М Г У П С - М И И Т
Инженерно-Экономический Факультет
Кафедра математики ИЭФ

Определители, матрицы, системы уравнений

Дистанционный интерактивный обучающий комплекс для студентов ИЭФ

проф. В. Г. Кановей

13 мая 2013 г.

возврат ⟹

возврат ⟹

огл ⟸

§ 0. Матрицы, столбцы и строки

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Матрицей называется прямоугольник, заполненный числами по строкам и столбцам и заключенный в круглые скобки. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

— матрица размерности 2×3, где 2 — число строк, а 3 — число столбцов.

возврат ⟹ огл ⟸

Матрицей называется прямоугольник, заполненный числами по строкам и столбцам и заключенный в круглые скобки. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

— матрица размерности 2×3, где 2 — число строк, а 3 — число столбцов.

Квадратной матрицей называется матрица, у которой число строк равно числу столбцов. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

— квадратная матрица размерности 3×3 и порядка 3, у нее 3 строки и 3 столбца.

Матрицей называется прямоугольник, заполненный числами по строкам и столбцам и заключенный в круглые скобки. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

— матрица размерности 2×3, где 2 — число строк, а 3 — число столбцов.

Квадратной матрицей называется матрица, у которой число строк равно числу столбцов. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

— квадратная матрица размерности 3×3 и порядка 3, у нее 3 строки и 3 столбца.

Элемент матрицы, стоящий в строке i и столбце j (буква j читается: йот) обозначается a_{ij}. Например, для матрицы (1), $a_{12} = -1$, $a_{23} = 0$, а элемент a_{14} *не определен*, так как столбца 4 нет.

возврат ⟹ огл ⟸

Матрицей называется прямоугольник, заполненный числами по строкам и столбцам и заключенный в круглые скобки. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

— матрица размерности 2×3, где 2 — число строк, а 3 — число столбцов.

Квадратной матрицей называется матрица, у которой число строк равно числу столбцов. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

— квадратная матрица размерности 3×3 и порядка 3, у нее 3 строки и 3 столбца.

Элемент матрицы, стоящий в строке i и столбце j (буква j читается: йот) обозначается a_{ij}. Например, для матрицы (1), $a_{12} = -1$, $a_{23} = 0$, а элемент a_{14} *не определен*, так как столбца 4 нет.

Строкой называется матрица из одной строки, например

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Матрицей называется прямоугольник, заполненный числами по строкам и столбцам и заключенный в круглые скобки. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

— матрица размерности 2×3, где 2 — число строк, а 3 — число столбцов.

Квадратной матрицей называется матрица, у которой число строк равно числу столбцов. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

— квадратная матрица размерности 3×3 и порядка 3, у нее 3 строки и 3 столбца.

Элемент матрицы, стоящий в строке i и столбце j (буква j читается: йот) обозначается a_{ij}. Например, для матрицы (1), $a_{12} = -1$, $a_{23} = 0$, а элемент a_{14} *не определен*, так как столбца 4 нет.

Строкой называется матрица из одной строки, например

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Столбцом называется матрица из одного столбца, например

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Матрицей называется прямоугольник, заполненный числами по строкам и столбцам и заключенный в круглые скобки. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

— матрица размерности 2×3, где 2 — число строк, а 3 — число столбцов.

Квадратной матрицей называется матрица, у которой число строк равно числу столбцов. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

— квадратная матрица размерности 3×3 и порядка 3, у нее 3 строки и 3 столбца.

Элемент матрицы, стоящий в строке i и столбце j (буква j читается: йот) обозначается a_{ij}. Например, для матрицы (1), $a_{12} = -1$, $a_{23} = 0$, а элемент a_{14} *не определен*, так как столбца 4 нет.

Строкой называется матрица из одной строки, например

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Столбцом называется матрица из одного столбца, например

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Длиной строки или столбца называется число элементов в этой строке или столбце. Например, длины строки A из (3) и столбца B из (4) равны 3.

Матрицей называется прямоугольник, заполненный числами по строкам и столбцам и заключенный в круглые скобки. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

— матрица размерности 2×3, где 2 — число строк, а 3 — число столбцов.

Квадратной матрицей называется матрица, у которой число строк равно числу столбцов. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

— квадратная матрица размерности 3×3 и порядка 3, у нее 3 строки и 3 столбца.

Элемент матрицы, стоящий в строке i и столбце j (буква j читается: йот) обозначается a_{ij}. Например, для матрицы (1), $a_{12} = -1$, $a_{23} = 0$, а элемент a_{14} *не определен*, так как столбца 4 нет.

Строкой называется матрица из одной строки, например

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Столбцом называется матрица из одного столбца, например

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Длиной строки или столбца называется число элементов в этой строке или столбце. Например, длины строки A из (3) и столбца B из (4) равны 3.

Правило 1 (умножение строки на столбец)

Чтобы умножить строку определенной длины на столбец той же длины, вычисляем сумму произведений соответствующих членов.

возврат ⟹ огл ⟸

Матрицей называется прямоугольник, заполненный числами по строкам и столбцам и заключенный в круглые скобки. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

— матрица размерности 2×3, где 2 — число строк, а 3 — число столбцов.

Квадратной матрицей называется матрица, у которой число строк равно числу столбцов. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

— квадратная матрица размерности 3×3 и порядка 3, у нее 3 строки и 3 столбца.

Элемент матрицы, стоящий в строке i и столбце j (буква j читается: йот) обозначается a_{ij}. Например, для матрицы (1), $a_{12} = -1$, $a_{23} = 0$, а элемент a_{14} *не определен*, так как столбца 4 нет.

Строкой называется матрица из одной строки, например

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Столбцом называется матрица из одного столбца, например

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Длиной строки или столбца называется число элементов в этой строке или столбце. Например, длины строки A из (3) и столбца B из (4) равны 3.

Правило 1 (умножение строки на столбец)

Чтобы умножить строку определенной длины на столбец той же длины, вычисляем сумму произведений соответствующих членов. Например, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix},$$

то $A \cdot B = 1 \cdot 2$

возврат ⟹ огл ⟸

Матрицей называется прямоугольник, заполненный числами по строкам и столбцам и заключенный в круглые скобки. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

— матрица размерности 2×3, где 2 — число строк, а 3 — число столбцов.

Квадратной матрицей называется матрица, у которой число строк равно числу столбцов. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

— квадратная матрица размерности 3×3 и порядка 3, у нее 3 строки и 3 столбца.

Элемент матрицы, стоящий в строке i и столбце j (буква j читается: йот) обозначается a_{ij}. Например, для матрицы (1), $a_{12} = -1$, $a_{23} = 0$, а элемент a_{14} *не определен*, так как столбца 4 нет.

Строкой называется матрица из одной строки, например

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Столбцом называется матрица из одного столбца, например

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Длиной строки или столбца называется число элементов в этой строке или столбце. Например, длины строки A из (3) и столбца B из (4) равны 3.

Правило 1 (умножение строки на столбец)

Чтобы умножить строку определенной длины на столбец той же длины, вычисляем сумму произведений соответствующих членов. Например, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix},$$

то $A \cdot B = 1 \cdot 2 + (-1) \cdot 5$

возврат ⟹ огл ⟸

Матрицей называется прямоугольник, заполненный числами по строкам и столбцам и заключенный в круглые скобки. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

— матрица размерности 2×3, где 2 — число строк, а 3 — число столбцов.

Квадратной матрицей называется матрица, у которой число строк равно числу столбцов. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

— квадратная матрица размерности 3×3 и порядка 3, у нее 3 строки и 3 столбца.

Элемент матрицы, стоящий в строке i и столбце j (буква j читается: йот) обозначается a_{ij}. Например, для матрицы (1), $a_{12} = -1$, $a_{23} = 0$, а элемент a_{14} *не определен*, так как столбца 4 нет.

Строкой называется матрица из одной строки, например

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Столбцом называется матрица из одного столбца, например

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Длиной строки или столбца называется число элементов в этой строке или столбце. Например, длины строки A из (3) и столбца B из (4) равны 3.

Правило 1 (умножение строки на столбец)

Чтобы умножить строку определенной длины на столбец той же длины, вычисляем сумму произведений соответствующих членов. Например, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix},$$

то $A \cdot B = 1 \cdot 2 + (-1) \cdot 5 + 3 \cdot (-4) =$

возврат ⟹ огл ⟸

Матрицей называется прямоугольник, заполненный числами по строкам и столбцам и заключенный в круглые скобки. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

— матрица размерности 2×3, где 2 — число строк, а 3 — число столбцов.

Квадратной матрицей называется матрица, у которой число строк равно числу столбцов. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

— квадратная матрица размерности 3×3 и порядка 3, у нее 3 строки и 3 столбца.

Элемент матрицы, стоящий в строке i и столбце j (буква j читается: йот) обозначается a_{ij}. Например, для матрицы (1), $a_{12} = -1$, $a_{23} = 0$, а элемент a_{14} *не определен*, так как столбца 4 нет.

Строкой называется матрица из одной строки, например

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Столбцом называется матрица из одного столбца, например

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Длиной строки или столбца называется число элементов в этой строке или столбце. Например, длины строки A из (3) и столбца B из (4) равны 3.

Правило 1 (умножение строки на столбец)

Чтобы умножить строку определенной длины на столбец той же длины, вычисляем сумму произведений соответствующих членов. Например, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix},$$

то $A \cdot B = 1 \cdot 2 + (-1) \cdot 5 + 3 \cdot (-4) = 2 - 5 - 12 = -15$.

возврат ⟹
огл ⟸

§ 1. Элементарные действия с матрицами

возврат ⟹
огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Сложение и вычитание матриц. Матрицы одной размерности можно складывать и вычитать, складывая и вычитая соответствующие элементы. Например,

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 4 \\ 4 & -5 & 6 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 2 \\ 0 & -1 & -4 \end{pmatrix}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Сложение и вычитание матриц. Матрицы одной размерности можно складывать и вычитать, складывая и вычитая соответствующие элементы. Например,

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 4 \\ 4 & -5 & 6 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 2 \\ 0 & -1 & -4 \end{pmatrix}.$$

Умножение матрицы на число. Матрицу можно умножить на число, умножив на это число все элементы матрицы. Например,

$$3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 9 \\ 6 & -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Сложение и вычитание матриц. Матрицы одной размерности можно складывать и вычитать, складывая и вычитая соответствующие элементы. Например,

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 4 \\ 4 & -5 & 6 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 2 \\ 0 & -1 & -4 \end{pmatrix}.$$

Умножение матрицы на число. Матрицу можно умножить на число, умножив на это число все элементы матрицы. Например,

$$3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 9 \\ 6 & -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

Умножение матрицы на матрицу. Матрицы можно перемножать, при условии, что число столбцов первой матрицы равно числу строк второй матрицы.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Правило 2 (умножение матрицы на матрицу)

Допустим, что заданы матрицы A размерности $m \times n$ и B размерности $n' \times p$, причем число столбцов матрицы A равно числу строк матрицы B, т. е. $n = n'$.

возврат ⟹ огл ⟸

Правило 2 (умножение матрицы на матрицу)

Допустим, что заданы матрицы A размерности $m \times n$ и B размерности $n' \times p$, причем число столбцов матрицы A равно числу строк матрицы B, т. е. $n = n'$. В этом случае произведением будет матрица $C = A \cdot B$ размерности $m \times p$, т. е. C имеет столько же строк, сколько строк имеет матрица A и столько же столбцов, сколько столбцов имеет матрица B.

$$\underbrace{A}_{m\times n} \cdot \underbrace{B}_{n\times p} = \underbrace{C}_{m\times p}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Правило 2 (умножение матрицы на матрицу)

Допустим, что заданы матрицы A размерности $m \times n$ и B размерности $n' \times p$, причем число столбцов матрицы A равно числу строк матрицы B, т. е. $n = n'$. В этом случае произведением будет матрица $C = A \cdot B$ размерности $m \times p$, т. е. C имеет столько же строк, сколько строк имеет матрица A и столько же столбцов, сколько столбцов имеет матрица B.

$$\underbrace{A}_{m \times n} \cdot \underbrace{B}_{n \times p} = \underbrace{C}_{m \times p}.$$

Чтобы найти любой элемент полученной матрицы $C = A \cdot B$, нужно помножить соответствующую строку матрицы A на соответствующий столбец матрицы B по правилу 1. Например,

возврат ⟹

огл ⟸

Правило 2 (умножение матрицы на матрицу)

Допустим, что заданы матрицы A размерности $m \times n$ и B размерности $n' \times p$, причем число столбцов матрицы A равно числу строк матрицы B, т. е. $n = n'$. В этом случае произведением будет матрица $C = A \cdot B$ размерности $m \times p$, т. е. C имеет столько же строк, сколько строк имеет матрица A и столько же столбцов, сколько столбцов имеет матрица B.

$$\underbrace{A}_{m\times n} \cdot \underbrace{B}_{n\times p} = \underbrace{C}_{m\times p}.$$

Чтобы найти любой элемент полученной матрицы $C = A \cdot B$, нужно помножить соответствующую строку матрицы A на соответствующий столбец матрицы B по правилу 1. Например,

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \\ 0 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}}_{A,\ \text{размерность } 4\times 2} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}}_{B,\ \text{размерность } 2\times 3} =$$

возврат ⟹ огл ⟸

Правило 2 (умножение матрицы на матрицу)

Допустим, что заданы матрицы A размерности $m \times n$ и B размерности $n' \times p$, причем число столбцов матрицы A равно числу строк матрицы B, т. е. $n = n'$. В этом случае произведением будет матрица $C = A \cdot B$ размерности $m \times p$, т. е. C имеет столько же строк, сколько строк имеет матрица A и столько же столбцов, сколько столбцов имеет матрица B.

$$\underbrace{A}_{m\times n} \cdot \underbrace{B}_{n\times p} = \underbrace{C}_{m\times p}.$$

Чтобы найти любой элемент полученной матрицы $C = A \cdot B$, нужно помножить соответствующую строку матрицы A на соответствующий столбец матрицы B по правилу 1. Например,

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \\ 0 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}}_{A,\ \text{размерность } 4\times 2} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}}_{B,\ \text{размерность } 2\times 3} = \underbrace{\begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 3 & 17 & 4 \\ 2 & -6 & 0 \\ -13 & 0 & -6 \end{pmatrix}}_{C,\ \text{размерность } 4\times 3}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Правило 2 (умножение матрицы на матрицу)

Допустим, что заданы матрицы A размерности $m \times n$ и B размерности $n' \times p$, причем число столбцов матрицы A равно числу строк матрицы B, т. е. $n = n'$. В этом случае произведением будет матрица $C = A \cdot B$ размерности $m \times p$, т. е. C имеет столько же строк, сколько строк имеет матрица A и столько же столбцов, сколько столбцов имеет матрица B.

$$\underbrace{A}_{m\times n} \cdot \underbrace{B}_{n\times p} = \underbrace{C}_{m\times p}.$$

Чтобы найти любой элемент полученной матрицы $C = A \cdot B$, нужно помножить соответствующую строку матрицы A на соответствующий столбец матрицы B по правилу 1. Например,

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \\ 0 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}}_{A,\ \text{размерность } 4\times 2} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}}_{B,\ \text{размерность } 2\times 3} = \underbrace{\begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 3 & 17 & 4 \\ 2 & -6 & 0 \\ -13 & 0 & -6 \end{pmatrix}}_{C,\ \text{размерность } 4\times 3}.$$

Чтобы найти элемент $c_{32} = -6$, следует умножить строку 3 матрицы A на столбец 2 матрицы B:

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = 0 \cdot 1 + (-2) \cdot 3 = -6.$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* AB, BA, AC.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* AB, BA, AC.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Решение

$$AB = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}}_{A,\ \text{размерность } 2\times 3} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}}_{B,\ \text{размерность } 3\times 2} = \underbrace{\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ -10 & 19 \end{pmatrix}}_{X,\ \text{размерность } 2\times 2}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* AB, BA, AC.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Решение

$$AB = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}}_{A,\ \text{размерность } 2\times 3} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}}_{B,\ \text{размерность } 3\times 2} = \underbrace{\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ -10 & 19 \end{pmatrix}}_{X,\ \text{размерность } 2\times 2} .$$

