^{-5.30}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.30^5 \cdot e^{-5.30}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.30^6 \cdot e^{-5.30}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.30^7 \cdot e^{-5.30}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.30^8 \cdot e^{-5.30}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 14 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ______ Клик
формат 1.23, $p_5 =$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 14 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по нормальному закону*

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a *и* σ *.*
Дать точечную оценку параметров a *и* σ *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 9,

$$\begin{aligned} a &= \overline{x}_{\text{выб}} = \\ \sigma &= \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = \end{aligned}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x- \quad)^2}{2\cdot \quad}} \ .$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 14 задача 5

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x)=\begin{cases} 0 \ \text{\it при}\ \ x<a \\ \frac{1}{b-a}\ \text{\it при}\ \ a\le x\le b \\ 0 \ \text{\it при}\ \ x>b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a *и* b. *Дать точечную оценку параметров* a *и* b *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2}=\overline{x}_{\text{выб}}=5.30 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12}=s^2_{\text{выб}}=6.456\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b=2\cdot 5.30=$ и $(b-a)^2=12\cdot 6.456=$,

$$b-a=\sqrt{}= \quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b+a & = \\ b-a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b=$, $b=$,
$a=$ $-$ $=$. Окончательно,

$$f(x)=\begin{cases} & 0\ \text{при}\ \ x< \\ \frac{1}{-}=\frac{1}{}= & \text{при}\ \ \le x\le \\ & 0\ \text{при}\ \ x> \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 5

формат 1.23, $a=$ введи ____ Клик

формат 1.23, $b=$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 14 задача 6, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.010}{0.700} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \ , \ ) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \ , \ ) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 14 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 14 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 14 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.430$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 14 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ **Клик**

Выборочная проверка вариант 14 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ **Клик**

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132-136|}{\sqrt{83/27 + 103/37}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 14 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 14 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 14 задача 9, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.44$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.00$. *Проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.44}{1.00} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6). Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.75}{\sqrt{10 \cdot 1.44 + 16 \cdot 1.00}} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 17 \cdot 26}{28}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.

Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:

$|\boldsymbol{T}_{\textbf{набл}}| \quad \boldsymbol{T}_{\textbf{двуст,кр}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 14 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 14 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 14 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 14 задача 10

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.70$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$, *и объем выборки* $n = 27$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 находим $t = \qquad$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.70}{\sqrt{27}} = \qquad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < a < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 находим $t = \qquad$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.70}{\sqrt{27}} = \qquad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 14 задача 11

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.70$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q)\ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) =$ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) =$ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 14 задача 20

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| =$.
$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} =$. $T_{\text{двуст,кр}} =$.

Задача 10. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 11. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

□

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 15

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**10**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \quad , \quad w_2 = \quad , \quad w_3 = \quad , \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 5, 7, 10, 11$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**2**	**5**	**7**	**10**	**11**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 2, \\ \;\;, & \text{если } 2 < x \le 5 \\ \;\;, & \text{если } 5 < x \le 7 \\ \;\;, & \text{если } 7 < x \le 10 \\ \;\;, & \text{если } x > 10 \end{cases}$$

Вариант 15 задача 1, II

Решение (продолжение)

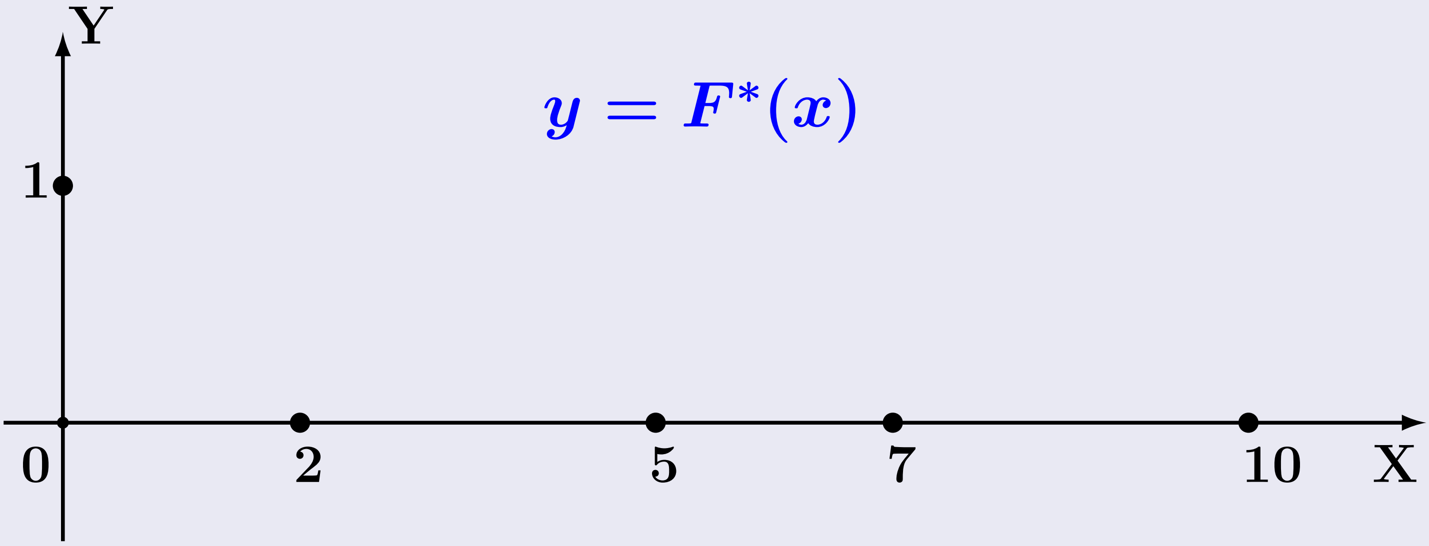


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2,\ \ ),\quad (5,\ \ ),\quad (7,\ \ ),\quad (10,\ \ ),$$

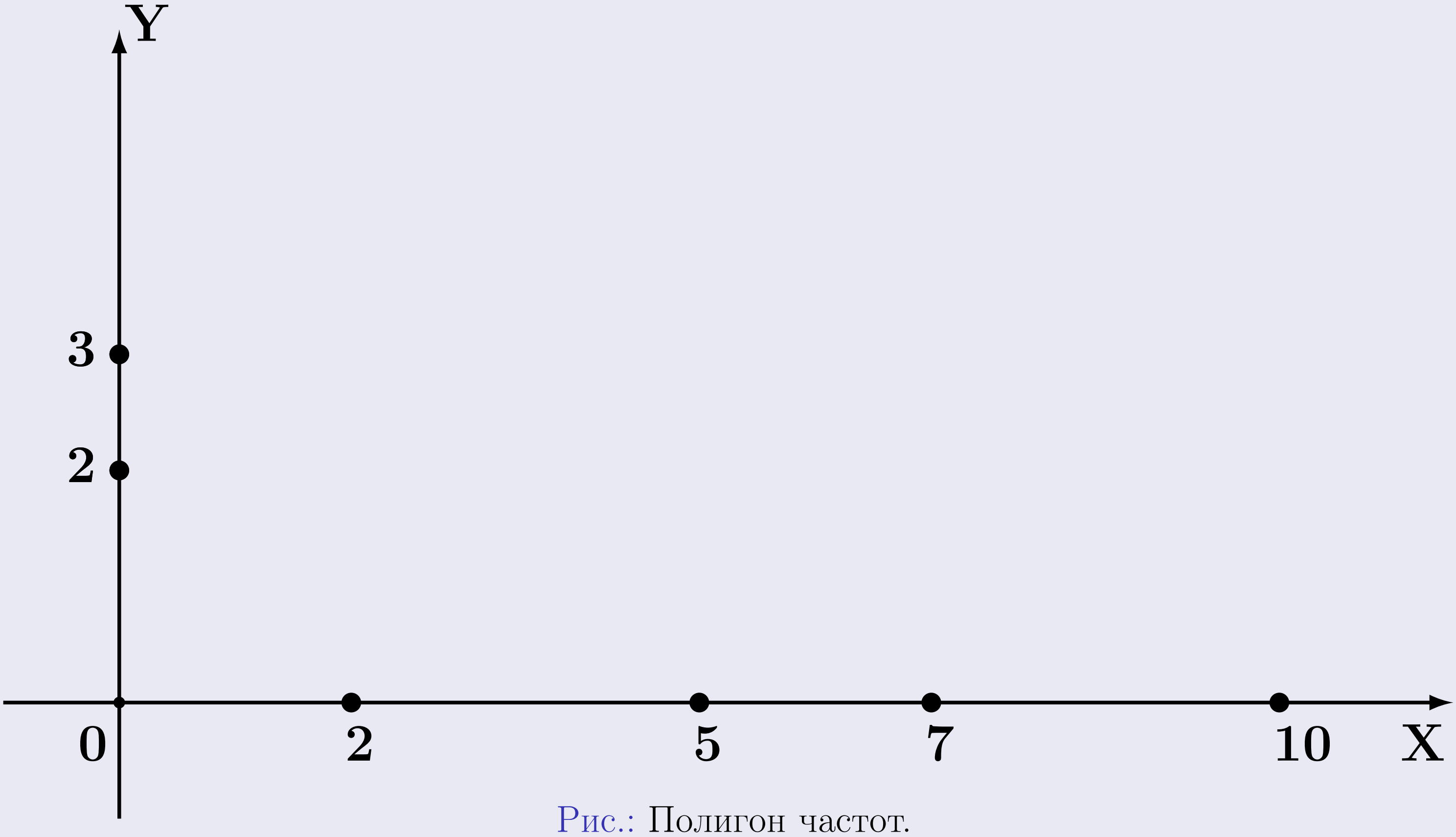


Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \le x < 2.5$	$2.5 \le x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \le x < 6.5$	$6.5 \le x < 8.5$	$8.5 \le x < 10.5$	$x \ge 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

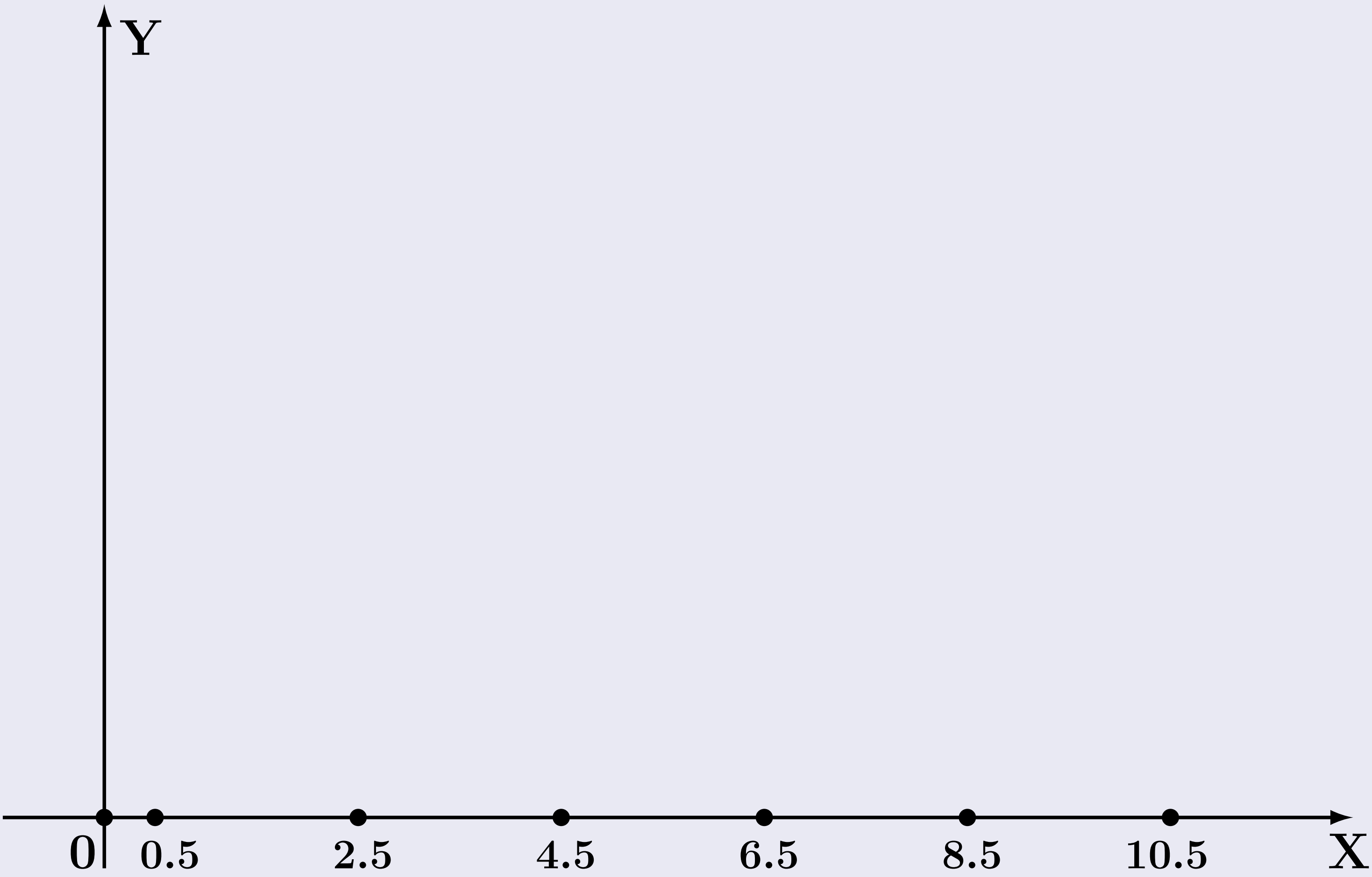


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 15 задача 2

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**10**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3+2+3+2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 15 задача 3

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ .

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0 , p_1 , p_2 , p_3 , p_4 , p_5, p_6, p_7, p_8 .

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.70$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.70^k \cdot e^{-5.70}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.70^0 \cdot e^{-5.70}}{0!} = e^{-5.70} =$$

$$p_1 = \frac{5.70^1 \cdot e^{-5.70}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.70^2 \cdot e^{-5.70}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.70^3 \cdot e^{-5.70}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.70^4 \cdot e^{-5.70}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.70^5 \cdot e^{-5.70}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.70^6 \cdot e^{-5.70}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.70^7 \cdot e^{-5.70}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.70^8 \cdot e^{-5.70}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 15 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ______ Клик

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 15 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$\begin{aligned} a &= \overline{x}_{\text{выб}} = \\ \sigma &= \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = \end{aligned}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \textit{при} \;\; x < a \\ \frac{1}{b-a} & \textit{при} \;\; a \le x \le b \\ 0 & \textit{при} \;\; x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a *и* b. *Дать точечную оценку параметров* a *и* b *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.70 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 9.344\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.70 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 9.344 =$,

$$b - a = \sqrt{} = .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a = - =$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & & 0 \;\; \text{при} \;\; x < \\ \frac{1}{-} = \frac{1}{} = & & \text{при} \;\; \le x \le \\ & & 0 \;\; \text{при} \;\; x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $b =$ введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 15 задача 6, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.010}{0.700} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 16 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \;, \;) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \;, \;) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 15 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 15 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 15 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 12$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.430$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$ *, при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 15 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 15 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 15 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 39$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 134$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 106$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|134-136|}{\sqrt{83/27 + 106/39}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|} \quad \boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|} \quad \boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 15 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 15 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 15 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 15 задача 9, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 18$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.95$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.44$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.00$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.44}{1.00} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 =$, $k_{\min} = 18 - 1 =$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} =$, $k_{\min} =$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05;\ ,\ ) =$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.95}{\sqrt{10\cdot 1.44 + 17\cdot 1.00}} \cdot \sqrt{\frac{11\cdot 18\cdot 27}{29}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,\ ) =$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 =$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| =$ и $T_{\text{двуст,кр}} =$:
$\boldsymbol{|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 15 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 15 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ **Клик**

Выборочная проверка вариант 15 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ **Клик**

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 15 задача 10

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.70$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$, *и объем выборки* $n = 27$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.70}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.70}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.70$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1-q) < \sigma < s \cdot (1+q)\ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 15 задача 20

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| =$.
$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} =$. $T_{\text{двуст,кр}} =$.

Задача 10. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 11. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

☐

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 16

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	1	3	4	6
частоты n_i	2	1	4	3

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5 .

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \qquad , \quad w_2 = \qquad , \quad w_3 = \qquad , \quad w_4 = \qquad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 3, 4, 6, 7$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**1**	**3**	**4**	**6**	**7**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \quad , & \text{если } 1 < x \le 3 \\ \quad , & \text{если } 3 < x \le 4 \\ \quad , & \text{если } 4 < x \le 6 \\ \quad , & \text{если } x > 6 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

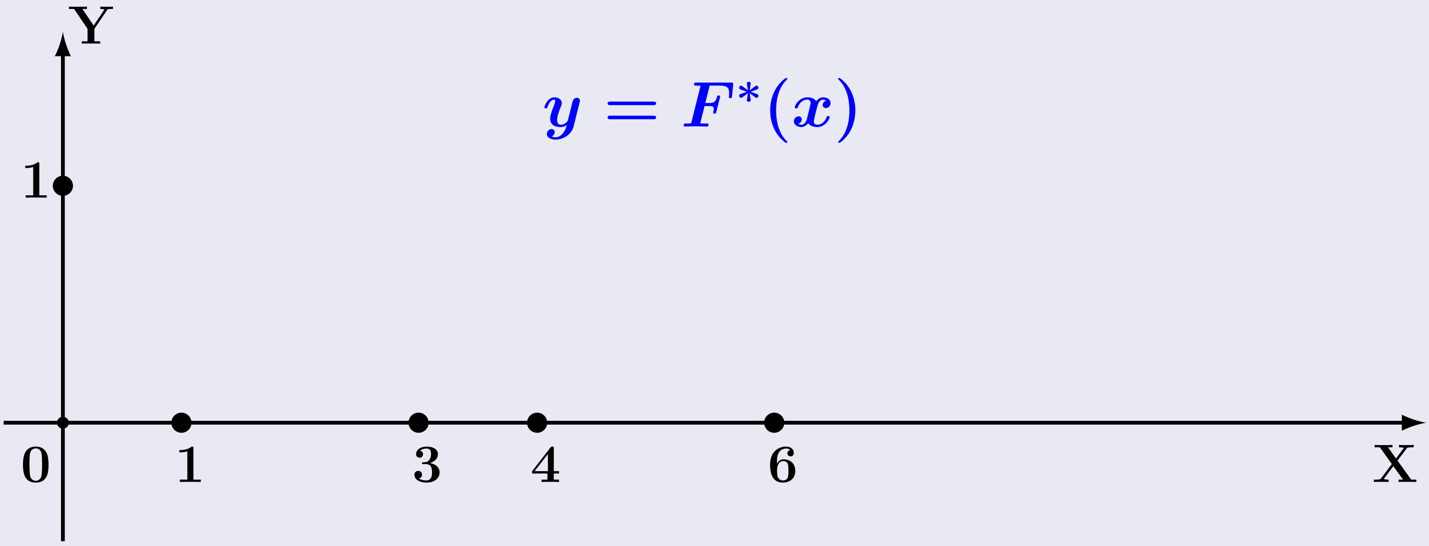


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \ ), \quad (3, \ ), \quad (4, \ ), \quad (6, \ ),$$

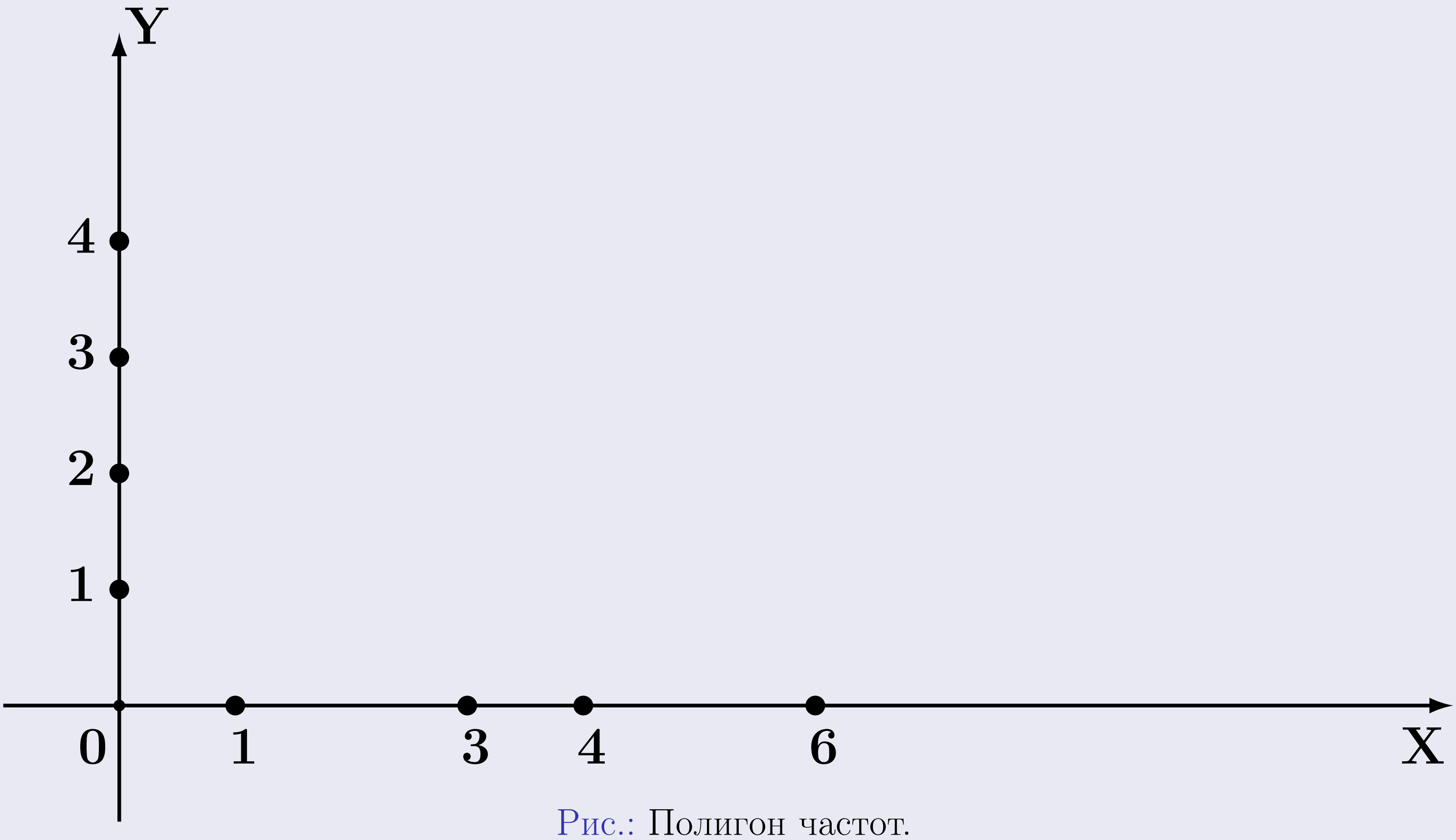


Рис.: Полигон частот.

Вариант 16 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

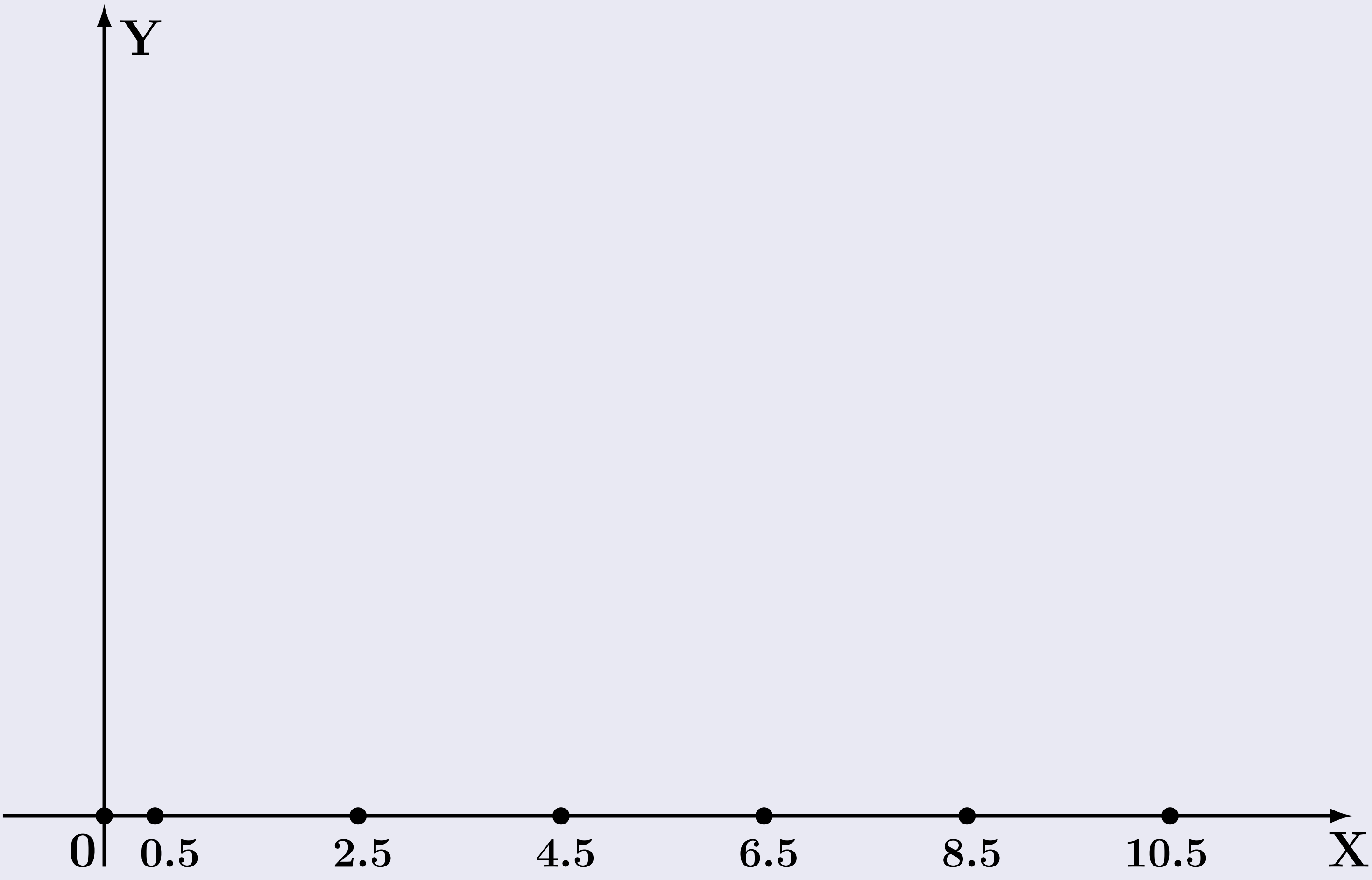


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 16 задача 2

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**6**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 1 + 4 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \quad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad = \quad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 16 задача 3

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.
Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.
Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 3.90$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.
Окончательно, $p_k = \frac{3.90^k \cdot e^{-3.90}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{3.90^0 \cdot e^{-3.90}}{0!} = e^{-3.90} =$$

$$p_1 = \frac{3.90^1 \cdot e^{-3.90}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{3.90^2 \cdot e^{-3.90}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{3.90^3 \cdot e^{-3.90}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{3.90^4 \cdot e^{-3.90}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{3.90^5 \cdot e^{-3.90}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{3.90^6 \cdot e^{-3.90}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{3.90^7 \cdot e^{-3.90}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{3.90^8 \cdot e^{-3.90}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 16 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 16 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \qquad$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = \qquad$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 16 задача 5

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \;\; x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при} \;\; a \le x \le b \\ 0 & \text{при} \;\; x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 3.90 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 3.433\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 3.90 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 3.433 =$,

$$b - a = \sqrt{} = .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a = - =$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & 0 \;\; \text{при} \;\; x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = & \;\; \text{при} \;\; \le x \le \\ & 0 \;\; \text{при} \;\; x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $b =$ введи ______ Клик

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 16 задача 6, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 14$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ *, при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$ *.*

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.210}{0.700} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \ , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \ , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 16 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 16 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 16 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 10$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.830$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 =$, $k_{\min} = 14 - 1 =$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} =$, $k_{\min} =$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \ , \ ) =$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{F}_{\textbf{набл}}$ $\boldsymbol{F}_{\textbf{кр}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \ , \ ) =$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{F}_{\textbf{набл}}$ $\boldsymbol{F}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 16 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 16 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 16 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 35$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 130$ *и* $\overline{y} = 136$*. Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 100$*.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$*, для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$*.*

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|130 - 136|}{\sqrt{83/27 + 100/35}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|} \quad \boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|} \quad \boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 16 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 16 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 16 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 16 задача 9, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.55$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.84$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.40$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \ \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$*, для уровня значимости* $\alpha = 0.05$ *.*

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{0.84}{0.40} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 16 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.55}{\sqrt{10 \cdot 0.84 + 15 \cdot 0.40}} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 16 \cdot 25}{27}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$\boldsymbol{|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 16 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 16 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 16 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 16 задача 10

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.10$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$, *и объем выборки* $n = 27$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\ , \tag{$*$}$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.10}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < a < \qquad . \tag{1}$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.10}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 16 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.10$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} = \quad .$ $D_{\text{выб}} = \quad .$ $s^2_{\text{выб}} = \quad .$

Задача 3. $p_3 = \quad .$ $p_5 = \quad .$

Задача 4. $a = \quad .$ $\sigma = \quad .$

Задача 5. $a = \quad .$ $b = \quad .$

Задача 6. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05:\ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01:\ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05:\ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01:\ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| = \quad .$
$\alpha = 0.01:\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05:\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} = \quad .$ $T_{\text{двуст,кр}} = \quad .$