По правилу 2, чтобы найти элемент $x_{12} = 11$, следует умножить строку 1 матрицы A на столбец 2 матрицы B:

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* AB, BA, AC.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Решение

$$AB = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}}_{A,\ \text{размерность } 2\times 3} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}}_{B,\ \text{размерность } 3\times 2} = \underbrace{\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ -10 & 19 \end{pmatrix}}_{X,\ \text{размерность } 2\times 2}.$$

По правилу 2, чтобы найти элемент $x_{12} = 11$, следует умножить строку 1 матрицы A на столбец 2 матрицы B:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot 5 + (-1) \cdot (-3) + 3 \cdot 1 = 11.$$

Пример П1

Заданы матрицы A и B. Найти произведения AB, BA, AC.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Решение

$$AB = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}}_{A,\ \text{размерность } 2\times 3} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}}_{B,\ \text{размерность } 3\times 2} = \underbrace{\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ -10 & 19 \end{pmatrix}}_{X,\ \text{размерность } 2\times 2}.$$

По правилу 2, чтобы найти элемент $x_{12} = 11$, следует умножить строку 1 матрицы A на столбец 2 матрицы B:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot 5 + (-1) \cdot (-3) + 3 \cdot 1 = 11.$$

$$BA = \underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}}_{B,\ \text{размерность } 3\times 2} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}}_{A,\ \text{размерность } 2\times 3} = \underbrace{\begin{pmatrix} 8 & -13 & -6 \\ -4 & 7 & 6 \\ 5 & -6 & 9 \end{pmatrix}}_{Y,\ \text{размерность } 3\times 3}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* AB, BA, AC.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Решение

$$AB = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}}_{A,\ \text{размерность } 2\times 3} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}}_{B,\ \text{размерность } 3\times 2} = \underbrace{\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ -10 & 19 \end{pmatrix}}_{X,\ \text{размерность } 2\times 2}.$$

По правилу 2, чтобы найти элемент $x_{12} = 11$, следует умножить строку 1 матрицы A на столбец 2 матрицы B:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot 5 + (-1) \cdot (-3) + 3 \cdot 1 = 11.$$

$$BA = \underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}}_{B,\ \text{размерность } 3\times 2} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}}_{A,\ \text{размерность } 2\times 3} = \underbrace{\begin{pmatrix} 8 & -13 & -6 \\ -4 & 7 & 6 \\ 5 & -6 & 9 \end{pmatrix}}_{Y,\ \text{размерность } 3\times 3}.$$

Чтобы найти элемент $y_{23} = 6$, следует умножить строку 2 матрицы B на столбец 3 матрицы A:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \cdot 3 + (-3) \cdot 0 = 6.$$

возврат ⟹ ОГЛ ⟸

Пример П1

Заданы матрицы A и B. Найти произведения AB, BA, AC.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Решение

$$AB = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}}_{A,\ \text{размерность } 2\times 3} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}}_{B,\ \text{размерность } 3\times 2} = \underbrace{\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ -10 & 19 \end{pmatrix}}_{X,\ \text{размерность } 2\times 2}.$$

По правилу 2, чтобы найти элемент $x_{12} = 11$, следует умножить строку 1 матрицы A на столбец 2 матрицы B:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot 5 + (-1) \cdot (-3) + 3 \cdot 1 = 11.$$

$$BA = \underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}}_{B,\ \text{размерность } 3\times 2} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}}_{A,\ \text{размерность } 2\times 3} = \underbrace{\begin{pmatrix} 8 & -13 & -6 \\ -4 & 7 & 6 \\ 5 & -6 & 9 \end{pmatrix}}_{Y,\ \text{размерность } 3\times 3}.$$

Чтобы найти элемент $y_{23} = 6$, следует умножить строку 2 матрицы B на столбец 3 матрицы A:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \cdot 3 + (-3) \cdot 0 = 6.$$

Умножение AC выполнить нельзя, так как число столбцов 3 матрицы A не равно числу строк 2 матрицы C.

возврат ⟹ ОГЛ ⟸

Пример П1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* AB, BA, AC.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Решение

$$AB = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}}_{A,\ \text{размерность } 2\times 3} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}}_{B,\ \text{размерность } 3\times 2} = \underbrace{\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ -10 & 19 \end{pmatrix}}_{X,\ \text{размерность } 2\times 2}.$$

По правилу 2, чтобы найти элемент $x_{12} = 11$, следует умножить строку 1 матрицы A на столбец 2 матрицы B:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot 5 + (-1) \cdot (-3) + 3 \cdot 1 = 11.$$

$$BA = \underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}}_{B,\ \text{размерность } 3\times 2} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}}_{A,\ \text{размерность } 2\times 3} = \underbrace{\begin{pmatrix} 8 & -13 & -6 \\ -4 & 7 & 6 \\ 5 & -6 & 9 \end{pmatrix}}_{Y,\ \text{размерность } 3\times 3}.$$

Чтобы найти элемент $y_{23} = 6$, следует умножить строку 2 матрицы B на столбец 3 матрицы A:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \cdot 3 + (-3) \cdot 0 = 6.$$

Умножение AC выполнить нельзя, так как число столбцов 3 матрицы A не равно числу строк 2 матрицы C.

Ответ

$$AB = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ -10 & 19 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 8 & -13 & -6 \\ -4 & 7 & 6 \\ 5 & -6 & 9 \end{pmatrix}, \quad AC \text{ умножить нельзя.}$$

возврат ⟹ огл ⟸

§ 2. Определители

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Определителем называется квадрат, заполненный числами по строкам и столбцам и заключенный в прямые скобки. Например,

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 4 & -3 & 0 \end{vmatrix} \tag{5}$$

— определитель порядка 3 (число строк, равное числу столбцов).

возврат ⟹ огл ⟸

Определителем называется квадрат, заполненный числами по строкам и столбцам и заключенный в прямые скобки. Например,

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 4 & -3 & 0 \end{vmatrix} \tag{5}$$

— определитель порядка 3 (число строк, равное числу столбцов).

Формула Ф1 (вычисление определителя порядка 2)

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}\,.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Определителем называется квадрат, заполненный числами по строкам и столбцам и заключенный в прямые скобки. Например,

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 4 & -3 & 0 \end{vmatrix} \qquad (5)$$

— определитель порядка 3 (число строк, равное числу столбцов).

Формула Ф1 (вычисление определителя порядка 2)

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}\,.$$

Формула Ф2 (вычисление определителя порядка 3)

Формула разложения по первой строке

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Определителем называется квадрат, заполненный числами по строкам и столбцам и заключенный в прямые скобки. Например,

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 4 & -3 & 0 \end{vmatrix} \qquad (5)$$

— определитель порядка 3 (число строк, равное числу столбцов).

Формула Ф1 (вычисление определителя порядка 2)

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}\,.$$

Формула Ф2 (вычисление определителя порядка 3)

Формула разложения по первой строке

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Знаки в сумме чередуются. Чтобы записать определитель, на который умножается элемент первой строки, нужно вычеркнуть в данном определителе ту строку и тот столбец, в которых стоит данный элемент.

возврат ⟹ огл ⟸

Определителем называется квадрат, заполненный числами по строкам и столбцам и заключенный в прямые скобки. Например,

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 4 & -3 & 0 \end{vmatrix} \qquad (5)$$

— определитель порядка 3 (число строк, равное числу столбцов).

Формула Ф1 (вычисление определителя порядка 2)

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \,.$$

Формула Ф2 (вычисление определителя порядка 3)

Формула разложения по первой строке

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Знаки в сумме чередуются. Чтобы записать определитель, на который умножается элемент первой строки, нужно вычеркнуть в данном определителе ту строку и тот столбец, в которых стоит данный элемент.

Формула Ф3 (вычисление определителя порядка 4)

Формула разложения по первой строке

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} - a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \end{vmatrix} - a_{14} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{vmatrix}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Определителем называется квадрат, заполненный числами по строкам и столбцам и заключенный в прямые скобки. Например,

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 4 & -3 & 0 \end{vmatrix} \tag{5}$$

— определитель порядка 3 (число строк, равное числу столбцов).

Формула Ф1 (вычисление определителя порядка 2)

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}\,.$$

Формула Ф2 (вычисление определителя порядка 3)

Формула разложения по первой строке

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Знаки в сумме чередуются. Чтобы записать определитель, на который умножается элемент первой строки, нужно вычеркнуть в данном определителе ту строку и тот столбец, в которых стоит данный элемент.

Формула Ф3 (вычисление определителя порядка 4)

Формула разложения по первой строке

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} - a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \end{vmatrix} - a_{14} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{vmatrix}$$

Знаки в сумме чередуются. Чтобы записать определитель, на который умножается элемент первой строки, нужно вычеркнуть в данном определителе ту строку и тот столбец, в которых стоит данный элемент.

возврат ⟹

огл ⟸

Пример П2

Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}.$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П2

Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

Решение

По формуле Ф3,

$$\Delta = 1 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_1} - 2 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_2} + (-2) \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_3} - 3 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}}_{\Delta_4}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П2

Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}.$

Решение

По формуле Ф3,

$$\Delta = 1 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_1} - 2 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_2} + (-2) \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_3} - 3 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}}_{\Delta_4}$$

По формулам Ф1 и Ф2

$$\Delta_1 = (-1) \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (-1) \cdot (2 \cdot 2 - 1 \cdot (-1)) - 4 \cdot (3 \cdot 2 - 1 \cdot 2) + 0 = -5 - 16 = -21\ ;$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П2

Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

Решение

По формуле Ф3,

$$\Delta = 1 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_1} - 2 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_2} + (-2) \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_3} - 3 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}}_{\Delta_4}$$

По формулам Ф1 и Ф2

$$\Delta_1 = (-1) \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (-1) \cdot (2 \cdot 2 - 1 \cdot (-1)) - 4 \cdot (3 \cdot 2 - 1 \cdot 2) + 0 = -5 - 16 = -21 \ ;$$

$$\Delta_2 = 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (2 \cdot 2 - 1 \cdot (-1)) - 4 \cdot ((-1) \cdot 2 - 1 \cdot 3) + 0 = 10 + 20 = 30 \ ;$$

Пример П2

Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

Решение

По формуле Ф3,

$$\Delta = 1 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_1} - 2 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_2} + (-2) \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_3} - 3 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}}_{\Delta_4}$$

По формулам Ф1 и Ф2

$$\Delta_1 = (-1) \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (-1) \cdot (2 \cdot 2 - 1 \cdot (-1)) - 4 \cdot (3 \cdot 2 - 1 \cdot 2) + 0 = -5 - 16 = -21\ ;$$

$$\Delta_2 = 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (2 \cdot 2 - 1 \cdot (-1)) - 4 \cdot ((-1) \cdot 2 - 1 \cdot 3) + 0 = 10 + 20 = 30\ ;$$

$$\Delta_3 = 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (3 \cdot 2 - 1 \cdot 2) + 1 \cdot ((-1) \cdot 2 - 1 \cdot 3) + 0 = 8 - 5 = 3\ ;$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П2

Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

Решение

По формуле Ф3,

$$\Delta = 1 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_1} - 2 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_2} + (-2) \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_3} - 3 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}}_{\Delta_4}$$

По формулам Ф1 и Ф2

$$\Delta_1 = (-1) \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (-1) \cdot (2 \cdot 2 - 1 \cdot (-1)) - 4 \cdot (3 \cdot 2 - 1 \cdot 2) + 0 = -5 - 16 = -21\ ;$$

$$\Delta_2 = 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (2 \cdot 2 - 1 \cdot (-1)) - 4 \cdot ((-1) \cdot 2 - 1 \cdot 3) + 0 = 10 + 20 = 30\ ;$$

$$\Delta_3 = 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (3 \cdot 2 - 1 \cdot 2) + 1 \cdot ((-1) \cdot 2 - 1 \cdot 3) + 0 = 8 - 5 = 3\ ;$$

$$\Delta_4 = 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (3 \cdot (-1) - 2 \cdot 2) + 1 \cdot ((-1) \cdot (-1) - 2 \cdot 3) + 4 \cdot ((-1) \cdot 2 - 3 \cdot 3) =$$

$$= -14 - 5 - 44 = -63\ .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П2

Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

Решение

По формуле Ф3,

$$\Delta = 1 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_1} - 2 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_2} + (-2) \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}}_{\Delta_3} - 3 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}}_{\Delta_4}$$

По формулам Ф1 и Ф2

$$\Delta_1 = (-1) \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (-1) \cdot (2 \cdot 2 - 1 \cdot (-1)) - 4 \cdot (3 \cdot 2 - 1 \cdot 2) + 0 = -5 - 16 = -21\,;$$

$$\Delta_2 = 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (2 \cdot 2 - 1 \cdot (-1)) - 4 \cdot ((-1) \cdot 2 - 1 \cdot 3) + 0 = 10 + 20 = 30\,;$$

$$\Delta_3 = 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (3 \cdot 2 - 1 \cdot 2) + 1 \cdot ((-1) \cdot 2 - 1 \cdot 3) + 0 = 8 - 5 = 3\,;$$

$$\Delta_4 = 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (3 \cdot (-1) - 2 \cdot 2) + 1 \cdot ((-1) \cdot (-1) - 2 \cdot 3) + 4 \cdot ((-1) \cdot 2 - 3 \cdot 3) =$$

$$= -14 - 5 - 44 = -63\,.$$

Окончательно,

$$\Delta = 1 \cdot \underbrace{(-21)}_{\Delta_1} - 2 \cdot \underbrace{30}_{\Delta_2} - 2 \cdot \underbrace{3}_{\Delta_3} - 3 \cdot \underbrace{(-63)}_{\Delta_4} = -21 - 60 - 6 + 189 = \mathbf{102}\,.$$

возврат ⟹
огл ⟸

§ 3. Системы линейных уравнений

возврат ⟹
огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3 \end{cases} \tag{1}$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы.

Числа c_i называются свободными членами.

Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные. Их нужно найти.

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3 \end{cases} \tag{1}$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы.

Числа c_i называются свободными членами.

Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные. Их нужно найти.

Правило 3 (правило Крамера)

Для решения системы (1) по методу Крамера, вычисляется главный определитель системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

возврат ⟹ ОГЛ ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & a_{13}x_3 & = & c_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & a_{23}x_3 & = & c_2 \\ a_{31}x_1 & + & a_{32}x_2 & + & a_{33}x_3 & = & c_3 \end{cases} \tag{1}$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы.

Числа c_i называются свободными членами.

Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные. Их нужно найти.

Правило 3 (правило Крамера)

Для решения системы (1) по методу Крамера, вычисляется главный определитель системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

и три определителя для неизвестных

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} c_1 & a_{12} & a_{13} \\ c_1 & a_{22} & a_{23} \\ c_1 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & c_1 & a_{13} \\ a_{21} & c_2 & a_{23} \\ a_{31} & c_3 & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & c_3 \end{vmatrix}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3 \end{cases} \qquad (1)$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы.

Числа c_i называются свободными членами.

Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные. Их нужно найти.

Правило 3 (правило Крамера)

Для решения системы (1) по методу Крамера, вычисляется главный определитель системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

и три определителя для неизвестных

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} c_1 & a_{12} & a_{13} \\ c_1 & a_{22} & a_{23} \\ c_1 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & c_1 & a_{13} \\ a_{21} & c_2 & a_{23} \\ a_{31} & c_3 & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & c_3 \end{vmatrix}.$$

Каждый из определителей $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ получается заменой соответствующего столбца коэффициентов в главном определителе Δ столбцом свободных членов.

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3 \end{cases} \qquad (1)$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы.

Числа c_i называются свободными членами.

Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные. Их нужно найти.

Правило 3 (правило Крамера)

Для решения системы (1) по методу Крамера, вычисляется главный определитель системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

и три определителя для неизвестных

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} c_1 & a_{12} & a_{13} \\ c_1 & a_{22} & a_{23} \\ c_1 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & c_1 & a_{13} \\ a_{21} & c_2 & a_{23} \\ a_{31} & c_3 & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & c_3 \end{vmatrix}.$$

Каждый из определителей $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ получается заменой соответствующего столбца коэффициентов в главном определителе Δ столбцом свободных членов.