Задача 10. $\delta_{0.95} = \quad .$ $\delta_{0.99} = \quad .$

Задача 11. $q_{0.95} = \quad .$ $q_{0.99} = \quad .$

☐

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 17

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 17 задача 1, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**1**	**3**	**4**	**7**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**1**	**3**	**4**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \dfrac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \qquad , \quad w_2 = \qquad , \quad w_3 = \qquad , \quad w_4 = \qquad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 3, 4, 7, 8$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**1**	**3**	**4**	**7**	**8**
частоты $\boldsymbol{n(< x_i)}$	**0**				
относительные частоты $\boldsymbol{w(< x_i)}$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \quad , & \text{если } 1 < x \le 3 \\ \quad , & \text{если } 3 < x \le 4 \\ \quad , & \text{если } 4 < x \le 7 \\ \quad , & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

Вариант 17 задача 1, II

Решение (продолжение)

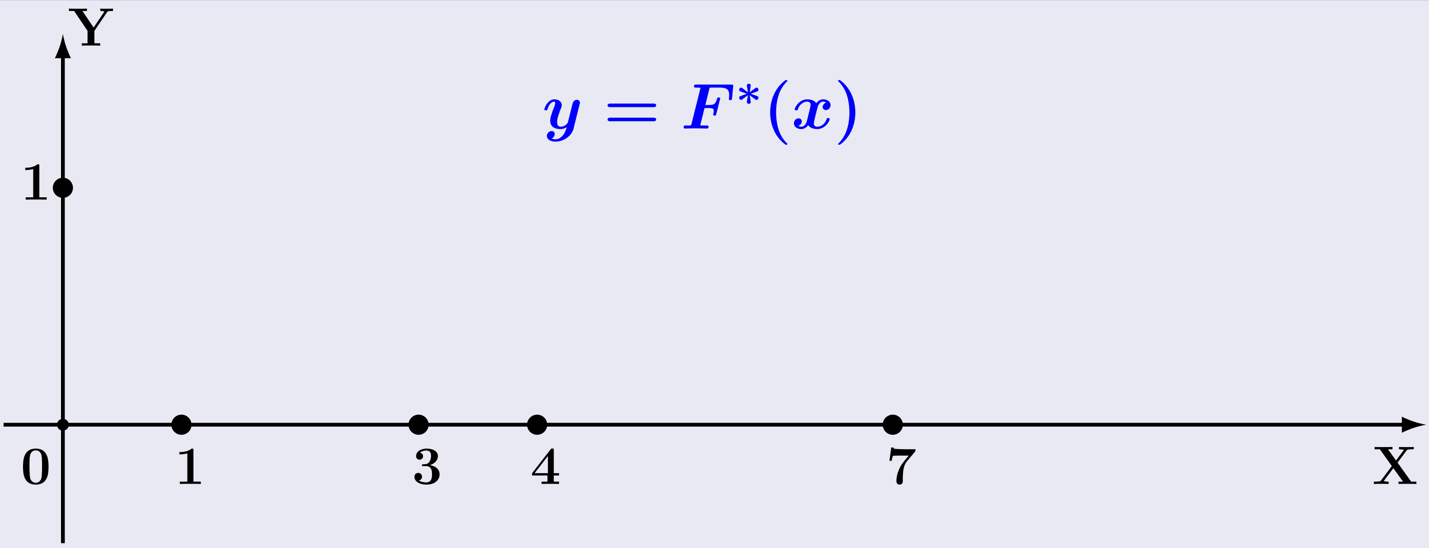


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1,\quad),\quad (3,\quad),\quad (4,\quad),\quad (7,\quad),$$

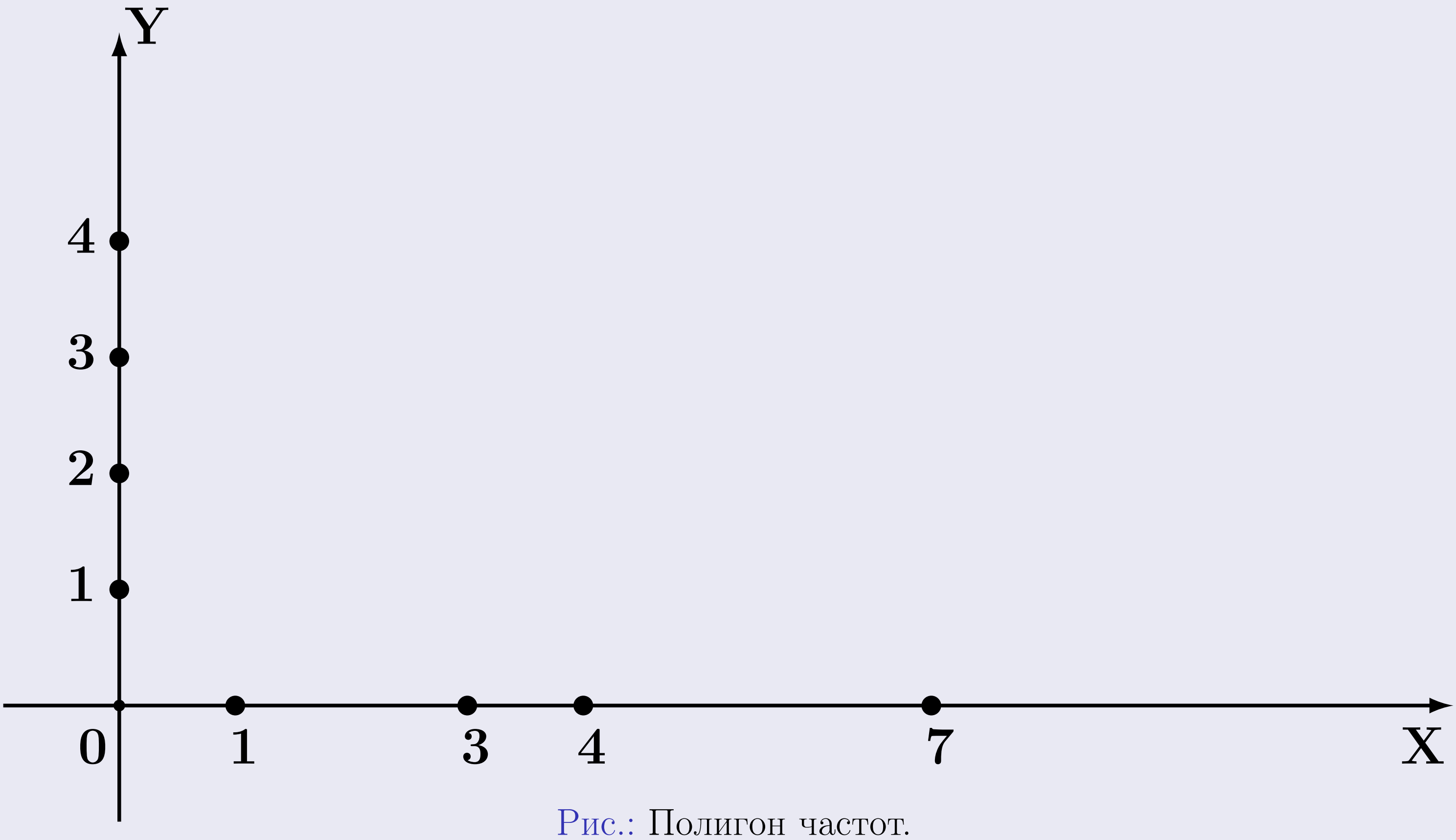


Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

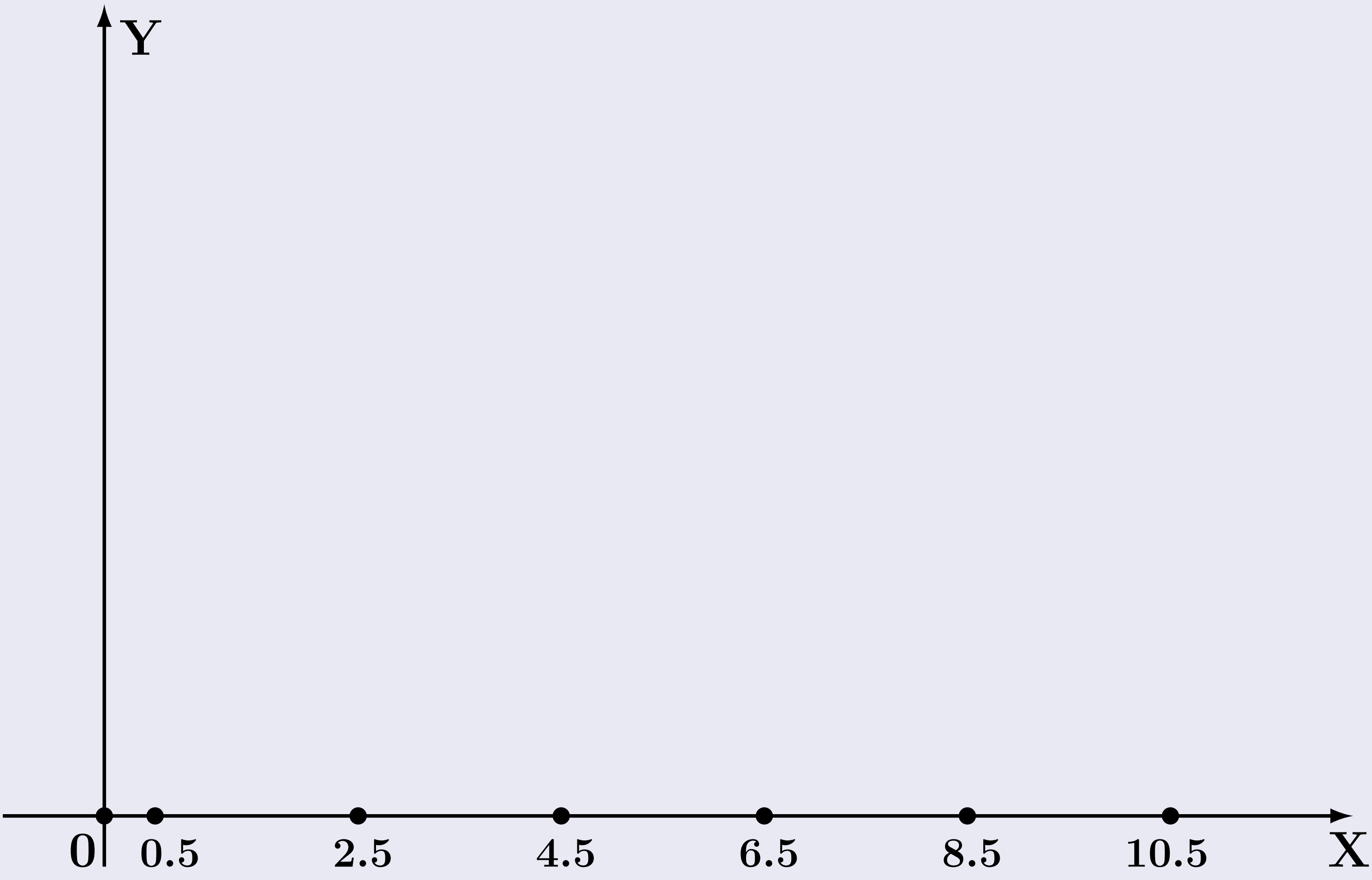


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 1 + 3 + 4 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 17 задача 3

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.
Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*
Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.50$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.
Окончательно, $p_k = \frac{4.50^k \cdot e^{-4.50}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.50^0 \cdot e^{-4.50}}{0!} = e^{-4.50} =$$

$$p_1 = \frac{4.50^1 \cdot e^{-4.50}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.50^2 \cdot e^{-4.50}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.50^3 \cdot e^{-4.50}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.50^4 \cdot e^{-4.50}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.50^5 \cdot e^{-4.50}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.50^6 \cdot e^{-4.50}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.50^7 \cdot e^{-4.50}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.50^8 \cdot e^{-4.50}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 17 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 17 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$\begin{aligned} a &= \overline{x}_{\text{выб}} = \\ \sigma &= \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = \end{aligned}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x- \quad)^2}{2\cdot \quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 17 задача 5

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \;\; x<a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при} \;\; a\le x\le b \\ 0 & \text{при} \;\; x>b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2}=\overline{x}_{\text{выб}}=4.50 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12}=s^2_{\text{выб}}=5.833\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b=2\cdot 4.50=$ и $(b-a)^2=12\cdot 5.833=$,

$$b-a=\sqrt{}= \qquad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b+a & = \\ b-a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b=$, $b=$,
$a= \quad - \quad =$. Окончательно,

$$f(x)=\begin{cases} & 0 \;\; \text{при} \;\; x< \\ \frac{1}{-}=\frac{1}{}= & \quad \text{при} \qquad \le x\le \\ & 0 \;\; \text{при} \;\; x> \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 5

формат 1.23, $a=$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $b=$ введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 17 задача 6, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$*, при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$ *.*

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.210}{0.700} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \ , \ ) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F}_{\textbf{набл}} \quad \boldsymbol{F}_{\textbf{кр}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \ , \ ) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F}_{\textbf{набл}} \quad \boldsymbol{F}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 17 задача 6, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 17 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ **Клик**

Выборочная проверка вариант 17 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ **Клик**

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 17 задача 7, I

возврат ⟹ **огл** ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.830$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\qquad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\quad,\quad) = \boxed{\qquad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\quad,\quad) = \boxed{\qquad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹ **огл** ⟸

Вариант 17 задача 7, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 17 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 17 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 17 задача 8, I

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132 - 136|}{\sqrt{83/27 + 103/37}} = \quad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \quad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \quad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \quad$ и $Z_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|} \quad \boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \quad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \quad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \quad$ и $Z_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|} \quad \boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 17 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 17 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 17 задача 9, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.84$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.40$*.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$*, для уровня значимости* $\alpha = 0.05$*.*

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{0.84}{0.40} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.75}{\sqrt{10 \cdot 0.84 + 16 \cdot 0.40}} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 17 \cdot 26}{28}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$|\boldsymbol{T}_{\textbf{набл}}| \quad \boldsymbol{T}_{\textbf{двуст,кр}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 17 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 17 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 17 задача 10

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.10$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$, *и объем выборки* $n = 27$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.10}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.10}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 17 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.10$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1-q) < \sigma < s \cdot (1+q)\ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 17 задача 20

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} = \qquad .$ $D_{\text{выб}} = \qquad .$ $s^2_{\text{выб}} = \qquad .$

Задача 3. $p_3 = \qquad .$ $p_5 = \qquad .$

Задача 4. $a = \qquad .$ $\sigma = \qquad .$

Задача 5. $a = \qquad .$ $b = \qquad .$

Задача 6. $F_{\text{набл}} = \qquad .$
$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) = \qquad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) = \qquad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} = \qquad .$
$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) = \qquad$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) = \qquad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| = \qquad .$
$\alpha = 0.01: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) = \qquad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) = \qquad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} = \qquad .$ $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad .$

Задача 10. $\delta_{0.95} = \qquad .$ $\delta_{0.99} = \qquad .$

Задача 11. $q_{0.95} = \qquad .$ $q_{0.99} = \qquad .$

□

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 18

возврат ⟹ огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$*, и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \qquad , \quad w_2 = \qquad , \quad w_3 = \qquad , \quad w_4 = \qquad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 3, 5, 7, 8$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**1**	**3**	**5**	**7**	**8**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \quad , & \text{если } 1 < x \le 3 \\ \quad , & \text{если } 3 < x \le 5 \\ \quad , & \text{если } 5 < x \le 7 \\ \quad , & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

Вариант 18 задача 1, II

Решение (продолжение)

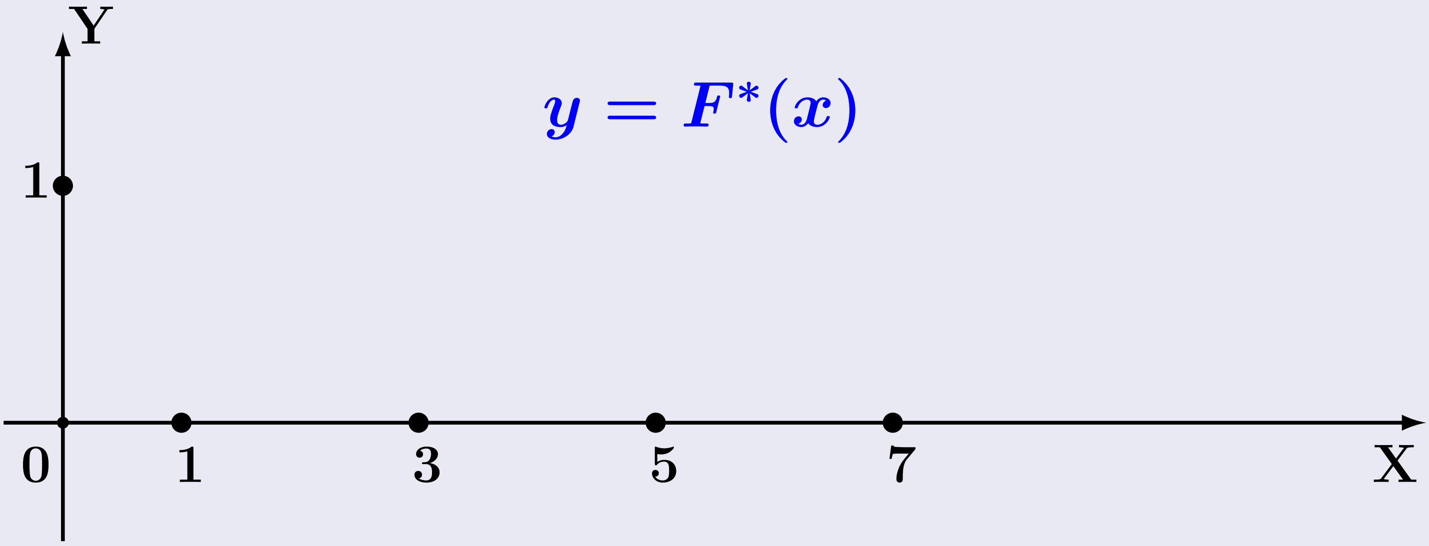


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \ \ ), \quad (3, \ \ ), \quad (5, \ \ ), \quad (7, \ \ ),$$

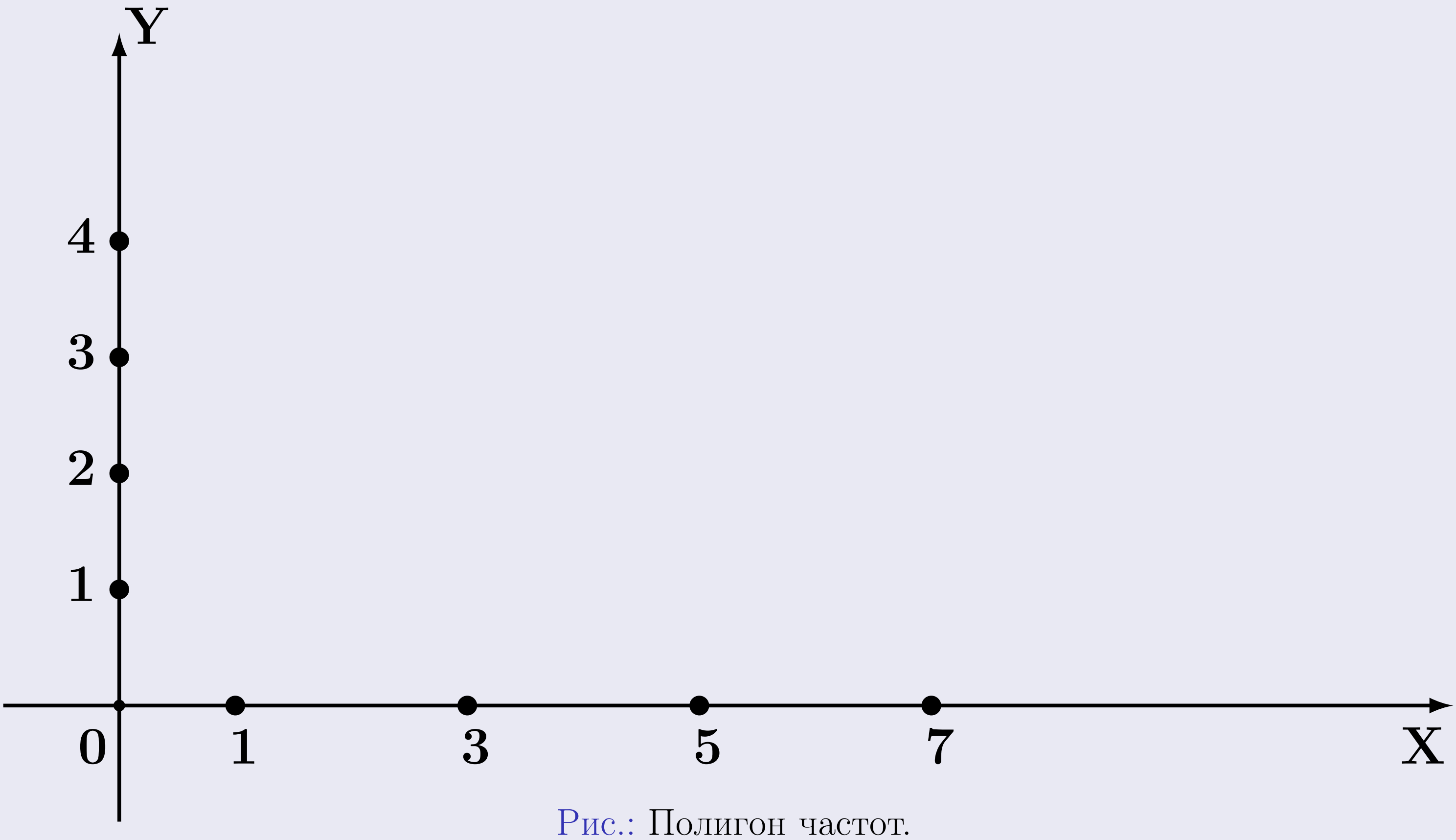


Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

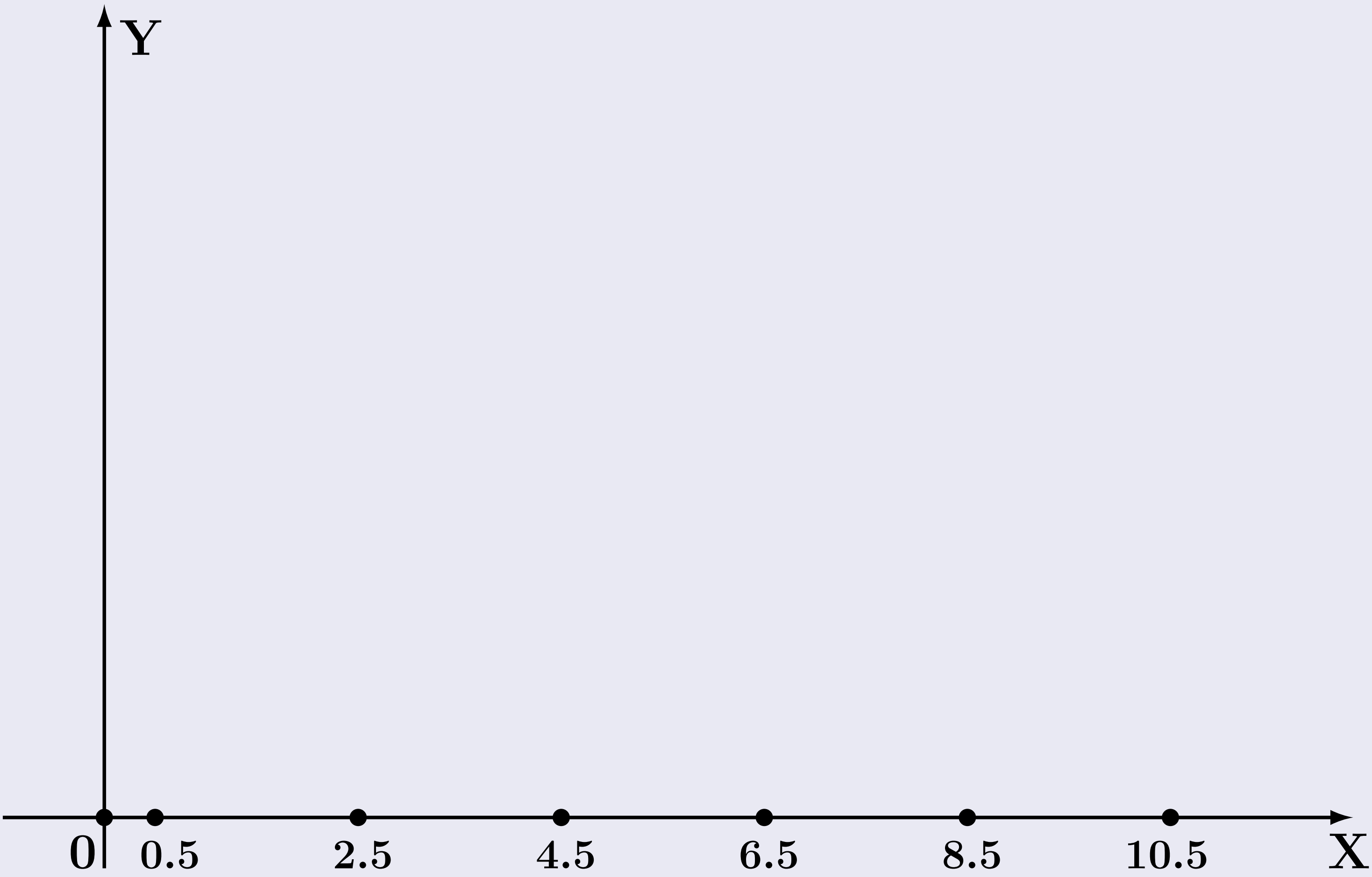


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 18 задача 2

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2+1+4+3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \quad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad = \quad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1}\cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}}$ = введи ____ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}}$ = введи ____ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}}$ = введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 18 задача 3

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.
Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*
Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.60$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.
Окончательно, $p_k = \frac{4.60^k \cdot e^{-4.60}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.60^0 \cdot e^{-4.60}}{0!} = e^{-4.60} =$$

$$p_1 = \frac{4.60^1 \cdot e^{-4.60}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.60^2 \cdot e^{-4.60}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.60^3 \cdot e^{-4.60}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.60^4 \cdot e^{-4.60}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.60^5 \cdot e^{-4.60}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.60^6 \cdot e^{-4.60}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.60^7 \cdot e^{-4.60}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.60^8 \cdot e^{-4.60}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 18 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$\begin{aligned} a &= \overline{x}_{\text{выб}} &= \\ \sigma &= \sqrt{s^2_{\text{выб}}} &= \qquad = \end{aligned}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x- \quad)^2}{2\cdot \quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 18 задача 5

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \textit{при} \;\; x < a \\ \frac{1}{b-a} & \textit{при} \;\; a \le x \le b \\ 0 & \textit{при} \;\; x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.60 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 5.156\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 4.60 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 5.156 =$,

$$b - a = \sqrt{} = \quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a = \quad - \quad =$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & & 0 \;\; \text{при} \;\; x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = & & \text{при} \quad \le x \le \\ & & 0 \;\; \text{при} \;\; x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $b =$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 18 задача 6, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 14$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$ *.*

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.700} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\ \ ,\ \ ) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\ \ ,\ \ ) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 18 задача 6, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 18 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 18 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 18 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 10$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\qquad}{} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 18 задача 7, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 18 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** ____ Клик

Выборочная проверка вариант 18 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 18 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 35$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 130$ *и* $\overline{y} = 137$*. Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$*,* $\mathbb{D}(Y) = 103$*.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$*, для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$*.*

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|130-137|}{\sqrt{83/27 + 103/35}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}| \quad \boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}| \quad \boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 18 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 18 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 18 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 18 задача 9, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.55$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 16 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.55}{\sqrt{10\cdot 1.14 + 15\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{11\cdot 16\cdot 25}{27}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$\boldsymbol{|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 18 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 18 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 18 задача 10

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.10$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$, *и объем выборки* $n = 27$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.10}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.10}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 18 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.10$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 18 задача 20

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} = \quad .$ $D_{\text{выб}} = \quad .$ $s^2_{\text{выб}} = \quad .$

Задача 3. $p_3 = \quad .$ $p_5 = \quad .$

Задача 4. $a = \quad .$ $\sigma = \quad .$

Задача 5. $a = \quad .$ $b = \quad .$

Задача 6. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05:$ $F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01:$ $F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05:$ $F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01:$ $F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| = \quad .$
$\alpha = 0.01:$ $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05:$ $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} = \quad .$ $T_{\text{двуст,кр}} = \quad .$

Задача 10. $\delta_{0.95} = \quad .$ $\delta_{0.99} = \quad .$

Задача 11. $q_{0.95} = \quad .$ $q_{0.99} = \quad .$

☐

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 19

возврат ⟹

огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \dfrac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \qquad, \quad w_2 = \qquad, \quad w_3 = \qquad, \quad w_4 = \qquad.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 3, 5, 8, 9$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\max}$).

варианты	**1**	**3**	**5**	**8**	**9**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \quad, & \text{если } 1 < x \le 3 \\ \quad, & \text{если } 3 < x \le 5 \\ \quad, & \text{если } 5 < x \le 8 \\ \quad, & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

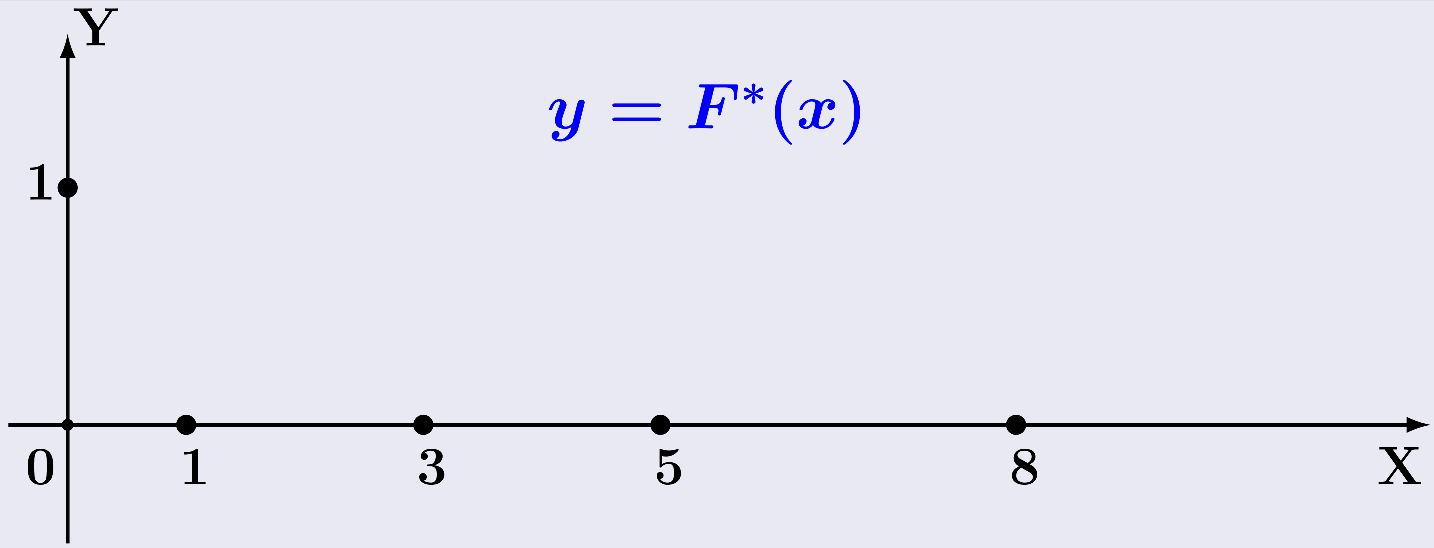


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1,\ \ ),\quad (3,\ \ ),\quad (5,\ \ ),\quad (8,\ \ ),$$

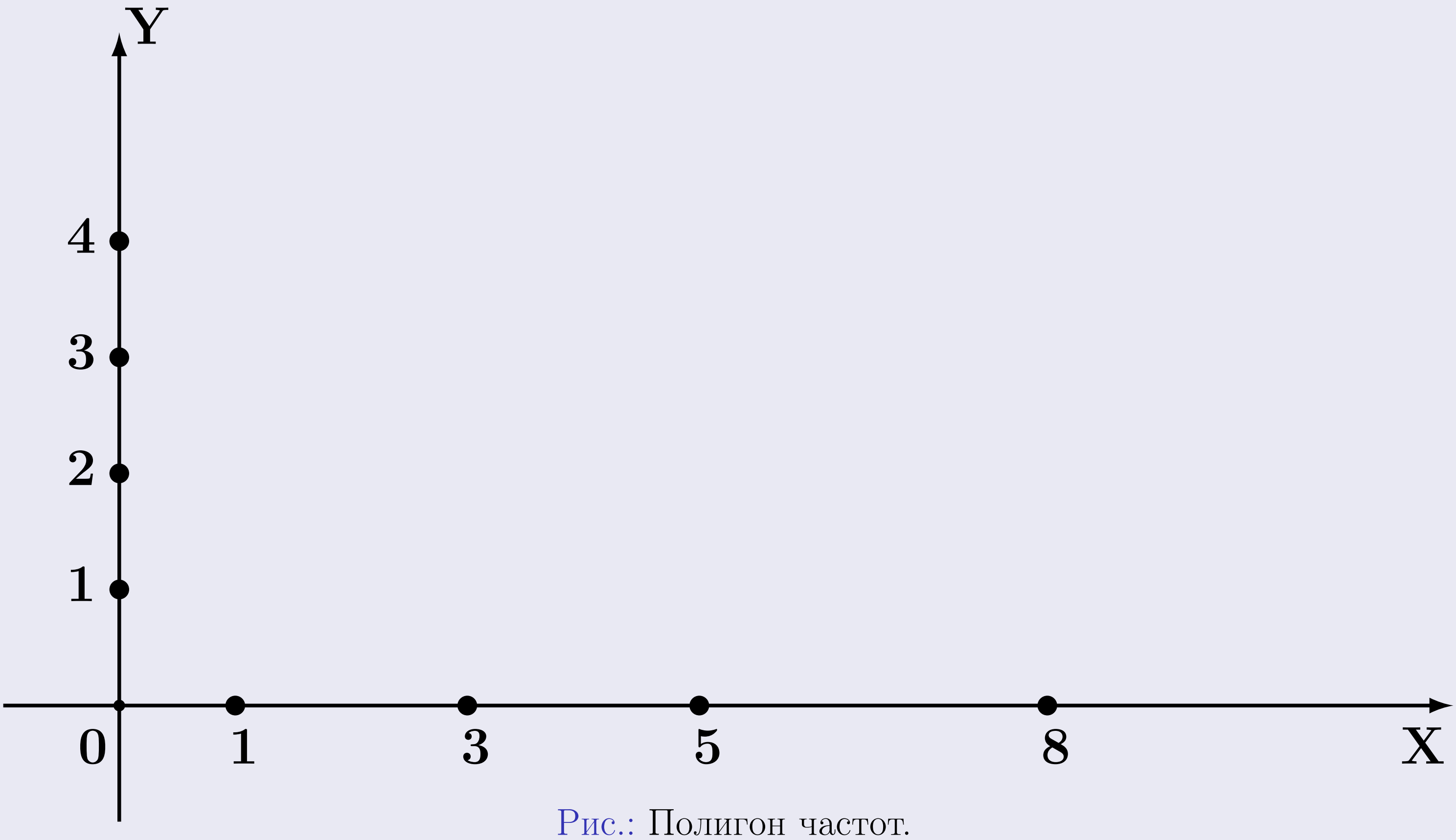


Рис.: Полигон частот.

Вариант 19 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \le x < 2.5$	$2.5 \le x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \le x < 6.5$	$6.5 \le x < 8.5$	$8.5 \le x < 10.5$	$x \ge 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

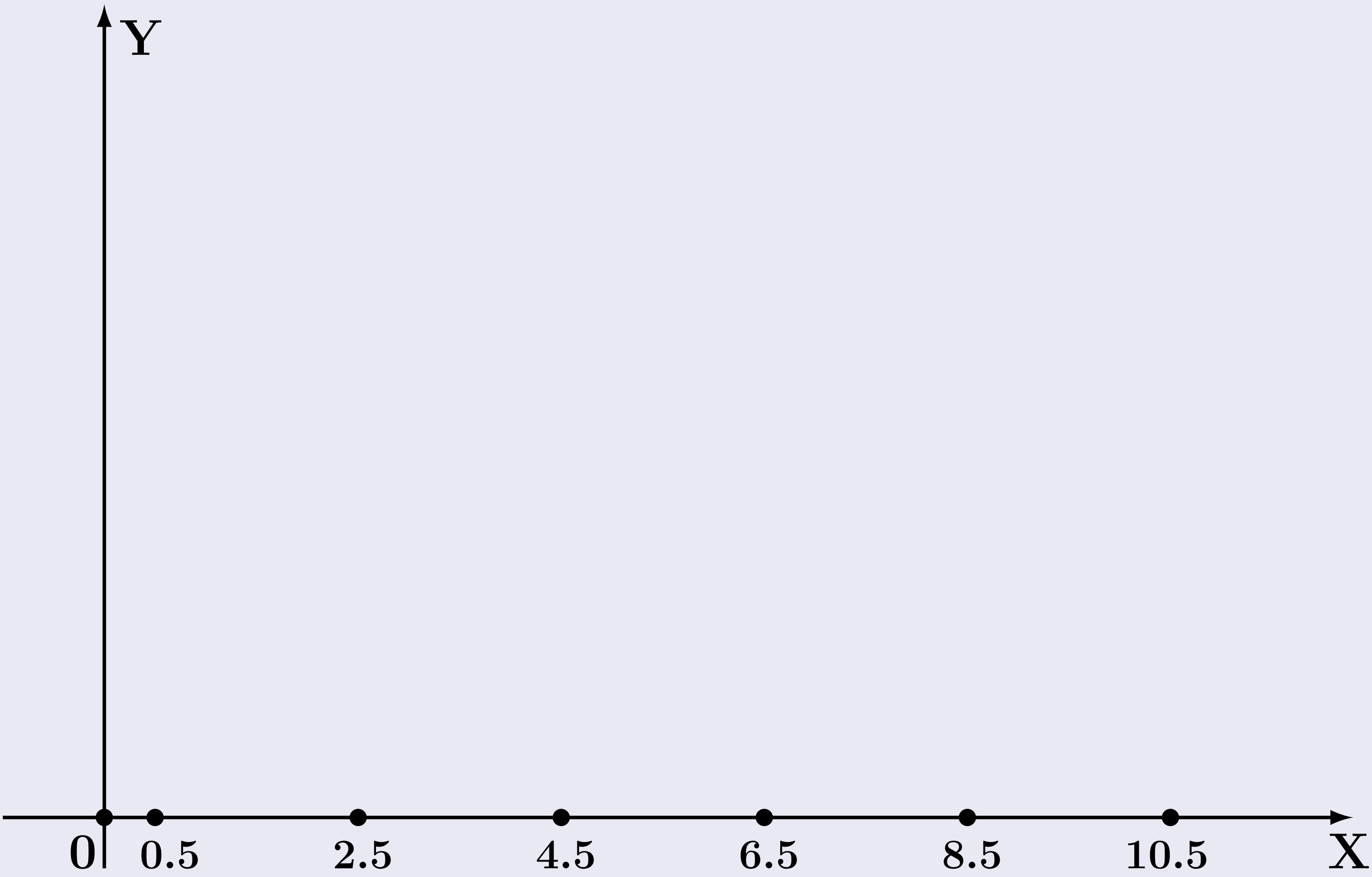


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 19 задача 2

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 1 + 3 + 4 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \\ = \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.20$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.20^k \cdot e^{-5.20}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.20^0 \cdot e^{-5.20}}{0!} = e^{-5.20} =$$

$$p_1 = \frac{5.20^1 \cdot e^{-5.20}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.20^2 \cdot e^{-5.20}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.20^3 \cdot e^{-5.20}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.20^4 \cdot e^{-5.20}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.20^5 \cdot e^{-5.20}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.20^6 \cdot e^{-5.20}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.20^7 \cdot e^{-5.20}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.20^8 \cdot e^{-5.20}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 19 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи	____	Клик	
формат 1.23, $p_5 =$ введи	____	Клик	

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 19 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$\begin{aligned} a &= \overline{x}_{\text{выб}} = \\ \sigma &= \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = \end{aligned}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $\sigma =$ введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 19 задача 5

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 \quad \textit{при} \quad x < a \\ \frac{1}{b-a} \quad \textit{при} \quad a \le x \le b \\ 0 \quad \textit{при} \quad x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a *и* b. *Дать точечную оценку параметров* a *и* b *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.20 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 7.956\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.20 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 7.956 =$,

$$b - a = \sqrt{\qquad} = \qquad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a \ = \\ b - a \ = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a = \qquad - \qquad =$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} \qquad\qquad 0 \quad \text{при} \quad x < \\ \frac{1}{\quad - \quad} = \frac{1}{\quad} = \quad \text{при} \quad \le x \le \\ \qquad\qquad 0 \quad \text{при} \quad x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $b =$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 19 задача 6, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.700} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \ , \ ) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \ , \ ) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 19 задача 6, II

возврат

огл

Выборочная проверка вариант 19 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 19 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат

огл

Вариант 19 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \boxed{\quad\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \boxed{\quad\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 19 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ **Клик**

Выборочная проверка вариант 19 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ **Клик**

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 19 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 137$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 106$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132-137|}{\sqrt{83/27 + 106/37}} = \quad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|\boldsymbol{Z}_{\text{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|\boldsymbol{Z}_{\text{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 19 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 19 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 19 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 19 задача 9, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$ *, для уровня значимости* $\alpha = 0.05$ *.*

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6). Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.75}{\sqrt{10 \cdot 1.14 + 16 \cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 17 \cdot 26}{28}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$|\boldsymbol{T}_{\textbf{набл}}| \quad \boldsymbol{T}_{\textbf{двуст,кр}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается** .

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 19 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 19 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ________ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ________ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ______ **Клик**

Выборочная проверка вариант 19 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ________ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ________ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ______ **Клик**

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.10$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$, *и объем выборки* $n = 27$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \tag{$*$}$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.10}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < a < \quad . \tag{1}$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.10}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < \sigma < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 19 задача 11

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.10$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q)\ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 19 задача 20

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} = \quad .$ $D_{\text{выб}} = \quad .$ $s^2_{\text{выб}} = \quad .$

Задача 3. $p_3 = \quad .$ $p_5 = \quad .$

Задача 4. $a = \quad .$ $\sigma = \quad .$

Задача 5. $a = \quad .$ $b = \quad .$

Задача 6. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| = \quad .$
$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} = \quad .$ $T_{\text{двуст,кр}} = \quad .$

Задача 10. $\delta_{0.95} = \quad .$ $\delta_{0.99} = \quad .$

Задача 11. $q_{0.95} = \quad .$ $q_{0.99} = \quad .$

□

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 20

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 20 задача 1, I

возврат $\Longrightarrow$ **огл** $\Longleftarrow$

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \quad , \quad w_2 = \quad , \quad w_3 = \quad , \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 4, 5, 7, 8$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**1**	**4**	**5**	**7**	**8**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \quad, & \text{если } 1 < x \le 4 \\ \quad, & \text{если } 4 < x \le 5 \\ \quad, & \text{если } 5 < x \le 7 \\ \quad, & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

Вариант 20 задача 1, II

Решение (продолжение)

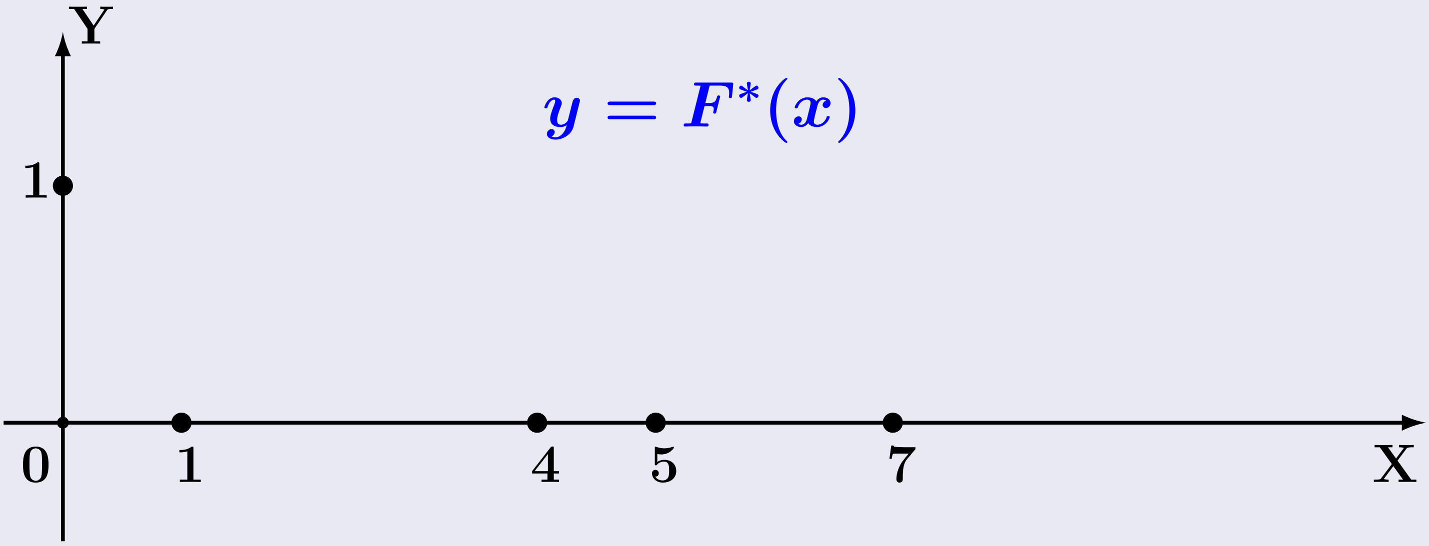


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1,\ \ ),\quad (4,\ \ ),\quad (5,\ \ ),\quad (7,\ \ ),$$

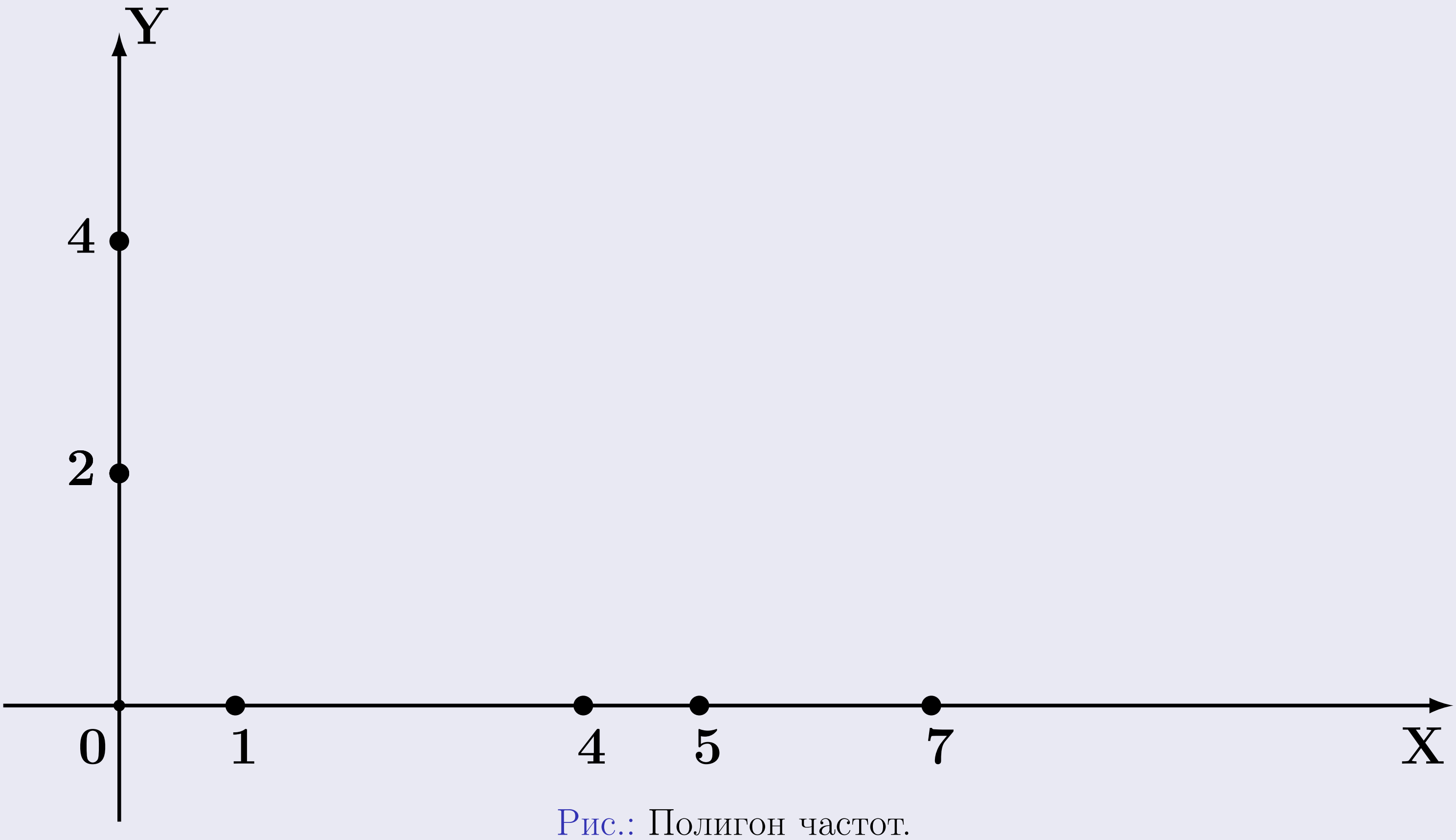


Рис.: Полигон частот.

Вариант 20 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

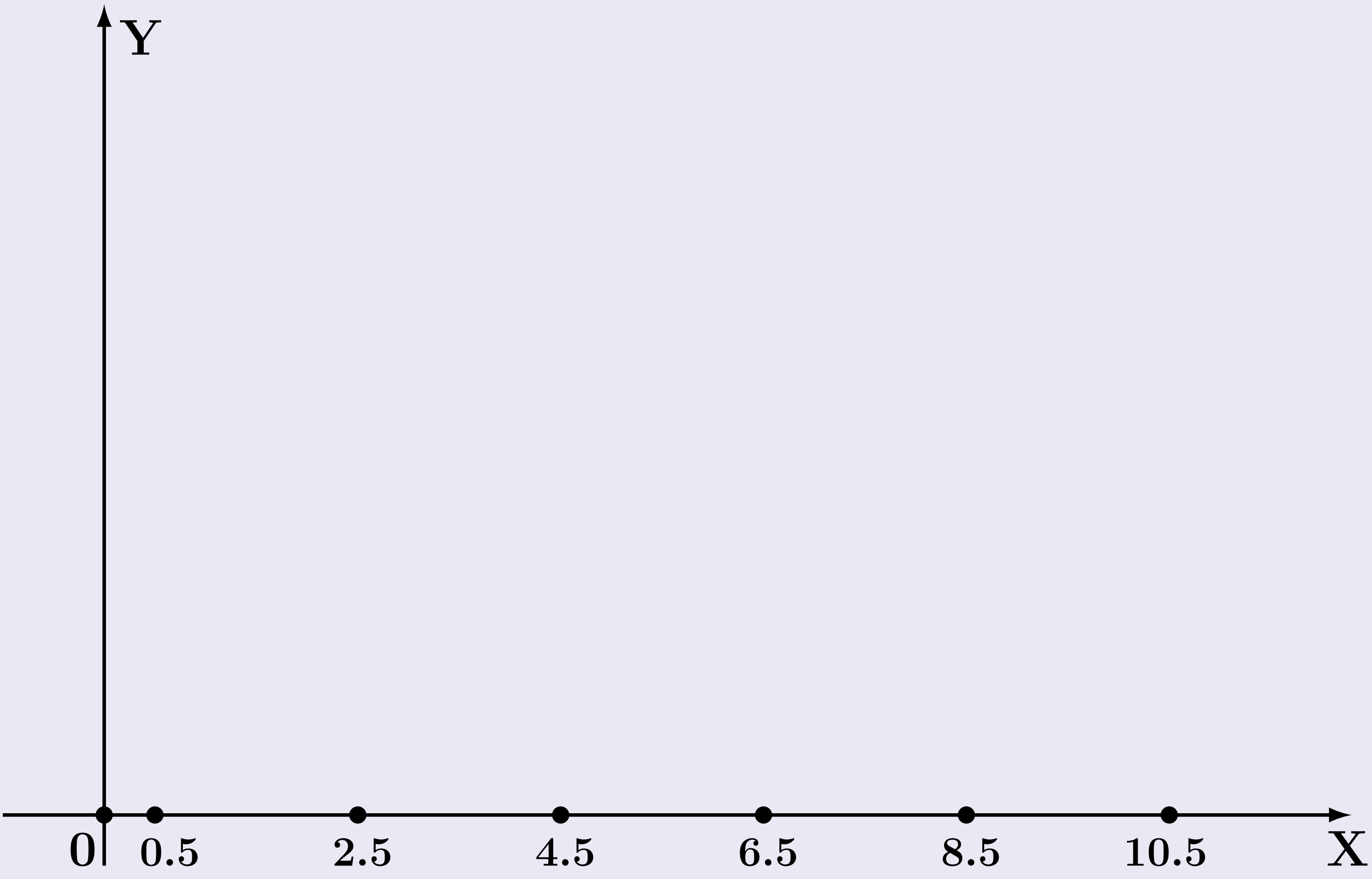


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 20 задача 2

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 2 + 4 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \quad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad = \quad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 20 задача 3

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.40$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2. Окончательно, $p_k = \frac{4.40^k \cdot e^{-4.40}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.40^0 \cdot e^{-4.40}}{0!} = e^{-4.40} =$$

$$p_1 = \frac{4.40^1 \cdot e^{-4.40}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.40^2 \cdot e^{-4.40}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.40^3 \cdot e^{-4.40}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.40^4 \cdot e^{-4.40}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.40^5 \cdot e^{-4.40}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.40^6 \cdot e^{-4.40}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.40^7 \cdot e^{-4.40}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.40^8 \cdot e^{-4.40}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 20 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \qquad$$
$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = \qquad$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 20 задача 5

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \textit{при} \;\; x < a \\ \frac{1}{b-a} & \textit{при} \;\; a \le x \le b \\ 0 & \textit{при} \;\; x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.40 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 4.267\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 4.40 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 4.267 =$,

$$b - a = \sqrt{} = \qquad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a = \quad - \quad =$. Окончательно,

$$f(x)=\begin{cases} & 0 \;\; \text{при} \;\; x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = & \;\; \text{при} \;\; \le x \le \\ & 0 \;\; \text{при} \;\; x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $b =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 14$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.000$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.210}{1.000} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 20 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 20 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 20 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 15$ *и* $n_Y = 10$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.830$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\ \ ,\ \ ) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}\quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\ \ ,\ \ ) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}\quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат огл

Выборочная проверка вариант 20 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 20 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат огл

Вариант 20 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 29$ *и* $n_Y = 35$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 130$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 86$, $\mathbb{D}(Y) = 100$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|130-136|}{\sqrt{86/29 + 100/35}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}|$ $\quad$ $\boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}|$ $\quad$ $\boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 20 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 20 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 20 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 20 задача 9, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 12$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.60$ *и* $\overline{y} = 30.55$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.84$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.40$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{0.84}{0.40} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6). Степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 16 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.60 - 30.55}{\sqrt{11 \cdot 0.84 + 15 \cdot 0.40}} \cdot \sqrt{\frac{12 \cdot 16 \cdot 26}{28}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$|\boldsymbol{T}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{T}_{\text{двуст,кр}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 20 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 20 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 20 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 20 задача 10

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.40$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$, *и объем выборки* $n = 28$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 20 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 18$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 18$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(18, 0.95) =$ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(18, 0.99) =$ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 20 задача 20

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} =$. $T_{\text{двуст,кр}} =$.

Задача 10. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 11. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

☐

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 21

возврат ⟹

огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \qquad , \quad w_2 = \qquad , \quad w_3 = \qquad , \quad w_4 = \qquad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 4, 5, 8, 9$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**1**	**4**	**5**	**8**	**9**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } \ x \le 1, \\ \quad , & \text{если } \ 1 < x \le 4 \\ \quad , & \text{если } \ 4 < x \le 5 \\ \quad , & \text{если } \ 5 < x \le 8 \\ \quad , & \text{если } \ x > 8 \end{cases}$$

Вариант 21 задача 1, II

Решение (продолжение)

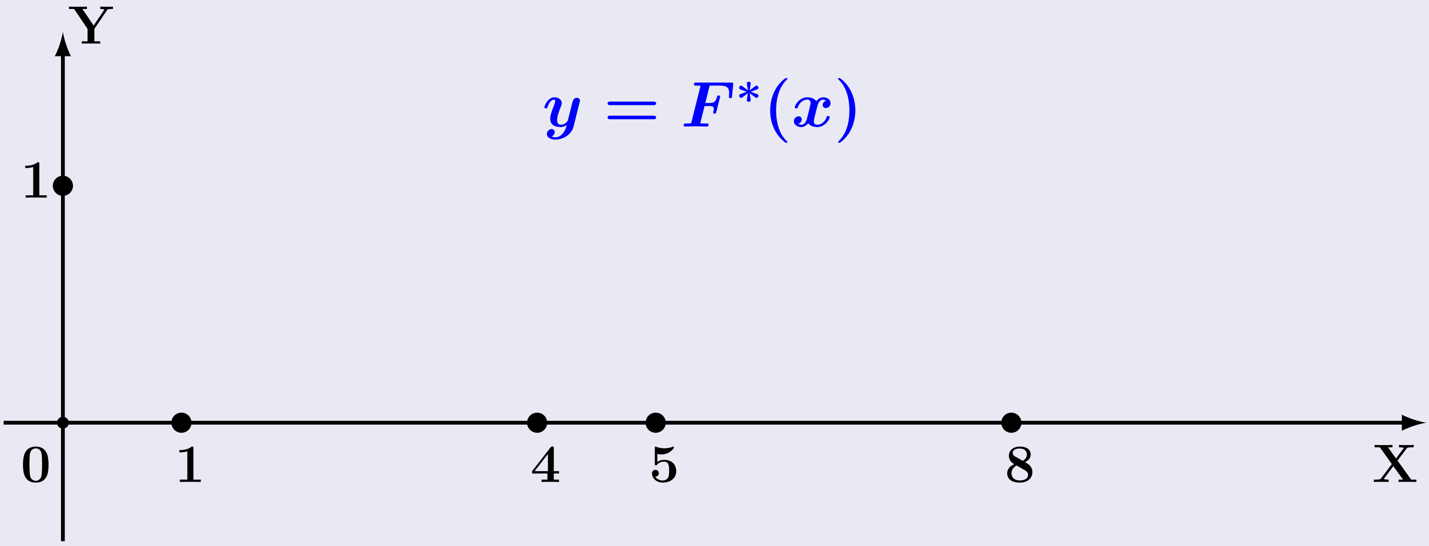


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1,\ \ ),\quad (4,\ \ ),\quad (5,\ \ ),\quad (8,\ \ ),$$

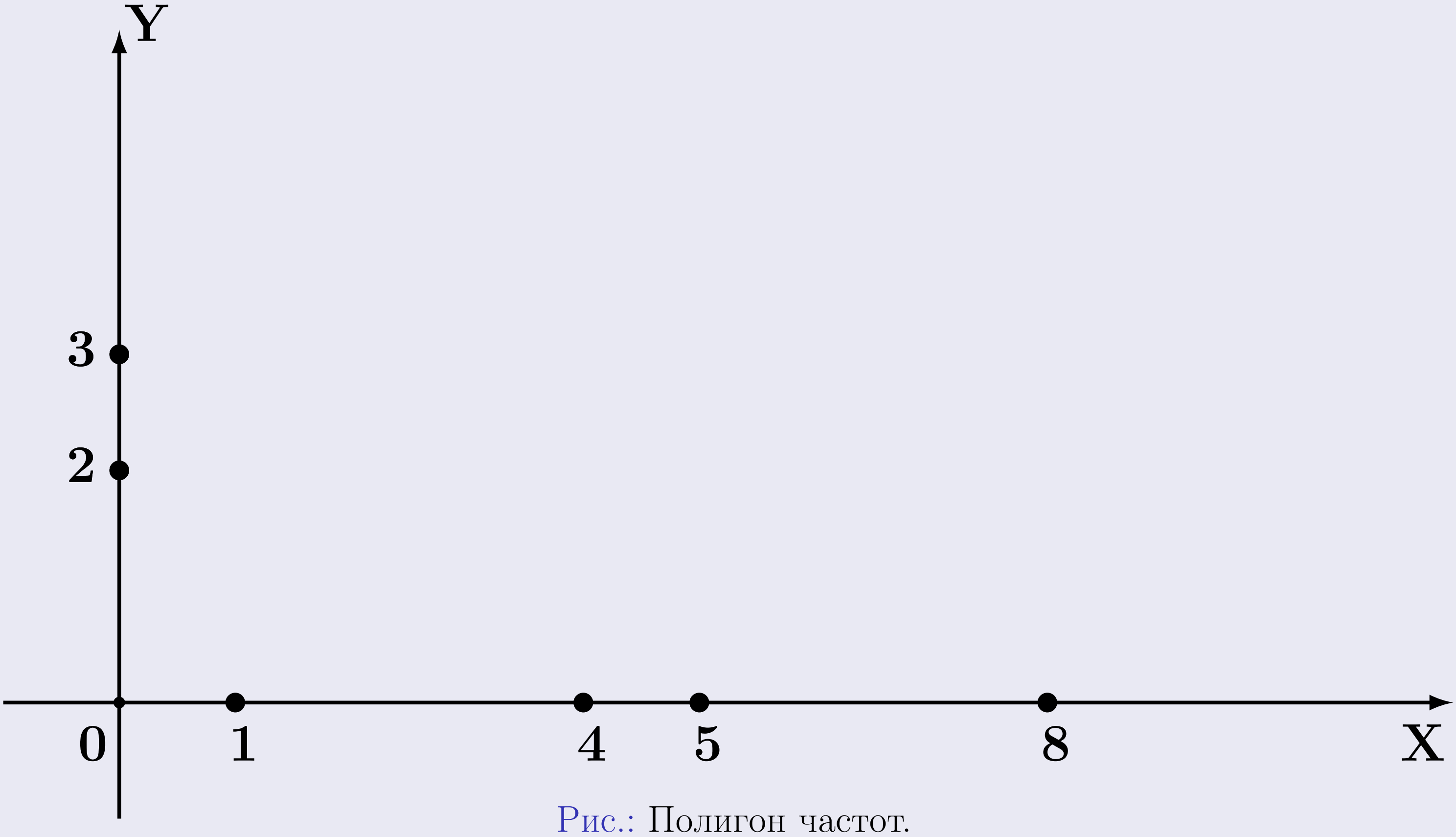


Рис.: Полигон частот.