Случай 1: главный определитель $\Delta \neq 0$. Тогда решение системы получается по формулам Крамера:

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}, \quad x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\left\{\begin{array}{lllllll} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & a_{13}x_3 & = & c_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & a_{23}x_3 & = & c_2 \\ a_{31}x_1 & + & a_{32}x_2 & + & a_{33}x_3 & = & c_3 \end{array}\right. \qquad (1)$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы.

Числа c_i называются свободными членами.

Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные. Их нужно найти.

Правило 3 (правило Крамера)

Для решения системы (1) по методу Крамера, вычисляется главный определитель системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

и три определителя для неизвестных

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} c_1 & a_{12} & a_{13} \\ c_1 & a_{22} & a_{23} \\ c_1 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & c_1 & a_{13} \\ a_{21} & c_2 & a_{23} \\ a_{31} & c_3 & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & c_3 \end{vmatrix}.$$

Каждый из определителей $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ получается заменой соответствующего столбца коэффициентов в главном определителе Δ столбцом свободных членов.

Случай 1: главный определитель $\Delta \neq 0$. Тогда решение системы получается по формулам Крамера:

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}, \quad x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta}.$$

Случай 2: главный определитель $\Delta = 0$, но хотя бы один из определителей Δ_{x_1}, Δ_{x_2}, Δ_{x_3} не равен 0. Тогда система решений не имеет.

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3 \end{cases} \qquad (1)$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы.

Числа c_i называются свободными членами.

Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные. Их нужно найти.

Правило 3 (правило Крамера)

Для решения системы (1) по методу Крамера, вычисляется главный определитель системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

и три определителя для неизвестных

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} c_1 & a_{12} & a_{13} \\ c_1 & a_{22} & a_{23} \\ c_1 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & c_1 & a_{13} \\ a_{21} & c_2 & a_{23} \\ a_{31} & c_3 & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & c_3 \end{vmatrix}.$$

Каждый из определителей $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ получается заменой соответствующего столбца коэффициентов в главном определителе Δ столбцом свободных членов.

Случай 1: главный определитель $\Delta \neq 0$. Тогда решение системы получается по формулам Крамера:

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}, \quad x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta}.$$

Случай 2: главный определитель $\Delta = 0$, но хотя бы один из определителей Δ_{x_1}, Δ_{x_2}, Δ_{x_3} не равен 0. Тогда система решений не имеет.

Случай 3: $\Delta = 0 = \Delta_{x_1} = \Delta_{x_2} = \Delta_{x_3} = 0$. Тогда система имеет бесконечно много решений, которые по правилу Крамера найти нельзя. Решение таких систем можно выполнить **методом Гаусса**, см. § 7.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П3

Решить систему методом Крамера,
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 8 \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 7 \end{cases}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П3

Решить систему методом Крамера,
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 8 \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 7 \end{cases}$$

Решение

Решаем по методу Крамера (правило 3). Определители вычисляем по формулам Ф1, Ф2.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot ((-2) \cdot (-2) - 4 \cdot (-1)) - 1 \cdot (3 \cdot (-2) - 4 \cdot 5) + 1 \cdot (3 \cdot (-1) - (-2) \cdot 5) =$$
$$= 16 + 26 + 7 = 49 \;;$$

Пример П3

Решить систему методом Крамера, $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 8 \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 7 \end{cases}$

Решение

Решаем по методу Крамера (правило 3). Определители вычисляем по формулам Ф1, Ф2.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot ((-2) \cdot (-2) - 4 \cdot (-1)) - 1 \cdot (3 \cdot (-2) - 4 \cdot 5) + 1 \cdot (3 \cdot (-1) - (-2) \cdot 5) =$$
$$= 16 + 26 + 7 = 49\ ;$$

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 8 & -2 & 4 \\ 7 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 6 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 8 & -2 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} =$$
$$= 6 \cdot 8 - 1 \cdot (-44) + 1 \cdot 6 = 98\ ;$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П3

Решить систему методом Крамера, $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 8 \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 7 \end{cases}$

Решение

Решаем по методу Крамера (правило 3). Определители вычисляем по формулам Ф1, Ф2.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot ((-2) \cdot (-2) - 4 \cdot (-1)) - 1 \cdot (3 \cdot (-2) - 4 \cdot 5) + 1 \cdot (3 \cdot (-1) - (-2) \cdot 5) =$$
$$= 16 + 26 + 7 = 49 \ ;$$

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 8 & -2 & 4 \\ 7 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 6 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 8 & -2 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} =$$
$$= 6 \cdot 8 - 1 \cdot (-44) + 1 \cdot 6 = 98 \ ;$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 8 & 4 \\ 5 & 7 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} - 6 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} =$$
$$= 2 \cdot (-44) - 6 \cdot (-26) + 1 \cdot (-19) = -88 + 156 - 19 = 49 \ ;$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П3

Решить систему методом Крамера, $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 8 \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 7 \end{cases}$

Решение

Решаем по методу Крамера (правило 3). Определители вычисляем по формулам Ф1, Ф2.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot ((-2)\cdot(-2) - 4 \cdot (-1)) - 1 \cdot (3 \cdot (-2) - 4 \cdot 5) + 1 \cdot (3 \cdot (-1) - (-2) \cdot 5) =$$

$$= 16 + 26 + 7 = 49\ ;$$

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 8 & -2 & 4 \\ 7 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 6 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 8 & -2 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 6 \cdot 8 - 1 \cdot (-44) + 1 \cdot 6 = 98\ ;$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 8 & 4 \\ 5 & 7 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} - 6 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (-44) - 6 \cdot (-26) + 1 \cdot (-19) = -88 + 156 - 19 = 49\ ;$$

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 3 & -2 & 8 \\ 5 & -1 & 7 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 8 \\ -1 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} + 6 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (-6) - 1 \cdot (-19) + 6 \cdot 7 = -12 + 19 + 42 = 49\ .$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П3

Решить систему методом Крамера, $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 8 \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 7 \end{cases}$

Решение

Решаем по методу Крамера (правило 3). Определители вычисляем по формулам Ф1, Ф2.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot ((-2) \cdot (-2) - 4 \cdot (-1)) - 1 \cdot (3 \cdot (-2) - 4 \cdot 5) + 1 \cdot (3 \cdot (-1) - (-2) \cdot 5) =$$

$$= 16 + 26 + 7 = 49\ ;$$

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 8 & -2 & 4 \\ 7 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 6 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 8 & -2 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 6 \cdot 8 - 1 \cdot (-44) + 1 \cdot 6 = 98\ ;$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 8 & 4 \\ 5 & 7 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} - 6 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (-44) - 6 \cdot (-26) + 1 \cdot (-19) = -88 + 156 - 19 = 49\ ;$$

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 3 & -2 & 8 \\ 5 & -1 & 7 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 8 \\ -1 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} + 6 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (-6) - 1 \cdot (-19) + 6 \cdot 7 = -12 + 19 + 42 = 49\ .$$

Отсюда $x_1 = \dfrac{\Delta_{x_1}}{\Delta} = \dfrac{98}{49} = 2\,,\ x_2 = \dfrac{\Delta_{x_2}}{\Delta} = \dfrac{49}{49} = 1\,,\ x_3 = \dfrac{\Delta_{x_3}}{\Delta} = \dfrac{49}{49} = 1\,.$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П3

Решить систему методом Крамера, $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 8 \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 7 \end{cases}$

Решение

Решаем по методу Крамера (правило 3). Определители вычисляем по формулам Ф1, Ф2.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot ((-2) \cdot (-2) - 4 \cdot (-1)) - 1 \cdot (3 \cdot (-2) - 4 \cdot 5) + 1 \cdot (3 \cdot (-1) - (-2) \cdot 5) =$$

$$= 16 + 26 + 7 = 49\,;$$

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 8 & -2 & 4 \\ 7 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 6 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 8 & -2 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 6 \cdot 8 - 1 \cdot (-44) + 1 \cdot 6 = 98\,;$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 8 & 4 \\ 5 & 7 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} - 6 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (-44) - 6 \cdot (-26) + 1 \cdot (-19) = -88 + 156 - 19 = 49\,;$$

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 3 & -2 & 8 \\ 5 & -1 & 7 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 8 \\ -1 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} + 6 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (-6) - 1 \cdot (-19) + 6 \cdot 7 = -12 + 19 + 42 = 49\,.$$

Отсюда $x_1 = \dfrac{\Delta_{x_1}}{\Delta} = \dfrac{98}{49} = 2\,,\; x_2 = \dfrac{\Delta_{x_2}}{\Delta} = \dfrac{49}{49} = 1\,,\; x_3 = \dfrac{\Delta_{x_3}}{\Delta} = \dfrac{49}{49} = 1\,.$

Проверка. $2 \cdot 2 + 1 + 1 = 6\,,\; 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 8\,,\; 5 \cdot 2 - 1 - 2 \cdot 1 = 7\,.$

Пример П3

Решить систему методом Крамера, $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 8 \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 7 \end{cases}$

Решение

Решаем по методу Крамера (правило 3). Определители вычисляем по формулам Ф1, Ф2.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot ((-2) \cdot (-2) - 4 \cdot (-1)) - 1 \cdot (3 \cdot (-2) - 4 \cdot 5) + 1 \cdot (3 \cdot (-1) - (-2) \cdot 5) =$$

$$= 16 + 26 + 7 = 49 \; ;$$

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 8 & -2 & 4 \\ 7 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 6 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 8 & -2 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 6 \cdot 8 - 1 \cdot (-44) + 1 \cdot 6 = 98 \; ;$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 8 & 4 \\ 5 & 7 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 7 & -2 \end{vmatrix} - 6 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (-44) - 6 \cdot (-26) + 1 \cdot (-19) = -88 + 156 - 19 = 49 \; ;$$

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 3 & -2 & 8 \\ 5 & -1 & 7 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 8 \\ -1 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} + 6 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (-6) - 1 \cdot (-19) + 6 \cdot 7 = -12 + 19 + 42 = 49 \; .$$

Отсюда $x_1 = \dfrac{\Delta_{x_1}}{\Delta} = \dfrac{98}{49} = 2\,,\; x_2 = \dfrac{\Delta_{x_2}}{\Delta} = \dfrac{49}{49} = 1\,,\; x_3 = \dfrac{\Delta_{x_3}}{\Delta} = \dfrac{49}{49} = 1\,.$

Проверка. $2 \cdot 2 + 1 + 1 = 6\,,\; 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 8\,,\; 5 \cdot 2 - 1 - 2 \cdot 1 = 7\,.$

Ответ

$\Delta = 49\,,\; x = 2\,,\; y = 1\,,\; z = 1\,.$

возврат ⟹

огл ⟸

§ 4. Обратная матрица

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Квадратная матрица называется единичной, если на главной ее диагонали стоят числа 1, а вне главной диагонали стоят числа 0. Единичная матрица в каждой размерности $n \times n$ одна, и она обозначается через E.

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Квадратная матрица называется единичной, если на главной ее диагонали стоят числа 1, а вне главной диагонали стоят числа 0. Единичная матрица в каждой размерности $n \times n$ одна, и она обозначается через E.

$$E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 2\times 2},$$

возврат ⟹ огл ⟸

Квадратная матрица называется единичной, если на главной ее диагонали стоят числа 1, а вне главной диагонали стоят числа 0. Единичная матрица в каждой размерности $n \times n$ одна, и она обозначается через E.

$$E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 2 \times 2}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 3 \times 3},$$

возврат ⟹ огл ⟸

Квадратная матрица называется единичной, если на главной ее диагонали стоят числа 1, а вне главной диагонали стоят числа 0. Единичная матрица в каждой размерности $n \times n$ одна, и она обозначается через E.

$$E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 2\times 2}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 3\times 3}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 4\times 4},$$

возврат ⟹ огл ⟸

Квадратная матрица называется единичной, если на главной ее диагонали стоят числа 1, а вне главной диагонали стоят числа 0. Единичная матрица в каждой размерности $n \times n$ одна, и она обозначается через E.

$$E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 2\times 2}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 3\times 3}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 4\times 4},$$

Обратная матрица — это такая матрица A^{-1}, при умножении на которую, исходная матрица A даёт в результате единичную матрицу E:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E\,.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Квадратная матрица называется единичной, если на главной ее диагонали стоят числа 1, а вне главной диагонали стоят числа 0. Единичная матрица в каждой размерности $n \times n$ одна, и она обозначается через E.

$$E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 2\times 2}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 3\times 3}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 4\times 4},$$

Обратная матрица — это такая матрица A^{-1}, при умножении на которую, исходная матрица A даёт в результате единичную матрицу E:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E\,.$$

Квадратная матрица обратима (т. е. имеет обратную) тогда и только тогда, когда её определитель $\det A$ не равен нулю.

Квадратная матрица называется единичной, если на главной ее диагонали стоят числа 1, а вне главной диагонали стоят числа 0. Единичная матрица в каждой размерности $n \times n$ одна, и она обозначается через E.

$$E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 2\times 2}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 3\times 3}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 4\times 4},$$

Обратная матрица — это такая матрица A^{-1}, при умножении на которую, исходная матрица A даёт в результате единичную матрицу E:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E\,.$$

Квадратная матрица обратима (т. е. имеет обратную) тогда и только тогда, когда её определитель $\det A$ не равен нулю.

Например, для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ обратной будет $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Квадратная матрица называется единичной, если на главной ее диагонали стоят числа 1, а вне главной диагонали стоят числа 0. Единичная матрица в каждой размерности $n \times n$ одна, и она обозначается через E.

$$E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 2\times 2}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 3\times 3}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 4\times 4},$$

Обратная матрица — это такая матрица A^{-1}, при умножении на которую, исходная матрица A даёт в результате единичную матрицу E:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E\,.$$

Квадратная матрица обратима (т. е. имеет обратную) тогда и только тогда, когда её определитель $\det A$ не равен нулю.

Например, для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ обратной будет $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Правило 4 (нахождение обратной матрицы)

Задана квадратная матрица A размерности $n \times n$.

возврат ⟹ огл ⟸

Квадратная матрица называется единичной, если на главной ее диагонали стоят числа 1, а вне главной диагонали стоят числа 0. Единичная матрица в каждой размерности $n \times n$ одна, и она обозначается через E.

$$E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 2\times 2}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 3\times 3}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 4\times 4},$$

Обратная матрица — это такая матрица A^{-1}, при умножении на которую, исходная матрица A даёт в результате единичную матрицу E:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E\,.$$

Квадратная матрица обратима (т. е. имеет обратную) тогда и только тогда, когда её определитель $\det A$ не равен нулю.

Например, для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ обратной будет $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Правило 4 (нахождение обратной матрицы)

Задана квадратная матрица A размерности $n \times n$.

Шаг 1. Каждому элементу a_{ij} матрицы A сопоставляется минор m_{ij}, т. е. определитель, полученный из определителя матрицы A вычеркиванием строки i и столбца j. Миноры m_{ij} образуют матрицу миноров M.

возврат ⟹ огл ⟸

Квадратная матрица называется единичной, если на главной ее диагонали стоят числа 1, а вне главной диагонали стоят числа 0. Единичная матрица в каждой размерности $n \times n$ одна, и она обозначается через E.

$$E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 2\times 2}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 3\times 3}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 4\times 4},$$

Обратная матрица — это такая матрица A^{-1}, при умножении на которую, исходная матрица A даёт в результате единичную матрицу E:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E\,.$$

Квадратная матрица обратима (т. е. имеет обратную) тогда и только тогда, когда её определитель $\det A$ не равен нулю.

Например, для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ обратной будет $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Правило 4 (нахождение обратной матрицы)

Задана квадратная матрица A размерности $n \times n$.

Шаг 1. Каждому элементу a_{ij} матрицы A сопоставляется минор m_{ij}, т. е. определитель, полученный из определителя матрицы A вычеркиванием строки i и столбца j. Миноры m_{ij} образуют матрицу миноров M.

Шаг 2. Каждому минору m_{ij} матрицы M сопоставляется алгебраическое дополнение $a_{ij}^{\text{доп}} = (-1)^{i+j} m_{ij}$. Числа $a_{ij}^{\text{доп}}$ образуют матрицу $A^{\text{доп}}$.

возврат ⟹ огл ⟸

Квадратная матрица называется единичной, если на главной ее диагонали стоят числа 1, а вне главной диагонали стоят числа 0. Единичная матрица в каждой размерности $n \times n$ одна, и она обозначается через E.

$$E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 2\times 2}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 3\times 3}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 4\times 4},$$

Обратная матрица — это такая матрица A^{-1}, при умножении на которую, исходная матрица A даёт в результате единичную матрицу E:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E\,.$$

Квадратная матрица обратима (т. е. имеет обратную) тогда и только тогда, когда её определитель $\det A$ не равен нулю.

Например, для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ обратной будет $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Правило 4 (нахождение обратной матрицы)

Задана квадратная матрица A размерности $n \times n$.

Шаг 1. Каждому элементу a_{ij} матрицы A сопоставляется минор m_{ij}, т. е. определитель, полученный из определителя матрицы A вычеркиванием строки i и столбца j. Миноры m_{ij} образуют матрицу миноров M.

Шаг 2. Каждому минору m_{ij} матрицы M сопоставляется алгебраическое дополнение $a_{ij}^{\text{доп}} = (-1)^{i+j} m_{ij}$. Числа $a_{ij}^{\text{доп}}$ образуют матрицу $A^{\text{доп}}$.

Шаг 3. Заменой строк столбцами в матрице $A^{\text{доп}}$ образуется транспонированная матрица $T = (A^{\text{доп}})^{\mathsf{T}}$.

возврат ⟹ огл ⟸

Квадратная матрица называется единичной, если на главной ее диагонали стоят числа 1, а вне главной диагонали стоят числа 0. Единичная матрица в каждой размерности $n \times n$ одна, и она обозначается через E.

$$E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 2\times 2}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 3\times 3}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 4\times 4},$$

Обратная матрица — это такая матрица A^{-1}, при умножении на которую, исходная матрица A даёт в результате единичную матрицу E:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E\,.$$

Квадратная матрица обратима (т. е. имеет обратную) тогда и только тогда, когда её определитель $\det A$ не равен нулю.

Например, для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ обратной будет $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Правило 4 (нахождение обратной матрицы)

Задана квадратная матрица A размерности $n \times n$.

Шаг 1. Каждому элементу a_{ij} матрицы A сопоставляется минор m_{ij}, т. е. определитель, полученный из определителя матрицы A вычеркиванием строки i и столбца j. Миноры m_{ij} образуют матрицу миноров M.

Шаг 2. Каждому минору m_{ij} матрицы M сопоставляется алгебраическое дополнение $a_{ij}^{\text{доп}} = (-1)^{i+j} m_{ij}$. Числа $a_{ij}^{\text{доп}}$ образуют матрицу $A^{\text{доп}}$.

Шаг 3. Заменой строк столбцами в матрице $A^{\text{доп}}$ образуется транспонированная матрица $T = (A^{\text{доп}})^{\mathsf{T}}$.

Шаг 4. По формулам Ф1, Ф2, Ф3 вычисляется определитель

$$\Delta = \det A = \begin{cases} a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}, & \text{если } n = 2 \\ a_{11}m_{11} - a_{12}m_{12} + a_{13}m_{13}, & \text{если } n = 3 \\ a_{11}m_{11} - a_{12}m_{12} + a_{13}m_{13} - a_{14}m_{14}, & \text{если } n = 4\,. \end{cases}$$

Квадратная матрица называется единичной, если на главной ее диагонали стоят числа 1, а вне главной диагонали стоят числа 0. Единичная матрица в каждой размерности $n \times n$ одна, и она обозначается через E.

$$E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 2\times 2}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 3\times 3}, \quad E = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{размерность } 4\times 4},$$

Обратная матрица — это такая матрица A^{-1}, при умножении на которую, исходная матрица A даёт в результате единичную матрицу E:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E\,.$$

Квадратная матрица обратима (т. е. имеет обратную) тогда и только тогда, когда её определитель $\det A$ не равен нулю.

Например, для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ обратной будет $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Правило 4 (нахождение обратной матрицы)

Задана квадратная матрица A размерности $n \times n$.

Шаг 1. Каждому элементу a_{ij} матрицы A сопоставляется минор m_{ij}, т. е. определитель, полученный из определителя матрицы A вычеркиванием строки i и столбца j. Миноры m_{ij} образуют матрицу миноров M.

Шаг 2. Каждому минору m_{ij} матрицы M сопоставляется алгебраическое дополнение $a_{ij}^{\text{доп}} = (-1)^{i+j} m_{ij}$. Числа $a_{ij}^{\text{доп}}$ образуют матрицу $A^{\text{доп}}$.

Шаг 3. Заменой строк столбцами в матрице $A^{\text{доп}}$ образуется транспонированная матрица $T = (A^{\text{доп}})^{\mathsf{T}}$.

Шаг 4. По формулам Ф1, Ф2, Ф3 вычисляется определитель

$$\Delta = \det A = \begin{cases} a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}, & \text{если } n = 2 \\ a_{11}m_{11} - a_{12}m_{12} + a_{13}m_{13}, & \text{если } n = 3 \\ a_{11}m_{11} - a_{12}m_{12} + a_{13}m_{13} - a_{14}m_{14}, & \text{если } n = 4\,. \end{cases}$$

Шаг 5. Обратная матрица получается делением T на Δ: $A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T$.

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Пример П4а (обратная матрица 2×2)

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Пример П4a (обратная матрица 2×2)

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Вычисляем миноры. Для матрицы 2×2, минором элемента будет противостоящий элемент. Поэтому

$$m_{11} = 4; \quad m_{12} = 3; \quad m_{21} = -1; \quad m_{22} = 2; \quad M = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П4а (обратная матрица 2×2)

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Вычисляем миноры. Для матрицы 2×2, минором элемента будет противостоящий элемент. Поэтому

$$m_{11} = 4; \quad m_{12} = 3; \quad m_{21} = -1; \quad m_{22} = 2; \quad M = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Шаг 2. $A^{\text{доп}} = \begin{pmatrix} +4 & -3 \\ -(-1) & +2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Пример П4а (обратная матрица 2×2)

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Вычисляем миноры. Для матрицы 2×2, минором элемента будет противостоящий элемент. Поэтому

$$m_{11} = 4; \quad m_{12} = 3; \quad m_{21} = -1; \quad m_{22} = 2; \quad M = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Шаг 2. $A^{\text{доп}} = \begin{pmatrix} +4 & -3 \\ -(-1) & +2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Шаг 3. $T = (A^{\text{доп}})^{\mathsf{T}} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П4а (обратная матрица 2×2)

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Вычисляем миноры. Для матрицы 2×2, минором элемента будет противостоящий элемент. Поэтому

$$m_{11} = 4; \quad m_{12} = 3; \quad m_{21} = -1; \quad m_{22} = 2; \quad M = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Шаг 2. $A^{\text{доп}} = \begin{pmatrix} +4 & -3 \\ -(-1) & +2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Шаг 3. $T = (A^{\text{доп}})^{\mathsf{T}} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Шаг 4. По формуле Ф1 вычисляется определитель

$$\Delta = \det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 2 \cdot 4 - (-1) \cdot 3 = 8 + 3 = 11.$$

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Пример П4а (обратная матрица 2×2)

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Вычисляем миноры. Для матрицы 2×2, минором элемента будет противостоящий элемент. Поэтому

$$m_{11} = 4; \quad m_{12} = 3; \quad m_{21} = -1; \quad m_{22} = 2; \quad M = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Шаг 2. $A^{\text{доп}} = \begin{pmatrix} +4 & -3 \\ -(-1) & +2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Шаг 3. $T = (A^{\text{доп}})^{\mathsf{T}} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Шаг 4. По формуле Ф1 вычисляется определитель

$$\Delta = \det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 2 \cdot 4 - (-1) \cdot 3 = 8 + 3 = 11.$$

Шаг 5. $A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{11} & \frac{1}{11} \\ -\frac{3}{11} & \frac{2}{11} \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П4а (обратная матрица 2×2)

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Вычисляем миноры. Для матрицы 2×2, минором элемента будет противостоящий элемент. Поэтому

$$m_{11} = 4; \quad m_{12} = 3; \quad m_{21} = -1; \quad m_{22} = 2; \quad M = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Шаг 2. $A^{\text{доп}} = \begin{pmatrix} +4 & -3 \\ -(-1) & +2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Шаг 3. $T = (A^{\text{доп}})^{\mathsf{T}} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Шаг 4. По формуле Ф1 вычисляется определитель

$$\Delta = \det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 2 \cdot 4 - (-1) \cdot 3 = 8 + 3 = 11.$$

Шаг 5. $A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{11} & \frac{1}{11} \\ -\frac{3}{11} & \frac{2}{11} \end{pmatrix}$.

Проверка

$A \cdot T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 11 \end{pmatrix} = 11 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 11 \cdot E$. □

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П4а (обратная матрица 2×2)

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Вычисляем миноры. Для матрицы 2×2, минором элемента будет противостоящий элемент. Поэтому

$$m_{11} = 4; \quad m_{12} = 3; \quad m_{21} = -1; \quad m_{22} = 2; \quad M = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Шаг 2. $A^{\text{доп}} = \begin{pmatrix} +4 & -3 \\ -(-1) & +2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Шаг 3. $T = (A^{\text{доп}})^{\mathsf{T}} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Шаг 4. По формуле Ф1 вычисляется определитель

$$\Delta = \det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 2 \cdot 4 - (-1) \cdot 3 = 8 + 3 = 11.$$

Шаг 5. $A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{11} & \frac{1}{11} \\ -\frac{3}{11} & \frac{2}{11} \end{pmatrix}$.

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 11 \end{pmatrix} = 11 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 11 \cdot E.$$

□

Ответ

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{11} & \frac{1}{11} \\ -\frac{3}{11} & \frac{2}{11} \end{pmatrix}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П46 (обратная матрица 3×3)

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Пример П46 (обратная матрица 3×3)

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Миноры: $m_{11} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = (-2)(-2) - 4(-1) = 4 + 4 = 8;$

$$m_{12} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = (3)(-2) - 4 \cdot 5 = -26; \quad m_{13} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = -3 + 10 = 7;$$

Пример П46 (обратная матрица 3×3)

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Миноры: $m_{11} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = (-2)(-2) - 4(-1) = 4 + 4 = 8;$

$$m_{12} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = (3)(-2) - 4 \cdot 5 = -26; \quad m_{13} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = -3 + 10 = 7;$$

$$m_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = (-2) - (-1) = -1;$$

$$m_{22} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = -4 - 5 = -9; \quad m_{23} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = -2 - 5 = -7;$$

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Пример П46 (обратная матрица 3×3)

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Миноры: $m_{11} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = (-2)(-2) - 4(-1) = 4 + 4 = 8;$

$$m_{12} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = (3)(-2) - 4 \cdot 5 = -26; \quad m_{13} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = -3 + 10 = 7;$$

$$m_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = (-2) - (-1) = -1;$$

$$m_{22} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = -4 - 5 = -9; \quad m_{23} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = -2 - 5 = -7;$$

$$m_{31} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = 4 - (-2) = 6;$$

$$m_{32} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = 8 - 3 = 5; \quad m_{33} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = -4 - 3 = -7.$$

Пример П46 (обратная матрица 3×3)

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Миноры: $m_{11} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = (-2)(-2) - 4(-1) = 4 + 4 = 8;$

$$m_{12} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = (3)(-2) - 4 \cdot 5 = -26; \quad m_{13} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = -3 + 10 = 7;$$

$$m_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = (-2) - (-1) = -1;$$

$$m_{22} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = -4 - 5 = -9; \quad m_{23} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = -2 - 5 = -7;$$

$$m_{31} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = 4 - (-2) = 6;$$

$$m_{32} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = 8 - 3 = 5; \quad m_{33} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = -4 - 3 = -7.$$

$$M = \begin{pmatrix} 8 & -26 & 7 \\ -1 & -9 & -7 \\ 6 & 5 & -7 \end{pmatrix}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П46 (обратная матрица 3×3)

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Миноры: $m_{11} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = (-2)(-2) - 4(-1) = 4 + 4 = 8;$

$$m_{12} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = (3)(-2) - 4 \cdot 5 = -26; \quad m_{13} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = -3 + 10 = 7;$$

$$m_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = (-2) - (-1) = -1;$$

$$m_{22} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = -4 - 5 = -9; \quad m_{23} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = -2 - 5 = -7;$$

$$m_{31} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = 4 - (-2) = 6;$$

$$m_{32} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = 8 - 3 = 5; \quad m_{33} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = -4 - 3 = -7.$$

$M = \begin{pmatrix} 8 & -26 & 7 \\ -1 & -9 & -7 \\ 6 & 5 & -7 \end{pmatrix}$. **Шаг 2**. $A^{\text{доп}} = \begin{pmatrix} 8 & +26 & 7 \\ +1 & -9 & +7 \\ 6 & -5 & -7 \end{pmatrix}$.

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Пример П46 (обратная матрица 3×3)

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Миноры: $m_{11} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = (-2)(-2) - 4(-1) = 4 + 4 = 8;$

$$m_{12} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = (3)(-2) - 4 \cdot 5 = -26; \quad m_{13} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = -3 + 10 = 7;$$

$$m_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = (-2) - (-1) = -1;$$

$$m_{22} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = -4 - 5 = -9; \quad m_{23} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = -2 - 5 = -7;$$

$$m_{31} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = 4 - (-2) = 6;$$

$$m_{32} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = 8 - 3 = 5; \quad m_{33} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = -4 - 3 = -7.$$

$M = \begin{pmatrix} 8 & -26 & 7 \\ -1 & -9 & -7 \\ 6 & 5 & -7 \end{pmatrix}$. **Шаг 2**. $A^{\text{доп}} = \begin{pmatrix} 8 & +26 & 7 \\ +1 & -9 & +7 \\ 6 & -5 & -7 \end{pmatrix}$.

Шаг 3. $T = (A^{\text{доп}})^{\mathsf{T}} = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 26 & -9 & -5 \\ 7 & 7 & -7 \end{pmatrix}$.

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Пример П46 (обратная матрица 3×3)

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Миноры: $m_{11} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = (-2)(-2) - 4(-1) = 4 + 4 = 8;$

$$m_{12} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = (3)(-2) - 4\cdot 5 = -26; \quad m_{13} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = -3 + 10 = 7;$$

$$m_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = (-2) - (-1) = -1;$$

$$m_{22} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = -4 - 5 = -9; \quad m_{23} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = -2 - 5 = -7;$$

$$m_{31} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = 4 - (-2) = 6;$$

$$m_{32} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = 8 - 3 = 5; \quad m_{33} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = -4 - 3 = -7.$$

$M = \begin{pmatrix} 8 & -26 & 7 \\ -1 & -9 & -7 \\ 6 & 5 & -7 \end{pmatrix}$. **Шаг 2**. $A^{\text{доп}} = \begin{pmatrix} 8 & +26 & 7 \\ +1 & -9 & +7 \\ 6 & -5 & -7 \end{pmatrix}$.

Шаг 3. $T = (A^{\text{доп}})^{\mathsf{T}} = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 26 & -9 & -5 \\ 7 & 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Шаг 4.

$$\Delta = \det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{vmatrix} = a_{11}m_{11} - a_{12}m_{12} + a_{13}m_{13} = 2\cdot 8 - 1\cdot(-26) + 1\cdot 7 = 49.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П46 (обратная матрица 3×3)

Найти обратную матрицу к матрице $A=\begin{pmatrix}2&1&1\\3&-2&4\\5&-1&-2\end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Миноры: $m_{11}=\begin{pmatrix}-2&4\\-1&-2\end{pmatrix}=(-2)(-2)-4(-1)=4+4=8;$

$$m_{12}=\begin{pmatrix}3&4\\5&-2\end{pmatrix}=(3)(-2)-4\cdot 5=-26;\quad m_{13}=\begin{pmatrix}3&-2\\5&-1\end{pmatrix}=-3+10=7;$$

$$m_{21}=\begin{pmatrix}1&1\\-1&-2\end{pmatrix}=(-2)-(-1)=-1;$$

$$m_{22}=\begin{pmatrix}2&1\\5&-2\end{pmatrix}=-4-5=-9;\quad m_{23}=\begin{pmatrix}2&1\\5&-1\end{pmatrix}=-2-5=-7;$$

$$m_{31}=\begin{pmatrix}1&1\\-2&4\end{pmatrix}=4-(-2)=6;$$

$$m_{32}=\begin{pmatrix}2&1\\3&4\end{pmatrix}=8-3=5;\quad m_{33}=\begin{pmatrix}2&1\\3&-2\end{pmatrix}=-4-3=-7.$$

$M=\begin{pmatrix}8&-26&7\\-1&-9&-7\\6&5&-7\end{pmatrix}$. **Шаг 2**. $A^{\text{доп}}=\begin{pmatrix}8&+26&7\\+1&-9&+7\\6&-5&-7\end{pmatrix}$.