Вариант 21 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

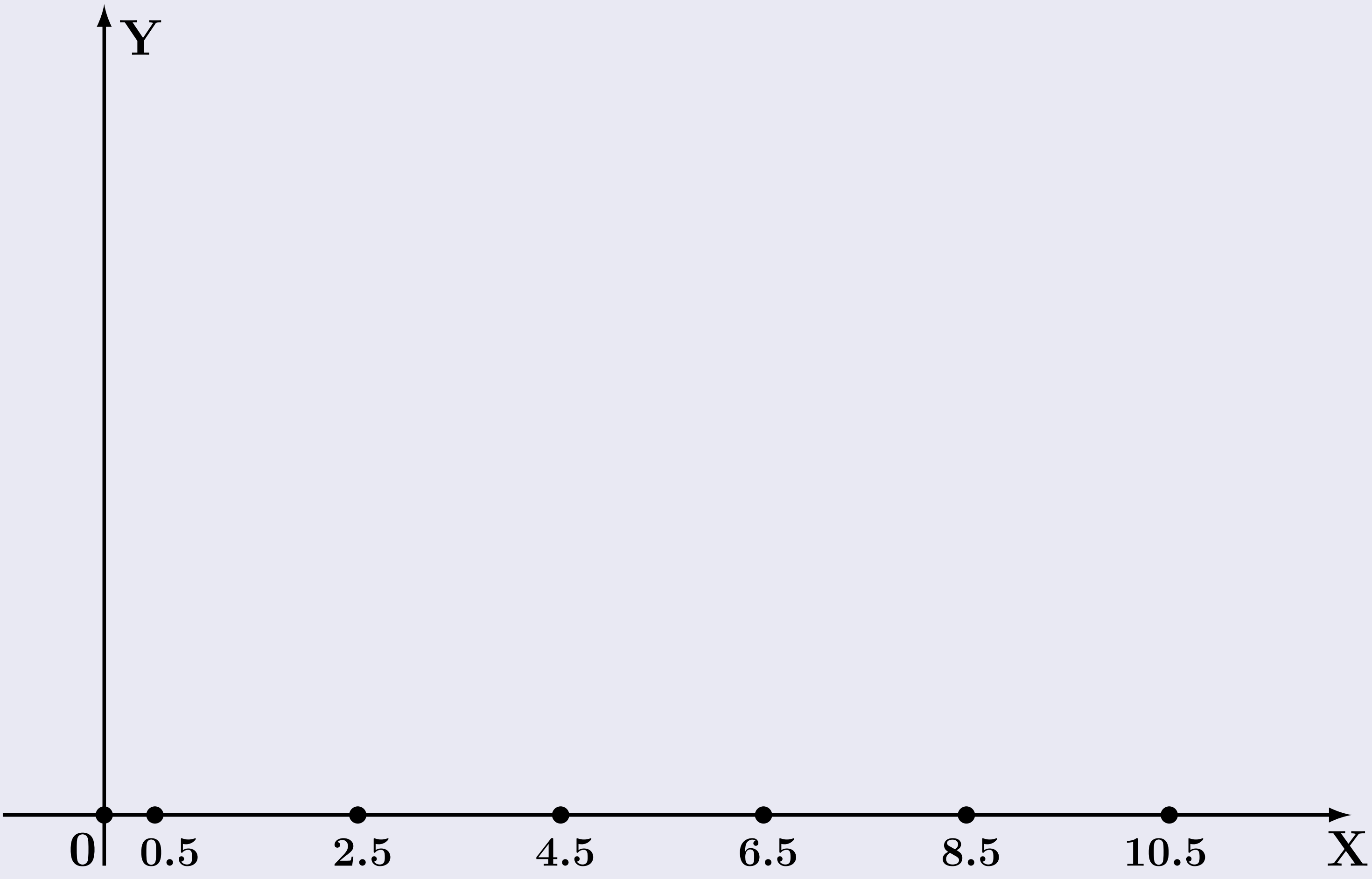


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 21 задача 2

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2+2+3+3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 21 задача 3

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.90$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.90^k \cdot e^{-4.90}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.90^0 \cdot e^{-4.90}}{0!} = e^{-4.90} =$$

$$p_1 = \frac{4.90^1 \cdot e^{-4.90}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.90^2 \cdot e^{-4.90}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.90^3 \cdot e^{-4.90}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.90^4 \cdot e^{-4.90}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.90^5 \cdot e^{-4.90}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.90^6 \cdot e^{-4.90}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.90^7 \cdot e^{-4.90}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.90^8 \cdot e^{-4.90}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 21 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи	______	Клик	
формат 1.23, $p_5 =$ введи	______	Клик	

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 21 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.

Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$\begin{aligned} a &= \overline{x}_{\text{выб}} &= \\ \sigma &= \sqrt{s^2_{\text{выб}}} &= \qquad = \end{aligned}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x- \quad)^2}{2\cdot \quad}}.$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 21 задача 5

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \textit{при} \;\; x<a \\ \frac{1}{b-a} & \textit{при} \;\; a\le x\le b \\ 0 & \textit{при} \;\; x>b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2}=\overline{x}_{\text{выб}}=4.90 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12}=s^2_{\text{выб}}=6.767\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b=2\cdot 4.90=$ и $(b-a)^2=12\cdot 6.767=$,

$$b-a=\sqrt{\qquad}= \quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b+a & = \\ b-a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b=$, $b=$,
$a=\quad-\quad=$. Окончательно,

$$f(x)=\begin{cases} \qquad\qquad\qquad\qquad 0 & \text{при} \;\; x< \\ \frac{1}{\quad-\quad}=\frac{1}{\quad}= & \text{при} \qquad \le x\le \\ \qquad\qquad\qquad\qquad 0 & \text{при} \;\; x> \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 5

формат 1.23, $a=$ введи ________ Клик

формат 1.23, $b=$ введи ________ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 21 задача 6, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.000$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.210}{1.000} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 =$, $k_{\min} = 15 - 1 =$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} =$, $k_{\min} =$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\ \ ,\ \ ) =$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}\quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\ \ ,\ \ ) =$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}\quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 21 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 21 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 21 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 15$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.830$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$ *, при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: **$F_{\text{набл}}$** **$F_{\text{кр}}$** .
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: **$F_{\text{набл}}$** **$F_{\text{кр}}$** . Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 21 задача 7, II

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 21 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** _____ Клик

Выборочная проверка вариант 21 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** _____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 29$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 86$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132-136|}{\sqrt{86/29 + 103/37}} = \quad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|Z_{\text{набл}}|$ $Z_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|Z_{\text{набл}}|$ $Z_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 21 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 21 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 21 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 21 задача 9, I

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 12$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.60$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.84$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.40$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{0.84}{0.40} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6). Степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.60 - 30.75}{\sqrt{11\cdot 0.84 + 16\cdot 0.40}} \cdot \sqrt{\frac{12\cdot 17\cdot 27}{29}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$|\boldsymbol{T}_{\textbf{набл}}| \quad \boldsymbol{T}_{\textbf{двуст,кр}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 21 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ______ Клик

Выборочная проверка вариант 21 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 21 задача 10

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.40$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$, *и объем выборки* $n = 28$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\ , \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 18$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1-q) < \sigma < s \cdot (1+q)\ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 18$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(18, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(18, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 21 задача 20

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} = \quad .$ $D_{\text{выб}} = \quad .$ $s^2_{\text{выб}} = \quad .$

Задача 3. $p_3 = \quad .$ $p_5 = \quad .$

Задача 4. $a = \quad .$ $\sigma = \quad .$

Задача 5. $a = \quad .$ $b = \quad .$

Задача 6. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| = \quad .$
$\alpha = 0.01: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} = \quad .$ $T_{\text{двуст,кр}} = \quad .$

Задача 10. $\delta_{0.95} = \quad .$ $\delta_{0.99} = \quad .$

Задача 11. $q_{0.95} = \quad .$ $q_{0.99} = \quad .$

☐

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 22

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 22 задача 1, I

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \qquad , \quad w_2 = \qquad , \quad w_3 = \qquad , \quad w_4 = \qquad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 4, 6, 8, 9$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\max}$).

варианты	**1**	**4**	**6**	**8**	**9**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если} \quad x \le 1, \\ \quad , & \text{если} \quad 1 < x \le 4 \\ \quad , & \text{если} \quad 4 < x \le 6 \\ \quad , & \text{если} \quad 6 < x \le 8 \\ \quad , & \text{если} \quad x > 8 \end{cases}$$

Вариант 22 задача 1, II

Решение (продолжение)

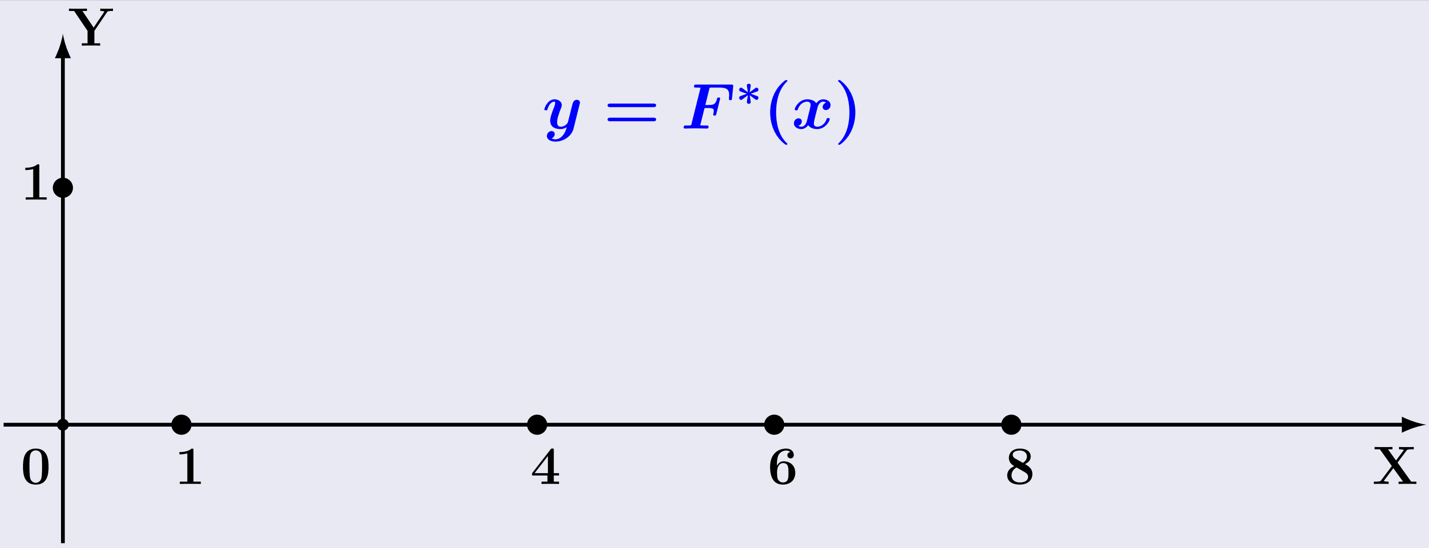


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1,\ \ ),\quad (4,\ \ ),\quad (6,\ \ ),\quad (8,\ \ ),$$

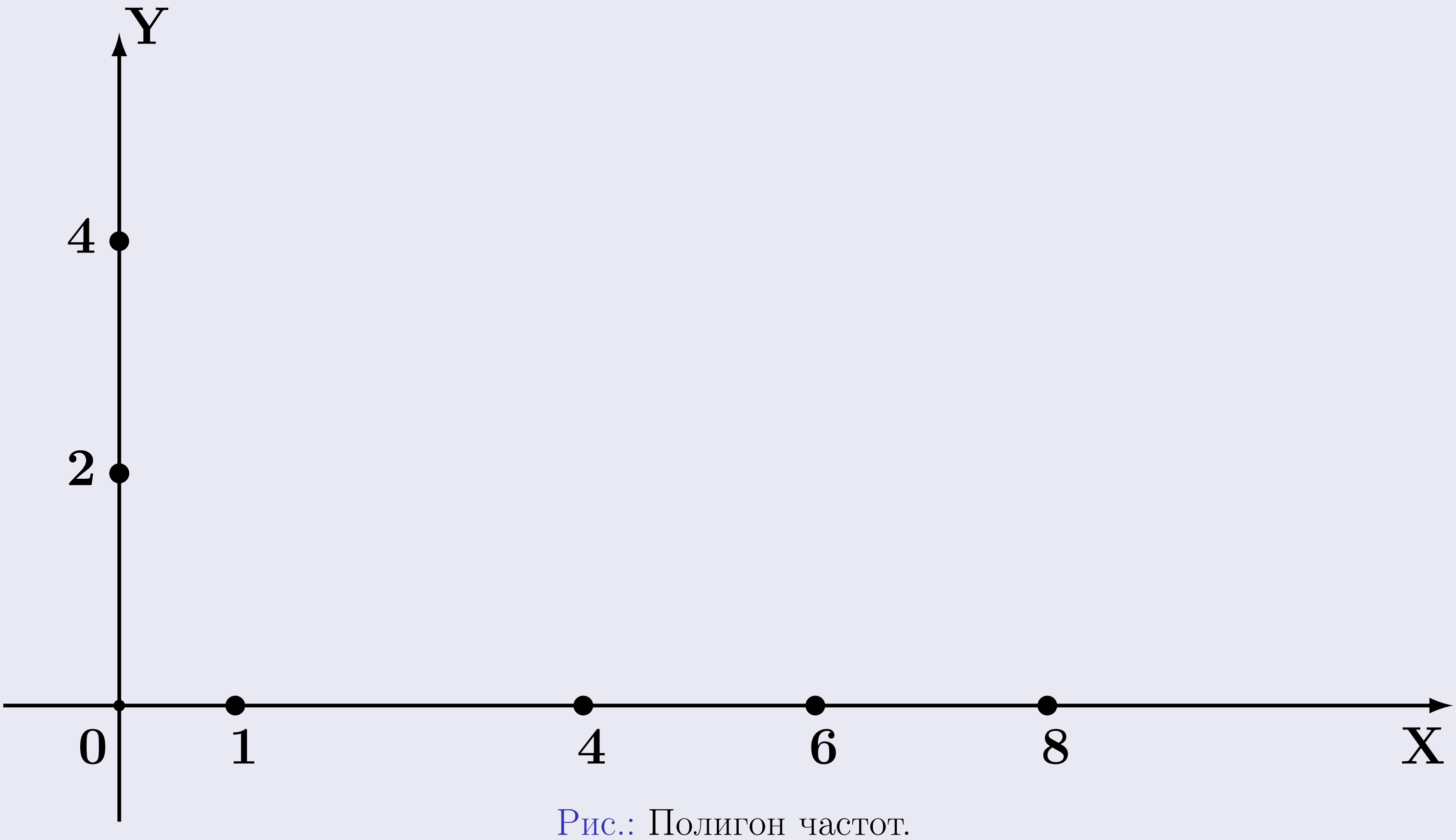


Рис.: Полигон частот.

Вариант 22 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

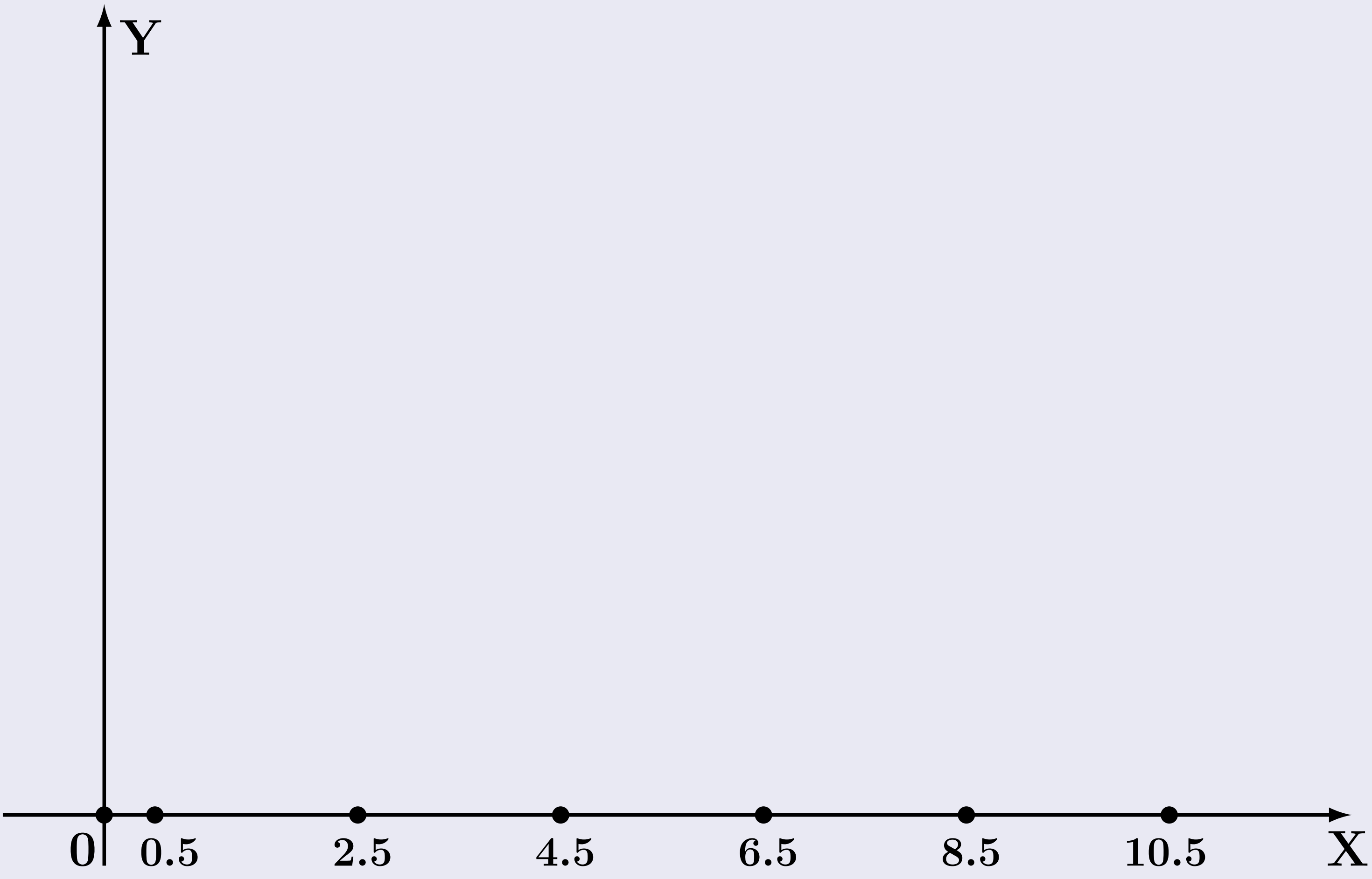


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 22 задача 2

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 2 + 4 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 22 задача 3

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.00$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.00^k \cdot e^{-5.00}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.00^0 \cdot e^{-5.00}}{0!} = e^{-5.00} =$$

$$p_1 = \frac{5.00^1 \cdot e^{-5.00}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.00^2 \cdot e^{-5.00}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.00^3 \cdot e^{-5.00}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.00^4 \cdot e^{-5.00}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.00^5 \cdot e^{-5.00}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.00^6 \cdot e^{-5.00}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.00^7 \cdot e^{-5.00}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.00^8 \cdot e^{-5.00}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 22 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$\begin{aligned} a &= \overline{x}_{\text{выб}} = \\ \sigma &= \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = \end{aligned}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 22 задача 5

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.00 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 6.222\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.00 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 6.222 =$,

$$b - a = \sqrt{} = \quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$ 🟨,
$a = \quad - \quad =$ 🟨. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & & 0 & \text{при } x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = & & & \text{при } \le x \le \\ & & 0 & \text{при } x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $b =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 14$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.000$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{1.000} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 22 задача 6, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 22 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 22 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 22 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 15$ *и* $n_Y = 10$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\ \ ,\ \ ) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\ \ ,\ \ ) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 22 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 22 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 22 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 29$ *и* $n_Y = 35$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 130$ *и* $\overline{y} = 137$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 86$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|130-137|}{\sqrt{86/29 + 103/35}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|} \quad \boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|} \quad \boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 22 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 22 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 22 задача 9, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 12$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.60$ *и* $\overline{y} = 30.55$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$. *Проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6). Степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 16 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.60 - 30.55}{\sqrt{11\cdot 1.14 + 15\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{12\cdot 16\cdot 26}{28}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.

Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 22 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 22 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 22 задача 10

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.40$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$, *и объем выборки* $n = 28$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 18$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1-q) < \sigma < s \cdot (1+q) \;, \tag{$*$}$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 18$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(18, 0.95) =$ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \tag{1}$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(18, 0.99) =$ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹ огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05:$ $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01:$ $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05:$ $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01:$ $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| =$.
$\alpha = 0.01:$ $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05:$ $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} =$. $T_{\text{двуст,кр}} =$.

Задача 10. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 11. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$. ☐

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 23

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 23 задача 1, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$*, и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5*.*

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \qquad , \quad w_2 = \qquad , \quad w_3 = \qquad , \quad w_4 = \qquad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 4, 6, 9, 10$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**1**	**4**	**6**	**9**	**10**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если} \;\; x \le 1, \\ \quad , & \text{если} \;\; 1 < x \le 4 \\ \quad , & \text{если} \;\; 4 < x \le 6 \\ \quad , & \text{если} \;\; 6 < x \le 9 \\ \quad , & \text{если} \;\; x > 9 \end{cases}$$

Вариант 23 задача 1, II

Решение (продолжение)

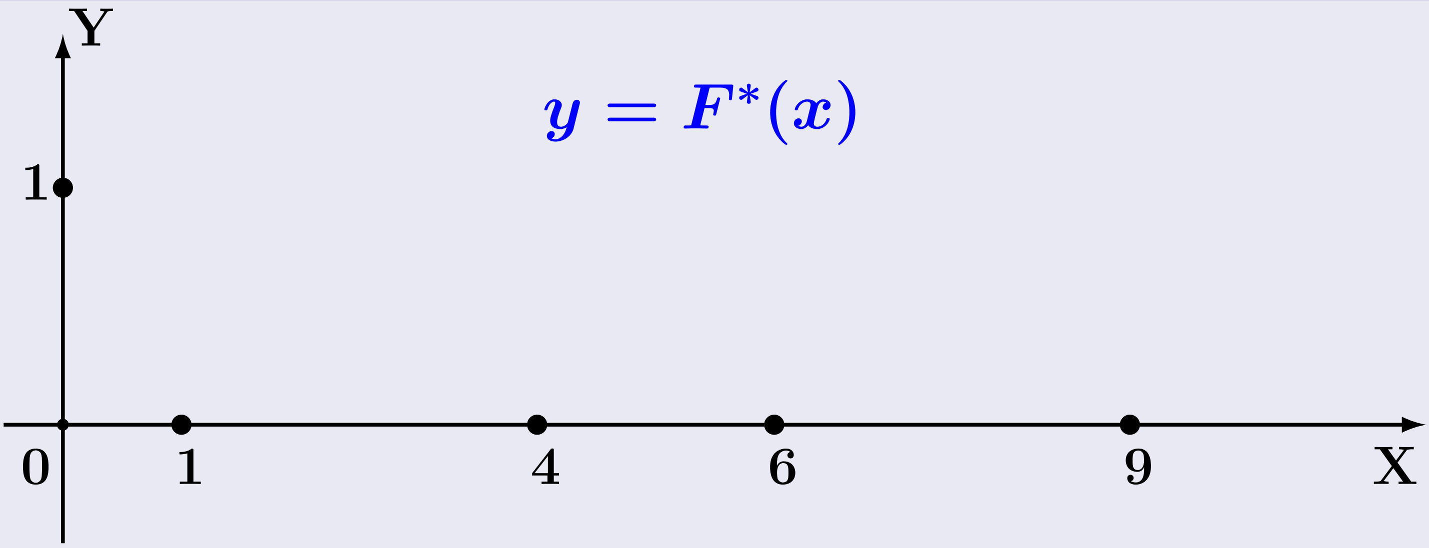


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1,\ \ ),\quad (4,\ \ ),\quad (6,\ \ ),\quad (9,\ \ ),$$

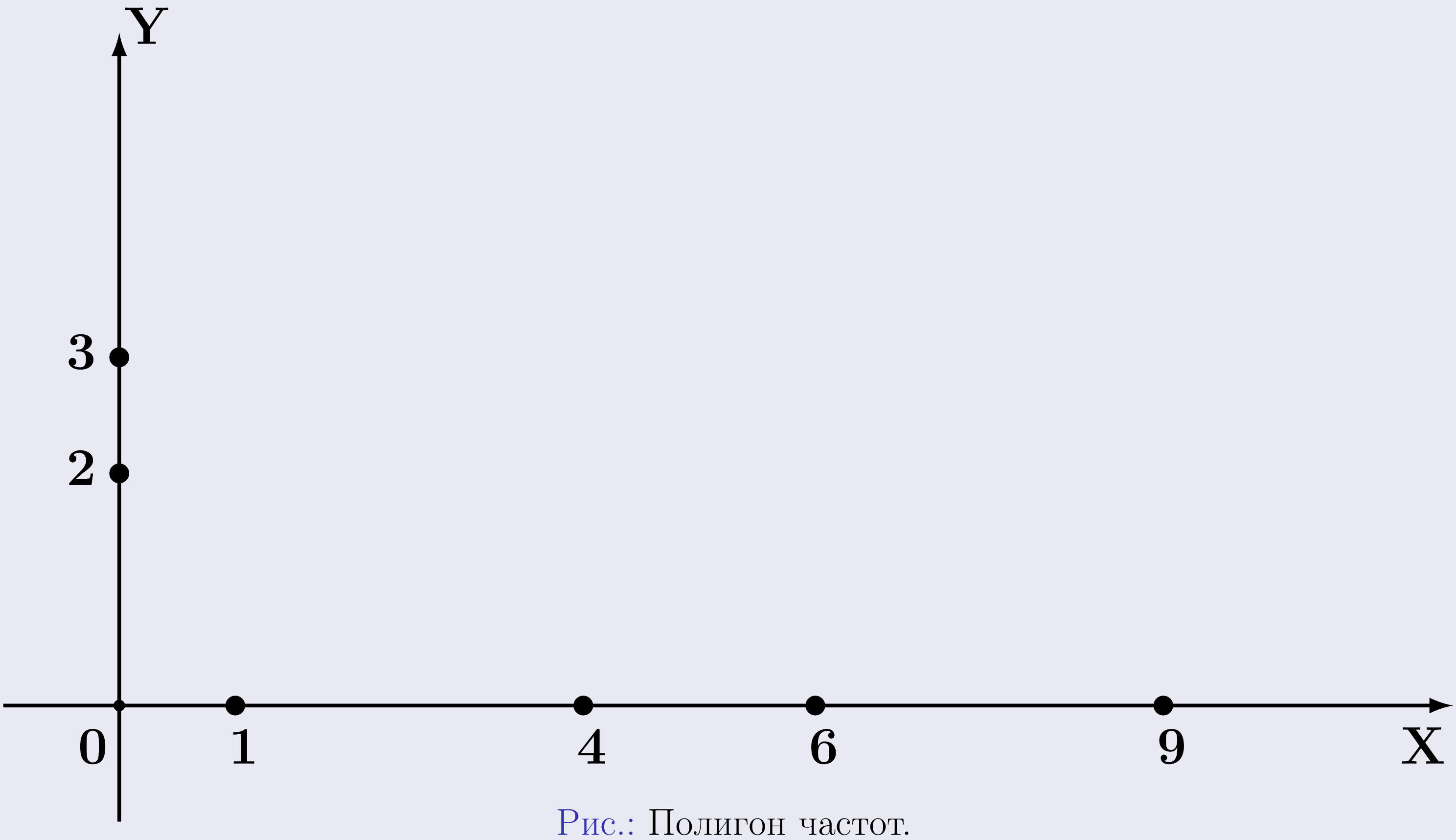


Рис.: Полигон частот.