Шаг 3. $T=(A^{\text{доп}})^{\mathsf{T}}=\begin{pmatrix}8&1&6\\26&-9&-5\\7&7&-7\end{pmatrix}$.

Шаг 4.

$$\Delta=\det A=\begin{vmatrix}2&1&1\\3&-2&4\\5&-1&-2\end{vmatrix}=a_{11}m_{11}-a_{12}m_{12}+a_{13}m_{13}=2\cdot8-1\cdot(-26)+1\cdot7=49.$$

Шаг 5. $A^{-1}=\frac{1}{\det A}\cdot T=\frac{1}{49}\cdot\begin{pmatrix}8&1&6\\26&-9&-5\\7&7&-7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{8}{49}&\frac{1}{49}&\frac{6}{49}\\\frac{26}{49}&-\frac{9}{49}&-\frac{5}{49}\\\frac{7}{49}&\frac{7}{49}&-\frac{7}{49}\end{pmatrix}$.

Пример П46 (обратная матрица 3×3)

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Миноры: $m_{11} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = (-2)(-2) - 4(-1) = 4 + 4 = 8;$

$$m_{12} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = (3)(-2) - 4 \cdot 5 = -26; \quad m_{13} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = -3 + 10 = 7;$$

$$m_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = (-2) - (-1) = -1;$$

$$m_{22} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = -4 - 5 = -9; \quad m_{23} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = -2 - 5 = -7;$$

$$m_{31} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = 4 - (-2) = 6;$$

$$m_{32} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = 8 - 3 = 5; \quad m_{33} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = -4 - 3 = -7.$$

$M = \begin{pmatrix} 8 & -26 & 7 \\ -1 & -9 & -7 \\ 6 & 5 & -7 \end{pmatrix}$. **Шаг 2**. $A^{\text{доп}} = \begin{pmatrix} 8 & +26 & 7 \\ +1 & -9 & +7 \\ 6 & -5 & -7 \end{pmatrix}$.

Шаг 3. $T = (A^{\text{доп}})^{\mathsf{T}} = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 26 & -9 & -5 \\ 7 & 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Шаг 4.

$$\Delta = \det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{vmatrix} = a_{11}m_{11} - a_{12}m_{12} + a_{13}m_{13} = 2 \cdot 8 - 1 \cdot (-26) + 1 \cdot 7 = 49.$$

Шаг 5. $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot T = \frac{1}{49} \cdot \begin{pmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 26 & -9 & -5 \\ 7 & 7 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{8}{49} & \frac{1}{49} & \frac{6}{49} \\ \frac{26}{49} & -\frac{9}{49} & -\frac{5}{49} \\ \frac{7}{49} & \frac{7}{49} & -\frac{7}{49} \end{pmatrix}$.

Проверка. $A \cdot T = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 26 & -9 & -5 \\ 7 & 7 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 49 & 0 & 0 \\ 0 & 49 & 0 \\ 0 & 0 & 49 \end{pmatrix} = 49\,E.$

возврат ⟹
огл ⟸

§ 5. Решение матричных уравнений

возврат ⟹
огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П5а (уравнение $AX = B$)

Решить матричное уравнение $\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}_{A} \cdot X = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B}.$

Здесь X *— неизвестная матрица* 2×2.

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П5а (уравнение $AX = B$)

Решить матричное уравнение $\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}_{A} \cdot X = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B}$.

Здесь X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Уравнение вида $AX = B$ решается домножением на обратную матрицу A^{-1} слева, т. е. $\underbrace{A^{-1} \cdot A}_{E} \cdot X = A^{-1} \cdot B$, откуда $\boxed{\boldsymbol{X = A^{-1} \cdot B}}$.

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П5а (уравнение $AX = B$)

Решить матричное уравнение $\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}_{A} \cdot X = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B}$.

Здесь X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Уравнение вида $AX = B$ решается домножением на обратную матрицу A^{-1} слева, т. е. $\underbrace{A^{-1} \cdot A}_{E} \cdot X = A^{-1} \cdot B$, откуда $\boxed{\boldsymbol{X = A^{-1} \cdot B}}$.

Шаг 1. Находим обратную матрицу (см. пример П4а).

$$A^{-1} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П5а (уравнение $AX = B$)

Решить матричное уравнение $\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}_{A} \cdot X = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B}$.

Здесь X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Уравнение вида $AX = B$ решается домножением на обратную матрицу A^{-1} слева, т. е. $\underbrace{A^{-1} \cdot A}_{E} \cdot X = A^{-1} \cdot B$, откуда $\boxed{X = A^{-1} \cdot B}$.

Шаг 1. Находим обратную матрицу (см. пример П4а).

$$A^{-1} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Шаг 2. Находим неизвестную матрицу $X = A^{-1} \cdot B$:

$$X = \underbrace{\frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}}_{A^{-1}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 9 & 16 \\ -4 & -23 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{11} & \frac{16}{11} \\ \frac{-4}{11} & \frac{-23}{11} \end{pmatrix}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П5а (уравнение $AX = B$)

Решить матричное уравнение $\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}_{A} \cdot X = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B}$.

Здесь X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Уравнение вида $AX = B$ решается домножением на обратную матрицу A^{-1} слева, т. е. $\underbrace{A^{-1} \cdot A}_{E} \cdot X = A^{-1} \cdot B$, откуда $\boxed{X = A^{-1} \cdot B}$.

Шаг 1. Находим обратную матрицу (см. пример П4а).

$$A^{-1} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Шаг 2. Находим неизвестную матрицу $X = A^{-1} \cdot B$:

$$X = \underbrace{\frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}}_{A^{-1}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 9 & 16 \\ -4 & -23 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{11} & \frac{16}{11} \\ \frac{-4}{11} & \frac{-23}{11} \end{pmatrix}.$$

Проверка

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}_{A} \cdot \underbrace{\frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 9 & 16 \\ -4 & -23 \end{pmatrix}}_{X} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 & 16 \\ -4 & -23 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 22 & 55 \\ 11 & -44 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П5а (уравнение $AX = B$)

Решить матричное уравнение $\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}_{A} \cdot X = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B}$.

Здесь X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Уравнение вида $AX = B$ решается домножением на обратную матрицу A^{-1} слева, т. е. $\underbrace{A^{-1} \cdot A}_{E} \cdot X = A^{-1} \cdot B$, откуда $\boxed{X = A^{-1} \cdot B}$.

Шаг 1. Находим обратную матрицу (см. пример П4а).

$$A^{-1} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Шаг 2. Находим неизвестную матрицу $X = A^{-1} \cdot B$:

$$X = \underbrace{\frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}}_{A^{-1}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 9 & 16 \\ -4 & -23 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{11} & \frac{16}{11} \\ \frac{-4}{11} & \frac{-23}{11} \end{pmatrix}.$$

Проверка

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}_{A} \cdot \underbrace{\frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 9 & 16 \\ -4 & -23 \end{pmatrix}}_{X} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 & 16 \\ -4 & -23 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 22 & 55 \\ 11 & -44 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B}.$$

Ответ

$$X = \begin{pmatrix} \frac{9}{11} & \frac{16}{11} \\ \frac{-4}{11} & \frac{-23}{11} \end{pmatrix}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Пример П5б (уравнение $XA = B$)

Решить матричное уравнение $X \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}_{A} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B}$.

Здесь X *— неизвестная матрица* 2×2.

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П5б (уравнение $XA = B$)

Решить матричное уравнение $X \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}_{A} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B}$.

Здесь X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Уравнение вида $XA = B$ решается домножением на обратную матрицу A^{-1} справа, т. е. $X \cdot \underbrace{A \cdot A^{-1}}_{E} = B \cdot A^{-1}$, откуда $\boxed{\boldsymbol{X = B \cdot A^{-1}}}$.

возврат ⟹   огл ⟸

Пример П5б (уравнение $XA = B$)

Решить матричное уравнение $X \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}_{A} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B}$.

Здесь X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Уравнение вида $XA = B$ решается домножением на обратную матрицу A^{-1} справа, т. е. $X \cdot \underbrace{A \cdot A^{-1}}_{E} = B \cdot A^{-1}$, откуда $\boxed{X = B \cdot A^{-1}}$.

Шаг 1. Находим обратную матрицу (см. пример П4а).

$$A^{-1} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П5б (уравнение $XA = B$)

Решить матричное уравнение $X \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}_{A} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B}$.

Здесь X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Уравнение вида $XA = B$ решается домножением на обратную матрицу A^{-1} справа, т. е. $X \cdot \underbrace{A \cdot A^{-1}}_{E} = B \cdot A^{-1}$, откуда $\boxed{X = B \cdot A^{-1}}$.

Шаг 1. Находим обратную матрицу (см. пример П4а).

$$A^{-1} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Шаг 2. Находим неизвестную матрицу $X = B \cdot A^{-1}$:

$$X = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B} \cdot \underbrace{\frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}}_{A^{-1}} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ 16 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-7}{11} & \frac{12}{11} \\ \frac{16}{11} & \frac{-7}{11} \end{pmatrix}.$$

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Пример П5б (уравнение $XA = B$)

Решить матричное уравнение $X \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}_{A} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B}$.

Здесь X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Уравнение вида $XA = B$ решается домножением на обратную матрицу A^{-1} справа, т. е. $X \cdot \underbrace{A \cdot A^{-1}}_{E} = B \cdot A^{-1}$, откуда $\boxed{\boldsymbol{X = B \cdot A^{-1}}}$.

Шаг 1. Находим обратную матрицу (см. пример П4а).

$$A^{-1} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Шаг 2. Находим неизвестную матрицу $X = B \cdot A^{-1}$:

$$X = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B} \cdot \underbrace{\frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}}_{A^{-1}} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ 16 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-7}{11} & \frac{12}{11} \\ \frac{16}{11} & \frac{-7}{11} \end{pmatrix}.$$

Проверка

$$\underbrace{\frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ 16 & -7 \end{pmatrix}}_{X} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}_{A} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 22 & 55 \\ 11 & -44 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B}.$$

□

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П5б (уравнение $XA = B$)

Решить матричное уравнение $X \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}_{A} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B}$.

Здесь X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Уравнение вида $XA = B$ решается домножением на обратную матрицу A^{-1} справа, т. е. $X \cdot \underbrace{A \cdot A^{-1}}_{E} = B \cdot A^{-1}$, откуда $\boxed{X = B \cdot A^{-1}}$.

Шаг 1. Находим обратную матрицу (см. пример П4а).

$$A^{-1} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Шаг 2. Находим неизвестную матрицу $X = B \cdot A^{-1}$:

$$X = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B} \cdot \underbrace{\frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}}_{A^{-1}} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ 16 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-7}{11} & \frac{12}{11} \\ \frac{16}{11} & \frac{-7}{11} \end{pmatrix}.$$

Проверка

$$\underbrace{\frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ 16 & -7 \end{pmatrix}}_{X} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}_{A} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 22 & 55 \\ 11 & -44 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B}.$$

Ответ

$$X = \begin{pmatrix} \frac{-7}{11} & \frac{12}{11} \\ \frac{16}{11} & \frac{-7}{11} \end{pmatrix}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

§ 6. Ранг матрицы

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ ОГЛ ⟸

Структура матрицы ступенчатого вида состоит в том, что

- ступеньки начинаются в левом верхнем углу;
- высота каждой ступеньки составляет одну строку;
- ведущий (самый левый) элемент ступеньки равен 1;
- ниже ступенек стоят одни нули;
- выше ступенек могут стоять любые числа.

возврат ⟹ ОГЛ ⟸

Структура матрицы ступенчатого вида состоит в том, что

- ступеньки начинаются в левом верхнем углу;
- высота каждой ступеньки составляет одну строку;
- ведущий (самый левый) элемент ступеньки равен 1;
- ниже ступенек стоят одни нули;
- выше ступенек могут стоять любые числа.

Примеры:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

— матрицы ступенчатого вида (красным обозначены ведущие элементы ступенек),

возврат ⟹ огл ⟸

Структура матрицы ступенчатого вида состоит в том, что

- ступеньки начинаются в левом верхнем углу;
- высота каждой ступеньки составляет одну строку;
- ведущий (самый левый) элемент ступеньки равен 1;
- ниже ступенек стоят одни нули;
- выше ступенек могут стоять любые числа.

Примеры:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

— матрицы ступенчатого вида (красным обозначены ведущие элементы ступенек), а

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

— матрицы, не имеющие ступенчатого вида.

возврат ⟹ огл ⟸

Структура матрицы ступенчатого вида состоит в том, что

- ступеньки начинаются в левом верхнем углу;
- высота каждой ступеньки составляет одну строку;
- ведущий (самый левый) элемент ступеньки равен 1;
- ниже ступенек стоят одни нули;
- выше ступенек могут стоять любые числа.

Примеры:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

— матрицы ступенчатого вида (красным обозначены ведущие элементы ступенек), а

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

— матрицы, не имеющие ступенчатого вида.

К преобразованиям строк относятся следующие преобразования матриц:

- перестановка двух строк;
- умножение всех элементов одной строки матрицы на одно и то же число, отличное от нуля;
- прибавление к элементам одной строки соответствующих элементов другой строки, умноженных на одно и то же число.

возврат ⟹ ОГЛ ⟸

Структура матрицы ступенчатого вида состоит в том, что

- ступеньки начинаются в левом верхнем углу;
- высота каждой ступеньки составляет одну строку;
- ведущий (самый левый) элемент ступеньки равен 1;
- ниже ступенек стоят одни нули;
- выше ступенек могут стоять любые числа.

Примеры:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

— матрицы ступенчатого вида (красным обозначены ведущие элементы ступенек), а

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

— матрицы, не имеющие ступенчатого вида.

К преобразованиям строк относятся следующие преобразования матриц:

- перестановка двух строк;
- умножение всех элементов одной строки матрицы на одно и то же число, отличное от нуля;
- прибавление к элементам одной строки соответствующих элементов другой строки, умноженных на одно и то же число.

Рангом матрицы называется число ненулевых строк, остающихся после приведения матрицы к ступенчатому виду с помощью преобразований строк.

возврат ⟹ огл ⟸

Структура матрицы ступенчатого вида состоит в том, что

- ступеньки начинаются в левом верхнем углу;
- высота каждой ступеньки составляет одну строку;
- ведущий (самый левый) элемент ступеньки равен 1;
- ниже ступенек стоят одни нули;
- выше ступенек могут стоять любые числа.

Примеры:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

— матрицы ступенчатого вида (красным обозначены ведущие элементы ступенек), а

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

— матрицы, не имеющие ступенчатого вида.

К преобразованиям строк относятся следующие преобразования матриц:

- перестановка двух строк;
- умножение всех элементов одной строки матрицы на одно и то же число, отличное от нуля;
- прибавление к элементам одной строки соответствующих элементов другой строки, умноженных на одно и то же число.

Рангом матрицы называется число ненулевых строк, остающихся после приведения матрицы к ступенчатому виду с помощью преобразований строк.

Правило 6 (нахождение ранга матрицы)

Задана произвольная матрица A.

возврат ⟹ огл ⟸

Структура матрицы ступенчатого вида состоит в том, что

- ступеньки начинаются в левом верхнем углу;
- высота каждой ступеньки составляет одну строку;
- ведущий (самый левый) элемент ступеньки равен 1;
- ниже ступенек стоят одни нули;
- выше ступенек могут стоять любые числа.

Примеры:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

— матрицы ступенчатого вида (красным обозначены ведущие элементы ступенек), а

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

— матрицы, не имеющие ступенчатого вида.