Вариант 23 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

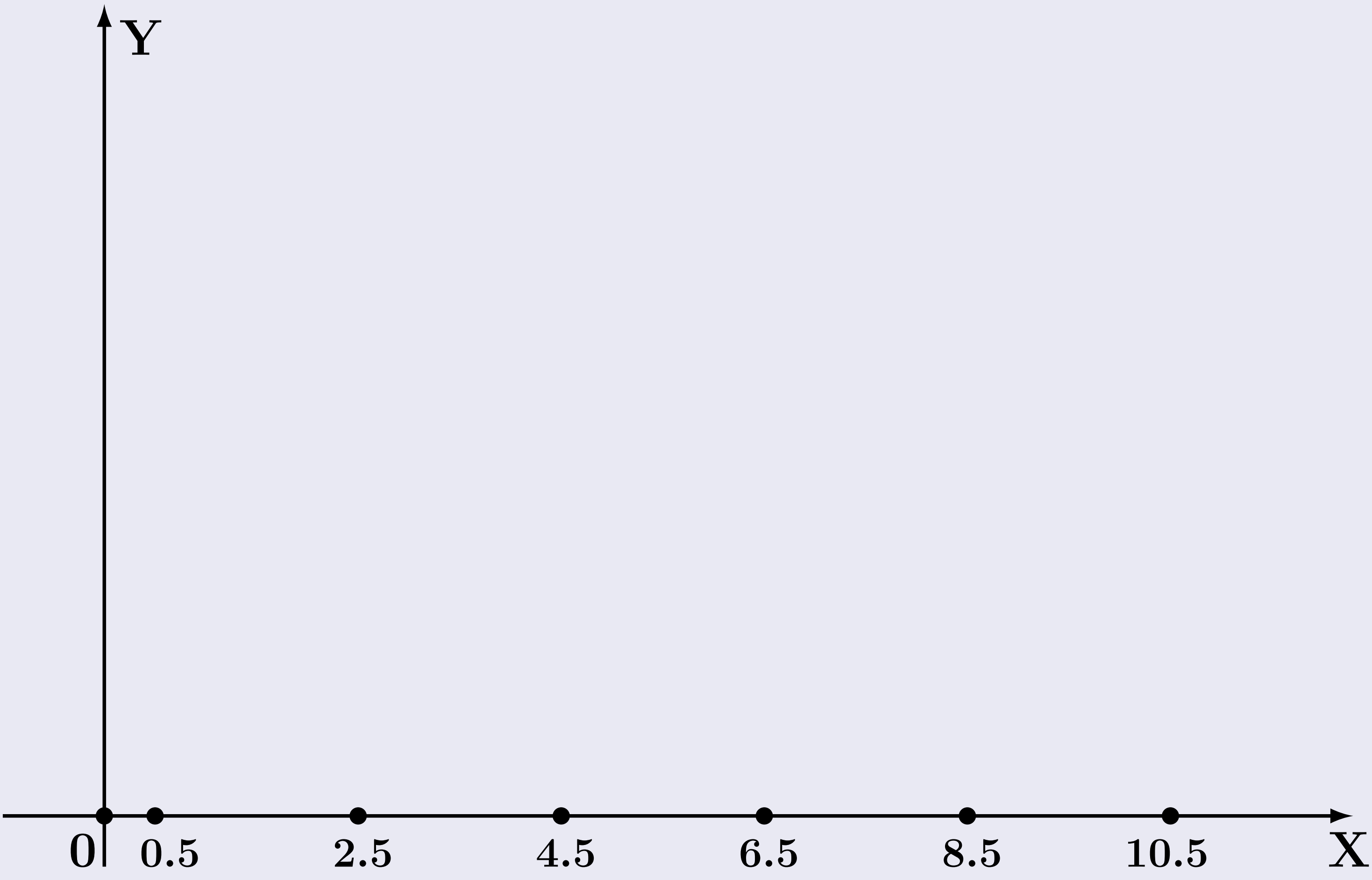


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 23 задача 2

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 2 + 3 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \quad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \\ = \qquad = \quad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}}$ = введи ______ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}}$ = введи ______ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}}$ = введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 23 задача 3

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.50$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.50^k \cdot e^{-5.50}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.50^0 \cdot e^{-5.50}}{0!} = e^{-5.50} =$$

$$p_1 = \frac{5.50^1 \cdot e^{-5.50}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.50^2 \cdot e^{-5.50}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.50^3 \cdot e^{-5.50}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.50^4 \cdot e^{-5.50}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.50^5 \cdot e^{-5.50}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.50^6 \cdot e^{-5.50}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.50^7 \cdot e^{-5.50}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.50^8 \cdot e^{-5.50}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 23 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по нормальному закону*

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a *и* σ *.*

Дать точечную оценку параметров a *и* σ *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = $$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \quad = $$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 23 задача 5

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.50 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 9.167\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.50 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 9.167 =$,

$$b - a = \sqrt{\qquad} = \qquad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a = \quad - \quad =$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & & 0 \ \text{при} \ x < \\ \frac{1}{\quad - \quad} = \frac{1}{\quad} = & & \text{при} \quad \le x \le \\ & & 0 \ \text{при} \ x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 23 задача 6, I

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.000$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{1.000} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 23 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 23 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 23 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 15$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 23 задача 7, II

Выборочная проверка вариант 23 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 23 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Вариант 23 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 29$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 137$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 86$, $\mathbb{D}(Y) = 106$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132 - 137|}{\sqrt{86/29 + 106/37}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 23 задача 8, II

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Выборочная проверка вариант 23 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 23 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 23 задача 9, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 12$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.60$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$*, для уровня значимости* $\alpha = 0.05$ *.*

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.60 - 30.75}{\sqrt{11 \cdot 1.14 + 16 \cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{12 \cdot 17 \cdot 27}{29}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$\boldsymbol{|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается** .

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 23 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 23 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 23 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 23 задача 10

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.40$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$, *и объем выборки* $n = 28$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \tag{$*$}$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \tag{1}$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 23 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 18$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \; , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 18$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(18, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(18, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 23 задача 20

возврат $\Longrightarrow$ **огл** $\Longleftarrow$

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| =$.
$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} =$. $T_{\text{двуст,кр}} =$.

Задача 10. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 11. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

□

возврат $\Longrightarrow$ **огл** $\Longleftarrow$

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 24

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 24 задача 1, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \quad , \quad w_2 = \quad , \quad w_3 = \quad , \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 4, 5, 7, 8$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\max}$).

варианты	**2**	**4**	**5**	**7**	**8**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 2, \\ \quad, & \text{если } 2 < x \le 4 \\ \quad, & \text{если } 4 < x \le 5 \\ \quad, & \text{если } 5 < x \le 7 \\ \quad, & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

Вариант 24 задача 1, II

Решение (продолжение)

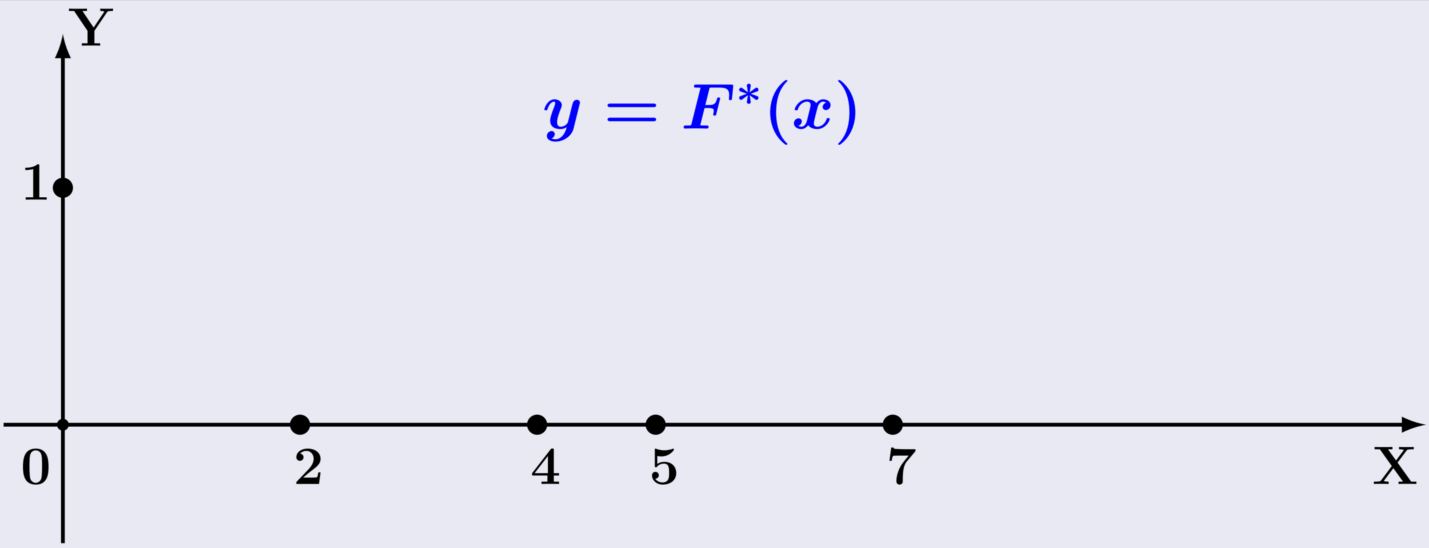


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2,\ \ ),\quad (4,\ \ ),\quad (5,\ \ ),\quad (7,\ \ ),$$

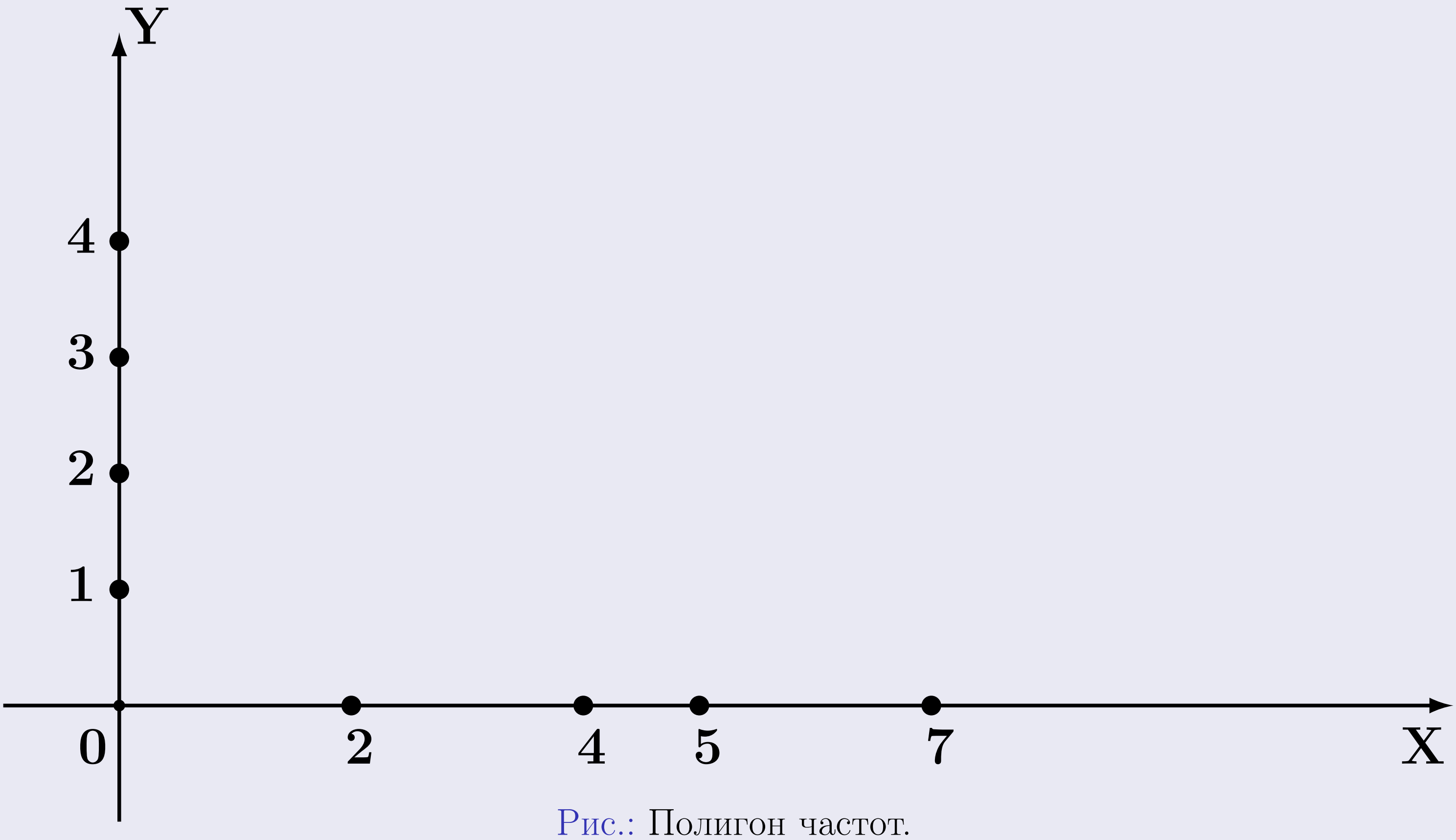


Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

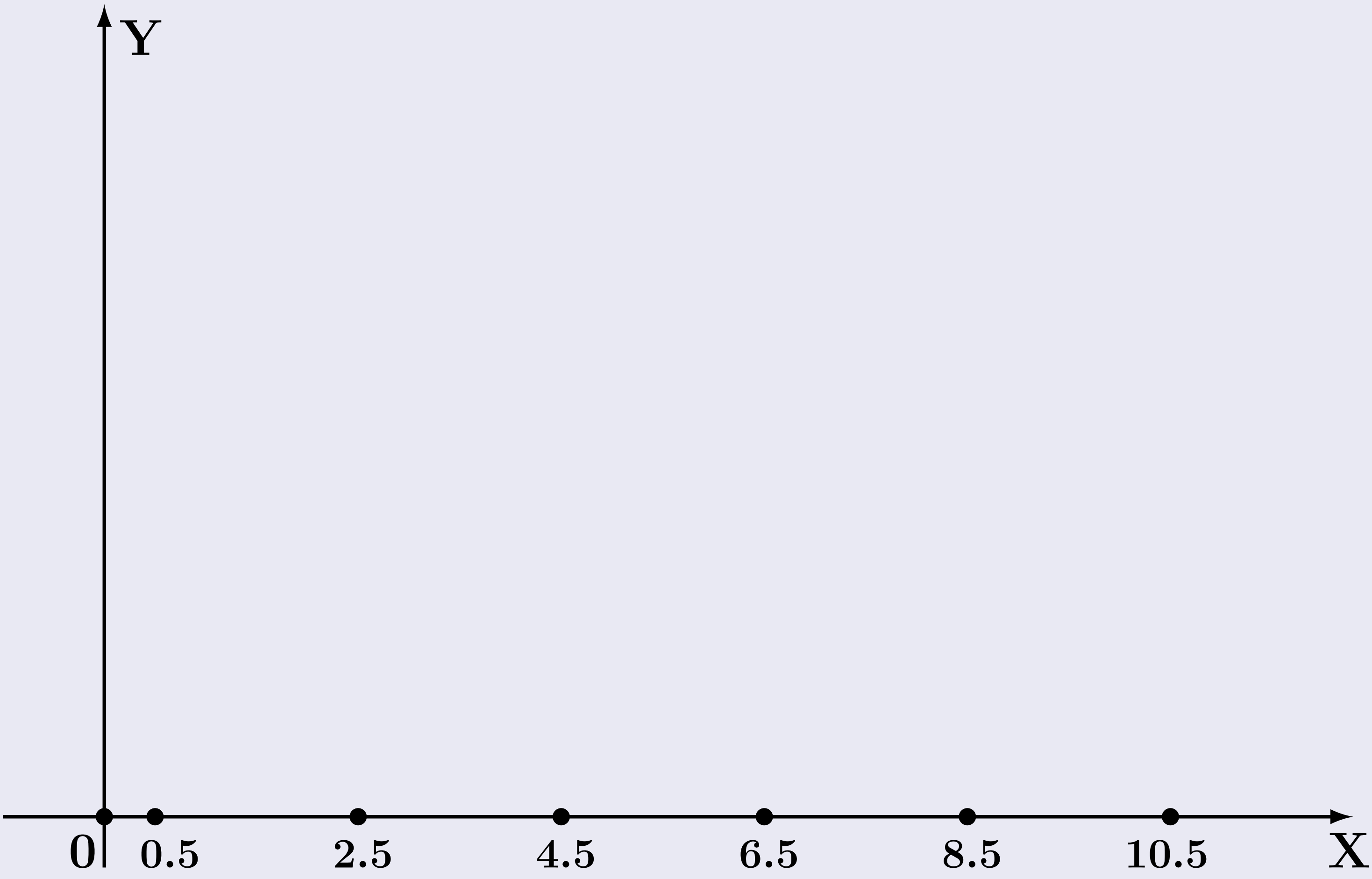


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 24 задача 2

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ *,* $D_{\text{выб}}$ *,* $s^2_{\text{выб}}$ *.*

Решение

Объем выборки $n = 3 + 1 + 4 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + x_3 n_3 + x_4 n_4}{n} = \qquad = \quad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2 n_1 + x_2^2 n_2 + x_3^2 n_3 + x_4^2 n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \quad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.40$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.40^k \cdot e^{-4.40}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.40^0 \cdot e^{-4.40}}{0!} = e^{-4.40} =$$

$$p_1 = \frac{4.40^1 \cdot e^{-4.40}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.40^2 \cdot e^{-4.40}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.40^3 \cdot e^{-4.40}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.40^4 \cdot e^{-4.40}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.40^5 \cdot e^{-4.40}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.40^6 \cdot e^{-4.40}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.40^7 \cdot e^{-4.40}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.40^8 \cdot e^{-4.40}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 24 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 24 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2*. Признак* X *распределен по нормальному закону*

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a *и* σ *.*
Дать точечную оценку параметров a *и* σ *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \qquad$$
$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = \qquad$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи _______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи _______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 24 задача 5

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } \; x<a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } \; a\le x\le b \\ 0 & \text{при } \; x>b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2}=\overline{x}_{\text{выб}}=4.40 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12}=s^2_{\text{выб}}=3.600\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b=2\cdot 4.40=$ и $(b-a)^2=12\cdot 3.600=$,

$$b-a=\sqrt{\qquad}= \qquad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b+a & = \\ b-a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b=$, $b=$,
$a=\qquad-\qquad=$. Окончательно,

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } \; x< \\ \frac{1}{\quad-\quad}=\frac{1}{\quad}= & \text{при } \qquad \le x\le \\ 0 & \text{при } \; x> \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 5

формат 1.23, $a=$ введи ________ Клик

формат 1.23, $b=$ введи ________ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 24 задача 6, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.700} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \ , \ ) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \ , \ ) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 24 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 24 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 24 задача 7, I

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 24 задача 7, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 24 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 24 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 100$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132-136|}{\sqrt{83/27 + 100/37}} = \quad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 24 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 24 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 24 задача 9, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6). Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.75}{\sqrt{10\cdot 1.14 + 16\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{11\cdot 17\cdot 26}{28}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$\boldsymbol{|T_{\text{набл}}|} \quad \boldsymbol{T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 24 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 24 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** ______ Клик

Выборочная проверка вариант 24 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.40$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$, *и объем выборки* $n = 27$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ☐ Клик ☐

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 24 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 24 задача 20

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} = \quad .$ $D_{\text{выб}} = \quad .$ $s^2_{\text{выб}} = \quad .$

Задача 3. $p_3 = \quad .$ $p_5 = \quad .$

Задача 4. $a = \quad .$ $\sigma = \quad .$

Задача 5. $a = \quad .$ $b = \quad .$

Задача 6. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **аетcя**.
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **аетcя**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **аетcя**
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **аетcя**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| = \quad .$
$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **аетcя**.
$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **аетcя**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} = \quad .$ $T_{\text{двуст,кр}} = \quad .$

Задача 10. $\delta_{0.95} = \quad .$ $\delta_{0.99} = \quad .$

Задача 11. $q_{0.95} = \quad .$ $q_{0.99} = \quad .$

□

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 25

возврат ⟹

огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**2**	**4**	**5**	**8**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**3**	**1**	**3**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \dfrac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \qquad , \quad w_2 = \qquad , \quad w_3 = \qquad , \quad w_4 = \qquad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 4, 5, 8, 9$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**2**	**4**	**5**	**8**	**9**
частоты $\boldsymbol{n(< x_i)}$	**0**				
относительные частоты $\boldsymbol{w(< x_i)}$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } \; x \le 2, \\ \quad , & \text{если } \; 2 < x \le 4 \\ \quad , & \text{если } \; 4 < x \le 5 \\ \quad , & \text{если } \; 5 < x \le 8 \\ \quad , & \text{если } \; x > 8 \end{cases}$$

Вариант 25 задача 1, II

Решение (продолжение)

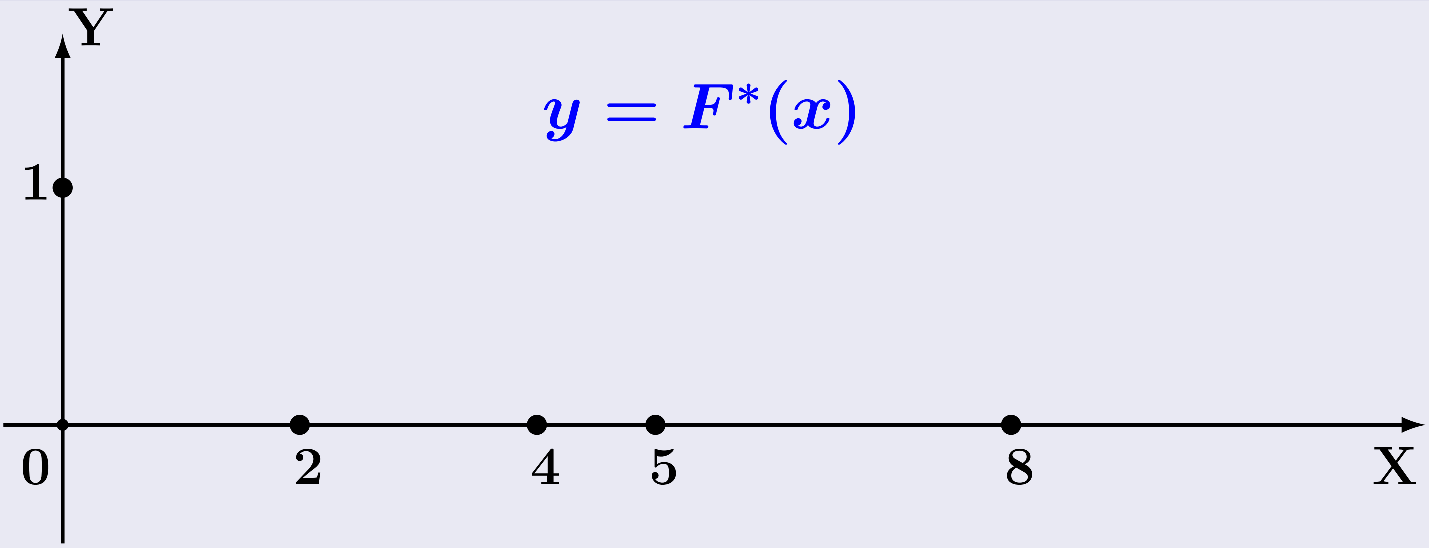


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2,\ \ ),\quad (4,\ \ ),\quad (5,\ \ ),\quad (8,\ \ ),$$

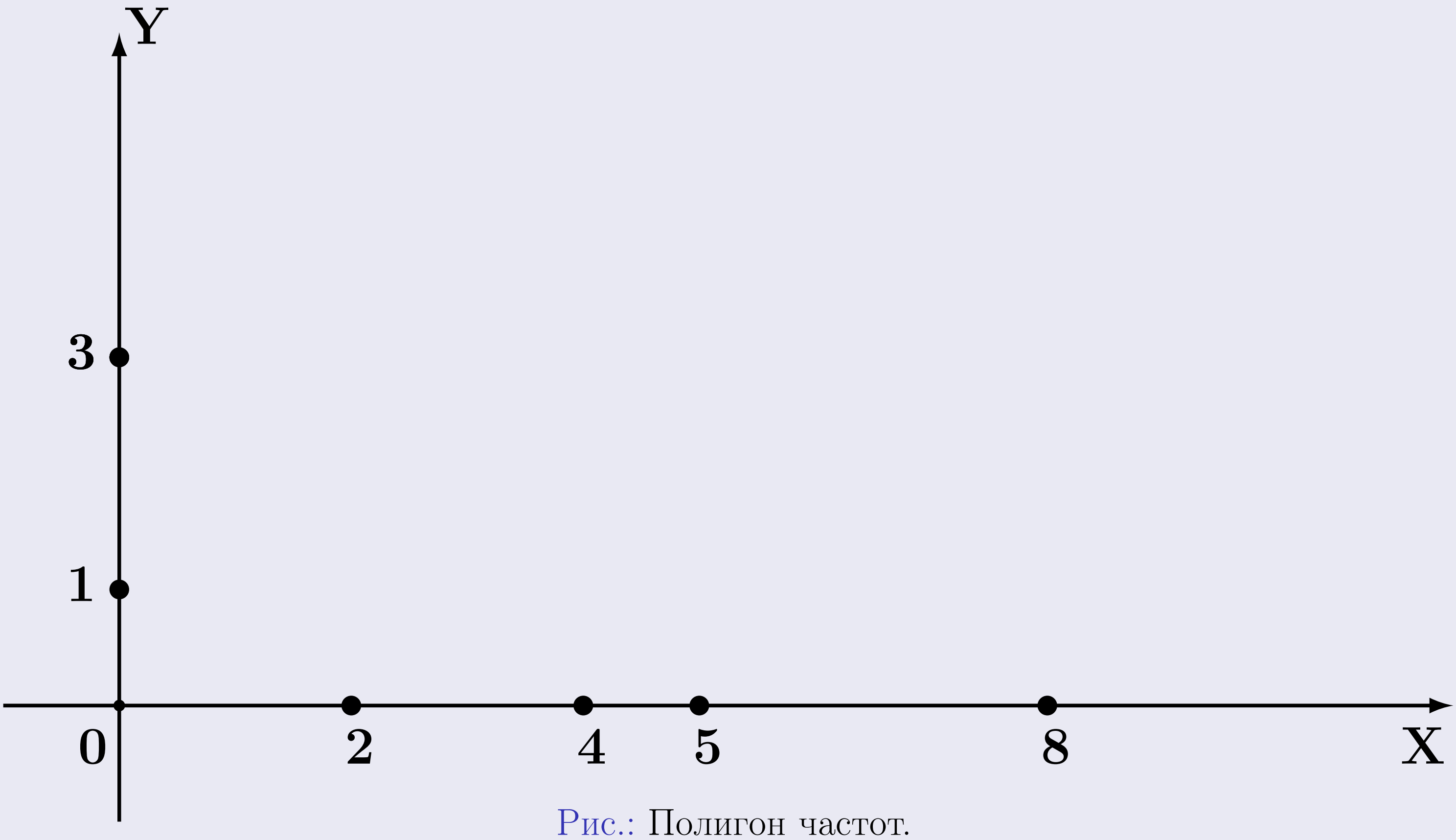


Рис.: Полигон частот.

Вариант 25 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

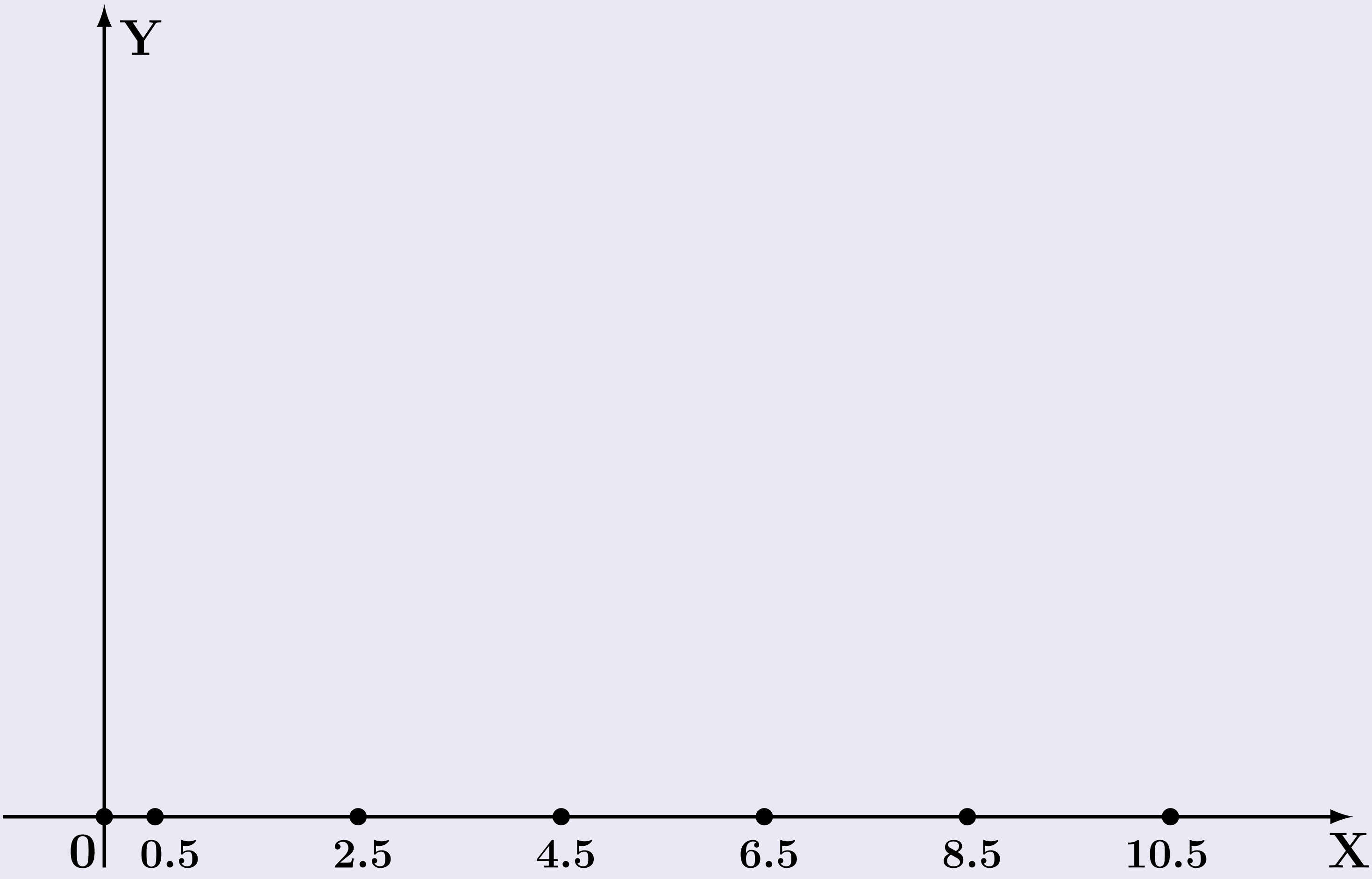


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 1 + 3 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \quad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \quad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.90$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.90^k \cdot e^{-4.90}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.90^0 \cdot e^{-4.90}}{0!} = e^{-4.90} =$$

$$p_1 = \frac{4.90^1 \cdot e^{-4.90}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.90^2 \cdot e^{-4.90}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.90^3 \cdot e^{-4.90}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.90^4 \cdot e^{-4.90}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.90^5 \cdot e^{-4.90}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.90^6 \cdot e^{-4.90}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.90^7 \cdot e^{-4.90}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.90^8 \cdot e^{-4.90}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 25 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи	______	Клик	
формат 1.23, $p_5 =$ введи	______	Клик	

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 25 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по нормальному закону*

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a *и* σ .