К преобразованиям строк относятся следующие преобразования матриц:

- перестановка двух строк;
- умножение всех элементов одной строки матрицы на одно и то же число, отличное от нуля;
- прибавление к элементам одной строки соответствующих элементов другой строки, умноженных на одно и то же число.

Рангом матрицы называется число ненулевых строк, остающихся после приведения матрицы к ступенчатому виду с помощью преобразований строк.

Правило 6 (нахождение ранга матрицы)

Задана произвольная матрица A.

Шаг 1. Приводим матрицу A к ступенчатому виду преобразованиями строк.

возврат ⟹ огл ⟸

Структура матрицы ступенчатого вида состоит в том, что

- ступеньки начинаются в левом верхнем углу;
- высота каждой ступеньки составляет одну строку;
- ведущий (самый левый) элемент ступеньки равен 1;
- ниже ступенек стоят одни нули;
- выше ступенек могут стоять любые числа.

Примеры:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

— матрицы ступенчатого вида (красным обозначены ведущие элементы ступенек), а

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

— матрицы, не имеющие ступенчатого вида.

К преобразованиям строк относятся следующие преобразования матриц:

- перестановка двух строк;
- умножение всех элементов одной строки матрицы на одно и то же число, отличное от нуля;
- прибавление к элементам одной строки соответствующих элементов другой строки, умноженных на одно и то же число.

Рангом матрицы называется число ненулевых строк, остающихся после приведения матрицы к ступенчатому виду с помощью преобразований строк.

Правило 6 (нахождение ранга матрицы)

Задана произвольная матрица A.

Шаг 1. Приводим матрицу A к ступенчатому виду преобразованиями строк.

Шаг 2. Подсчитываем число ненулевых строк. Строка считается ненулевой, если она содержит хотя бы один элемент, не равный нулю.

возврат ⟹ огл ⟸

Структура матрицы ступенчатого вида состоит в том, что

- ступеньки начинаются в левом верхнем углу;
- высота каждой ступеньки составляет одну строку;
- ведущий (самый левый) элемент ступеньки равен 1;
- ниже ступенек стоят одни нули;
- выше ступенек могут стоять любые числа.

Примеры:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

— матрицы ступенчатого вида (красным обозначены ведущие элементы ступенек), а

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

— матрицы, не имеющие ступенчатого вида.

К преобразованиям строк относятся следующие преобразования матриц:

- перестановка двух строк;
- умножение всех элементов одной строки матрицы на одно и то же число, отличное от нуля;
- прибавление к элементам одной строки соответствующих элементов другой строки, умноженных на одно и то же число.

Рангом матрицы называется число ненулевых строк, остающихся после приведения матрицы к ступенчатому виду с помощью преобразований строк.

Правило 6 (нахождение ранга матрицы)

Задана произвольная матрица A.

Шаг 1. Приводим матрицу A к ступенчатому виду преобразованиями строк.

Шаг 2. Подсчитываем число ненулевых строк. Строка считается ненулевой, если она содержит хотя бы один элемент, не равный нулю.

Шаг 3. Ранг данной матрицы равен числу ненулевых строк в матрице, приведенной к ступенчатому виду.

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П6 (Ранг матрицы)

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П6 (Ранг матрицы)

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

возврат ⟹

огл ⟸

Пример П6 (Ранг матрицы)

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \mid \cdot -1 \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П6 (Ранг матрицы)

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$

Решение

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \mid \cdot -1 \\ \\ \\ \\ \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{llllll} & -2 & & -4 & & -7 \\ + & & & & & \\ & & + & & & \\ & & & & + & \end{array}$$

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Пример П6 (Ранг матрицы)

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$

Решение

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \mid \cdot -1 \\ \\ \\ \\ \end{array} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{llll} & -2 & -4 & -7 \\ & + & & \\ & & + & \\ & & & + \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 3 & -6 \\ 0 & 11 & 6 & -11 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ -1 \\ + \\ \\ \end{array}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П6 (Ранг матрицы)

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \mid \cdot -1 \\ \\ \\ \\ \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{lll} -2 & -4 & -7 \\ + & & \\ & + & \\ & & + \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 3 & -6 \\ 0 & 11 & 6 & -11 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ -1 \\ + \\ \\ \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 3 & -6 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ + \\ -2 \\ \\ \end{array}$$

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Пример П6 (Ранг матрицы)

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{array}{c} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} |\cdot -1 \\ \\ \\ \\ \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{l} -2 \quad -4 \quad -7 \\ + \\ + \\ + \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 3 & -6 \\ 0 & 11 & 6 & -11 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ -1 \\ + \\ \\ \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 3 & -6 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ + \\ -2 \\ \\ \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & -3 & 4 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ |\cdot -1 \\ \\ \\ \end{array}$$

возврат ⟹

огл ⟸

Пример П6 (Ранг матрицы)

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \mid \cdot -1 \\ \\ \\ \\ \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{llll} & -2 & -4 & -7 \\ + & & & \\ & + & & \\ & & + & \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 3 & -6 \\ 0 & 11 & 6 & -11 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ -1 \\ + \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 3 & -6 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ + \\ -2 \\ \\ \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & -3 & 4 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \mid \cdot -1 \\ \\ \\ \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{array}{llll} + & & & \\ & 2 & -4 & -18 \\ & & + & \\ & & & + \end{array}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П6 (Ранг матрицы)

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \; \begin{matrix} | \cdot -1 \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 3 & -6 \\ 0 & 11 & 6 & -11 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 3 & -6 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & -3 & 4 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \; \begin{matrix} \\ | \cdot -1 \\ \\ \\ \end{matrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & -9 & 11 \\ 0 & 0 & -45 & 55 \end{pmatrix} \; \begin{matrix} \\ \\ \\ | : 5 \end{matrix}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П6 (Ранг матрицы)

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix}4&3&2&1\\2&3&1&0\\-1&2&1&-3\\7&4&2&4\end{pmatrix}$.

Решение

$$\begin{pmatrix}4&3&2&1\\2&3&1&0\\-1&2&1&-3\\7&4&2&4\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}-1&2&1&-3\\2&3&1&0\\4&3&2&1\\7&4&2&4\end{pmatrix}\begin{array}{l}|\cdot -1\\ \\ \\ \\ \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix}1&-2&-1&3\\2&3&1&0\\4&3&2&1\\7&4&2&4\end{pmatrix}\begin{array}{l}-2\quad -4\quad -7\\ +\\ +\\ +\end{array} \to \begin{pmatrix}1&-2&-1&3\\0&7&3&-6\\0&11&6&-11\\0&18&9&-17\end{pmatrix}\begin{array}{l} \\ \\ -1\\ +\end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix}1&-2&-1&3\\0&7&3&-6\\0&4&3&-5\\0&18&9&-17\end{pmatrix}\begin{array}{l} \\ +\\ -2\\ \\ \end{array} \to \begin{pmatrix}1&-2&-1&3\\0&-1&-3&4\\0&4&3&-5\\0&18&9&-17\end{pmatrix}\begin{array}{l} \\ |\cdot -1\\ \\ \\ \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix}1&-2&-1&3\\0&1&3&-4\\0&4&3&-5\\0&18&9&-17\end{pmatrix}\begin{array}{l}+\\ 2\quad -4\quad -18\\ +\\ +\end{array} \to \begin{pmatrix}1&0&5&-5\\0&1&3&-4\\0&0&-9&11\\0&0&-45&55\end{pmatrix}\begin{array}{l} \\ \\ \\ |:5\end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix}1&0&5&-5\\0&1&3&-4\\0&0&-9&11\\0&0&-9&11\end{pmatrix}\begin{array}{l} \\ \\ -1\\ +\end{array}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П6 (Ранг матрицы)

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{l} |\cdot -1 \\ \\ \\ \\ \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{lll} -2 & -4 & -7 \\ + & & \\ & + & \\ & & + \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 3 & -6 \\ 0 & 11 & 6 & -11 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ -1 \\ + \\ \\ \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 3 & -6 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ + \\ -2 \\ \\ \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & -3 & 4 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ |\cdot -1 \\ \\ \\ \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{array}{lll} + & & \\ 2 & -4 & -18 \\ & + & \\ & & + \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & -9 & 11 \\ 0 & 0 & -45 & 55 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ \\ |:5 \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & -9 & 11 \\ 0 & 0 & -9 & 11 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ -1 \\ + \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & -9 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ \\ |\,\text{удалить} \end{array}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П6 (Ранг матрицы)

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{matrix} | \cdot -1 \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{matrix} -2 \quad -4 \quad -7 \\ + \\ + \\ + \end{matrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 3 & -6 \\ 0 & 11 & 6 & -11 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ -1 \\ + \\ \\ \end{matrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 3 & -6 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ + \\ -2 \\ \\ \end{matrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & -3 & 4 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ | \cdot -1 \\ \\ \\ \end{matrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \begin{matrix} + \\ 2 \quad -4 \quad -18 \\ + \\ + \end{matrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & -9 & 11 \\ 0 & 0 & -45 & 55 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ | : 5 \end{matrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & -9 & 11 \\ 0 & 0 & -9 & 11 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ -1 \\ + \end{matrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & -9 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ | \text{удалить} \end{matrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & -9 & 11 \end{pmatrix} \text{ — ступенчатый вид}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П6 (Ранг матрицы)

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$

Решение

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \ \big| \cdot -1 \ \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 3 & -6 \\ 0 & 11 & 6 & -11 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 3 & -6 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & -3 & 4 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \ \big| \cdot -1 \ \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \\ 0 & 18 & 9 & -17 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & -9 & 11 \\ 0 & 0 & -45 & 55 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \big| : 5 \end{matrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & -9 & 11 \\ 0 & 0 & -9 & 11 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & -9 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \big| \text{удалить} \end{matrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & -9 & 11 \end{pmatrix} \ \text{— ступенчатый вид}$$

Ответ

Ранг $= 3$

возврат ⟹

огл ⟸

§ 7. Решение систем методом Гаусса

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & a_{13}x_3 & = & c_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & a_{23}x_3 & = & c_2 \\ a_{31}x_1 & + & a_{32}x_2 & + & a_{33}x_3 & = & c_3 \end{cases} \tag{1}$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы. Числа c_i называются свободными членами. Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные.

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & a_{13}x_3 & = & c_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & a_{23}x_3 & = & c_2 \\ a_{31}x_1 & + & a_{32}x_2 & + & a_{33}x_3 & = & c_3 \end{cases} \tag{1}$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы. Числа c_i называются свободными членами. Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные.

Число уравнений не обязательно равно числу неизвестных.

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3 \end{cases} \qquad (1)$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы. Числа c_i называются свободными членами. Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные.

Число уравнений не обязательно равно числу неизвестных.

Правило 7 (метод Гаусса)

Шаг 1. Составляется расширенная матрица системы (1), т. е. матрица

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & c_3 \end{array}\right) \qquad (2)$$

из коэффициентов и свободных членов, отделенных чертой. Над каждым столбцом коэффициентов надписано имя соответствующей неизвестной.

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3 \end{cases} \qquad (1)$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы. Числа c_i называются свободными членами. Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные.

Число уравнений не обязательно равно числу неизвестных.

Правило 7 (метод Гаусса)

Шаг 1. Составляется расширенная матрица системы (1), т. е. матрица

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & c_3 \end{array}\right) \qquad (2)$$

из коэффициентов и свободных членов, отделенных чертой. Над каждым столбцом коэффициентов надписано имя соответствующей неизвестной.

Шаг 2. Расширенная матрица системы приводится к виду, когда слева от черты стоит единичная матрица. Допускаются следующие преобразования:

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3 \end{cases} \qquad (1)$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы. Числа c_i называются свободными членами. Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные.

Число уравнений не обязательно равно числу неизвестных.

Правило 7 (метод Гаусса)

Шаг 1. Составляется расширенная матрица системы (1), т. е. матрица

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & c_3 \end{array}\right) \qquad (2)$$

из коэффициентов и свободных членов, отделенных чертой. Над каждым столбцом коэффициентов надписано имя соответствующей неизвестной.

Шаг 2. Расширенная матрица системы приводится к виду, когда слева от черты стоит единичная матрица. Допускаются следующие преобразования:

- перестановка двух строк (кроме строки имен неизвестных);

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3 \end{cases} \qquad (1)$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы. Числа c_i называются свободными членами. Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные.

Число уравнений не обязательно равно числу неизвестных.

Правило 7 (метод Гаусса)

Шаг 1. Составляется расширенная матрица системы (1), т. е. матрица

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & c_3 \end{array}\right) \qquad (2)$$

из коэффициентов и свободных членов, отделенных чертой. Над каждым столбцом коэффициентов надписано имя соответствующей неизвестной.

Шаг 2. Расширенная матрица системы приводится к виду, когда слева от черты стоит единичная матрица. Допускаются следующие преобразования:

- перестановка двух строк (кроме строки имен неизвестных);
- умножение всех элементов одной строки матрицы на одно и то же число, отличное от нуля (кроме строки имен неизвестных);

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & a_{13}x_3 & = & c_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & a_{23}x_3 & = & c_2 \\ a_{31}x_1 & + & a_{32}x_2 & + & a_{33}x_3 & = & c_3 \end{cases} \tag{1}$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы. Числа c_i называются свободными членами. Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные.

Число уравнений не обязательно равно числу неизвестных.

Правило 7 (метод Гаусса)

Шаг 1. Составляется расширенная матрица системы (1), т. е. матрица

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & c_3 \end{array}\right) \tag{2}$$

из коэффициентов и свободных членов, отделенных чертой. Над каждым столбцом коэффициентов надписано имя соответствующей неизвестной.

Шаг 2. Расширенная матрица системы приводится к виду, когда слева от черты стоит единичная матрица. Допускаются следующие преобразования:

- перестановка двух строк (кроме строки имен неизвестных);
- умножение всех элементов одной строки матрицы на одно и то же число, отличное от нуля (кроме строки имен неизвестных);
- прибавление к элементам одной строки соответствующих элементов другой строки, умноженных на одно и то же число (кроме строки имен неизвестных);

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3 \end{cases} \qquad (1)$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы. Числа c_i называются свободными членами. Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные.

Число уравнений не обязательно равно числу неизвестных.

Правило 7 (метод Гаусса)

Шаг 1. Составляется расширенная матрица системы (1), т. е. матрица

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & c_3 \end{array}\right) \qquad (2)$$

из коэффициентов и свободных членов, отделенных чертой. Над каждым столбцом коэффициентов надписано имя соответствующей неизвестной.

Шаг 2. Расширенная матрица системы приводится к виду, когда слева от черты стоит единичная матрица. Допускаются следующие преобразования:

- перестановка двух строк (кроме строки имен неизвестных);
- умножение всех элементов одной строки матрицы на одно и то же число, отличное от нуля (кроме строки имен неизвестных);
- прибавление к элементам одной строки соответствующих элементов другой строки, умноженных на одно и то же число (кроме строки имен неизвестных);
- удаление нулевой строки;

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3 \end{cases} \qquad (1)$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы. Числа c_i называются свободными членами. Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные.

Число уравнений не обязательно равно числу неизвестных.

Правило 7 (метод Гаусса)

Шаг 1. Составляется расширенная матрица системы (1), т. е. матрица

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & c_3 \end{array}\right) \qquad (2)$$

из коэффициентов и свободных членов, отделенных чертой. Над каждым столбцом коэффициентов надписано имя соответствующей неизвестной.

Шаг 2. Расширенная матрица системы приводится к виду, когда слева от черты стоит единичная матрица. Допускаются следующие преобразования:

- перестановка двух строк (кроме строки имен неизвестных);
- умножение всех элементов одной строки матрицы на одно и то же число, отличное от нуля (кроме строки имен неизвестных);
- прибавление к элементам одной строки соответствующих элементов другой строки, умноженных на одно и то же число (кроме строки имен неизвестных);
- удаление нулевой строки;
- перестановка двух столбцов с именами неизвестных;

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & a_{13}x_3 & = & c_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & a_{23}x_3 & = & c_2 \\ a_{31}x_1 & + & a_{32}x_2 & + & a_{33}x_3 & = & c_3 \end{cases} \qquad (1)$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы. Числа c_i называются свободными членами. Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные.

Число уравнений не обязательно равно числу неизвестных.

Правило 7 (метод Гаусса)

Шаг 1. Составляется расширенная матрица системы (1), т. е. матрица

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & c_3 \end{array}\right) \qquad (2)$$

из коэффициентов и свободных членов, отделенных чертой. Над каждым столбцом коэффициентов надписано имя соответствующей неизвестной.

Шаг 2. Расширенная матрица системы приводится к виду, когда слева от черты стоит единичная матрица. Допускаются следующие преобразования:

- перестановка двух строк (кроме строки имен неизвестных);
- умножение всех элементов одной строки матрицы на одно и то же число, отличное от нуля (кроме строки имен неизвестных);
- прибавление к элементам одной строки соответствующих элементов другой строки, умноженных на одно и то же число (кроме строки имен неизвестных);
- удаление нулевой строки;
- перестановка двух столбцов с именами неизвестных;
- вынос столбца с именем неизвестной направо за черту с обратным знаком — только для не ведущих столбцов ступенек длины более чем 1.

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3 \end{cases} \qquad (1)$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы. Числа c_i называются свободными членами. Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные.

Число уравнений не обязательно равно числу неизвестных.

Правило 7 (метод Гаусса)

Шаг 1. Составляется расширенная матрица системы (1), т. е. матрица

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & c_3 \end{array}\right) \qquad (2)$$

из коэффициентов и свободных членов, отделенных чертой. Над каждым столбцом коэффициентов надписано имя соответствующей неизвестной.

Шаг 2. Расширенная матрица системы приводится к виду, когда слева от черты стоит единичная матрица. Допускаются следующие преобразования:

- перестановка двух строк (кроме строки имен неизвестных);
- умножение всех элементов одной строки матрицы на одно и то же число, отличное от нуля (кроме строки имен неизвестных);
- прибавление к элементам одной строки соответствующих элементов другой строки, умноженных на одно и то же число (кроме строки имен неизвестных);
- удаление нулевой строки;
- перестановка двух столбцов с именами неизвестных;
- вынос столбца с именем неизвестной направо за черту с обратным знаком — только для не ведущих столбцов ступенек длины более чем 1.

Шаг 3. В зависимости от вида приведенной матрицы, возникает один из трех случаев. Эти случаи рассматриваются ниже на примерах.

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3 \end{cases} \qquad (1)$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы. Числа c_i называются свободными членами. Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные.

Число уравнений не обязательно равно числу неизвестных.

Правило 7 (метод Гаусса)

Шаг 1. Составляется расширенная матрица системы (1), т. е. матрица

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & c_3 \end{array}\right) \qquad (2)$$

из коэффициентов и свободных членов, отделенных чертой. Над каждым столбцом коэффициентов надписано имя соответствующей неизвестной.

Шаг 2. Расширенная матрица системы приводится к виду, когда слева от черты стоит единичная матрица. Допускаются следующие преобразования:

- перестановка двух строк (кроме строки имен неизвестных);
- умножение всех элементов одной строки матрицы на одно и то же число, отличное от нуля (кроме строки имен неизвестных);
- прибавление к элементам одной строки соответствующих элементов другой строки, умноженных на одно и то же число (кроме строки имен неизвестных);
- удаление нулевой строки;
- перестановка двух столбцов с именами неизвестных;
- вынос столбца с именем неизвестной направо за черту с обратным знаком — только для не ведущих столбцов ступенек длины более чем 1.

Шаг 3. В зависимости от вида приведенной матрицы, возникает один из трех случаев. Эти случаи рассматриваются ниже на примерах.

определенная система: имеется единственное решение;

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3 \end{cases} \qquad (1)$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы. Числа c_i называются свободными членами. Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные.

Число уравнений не обязательно равно числу неизвестных.

Правило 7 (метод Гаусса)

Шаг 1. Составляется расширенная матрица системы (1), т. е. матрица

$$\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & c_3 \end{array}\right) \qquad (2)$$

из коэффициентов и свободных членов, отделенных чертой. Над каждым столбцом коэффициентов надписано имя соответствующей неизвестной.

Шаг 2. Расширенная матрица системы приводится к виду, когда слева от черты стоит единичная матрица. Допускаются следующие преобразования:

- перестановка двух строк (кроме строки имен неизвестных);
- умножение всех элементов одной строки матрицы на одно и то же число, отличное от нуля (кроме строки имен неизвестных);
- прибавление к элементам одной строки соответствующих элементов другой строки, умноженных на одно и то же число (кроме строки имен неизвестных);
- удаление нулевой строки;
- перестановка двух столбцов с именами неизвестных;
- вынос столбца с именем неизвестной направо за черту с обратным знаком — только для не ведущих столбцов ступенек длины более чем 1.

Шаг 3. В зависимости от вида приведенной матрицы, возникает один из трех случаев. Эти случаи рассматриваются ниже на примерах.

определенная система: имеется единственное решение;

несовместная система: нет ни одного решения;

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & a_{13}x_3 & = & c_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & a_{23}x_3 & = & c_2 \\ a_{31}x_1 & + & a_{32}x_2 & + & a_{33}x_3 & = & c_3 \end{cases} \qquad (1)$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы. Числа c_i называются свободными членами. Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные.

Число уравнений не обязательно равно числу неизвестных.

Правило 7 (метод Гаусса)

Шаг 1. Составляется расширенная матрица системы (1), т. е. матрица

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & c_3 \end{array}\right) \qquad (2)$$

из коэффициентов и свободных членов, отделенных чертой. Над каждым столбцом коэффициентов надписано имя соответствующей неизвестной.

Шаг 2. Расширенная матрица системы приводится к виду, когда слева от черты стоит единичная матрица. Допускаются следующие преобразования:

- перестановка двух строк (кроме строки имен неизвестных);
- умножение всех элементов одной строки матрицы на одно и то же число, отличное от нуля (кроме строки имен неизвестных);
- прибавление к элементам одной строки соответствующих элементов другой строки, умноженных на одно и то же число (кроме строки имен неизвестных);
- удаление нулевой строки;
- перестановка двух столбцов с именами неизвестных;
- вынос столбца с именем неизвестной направо за черту с обратным знаком — только для не ведущих столбцов ступенек длины более чем 1.

Шаг 3. В зависимости от вида приведенной матрицы, возникает один из трех случаев. Эти случаи рассматриваются ниже на примерах.

определенная система: имеется единственное решение;

несовместная система: нет ни одного решения;

неопределенная система: имеется бесконечно много решений.

Рассматриваются системы уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3 \end{cases} \qquad (1)$$

Числа a_{ij} называются коэффициентами системы. Числа c_i называются свободными членами. Буквы x_1, x_2, x_3 (или x, y, z) обозначают неизвестные.

Число уравнений не обязательно равно числу неизвестных.

Правило 7 (метод Гаусса)

Шаг 1. Составляется расширенная матрица системы (1), т. е. матрица

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & c_3 \end{array}\right) \qquad (2)$$

из коэффициентов и свободных членов, отделенных чертой. Над каждым столбцом коэффициентов надписано имя соответствующей неизвестной.

Шаг 2. Расширенная матрица системы приводится к виду, когда слева от черты стоит единичная матрица. Допускаются следующие преобразования:

- перестановка двух строк (кроме строки имен неизвестных);
- умножение всех элементов одной строки матрицы на одно и то же число, отличное от нуля (кроме строки имен неизвестных);
- прибавление к элементам одной строки соответствующих элементов другой строки, умноженных на одно и то же число (кроме строки имен неизвестных);
- удаление нулевой строки;
- перестановка двух столбцов с именами неизвестных;
- вынос столбца с именем неизвестной направо за черту с обратным знаком — только для не ведущих столбцов ступенек длины более чем 1.

Шаг 3. В зависимости от вида приведенной матрицы, возникает один из трех случаев. Эти случаи рассматриваются ниже на примерах.

определенная система: имеется единственное решение;

несовместная система: нет ни одного решения;

неопределенная система: имеется бесконечно много решений.

возврат ⟹

огл ⟸

Пример П7а (определенная система)

Решить систему $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & - & 2x_3 & = & 9 \\ 3x_1 & - & 2x_2 & + & 4x_3 & = & 0 \\ 5x_1 & - & x_2 & + & 4x_3 & = & 3 \end{array}\right.$

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Пример П7а (определенная система)

Решить систему
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$$

Решение

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\
\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right)
\end{array}
\begin{array}{l} \\ -1 \\ + \\ \\ \end{array}$$

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Пример П7а (определенная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$

Решение

$$\begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right) \begin{array}{l} \cdot(-1) \\ + \\ \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right)$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П7а (определенная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$

Решение

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right) \begin{array}{l} -1 \\ + \\ \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right) \begin{array}{ll} -2 & -5 \\ + & \\ & + \end{array}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П7а (определенная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$

Решение

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 2 & -1 & -2 & | & 9 \\ 3 & -2 & 4 & | & 0 \\ 5 & -1 & 4 & | & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} -1 \\ + \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 2 & -1 & -2 & | & 9 \\ 1 & -1 & 6 & | & -9 \\ 5 & -1 & 4 & | & 3 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 1 & -1 & 6 & | & -9 \\ 2 & -1 & -2 & | & 9 \\ 5 & -1 & 4 & | & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} -2 \quad -5 \\ + \\ + \end{matrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 1 & -1 & 6 & | & -9 \\ 0 & 1 & -14 & | & 27 \\ 0 & 4 & -26 & | & 48 \end{pmatrix} \begin{matrix} + \\ 1 \quad -4 \\ + \end{matrix}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П7а (определенная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$

Решение

$$\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right) \begin{matrix} -1 \\ + \\ \end{matrix} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right) \begin{matrix} -2 \quad -5 \\ + \\ + \end{matrix} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 4 & -26 & 48 \end{array}\right) \begin{matrix} + \\ 1 \quad -4 \\ + \end{matrix} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 0 & 30 & -60 \end{array}\right) \begin{matrix} \\ \\ |:30 \end{matrix}$$

возврат ⟹

огл ⟸

Пример П7а (определенная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$

Решение

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right) \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right) \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right) \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 4 & -26 & 48 \end{array}\right) \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 0 & 30 & -60 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \mid : 30 \end{array}$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right) \end{array}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П7а (определенная система)

Решить систему $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & - & 2x_3 & = & 9 \\ 3x_1 & - & 2x_2 & + & 4x_3 & = & 0 \\ 5x_1 & - & x_2 & + & 4x_3 & = & 3 \end{array}\right.$

Решение

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} -1 \\ + \\ \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right) \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{ll} -2 & -5 \\ + & \\ & + \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 4 & -26 & 48 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{ll} + & \\ 1 & -4 \\ & + \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 0 & 30 & -60 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \mid\, : 30 \end{array}$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{ll} + & \\ & + \\ 8 & 14 \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right) \end{array}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П7a (определенная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$

Решение

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right) \begin{array}{c} -1 \\ + \\ \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 5 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right) \begin{array}{cc} -2 & -5 \\ + & \\ & + \end{array} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 4 & -26 & 48 \end{array}\right) \begin{array}{cc} + & \\ 1 & -4 \\ & + \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 0 & 30 & -60 \end{array}\right) \begin{array}{c} \\ \\ | : 30 \end{array}$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right) \begin{array}{cc} + & \\ & + \\ 8 & 14 \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right)$$

(Each matrix has column labels x_1, x_2, x_3 above its columns.)

Ответ

$x_1 = 2, \; x_2 = -1, \; x_3 = -2$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Пример П7б (несовместная система)

Решить систему
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Пример П7б (несовместная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$

Решение

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & 3 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ -1 \\ + \\ \\ \end{array}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П7б (несовместная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$

Решение

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 2 & -1 & -2 & | & 9 \\ 3 & -2 & 4 & | & 0 \\ 5 & -3 & 2 & | & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} -1 \\ + \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 2 & -1 & -2 & | & 9 \\ 1 & -1 & 6 & | & -9 \\ 5 & -3 & 2 & | & 3 \end{pmatrix}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П7б (несовместная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$

Решение

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 2 & -1 & -2 & | & 9 \\ 3 & -2 & 4 & | & 0 \\ 5 & -3 & 2 & | & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} -1 \\ + \\ \end{matrix} \to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 2 & -1 & -2 & | & 9 \\ 1 & -1 & 6 & | & -9 \\ 5 & -3 & 2 & | & 3 \end{pmatrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 1 & -1 & 6 & | & -9 \\ 2 & -1 & -2 & | & 9 \\ 5 & -3 & 2 & | & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} -2 \quad -5 \\ + \\ + \end{matrix}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П7б (несовместная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$

Решение

$$\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & 3 \end{array}\right) \begin{array}{l} -1 \\ + \\ \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 5 & -3 & 2 & 3 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 5 & -3 & 2 & 3 \end{array}\right) \begin{array}{l} -2 \quad -5 \\ + \\ + \end{array} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 2 & -28 & 48 \end{array}\right) \begin{array}{l} + \\ 1 \quad -2 \\ + \end{array}$$

§ 7. Решение систем методом Гаусса

возврат ⟹

огл ⟸

Пример П7б (несовместная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$

Решение

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & 3 \end{array}\right) \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 5 & -3 & 2 & 3 \end{array}\right) \end{array} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 5 & -3 & 2 & 3 \end{array}\right) \end{array} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 2 & -28 & 48 \end{array}\right) \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 0 & 0 & -6 \end{array}\right) \end{array}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П7б (несовместная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$

Решение

$$\begin{array}{cccccc} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & 3 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 5 & -3 & 2 & 3 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 5 & -3 & 2 & 3 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 2 & -28 & 48 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 0 & 0 & -6 \end{array}\right)$$

(columns of each matrix labelled x_1, x_2, x_3)

Ответ

Система **несовместна** (не имеет решений), так как последняя строка заключительной матрицы выражает уравнение $0\,x_1 + 0\,x_2 + 0\,x_3 = -6$, которое не имеет решений.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Пример П7в (неопределенная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \end{cases}$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П7в (неопределенная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \end{cases}$

Решение

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 2 & -1 & -2 & | & 9 \\ 3 & -2 & 4 & | & 0 \\ 5 & -3 & 2 & | & 9 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ -1 \\ + \\ \\ \end{array}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П7в (неопределенная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \end{cases}$

Решение

$$\begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & & \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \begin{array}{l} -1 \\ + \\ \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right)$$

возврат ⟹ ОГЛ ⟸

Пример П7в (неопределенная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \end{cases}$

Решение

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ -1 \\ + \\ \\ \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \begin{array}{ll} -2 & -5 \\ + & \\ & + \end{array}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П7в (неопределенная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \end{cases}$

Решение

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 2 & -28 & 54 \end{array}\right) \end{array}$$

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Пример П7в (неопределенная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \end{cases}$

Решение

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \end{array} \quad -1,\ + \quad \to \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \end{array} \quad \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \end{array} \quad -2,\ +;\ -5,\ + \quad \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 2 & -28 & 54 \end{array}\right) \end{array} \quad +,\ 1;\ -2,\ + \quad \to \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \end{array} \quad \to$$

| удалить

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П7в (неопределенная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \end{cases}$

Решение

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \begin{matrix} -1 \\ + \\ \end{matrix} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \begin{matrix} -2 \quad -5 \\ + \quad \\ \quad + \end{matrix} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 2 & -28 & 54 \end{array}\right) \begin{matrix} + \quad \\ 1 \quad -2 \\ \quad + \end{matrix} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \to$$

| удалить

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \end{array}\right)$$

(each matrix has column labels x_1, x_2, x_3 above its columns)

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П7в (неопределенная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \end{cases}$

Решение

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \begin{array}{l} -1 \\ + \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \begin{array}{l} -2 \quad -5 \\ + \\ + \end{array} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 2 & -28 & 54 \end{array}\right) \begin{array}{l} + \\ 1 \quad -2 \\ + \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \to$$

| удалить

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 8 & 18 \\ 0 & 1 & 14 & 27 \end{array}\right)$$

(columns labelled x_1, x_2, x_3 above each matrix)

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Пример П7в (неопределенная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \end{cases}$

Решение

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} {\scriptstyle -1} \\ {\scriptstyle +} \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{ll} {\scriptstyle -2} & {\scriptstyle -5} \\ {\scriptstyle +} & \\ & {\scriptstyle +} \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 2 & -28 & 54 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{ll} {\scriptstyle +} & \\ {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle -2} \\ & {\scriptstyle +} \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \text{| удалить} \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \end{array}\right) \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 8 & 18 \\ 0 & 1 & 14 & 27 \end{array}\right) \end{array}$$

Ответ

Система неопределенная — имеет бесконечно много решений, которые можно получить по формулам общего решения

$$\begin{aligned} x_1 &= 8\,x_3 + 18 \\ x_2 &= 14\,x_3 + 27 \end{aligned}$$

где значение x_3 выбирается произвольно.