Дать точечную оценку параметров a *и* σ *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 9,

$$a \;=\; \overline{x}_{\text{выб}} \;=\;$$

$$\sigma \;=\; \sqrt{s^2_{\text{выб}}} \;=\; \qquad =$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x- \quad)^2}{2\cdot \quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 25 задача 5

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \textit{при} \;\; x<a \\ \frac{1}{b-a} & \textit{при} \;\; a\le x\le b \\ 0 & \textit{при} \;\; x>b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2}=\overline{x}_{\text{выб}}=4.90 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12}=s^2_{\text{выб}}=6.100\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b=2\cdot 4.90=\qquad$ и $(b-a)^2=12\cdot 6.100=\qquad$,

$$b-a=\sqrt{\qquad}=\qquad.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b+a & = \\ b-a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b=\qquad$, $b=\qquad$,
$a=\qquad-\qquad=\qquad$. Окончательно,

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \;\; x< \\ \dfrac{1}{\;-\;}=\dfrac{1}{\;}= & \text{при} \;\; \qquad\le x\le \\ 0 & \text{при} \;\; x> \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 5

формат 1.23, $a=$ введи ______ Клик

формат 1.23, $b=$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 25 задача 6, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.700} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 16 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \;\, , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \;\, , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 25 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 25 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 25 задача 7, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 12$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 25 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 25 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 25 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 39$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 134$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|134-136|}{\sqrt{83/27 + 103/39}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|}$ $\boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|}$ $\boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 25 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 25 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 25 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 25 задача 9, I

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 18$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.95$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$*, для уровня значимости* $\alpha = 0.05$ *.*

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 18 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.95}{\sqrt{10\cdot 1.14 + 17\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{11\cdot 18\cdot 27}{29}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$|\boldsymbol{T}_{\textbf{набл}}| \quad \boldsymbol{T}_{\textbf{двуст,кр}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается** .

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Вариант 25 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 25 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ **Клик**

Выборочная проверка вариант 25 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ **Клик**

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.40$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$, *и объем выборки* $n = 27$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ☐ Клик ☐

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 25 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1-q) < \sigma < s \cdot (1+q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 25 задача 20

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **аеться**.
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **аеться**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| =$.
$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} =$. $T_{\text{двуст,кр}} =$.

Задача 10. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 11. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

☐

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 26

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 26 задача 1, I

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**2**	**4**	**6**	**8**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**3**	**1**	**4**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \qquad , \quad w_2 = \qquad , \quad w_3 = \qquad , \quad w_4 = \qquad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 4, 6, 8, 9$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**2**	**4**	**6**	**8**	**9**
частоты $\boldsymbol{n(< x_i)}$	**0**				
относительные частоты $\boldsymbol{w(< x_i)}$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 2, \\ \quad , & \text{если } 2 < x \le 4 \\ \quad , & \text{если } 4 < x \le 6 \\ \quad , & \text{если } 6 < x \le 8 \\ \quad , & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

Вариант 26 задача 1, II

Решение (продолжение)

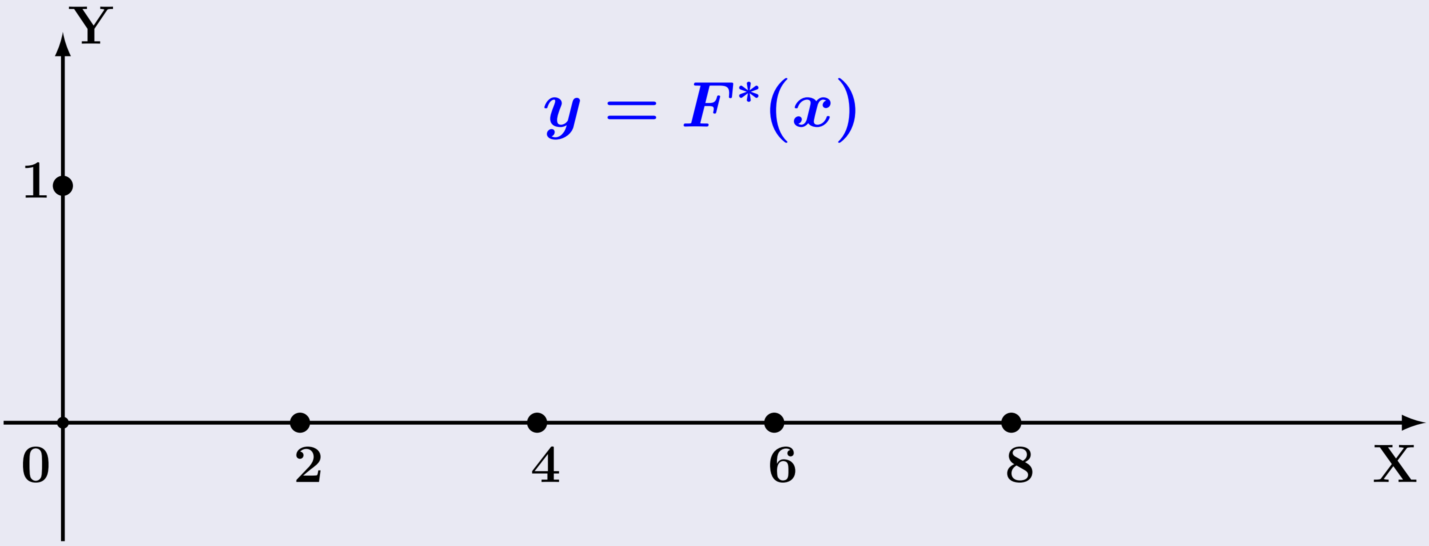


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2,\ \ ),\quad (4,\ \ ),\quad (6,\ \ ),\quad (8,\ \ ),$$

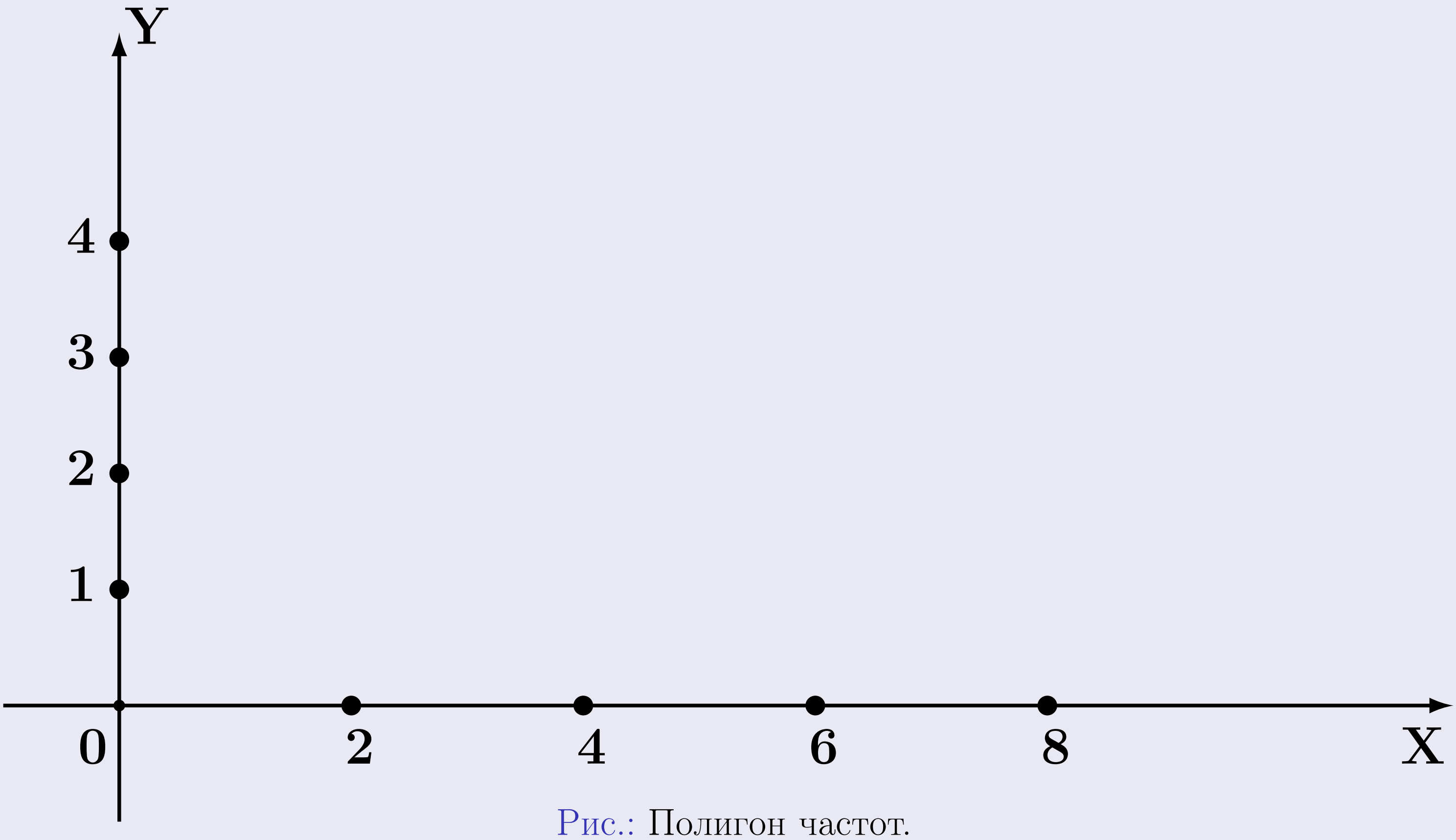


Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

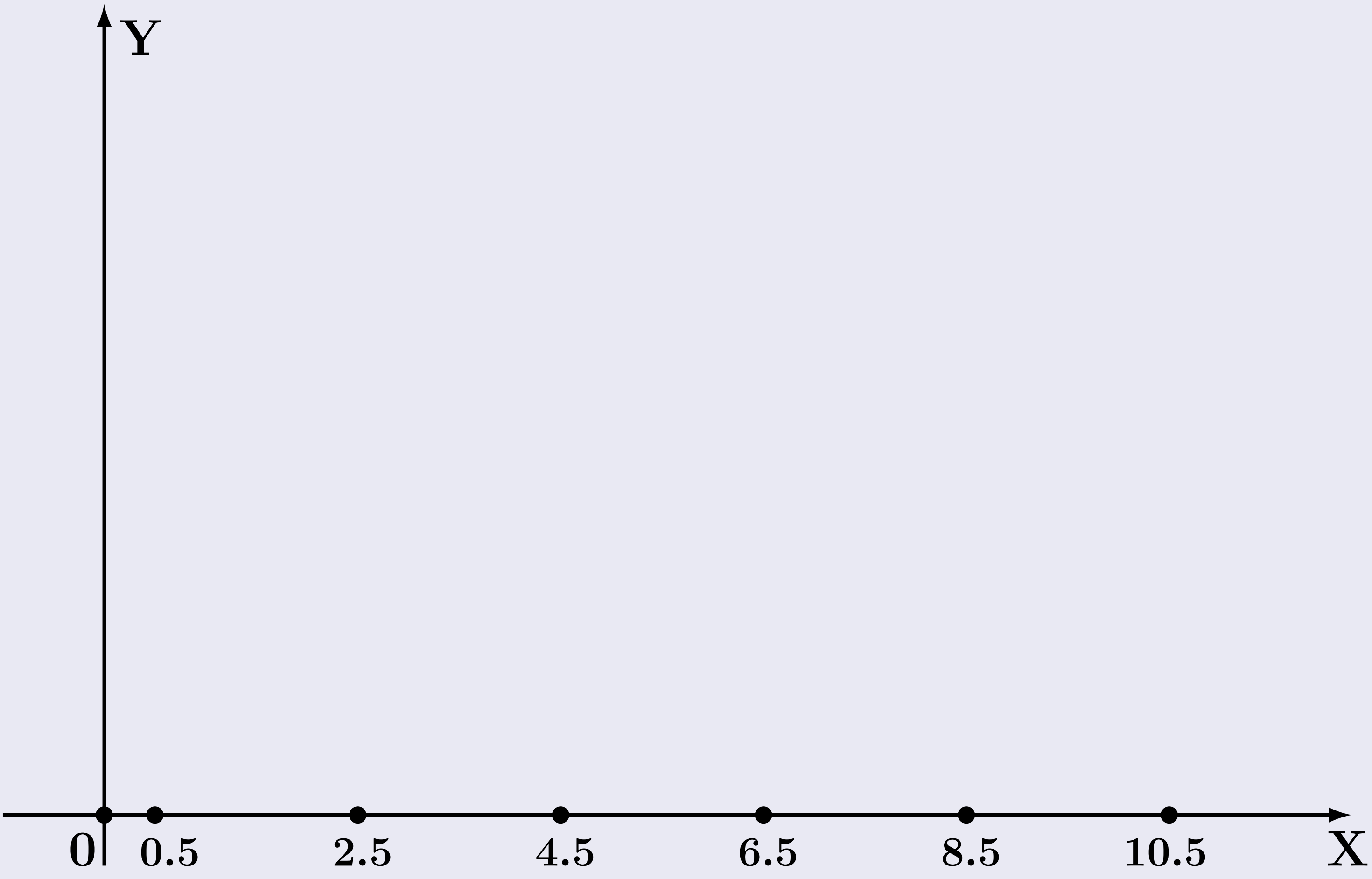


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 26 задача 2

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 1 + 4 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \boxed{};$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \\ = \qquad = \boxed{};$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \boxed{}.$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ☐ Клик ☐

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

возврат $\Longrightarrow$ **огл** $\Longleftarrow$

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.
Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*
Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.00$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.
Окончательно, $p_k = \frac{5.00^k \cdot e^{-5.00}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.00^0 \cdot e^{-5.00}}{0!} = e^{-5.00} =$$

$$p_1 = \frac{5.00^1 \cdot e^{-5.00}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.00^2 \cdot e^{-5.00}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.00^3 \cdot e^{-5.00}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.00^4 \cdot e^{-5.00}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.00^5 \cdot e^{-5.00}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.00^6 \cdot e^{-5.00}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.00^7 \cdot e^{-5.00}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.00^8 \cdot e^{-5.00}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 26 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ______ Клик

возврат $\Longrightarrow$ **огл** $\Longleftarrow$

Вариант 26 задача 4

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$\begin{aligned} a &= \overline{x}_{\text{выб}} = \\ \sigma &= \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = \end{aligned}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\quad}}.$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 26 задача 5

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \textit{при} \;\; x < a \\ \frac{1}{b-a} & \textit{при} \;\; a \le x \le b \\ 0 & \textit{при} \;\; x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.00 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 5.556\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.00 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 5.556 =$,

$$b - a = \sqrt{} = \quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a = \quad - \quad =$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & & 0 \;\; \text{при} \;\; x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = & & \text{при} \;\; \le x \le \\ & & 0 \;\; \text{при} \;\; x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $b =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 26 задача 6, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ *, при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.010}{0.700} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \ $, $k_{\min} = 15 - 1 = \ $. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \ $, $k_{\min} = \ $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\ ,\ ) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F}_{\textbf{набл}} \quad \boldsymbol{F}_{\textbf{кр}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\ ,\ ) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F}_{\textbf{набл}} \quad \boldsymbol{F}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 26 задача 6, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 26 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 26 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 26 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.430$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 26 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 26 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 26 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 137$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132-137|}{\sqrt{83/27 + 103/37}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 26 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 26 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 26 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 26 задача 9, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.44$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.00$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 :\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 :\ \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$*, для уровня значимости* $\alpha = 0.05$ *.*

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.44}{1.00} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6). Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05;\quad ,\quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.75}{\sqrt{10\cdot 1.44 + 16\cdot 1.00}} \cdot \sqrt{\frac{11\cdot 17\cdot 26}{28}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,\quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$|\boldsymbol{T}_{\textbf{набл}}| \quad \boldsymbol{T}_{\textbf{двуст,кр}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 :\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается** .

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 26 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 26 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи _____ **Клик**

Выборочная проверка вариант 26 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи _____ **Клик**

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.40$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$, *и объем выборки* $n = 27$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 26 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) =$ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) =$ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 26 задача 20

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} = \quad .$ $D_{\text{выб}} = \quad .$ $s^2_{\text{выб}} = \quad .$

Задача 3. $p_3 = \quad .$ $p_5 = \quad .$

Задача 4. $a = \quad .$ $\sigma = \quad .$

Задача 5. $a = \quad .$ $b = \quad .$

Задача 6. $F_{\text{набл}} = \quad .$

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} = \quad .$

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| = \quad .$

$\alpha = 0.01: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} = \quad .$ $T_{\text{двуст,кр}} = \quad .$

Задача 10. $\delta_{0.95} = \quad .$ $\delta_{0.99} = \quad .$

Задача 11. $q_{0.95} = \quad .$ $q_{0.99} = \quad .$ $\square$

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 27

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 27 задача 1, I

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \dfrac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \quad , \quad w_2 = \quad , \quad w_3 = \quad , \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 4, 6, 9, 10$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**2**	**4**	**6**	**9**	**10**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } \; x \le 2, \\ \;\;, & \text{если } \; 2 < x \le 4 \\ \;\;, & \text{если } \; 4 < x \le 6 \\ \;\;, & \text{если } \; 6 < x \le 9 \\ \;\;, & \text{если } \; x > 9 \end{cases}$$

Вариант 27 задача 1, II

Решение (продолжение)

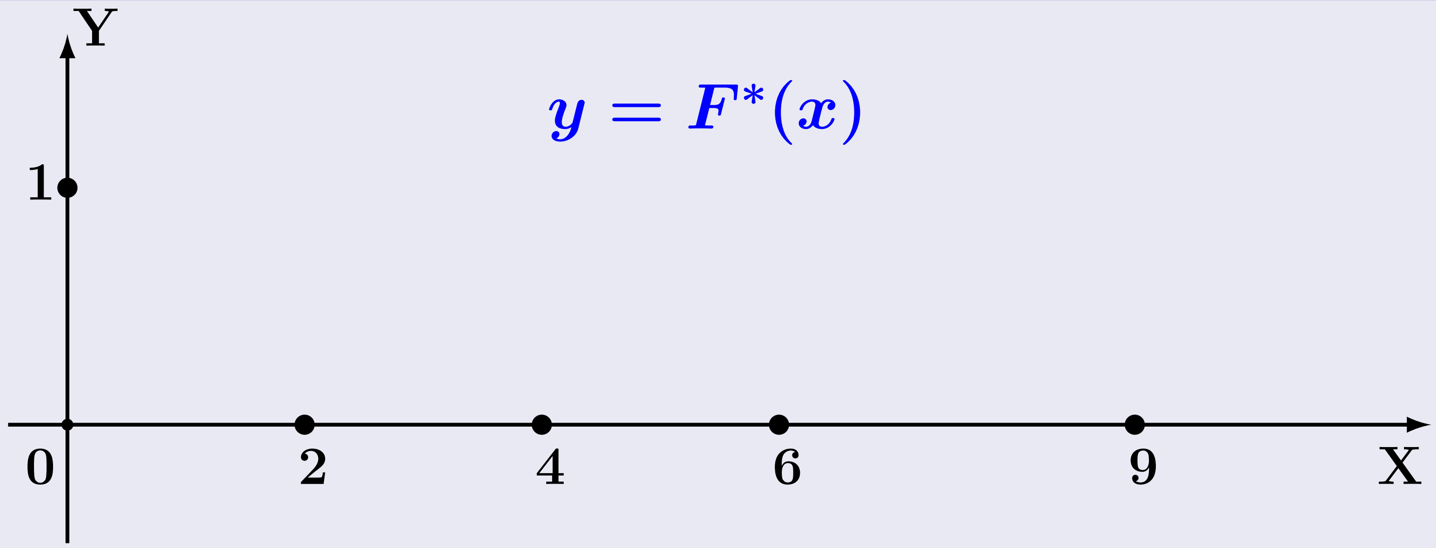


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2,\ \ ),\quad (4,\ \ ),\quad (6,\ \ ),\quad (9,\ \ ),$$

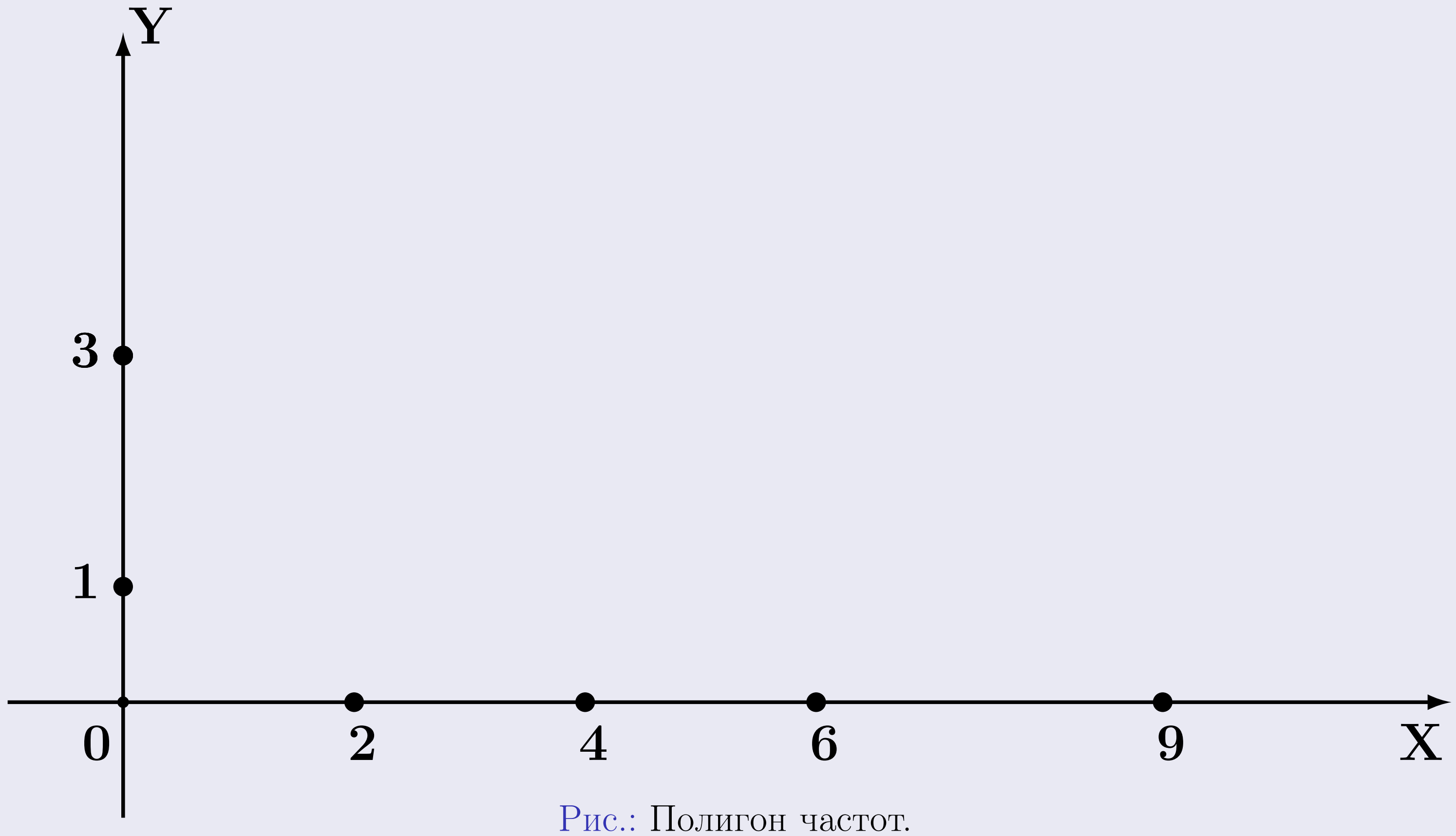


Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

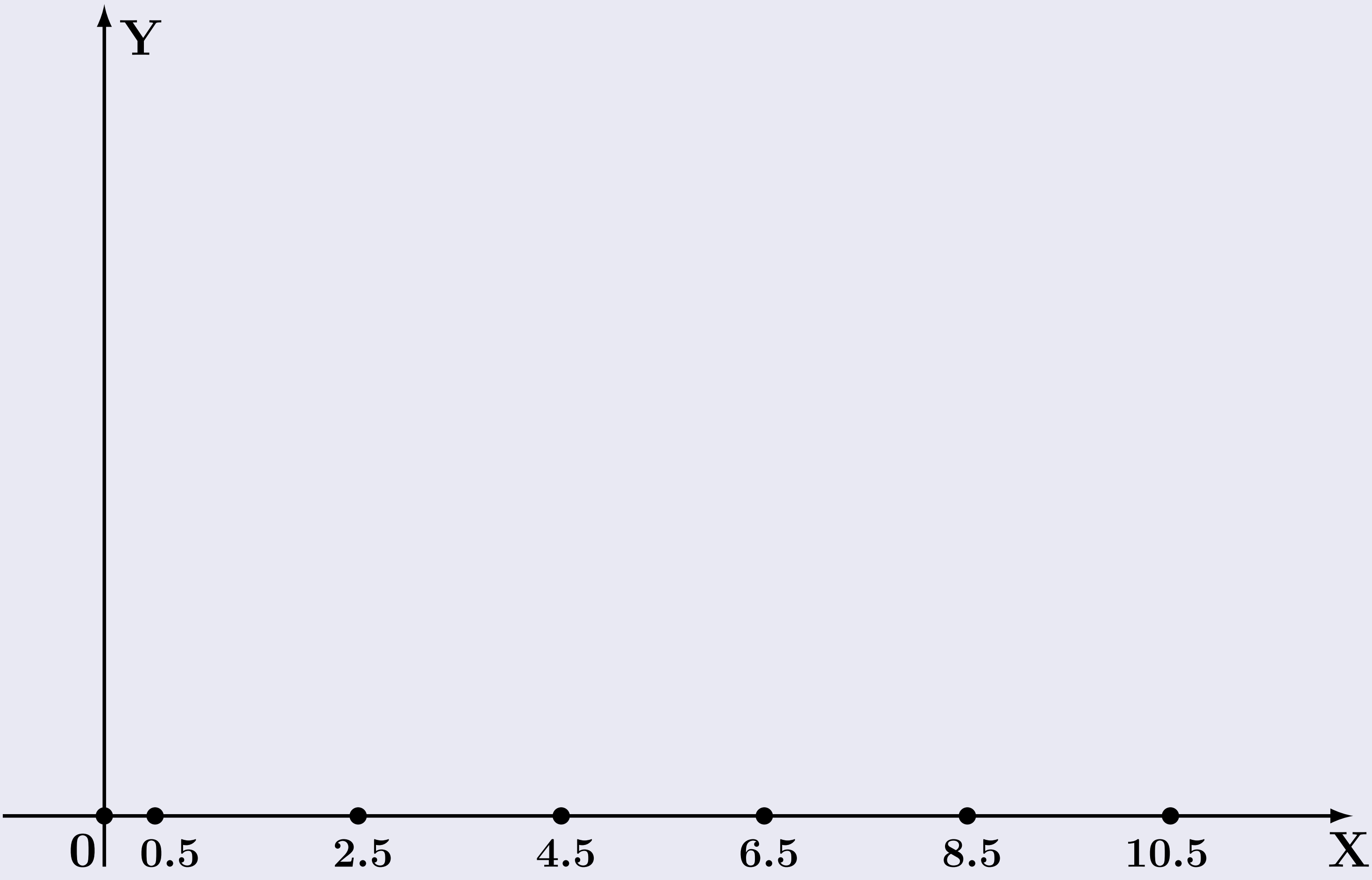


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 27 задача 2

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 1 + 3 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \quad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \quad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 27 задача 3

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.
Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*
Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.50$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.
Окончательно, $p_k = \frac{5.50^k \cdot e^{-5.50}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.50^0 \cdot e^{-5.50}}{0!} = e^{-5.50} =$$

$$p_1 = \frac{5.50^1 \cdot e^{-5.50}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.50^2 \cdot e^{-5.50}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.50^3 \cdot e^{-5.50}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.50^4 \cdot e^{-5.50}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.50^5 \cdot e^{-5.50}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.50^6 \cdot e^{-5.50}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.50^7 \cdot e^{-5.50}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.50^8 \cdot e^{-5.50}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 27 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = $$
$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \quad = $$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x<a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a\le x\le b \\ 0 & \text{при } x>b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2}=\overline{x}_{\text{выб}}=5.50 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12}=s^2_{\text{выб}}=8.500\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b=2\cdot 5.50=$ и $(b-a)^2=12\cdot 8.500=$,

$$b-a=\sqrt{}= \quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b+a & = \\ b-a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b=$, $b=$,
$a=\quad-\quad=$. Окончательно,

$$f(x)=\begin{cases} & 0 \text{ при } x< \\ \frac{1}{\quad-\quad}=\frac{1}{\quad}= & \text{при } \quad\le x\le \\ & 0 \text{ при } x> \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 5

формат 1.23, $a=$ введи ______ Клик

формат 1.23, $b=$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 27 задача 6, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.010}{0.700} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 =$, $k_{\min} = 16 - 1 =$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} =$, $k_{\min} =$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\ ,\ ) =$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}\quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\ ,\ ) =$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}}\quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 27 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 27 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 27 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 12$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.430$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{}{} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\quad,\quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\quad,\quad) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 27 задача 7, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 27 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 27 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 27 задача 8, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 39$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 134$ *и* $\overline{y} = 137$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 106$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|134-137|}{\sqrt{83/27 + 106/39}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|Z_{\text{набл}}|$ $Z_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $|Z_{\text{набл}}|$ $Z_{\text{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 27 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 27 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 27 задача 9, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 18$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.95$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.44$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.00$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.44}{1.00} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 18 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.95}{\sqrt{10 \cdot 1.44 + 17 \cdot 1.00}} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 18 \cdot 27}{29}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$\boldsymbol{|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 27 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 27 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 27 задача 10

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.40$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$, *и объем выборки* $n = 27$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \tag{$*$}$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \tag{1}$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 27 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) =$ $\quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) =$ $\quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 27 задача 20

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **аеться**.
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **аеться**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **аеться**
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **аеться**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| =$.
$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **аеться**.
$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **аеться**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} =$. $T_{\text{двуст,кр}} =$.

Задача 10. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 11. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

□

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 28

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 28 задача 1, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5 .

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \quad , \quad w_2 = \quad , \quad w_3 = \quad , \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 5, 6, 8, 9$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**2**	**5**	**6**	**8**	**9**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 2, \\ \quad , & \text{если } 2 < x \le 5 \\ \quad , & \text{если } 5 < x \le 6 \\ \quad , & \text{если } 6 < x \le 8 \\ \quad , & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

Вариант 28 задача 1, II

Решение (продолжение)

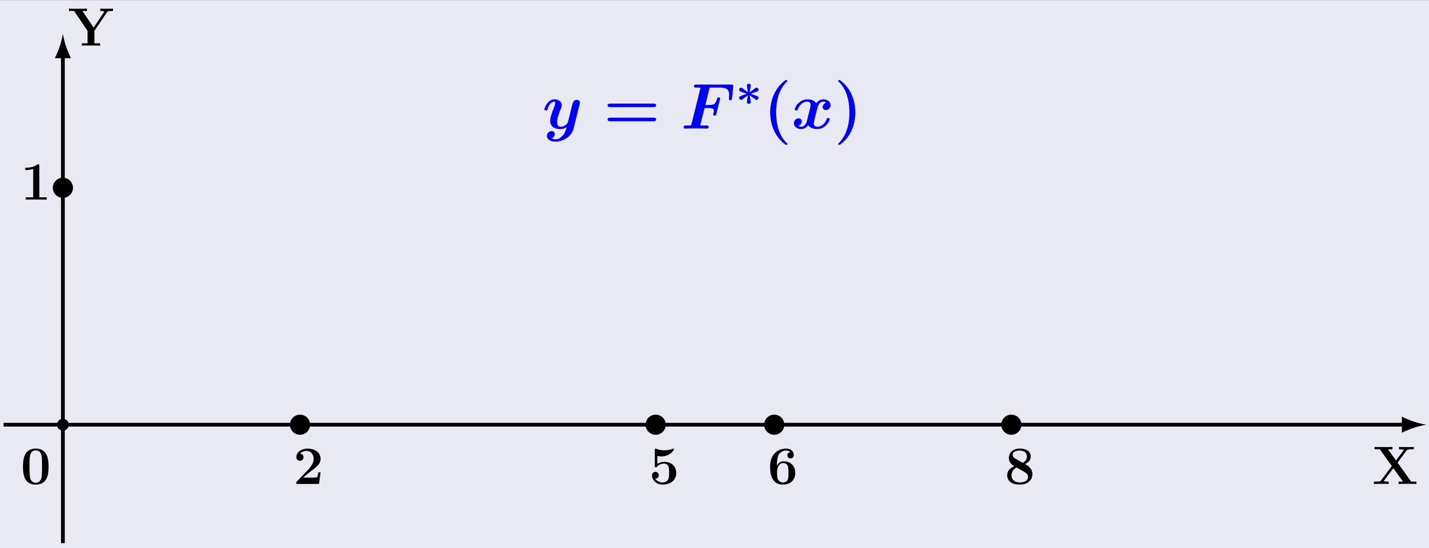


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2,\ \ ),\quad (5,\ \ ),\quad (6,\ \ ),\quad (8,\ \ ),$$

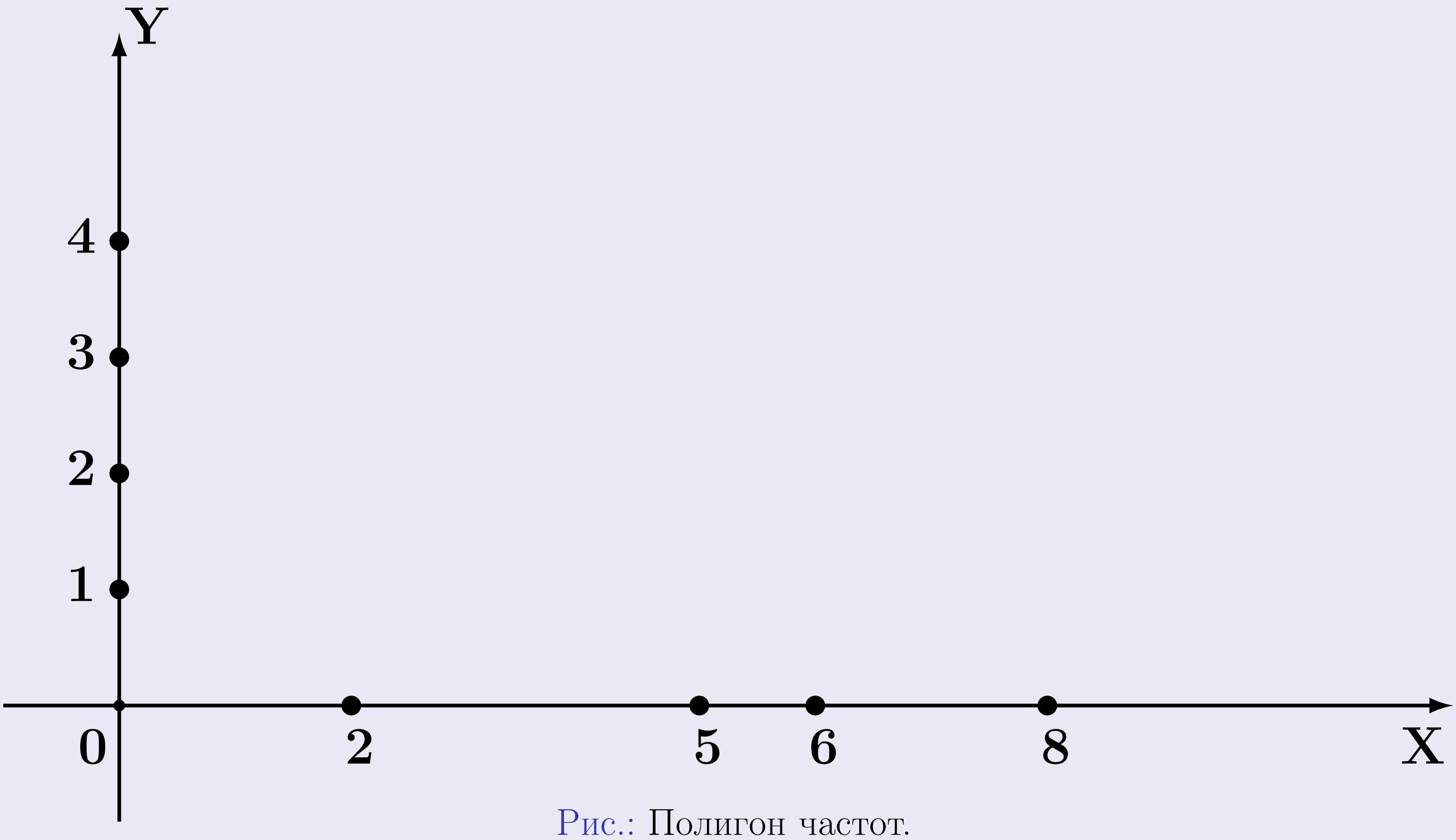


Рис.: Полигон частот.

Вариант 28 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \le x < 2.5$	$2.5 \le x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \le x < 6.5$	$6.5 \le x < 8.5$	$8.5 \le x < 10.5$	$x \ge 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

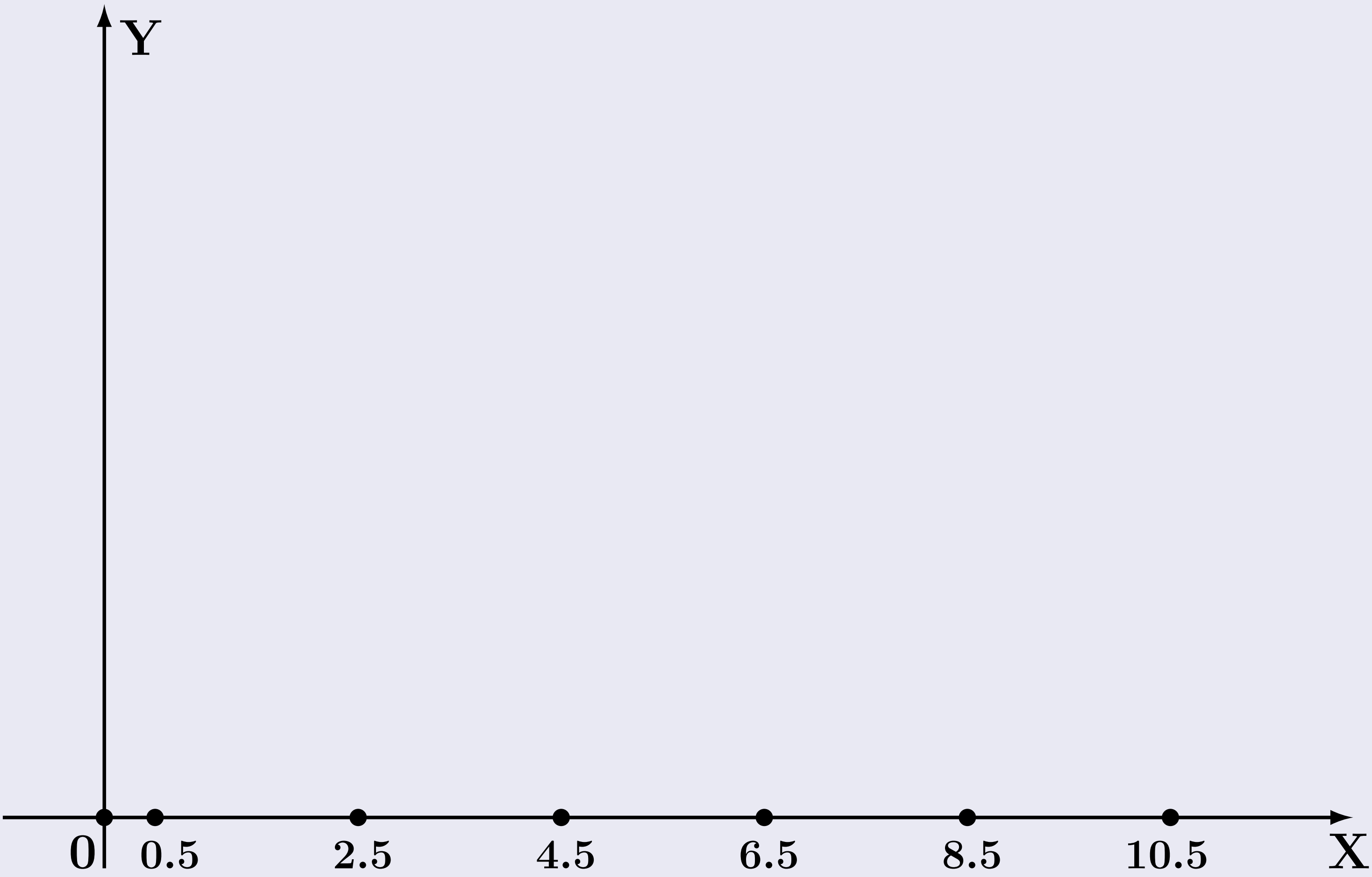


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 28 задача 2

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 2 + 4 + 1 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 28 задача 3

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.80$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.80^k \cdot e^{-4.80}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.80^0 \cdot e^{-4.80}}{0!} = e^{-4.80} =$$

$$p_1 = \frac{4.80^1 \cdot e^{-4.80}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.80^2 \cdot e^{-4.80}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.80^3 \cdot e^{-4.80}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.80^4 \cdot e^{-4.80}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.80^5 \cdot e^{-4.80}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.80^6 \cdot e^{-4.80}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.80^7 \cdot e^{-4.80}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.80^8 \cdot e^{-4.80}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 28 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 28 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \qquad$$
$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = \qquad$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x- \quad)^2}{2\cdot \quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 28 задача 5

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при} \quad a \le x \le b \\ 0 & \text{при} \quad x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.80 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 4.400\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 4.80 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 4.400 =$,

$$b - a = \sqrt{\qquad} = \qquad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a = \qquad - \qquad =$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & & 0 \quad \text{при} \quad x < \\ \dfrac{1}{\quad - \quad} = \dfrac{1}{\quad} = & & \text{при} \quad \le x \le \\ & & 0 \quad \text{при} \quad x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи _______ Клик

формат 1.23, $b =$ введи _______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 28 задача 6, I

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.000$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$*, при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$ *.*

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{1.000} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Вариант 28 задача 6, II

возврат ⟹ ОГЛ ⟸

Выборочная проверка вариант 28 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 28 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ ОГЛ ⟸

Вариант 28 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 15$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$ *, при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \quad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 28 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 28 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 28 задача 8, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 29$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 86$, $\mathbb{D}(Y) = 100$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132 - 136|}{\sqrt{86/29 + 100/37}} = \quad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \quad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \quad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \quad$ и $Z_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|}$ $\boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \quad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \quad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \quad$ и $Z_{\text{кр}} = \quad$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|}$ $\boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 28 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 28 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 28 задача 9, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 12$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.60$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \quad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6). Степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \quad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.60 - 30.75}{\sqrt{11 \cdot 1.14 + 16 \cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{12 \cdot 17 \cdot 27}{29}} = \quad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \quad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \quad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \quad$:
$|\boldsymbol{T}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{T}_{\text{двуст,кр}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 28 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 28 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ **Клик**

Выборочная проверка вариант 28 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ **Клик**

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.70$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$, *и объем выборки* $n = 28$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.70}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.70}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.70$ *и объем выборки* $n = 18$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q)\ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 18$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(18, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(18, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ☐ Клик ☐

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 28 задача 20

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} =$. $T_{\text{двуст,кр}} =$.

Задача 10. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 11. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

$\square$

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 29

возврат ⟹

огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$ **огл** $\Longleftarrow$

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \qquad , \quad w_2 = \qquad , \quad w_3 = \qquad , \quad w_4 = \qquad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 5, 6, 9, 10$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**2**	**5**	**6**	**9**	**10**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 2, \\ \quad, & \text{если } 2 < x \le 5 \\ \quad, & \text{если } 5 < x \le 6 \\ \quad, & \text{если } 6 < x \le 9 \\ \quad, & \text{если } x > 9 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

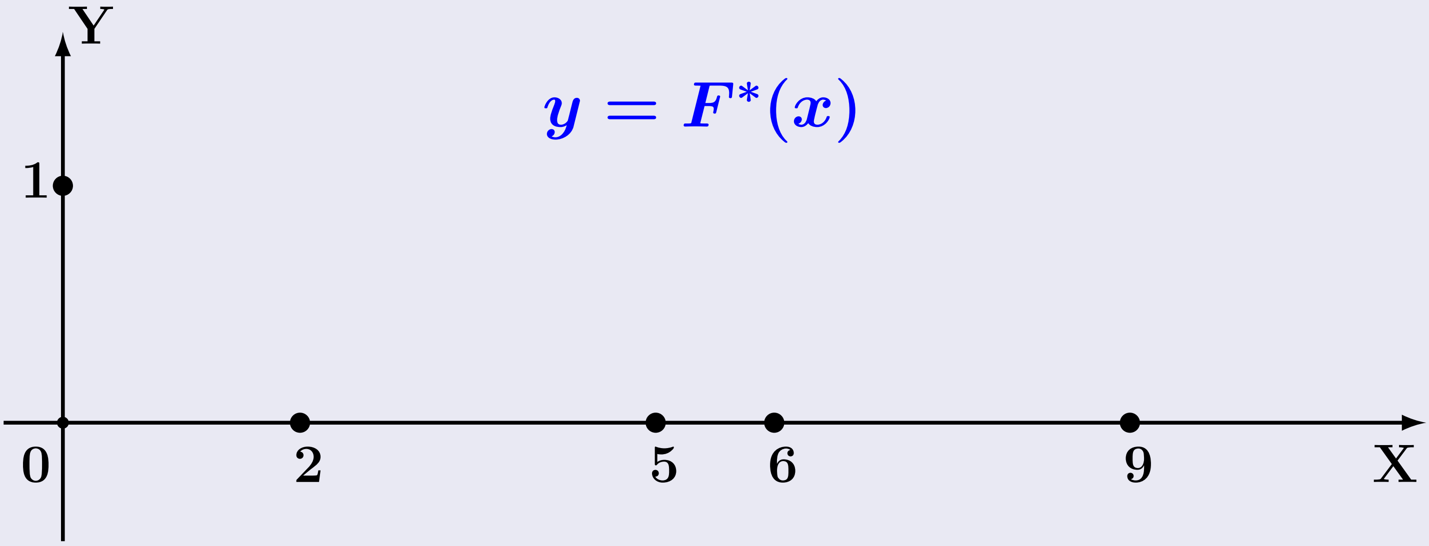


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2,\ \ ),\quad (5,\ \ ),\quad (6,\ \ ),\quad (9,\ \ ),$$

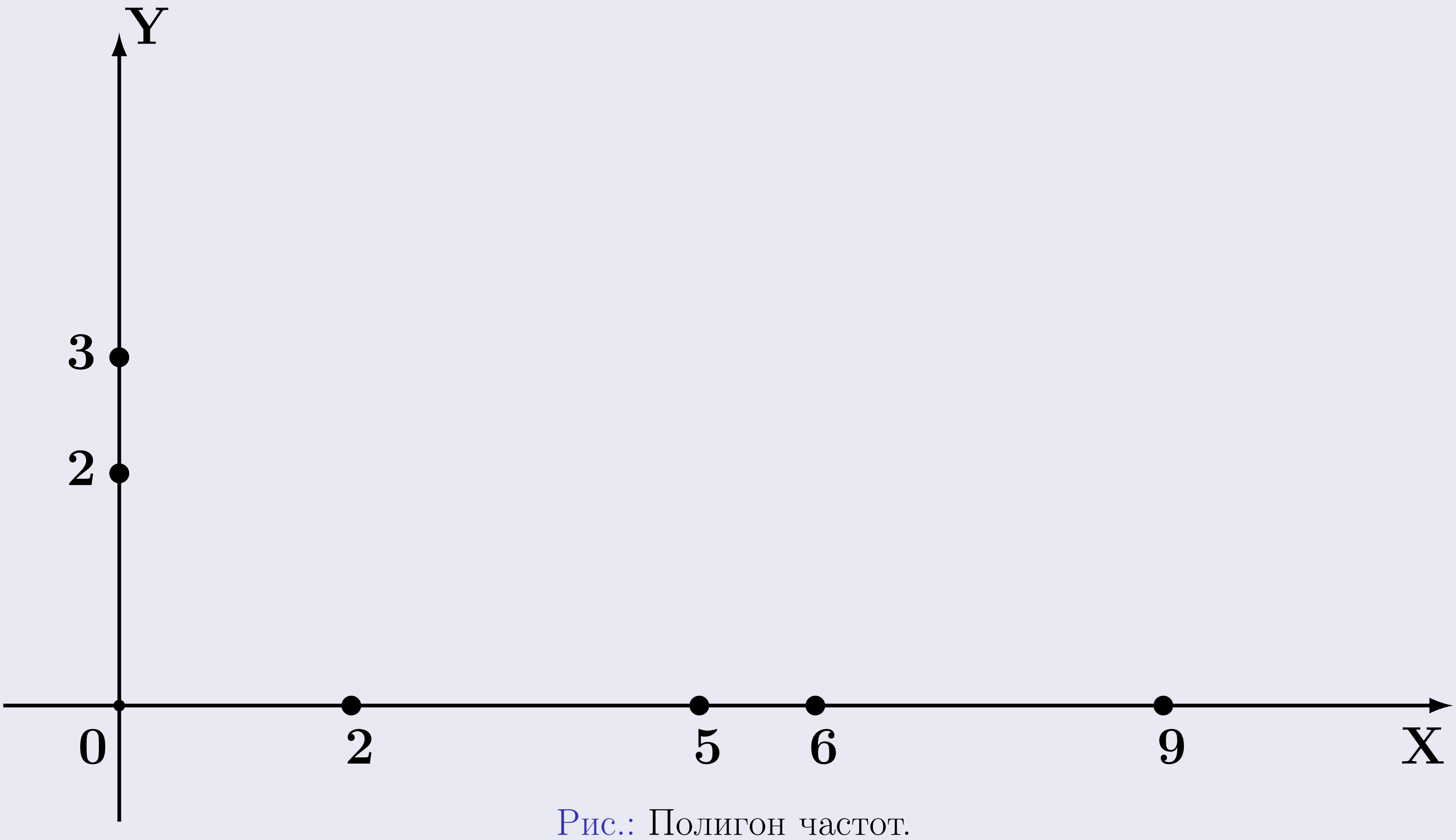


Рис.: Полигон частот.

Вариант 29 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

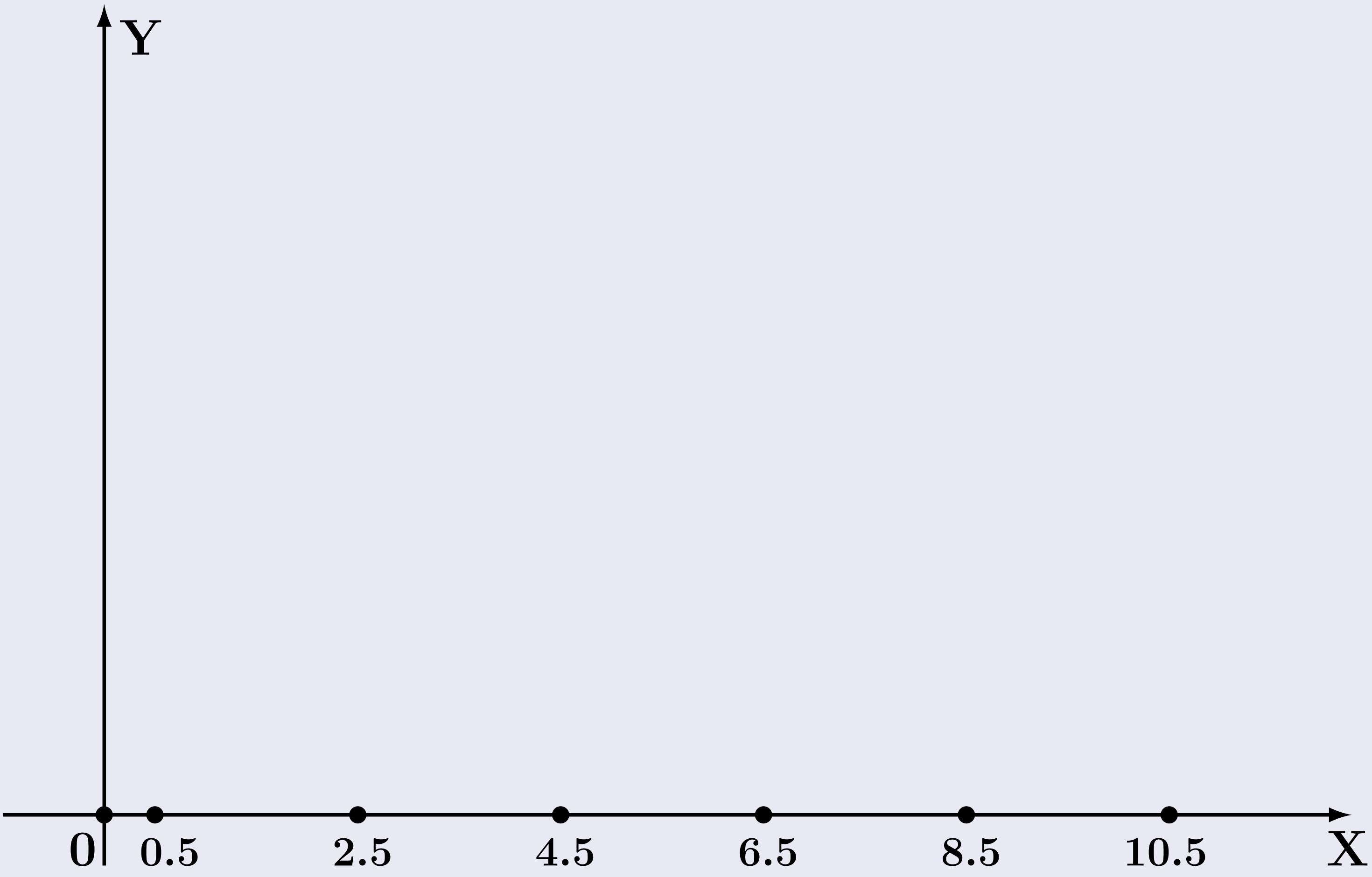


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 29 задача 2

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3+2+3+2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$
$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.20$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.20^k \cdot e^{-5.20}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.20^0 \cdot e^{-5.20}}{0!} = e^{-5.20} =$$

$$p_1 = \frac{5.20^1 \cdot e^{-5.20}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.20^2 \cdot e^{-5.20}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.20^3 \cdot e^{-5.20}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.20^4 \cdot e^{-5.20}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.20^5 \cdot e^{-5.20}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.20^6 \cdot e^{-5.20}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.20^7 \cdot e^{-5.20}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.20^8 \cdot e^{-5.20}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 29 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 29 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.

Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$\begin{aligned} a &= \overline{x}_{\text{выб}} = \\ \sigma &= \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \qquad = \end{aligned}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x- \quad)^2}{2\cdot \quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 29 задача 5

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 5

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x)=\begin{cases} 0 \ \text{\textit{при}}\ \ x<a \\ \frac{1}{b-a}\ \text{\textit{при}}\ \ a\le x\le b \\ 0\ \text{\textit{при}}\ \ x>b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a *и* b. *Дать точечную оценку параметров* a *и* b *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2}=\overline{x}_{\text{выб}}=5.20 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12}=s^2_{\text{выб}}=6.844\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b=2\cdot 5.20=$ и $(b-a)^2=12\cdot 6.844=$,

$$b-a=\sqrt{\qquad}= \qquad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b+a \ = \\ b-a \ = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b=$, $b=$,
$a=\qquad - \qquad =$. Окончательно,

$$f(x)=\begin{cases} \qquad\qquad 0\ \text{при}\ \ x< \\ \frac{1}{\ -\ }=\frac{1}{\ }=\ \ \text{при}\ \qquad \le x\le \\ \qquad\qquad 0\ \text{при}\ \ x> \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 5

формат 1.23, $a=$ введи _______ Клик

формат 1.23, $b=$ введи _______ Клик

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 29 задача 6, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.000$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{1.000} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 16 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 29 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 29 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 29 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 15$ *и* $n_Y = 12$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$ *, при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$ *.*

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \quad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 29 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 29 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 29 задача 8, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 29$ *и* $n_Y = 39$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 134$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 86$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|134 - 136|}{\sqrt{86/29 + 103/39}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 29 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 29 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 29 задача 9, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 12$ *и* $n_Y = 18$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.60$ *и* $\overline{y} = 30.95$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6). Степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 18 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.60 - 30.95}{\sqrt{11 \cdot 1.14 + 17 \cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{12 \cdot 18 \cdot 28}{30}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$\boldsymbol{|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **аетса**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 29 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 29 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** ______ **Клик**

Выборочная проверка вариант 29 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** ______ **Клик**

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 29 задача 10

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.70$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$, *и объем выборки* $n = 28$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.70}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < a < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.70}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.70$ *и объем выборки* $n = 18$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 18$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(18, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(18, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 29 задача 20

возврат $\Longrightarrow$ **огл** $\Longleftarrow$

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} = \quad .$ $D_{\text{выб}} = \quad .$ $s^2_{\text{выб}} = \quad .$

Задача 3. $p_3 = \quad .$ $p_5 = \quad .$

Задача 4. $a = \quad .$ $\sigma = \quad .$

Задача 5. $a = \quad .$ $b = \quad .$

Задача 6. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05\colon$ $F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01\colon$ $F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05\colon$ $F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01\colon$ $F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| = \quad .$
$\alpha = 0.01\colon$ $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05\colon$ $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} = \quad .$ $T_{\text{двуст,кр}} = \quad .$

Задача 10. $\delta_{0.95} = \quad .$ $\delta_{0.99} = \quad .$

Задача 11. $q_{0.95} = \quad .$ $q_{0.99} = \quad .$

$\square$

возврат $\Longrightarrow$ **огл** $\Longleftarrow$

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 30

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 30 задача 1, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \quad , \quad w_2 = \quad , \quad w_3 = \quad , \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 5, 7, 9, 10$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**2**	**5**	**7**	**9**	**10**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если} \quad x \le 2, \\ \quad , & \text{если} \quad 2 < x \le 5 \\ \quad , & \text{если} \quad 5 < x \le 7 \\ \quad , & \text{если} \quad 7 < x \le 9 \\ \quad , & \text{если} \quad x > 9 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

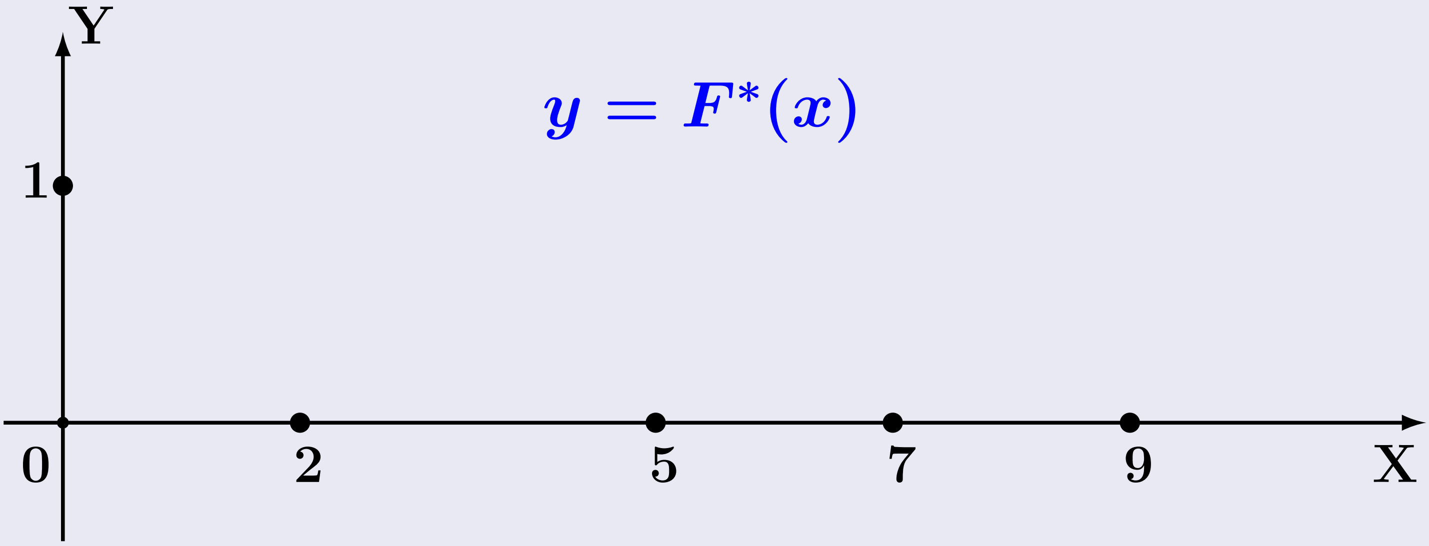


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2,\ \ ),\quad (5,\ \ ),\quad (7,\ \ ),\quad (9,\ \ ),$$

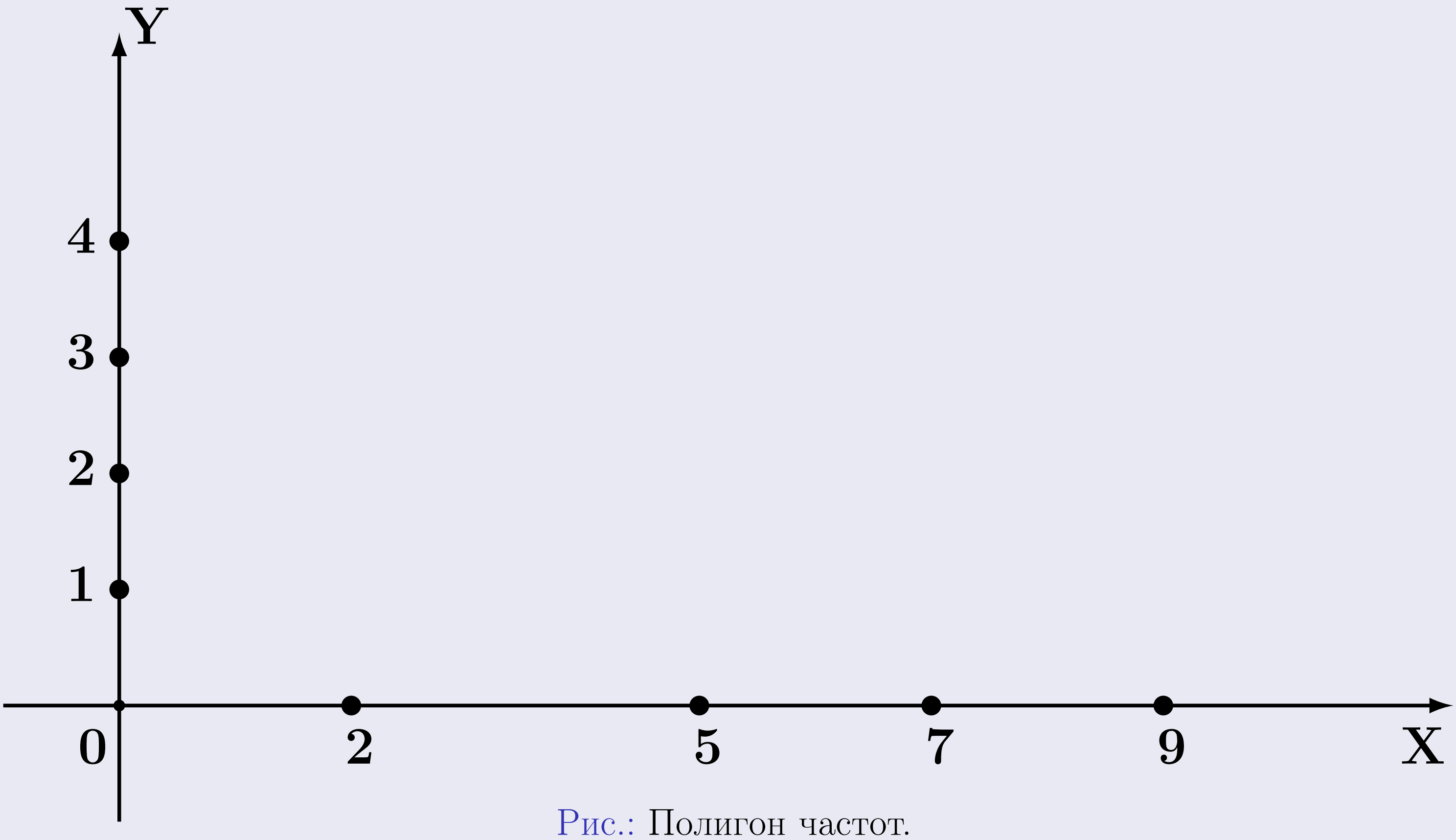


Рис.: Полигон частот.

Вариант 30 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

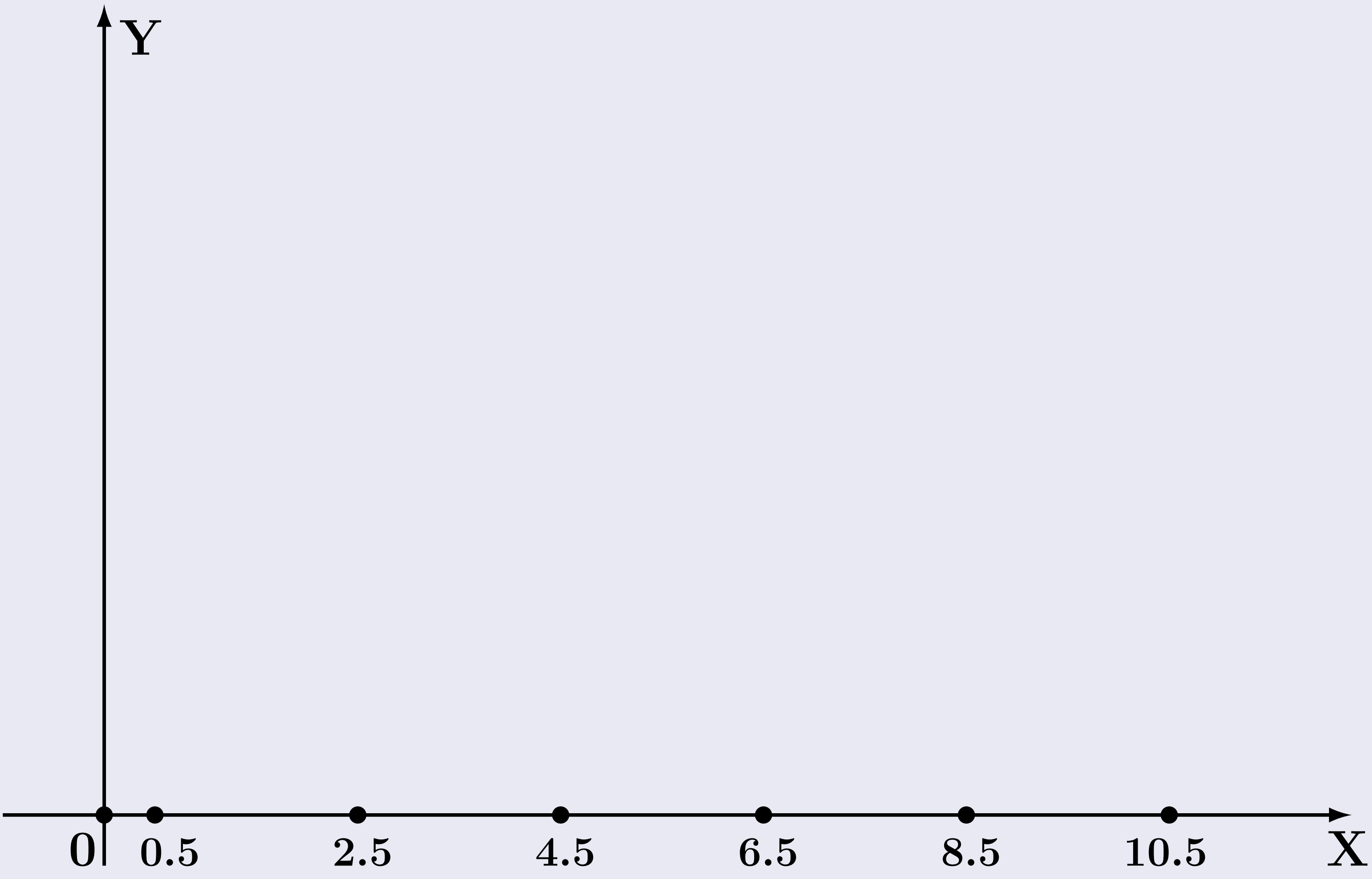


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 30 задача 2

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**2**	**5**	**7**	**9**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**3**	**2**	**4**	**1**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 2 + 4 + 1 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.30$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.30^k \cdot e^{-5.30}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.30^0 \cdot e^{-5.30}}{0!} = e^{-5.30} =$$

$$p_1 = \frac{5.30^1 \cdot e^{-5.30}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.30^2 \cdot e^{-5.30}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.30^3 \cdot e^{-5.30}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.30^4 \cdot e^{-5.30}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.30^5 \cdot e^{-5.30}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.30^6 \cdot e^{-5.30}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.30^7 \cdot e^{-5.30}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.30^8 \cdot e^{-5.30}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 30 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи	______	Клик	
формат 1.23, $p_5 =$ введи	______	Клик	

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 30 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$\begin{array}{rcccl} a & = & \overline{x}_{\text{выб}} & = & \\ \sigma & = & \sqrt{s^2_{\text{выб}}} & = & \qquad = \end{array}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x- \quad)^2}{2\cdot \quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \textit{при} \;\; x < a \\ \frac{1}{b-a} & \textit{при} \;\; a \le x \le b \\ 0 & \textit{при} \;\; x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.30 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 6.456\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b = 2 \cdot 5.30 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 6.456 =$,

$$b - a = \sqrt{\qquad} = \qquad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a =$ $-$ $=$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \;\; x < \\ \frac{1}{\quad - \quad} = \frac{1}{\quad} = & \text{при} \qquad \le x \le \\ 0 & \text{при} \;\; x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $b =$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 30 задача 6, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.000$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.010}{1.000} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 30 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 30 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 30 задача 7, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 15$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.430$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\quad,\quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F}_{\textbf{набл}} \quad \boldsymbol{F}_{\textbf{кр}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\quad,\quad) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F}_{\textbf{набл}} \quad \boldsymbol{F}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 30 задача 7, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 30 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** ____ Клик

Выборочная проверка вариант 30 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET **введи** ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 30 задача 8, I

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 29$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 137$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 86$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132-137|}{\sqrt{86/29 + 103/37}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$: $|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}|$ $\boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка вариант 30 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 30 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 30 задача 9, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 12$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.60$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.44$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.00$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.44}{1.00} = \qquad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6).
Степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.60 - 30.75}{\sqrt{11\cdot 1.44 + 16\cdot 1.00}} \cdot \sqrt{\frac{12\cdot 17\cdot 27}{29}} = \qquad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:
$\boldsymbol{|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 30 задача 9, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 30 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 30 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 30 задача 10

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.70$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$, *и объем выборки* $n = 28$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.70}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < a < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.70}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 30 задача 11

возврат ⟹ ogл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.70$ *и объем выборки* $n = 18$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \; , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 18$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(18, 0.95) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(18, 0.99) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹ ogл ⟸

Вариант 30 задача 20

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} = \quad .$ $D_{\text{выб}} = \quad .$ $s^2_{\text{выб}} = \quad .$

Задача 3. $p_3 = \quad .$ $p_5 = \quad .$

Задача 4. $a = \quad .$ $\sigma = \quad .$

Задача 5. $a = \quad .$ $b = \quad .$

Задача 6. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} = \quad .$
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| = \quad .$
$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) = \quad$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} = \quad .$ $T_{\text{двуст,кр}} = \quad .$

Задача 10. $\delta_{0.95} = \quad .$ $\delta_{0.99} = \quad .$

Задача 11. $q_{0.95} = \quad .$ $q_{0.99} = \quad .$

□

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 31

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**10**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \dfrac{n_i}{n}$*, и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \qquad , \quad w_2 = \qquad , \quad w_3 = \qquad , \quad w_4 = \qquad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 5, 7, 10, 11$ (варианты x_i выборки и одно число, большее, чем $x_{\mathtt{max}}$).

варианты	**2**	**5**	**7**	**10**	**11**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Таким образом,

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если} \quad x \le 2, \\ \quad , & \text{если} \quad 2 < x \le 5 \\ \quad , & \text{если} \quad 5 < x \le 7 \\ \quad , & \text{если} \quad 7 < x \le 10 \\ \quad , & \text{если} \quad x > 10 \end{cases}$$

Вариант 31 задача 1, II

Решение (продолжение)

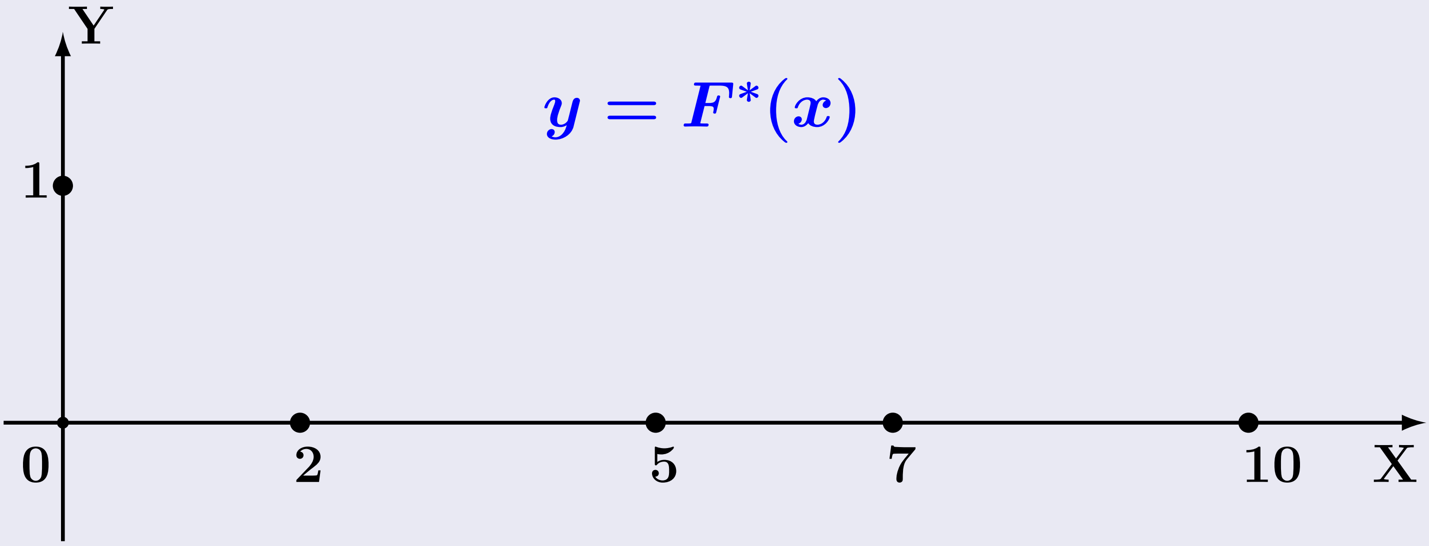


Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2,\ \ ),\quad (5,\ \ ),\quad (7,\ \ ),\quad (10,\ \ ),$$

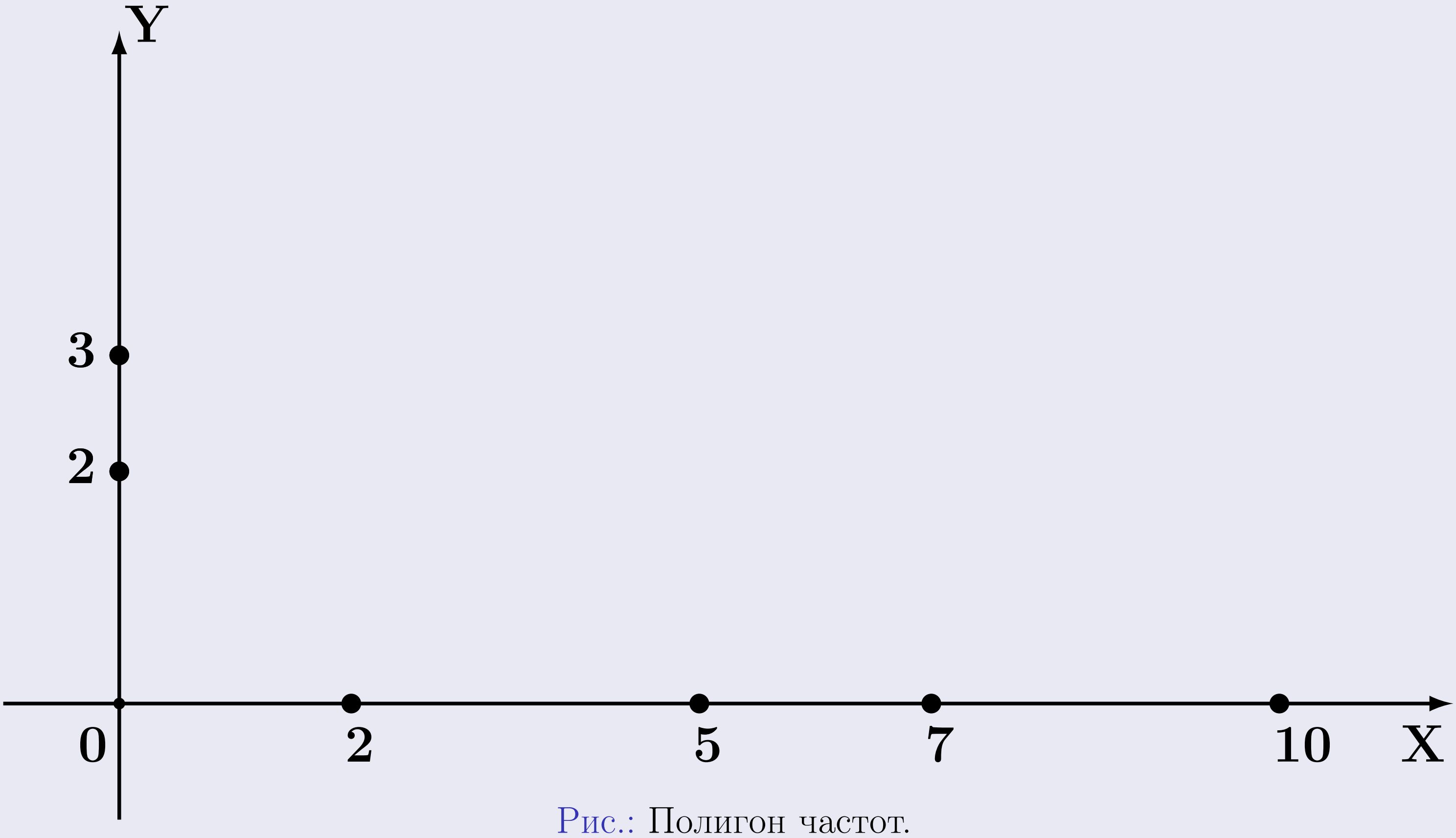


Рис.: Полигон частот.

Вариант 31 задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

интервалы i	$x < 0.5$	$0.5 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 4.5$
частоты N_i	0		
N_i/h	0		

интервалы i	$4.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 8.5$	$8.5 \leq x < 10.5$	$x \geq 10.5$
частоты N_i				0
N_i/h				0

Теперь строим гистограмму из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

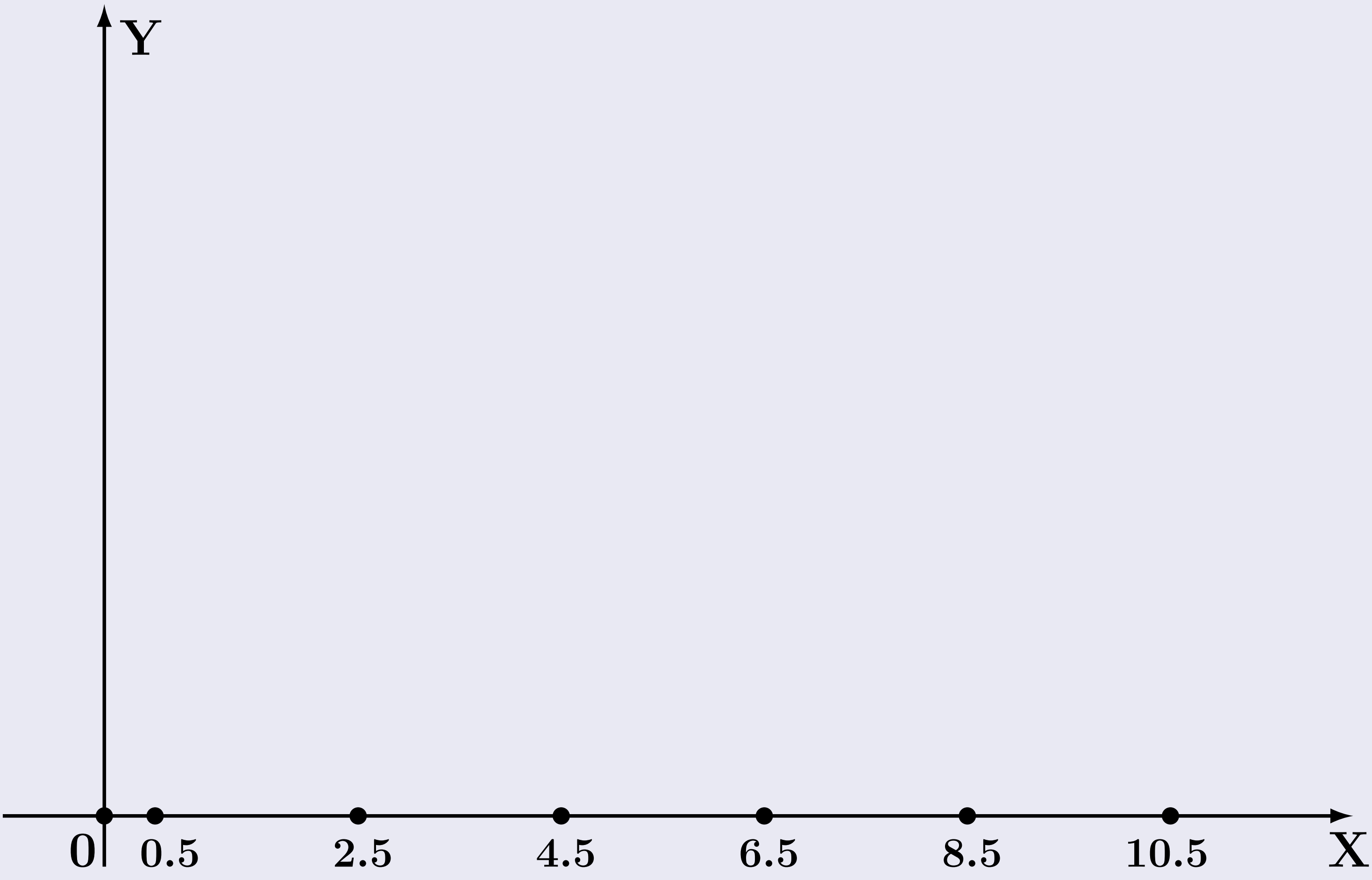


Рис.: Гистограмма.

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 31 задача 2

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**10**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3+2+3+2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \quad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad = \quad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Вариант 31 задача 3

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей задачи* 2. *Признак* X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.
Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*
Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.70$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.
Окончательно, $p_k = \frac{5.70^k \cdot e^{-5.70}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.70^0 \cdot e^{-5.70}}{0!} = e^{-5.70} =$$

$$p_1 = \frac{5.70^1 \cdot e^{-5.70}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.70^2 \cdot e^{-5.70}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.70^3 \cdot e^{-5.70}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.70^4 \cdot e^{-5.70}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.70^5 \cdot e^{-5.70}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.70^6 \cdot e^{-5.70}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.70^7 \cdot e^{-5.70}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.70^8 \cdot e^{-5.70}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 31 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 31 задача 4

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \quad$$
$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \quad =$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x- \quad)^2}{2\cdot \quad}} \,.$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 31 задача 5

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.70 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 9.344\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.70 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 9.344 =$,

$$b - a = \sqrt{} = \quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a =$ $-$ $=$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & 0 \;\; \text{при} \;\; x < \\ \frac{1}{\;\; - \;\;} = \frac{1}{} = & \text{при} \;\; \le x \le \\ & 0 \;\; \text{при} \;\; x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик

формат 1.23, $b =$ введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.000$ *.*

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$*, при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$ *.*

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.010}{1.000} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 16 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$.

Часть 1: $\alpha = 0.05$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

Часть 2: $\alpha = 0.01$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается** .

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 31 задача 6 (часть 1: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 31 задача 6 (часть 2: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ______ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 15$ *и* $n_Y = 12$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.430$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

Часть 1: $\alpha = 0.1$. По таблице стр. 31 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$.
Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.02$. По таблице стр. 31 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \qquad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$. Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \qquad$ и $F_{\text{кр}} = \qquad$: $\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 15, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 31 задача 7, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 31 задача 7 (часть 1: $\alpha = 0.1$)

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 31 задача 7 (часть 2: $\alpha = 0.02$)

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 29$ *и* $n_Y = 39$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 134$ *и* $\overline{y} = 137$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 86$, $\mathbb{D}(Y) = 106$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 23:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|134-137|}{\sqrt{86/29 + 106/39}} = \qquad .$$

Часть 1: $\alpha = 0.01$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|}$ $\boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Часть 2: $\alpha = 0.05$. Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице стр. 26 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$. Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$: $\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}|}$ $\boldsymbol{Z_{\text{кр}}}$. Согласно Правилу 24, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 31 задача 8, II

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 31 задача 8 (часть 1: $\alpha = 0.01$)

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи ____ Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

Выборочная проверка вариант 31 задача 8 (часть 2: $\alpha = 0.05$)

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 31 задача 9, I

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 9

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 12$ *и* $n_Y = 18$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.60$ *и* $\overline{y} = 30.95$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.44$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.00$. *Проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 6 и 7. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.44}{1.00} = \quad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 6). Степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 18 - 1 = \quad$. По таблице стр. 31 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим крит. точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \quad$. Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 15.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 27:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.60 - 30.95}{\sqrt{11 \cdot 1.44 + 17 \cdot 1.00}} \cdot \sqrt{\frac{12 \cdot 18 \cdot 28}{30}} = \quad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \quad$ по таблице стр. 30 при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.

Сравниваем численные значения: $|T_{\text{набл}}| = \quad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \quad$:

$\boldsymbol{|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}}$. Согласно Правилу 28, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка вариант 31 задача 9 (шаг 1)

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи ____ **Клик**

Выборочная проверка вариант 31 задача 9 (шаг 2)

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи ____ Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи ____ **Клик**

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 10

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение* $\sigma = \sigma(X) = 5.70$, *выборочная средняя* $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$, *и объем выборки* $n = 28$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 13, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.70}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < a < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице стр. 26 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\cdot 5.70}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 10

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 31 задача 11

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 11

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.70$ *и объем выборки* $n = 18$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 14:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \;, \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 28 по заданным значениям объема выборки $n = 18$ и надежности γ.

Часть 1: $\gamma = 0.95$. Тогда $q_{0.95} = q(18, 0.95) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (1)$$

Часть 2: $\gamma = 0.99$. Тогда $q_{0.99} = q(18, 0.99) = \qquad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < \sigma < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 11

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ______ Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 31 задача 20

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 7. $F_{\text{набл}} =$.
$\alpha = 0.05\colon\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**
$\alpha = 0.01\colon\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 8. $|Z_{\text{набл}}| =$.
$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.
$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 9. $T_{\text{набл}} =$. $T_{\text{двуст,кр}} =$.

Задача 10. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 11. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$. □

возврат ⟹ огл ⟸