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П7в (неопределенная система)

Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \end{cases}$

Решение

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 3 & -2 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} -1 \\ + \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -9 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 2 & -1 & -2 & 9 \\ 5 & -3 & 2 & 9 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} -2 \quad -5 \\ + \\ + \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 6 & -9 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 2 & -28 & 54 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} + \\ 1 \quad -2 \\ + \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ |\,\text{удалить} \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -8 & 18 \\ 0 & 1 & -14 & 27 \end{array}\right) \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{cc|cc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array} \\ \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 8 & 18 \\ 0 & 1 & 14 & 27 \end{array}\right) \end{array}$$

Ответ

Система неопределенная — имеет бесконечно много решений, которые можно получить по формулам общего решения

$$\begin{aligned} x_1 &= 8\,x_3 + 18 \\ x_2 &= 14\,x_3 + 27 \end{aligned}$$

где значение x_3 выбирается произвольно. Например, при $x_3 = 1$, получаем частное решение $x_1 = 26$, $x_2 = 41$, $x_3 = 1$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

§ 8. Собственные значения и собственные вектора матриц

возврат ⟹ огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Рассматриваются квадратные матрицы A определенной размерности $n \times n$ и векторы $\overrightarrow{p}$ размерности n — т. е.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3) = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Рассматриваются квадратные матрицы A определенной размерности $n \times n$ и векторы $\overrightarrow{p}$ размерности n — т. е.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3) = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

В этом случае по определению можно умножить

$$A \cdot \overrightarrow{p} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} =$$

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Рассматриваются квадратные матрицы A определенной размерности $n \times n$ и векторы $\overrightarrow{p}$ размерности n — т. е.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3) = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

В этом случае по определению можно умножить

$$A \cdot \overrightarrow{p} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + a_{13}p_3 \\ a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + a_{23}p_3 \\ a_{31}p_1 + a_{32}p_2 + a_{33}p_3 \end{pmatrix} =$$

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются квадратные матрицы A определенной размерности $n \times n$ и векторы $\overrightarrow{p}$ размерности n — т. е.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3) = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

В этом случае по определению можно умножить

$$A \cdot \overrightarrow{p} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + a_{13}p_3 \\ a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + a_{23}p_3 \\ a_{31}p_1 + a_{32}p_2 + a_{33}p_3 \end{pmatrix} =$$

$$= (a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + a_{13}p_3 \;\; , \;\; a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + a_{23}p_3 \;\; , \;\; a_{31}p_1 + a_{32}p_2 + a_{33}p_3).$$

Вектор $\overrightarrow{p}$ называется собственным вектором матрицы A с собственным значением z, если $A \cdot \overrightarrow{p} = z \cdot \overrightarrow{p}$.

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Рассматриваются квадратные матрицы A определенной размерности $n \times n$ и векторы $\overrightarrow{p}$ размерности n — т. е.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3) = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

В этом случае по определению можно умножить

$$A \cdot \overrightarrow{p} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + a_{13}p_3 \\ a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + a_{23}p_3 \\ a_{31}p_1 + a_{32}p_2 + a_{33}p_3 \end{pmatrix} =$$

$$= (a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + a_{13}p_3 \;\; , \;\; a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + a_{23}p_3 \;\; , \;\; a_{31}p_1 + a_{32}p_2 + a_{33}p_3).$$

Вектор $\overrightarrow{p}$ называется собственным вектором матрицы A с собственным значением z, если $A \cdot \overrightarrow{p} = z \cdot \overrightarrow{p}$.

Здесь вектор $\overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3)$ предполагается ненулевым, то есть по крайней мере одна координата из p_1, p_2, p_3 не равна 0.

Рассматриваются квадратные матрицы A определенной размерности $n\times n$ и векторы $\overrightarrow{p}$ размерности n — т. е.

$$A=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix}\quad\text{и}\quad\overrightarrow{p}=(p_1,p_2,p_3)=\begin{pmatrix}p_1\\p_2\\p_3\end{pmatrix}$$

В этом случае по определению можно умножить

$$A\cdot\overrightarrow{p}=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}p_1\\p_2\\p_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_{11}p_1+a_{12}p_2+a_{13}p_3\\a_{21}p_1+a_{22}p_2+a_{23}p_3\\a_{31}p_1+a_{32}p_2+a_{33}p_3\end{pmatrix}=$$

$$=(a_{11}p_1+a_{12}p_2+a_{13}p_3\ ,\ a_{21}p_1+a_{22}p_2+a_{23}p_3\ ,\ a_{31}p_1+a_{32}p_2+a_{33}p_3).$$

Вектор $\overrightarrow{p}$ называется собственным вектором матрицы A с собственным значением z, если $A\cdot\overrightarrow{p}=z\cdot\overrightarrow{p}$.

Здесь вектор $\overrightarrow{p}=(p_1,p_2,p_3)$ предполагается ненулевым, то есть по крайней мере одна координата из p_1,p_2,p_3 не равна 0.

Например, для матрицы $A=\begin{pmatrix}2&3\\3&2\end{pmatrix}$ вектор $\overrightarrow{p}=(1,-1)$ — собственный с собственным значением $z=-1$, так как

$$A\cdot\overrightarrow{p}=\begin{pmatrix}2&3\\3&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-3\\3-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}=(-1)\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}=(-1)\cdot\overrightarrow{p}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются квадратные матрицы A определенной размерности $n \times n$ и векторы $\overrightarrow{p}$ размерности n — т. е.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3) = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

В этом случае по определению можно умножить

$$A \cdot \overrightarrow{p} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + a_{13}p_3 \\ a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + a_{23}p_3 \\ a_{31}p_1 + a_{32}p_2 + a_{33}p_3 \end{pmatrix} =$$

$$= (a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + a_{13}p_3 \ , \ a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + a_{23}p_3 \ , \ a_{31}p_1 + a_{32}p_2 + a_{33}p_3).$$

Вектор $\overrightarrow{p}$ называется собственным вектором матрицы A с собственным значением z, если $A \cdot \overrightarrow{p} = z \cdot \overrightarrow{p}$.

Здесь вектор $\overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3)$ предполагается ненулевым, то есть по крайней мере одна координата из p_1, p_2, p_3 не равна 0.

Например, для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ вектор $\overrightarrow{p} = (1, -1)$ — собственный с собственным значением $z = -1$, так как

$$A \cdot \overrightarrow{p} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-3 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = (-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = (-1) \cdot \overrightarrow{p}.$$

Правило 8 (собственные значения и собственные вектора)

Задана квадратная матрица A размерности $n \times n$.

Рассматриваются квадратные матрицы A определенной размерности $n \times n$ и векторы $\overrightarrow{p}$ размерности n — т. е.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3) = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

В этом случае по определению можно умножить

$$A \cdot \overrightarrow{p} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + a_{13}p_3 \\ a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + a_{23}p_3 \\ a_{31}p_1 + a_{32}p_2 + a_{33}p_3 \end{pmatrix} =$$

$$= (a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + a_{13}p_3 \;\; , \;\; a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + a_{23}p_3 \;\; , \;\; a_{31}p_1 + a_{32}p_2 + a_{33}p_3).$$

Вектор $\overrightarrow{p}$ называется собственным вектором матрицы A с собственным значением z, если $A \cdot \overrightarrow{p} = z \cdot \overrightarrow{p}$.

Здесь вектор $\overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3)$ предполагается ненулевым, то есть по крайней мере одна координата из p_1, p_2, p_3 не равна 0.

Например, для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ вектор $\overrightarrow{p} = (1, -1)$ — собственный с собственным значением $z = -1$, так как

$$A \cdot \overrightarrow{p} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-3 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = (-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = (-1) \cdot \overrightarrow{p}.$$

Правило 8 (собственные значения и собственные вектора)

Задана квадратная матрица A размерности $n \times n$.

Шаг 1. Составляется матрица $A - zE$, полученная из A вычитанием переменной z из каждого элемента на главной диагонали.

Рассматриваются квадратные матрицы A определенной размерности $n \times n$ и векторы $\overrightarrow{p}$ размерности n — т. е.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3) = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

В этом случае по определению можно умножить

$$A \cdot \overrightarrow{p} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + a_{13}p_3 \\ a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + a_{23}p_3 \\ a_{31}p_1 + a_{32}p_2 + a_{33}p_3 \end{pmatrix} =$$

$$= (a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + a_{13}p_3 \;\; , \;\; a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + a_{23}p_3 \;\; , \;\; a_{31}p_1 + a_{32}p_2 + a_{33}p_3).$$

Вектор $\overrightarrow{p}$ называется собственным вектором матрицы A с собственным значением z, если $A \cdot \overrightarrow{p} = z \cdot \overrightarrow{p}$.

Здесь вектор $\overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3)$ предполагается ненулевым, то есть по крайней мере одна координата из p_1, p_2, p_3 не равна 0.

Например, для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ вектор $\overrightarrow{p} = (1, -1)$ — собственный с собственным значением $z = -1$, так как

$$A \cdot \overrightarrow{p} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-3 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = (-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = (-1) \cdot \overrightarrow{p}.$$

Правило 8 (собственные значения и собственные вектора)

Задана квадратная матрица A размерности $n \times n$.

Шаг 1. Составляется матрица $A - zE$, полученная из A вычитанием переменной z из каждого элемента на главной диагонали.

Шаг 2. Вычисляется определитель $\Delta(z) = \det(A - zE)$.

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются квадратные матрицы A определенной размерности $n \times n$ и векторы $\overrightarrow{p}$ размерности n — т. е.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3) = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

В этом случае по определению можно умножить

$$A \cdot \overrightarrow{p} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + a_{13}p_3 \\ a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + a_{23}p_3 \\ a_{31}p_1 + a_{32}p_2 + a_{33}p_3 \end{pmatrix} =$$

$$= (a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + a_{13}p_3 \ , \ a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + a_{23}p_3 \ , \ a_{31}p_1 + a_{32}p_2 + a_{33}p_3).$$

Вектор $\overrightarrow{p}$ называется собственным вектором матрицы A с собственным значением z, если $A \cdot \overrightarrow{p} = z \cdot \overrightarrow{p}$.

Здесь вектор $\overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3)$ предполагается ненулевым, то есть по крайней мере одна координата из p_1, p_2, p_3 не равна 0.

Например, для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ вектор $\overrightarrow{p} = (1, -1)$ — собственный с собственным значением $z = -1$, так как

$$A \cdot \overrightarrow{p} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-3 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = (-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = (-1) \cdot \overrightarrow{p}.$$

Правило 8 (собственные значения и собственные вектора)

Задана квадратная матрица A размерности $n \times n$.

Шаг 1. Составляется матрица $A - zE$, полученная из A вычитанием переменной z из каждого элемента на главной диагонали.

Шаг 2. Вычисляется определитель $\Delta(z) = \det(A - zE)$.

Шаг 3. Решается уравнение $\Delta(z) = 0$. Корни $z_1, z_2, z_3, \dots$ в предложенных задачах можно искать среди делителей свободного члена.

возврат ⟹ огл ⟸

Рассматриваются квадратные матрицы A определенной размерности $n \times n$ и векторы $\overrightarrow{p}$ размерности n — т. е.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3) = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

В этом случае по определению можно умножить

$$A \cdot \overrightarrow{p} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + a_{13}p_3 \\ a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + a_{23}p_3 \\ a_{31}p_1 + a_{32}p_2 + a_{33}p_3 \end{pmatrix} =$$

$$= (a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + a_{13}p_3 \ , \ a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + a_{23}p_3 \ , \ a_{31}p_1 + a_{32}p_2 + a_{33}p_3).$$

Вектор $\overrightarrow{p}$ называется собственным вектором матрицы A с собственным значением z, если $A \cdot \overrightarrow{p} = z \cdot \overrightarrow{p}$.

Здесь вектор $\overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3)$ предполагается ненулевым, то есть по крайней мере одна координата из p_1, p_2, p_3 не равна 0.

Например, для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ вектор $\overrightarrow{p} = (1, -1)$ — собственный с собственным значением $z = -1$, так как

$$A \cdot \overrightarrow{p} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-3 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = (-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = (-1) \cdot \overrightarrow{p}.$$

Правило 8 (собственные значения и собственные вектора)

Задана квадратная матрица A размерности $n \times n$.

Шаг 1. Составляется матрица $A - zE$, полученная из A вычитанием переменной z из каждого элемента на главной диагонали.

Шаг 2. Вычисляется определитель $\Delta(z) = \det(A - zE)$.

Шаг 3. Решается уравнение $\Delta(z) = 0$. Корни $z_1, z_2, z_3, \ldots$ в предложенных задачах можно искать среди делителей свободного члена.

Шаг 4. Для каждого корня z_i составляется и решается система линейных уравнений с матрицей системы $A - z_iE$ и столбцом свободных членов из нулей. При правильном решении эта система должна быть неопределенной.

Рассматриваются квадратные матрицы A определенной размерности $n \times n$ и векторы $\overrightarrow{p}$ размерности n — т. е.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3) = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

В этом случае по определению можно умножить

$$A \cdot \overrightarrow{p} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + a_{13}p_3 \\ a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + a_{23}p_3 \\ a_{31}p_1 + a_{32}p_2 + a_{33}p_3 \end{pmatrix} =$$

$$= (a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + a_{13}p_3 \ , \ a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + a_{23}p_3 \ , \ a_{31}p_1 + a_{32}p_2 + a_{33}p_3).$$

Вектор $\overrightarrow{p}$ называется собственным вектором матрицы A с собственным значением z, если $A \cdot \overrightarrow{p} = z \cdot \overrightarrow{p}$.

Здесь вектор $\overrightarrow{p} = (p_1, p_2, p_3)$ предполагается ненулевым, то есть по крайней мере одна координата из p_1, p_2, p_3 не равна 0.

Например, для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ вектор $\overrightarrow{p} = (1, -1)$ — собственный с собственным значением $z = -1$, так как

$$A \cdot \overrightarrow{p} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-3 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = (-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = (-1) \cdot \overrightarrow{p}.$$

Правило 8 (собственные значения и собственные вектора)

Задана квадратная матрица A размерности $n \times n$.

Шаг 1. Составляется матрица $A - zE$, полученная из A вычитанием переменной z из каждого элемента на главной диагонали.

Шаг 2. Вычисляется определитель $\Delta(z) = \det(A - zE)$.

Шаг 3. Решается уравнение $\Delta(z) = 0$. Корни $z_1, z_2, z_3, \ldots$ в предложенных задачах можно искать среди делителей свободного члена.

Шаг 4. Для каждого корня z_i составляется и решается система линейных уравнений с матрицей системы $A - z_iE$ и столбцом свободных членов из нулей. При правильном решении эта система должна быть неопределенной.

Шаг 5. Решая систему шага 4 методом Гаусса, любое ненулевое решение будет собственным вектором с собственным значением z_i.

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П8 (собственные значения и собственные вектора)

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 2 & 4 \\ -9 & 3 & 5 \\ -9 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П8 (собственные значения и собственные вектора)

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 2 & 4 \\ -9 & 3 & 5 \\ -9 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Решение

Шаг 1. Составляется матрица $A - zE = \begin{pmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{pmatrix}$.

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Пример П8 (собственные значения и собственные вектора)

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы
$A = \begin{pmatrix} -7 & 2 & 4 \\ -9 & 3 & 5 \\ -9 & 2 & 6 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Составляется матрица $A - zE = \begin{pmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{pmatrix}$.

Шаг 2. Составляется определитель

$$\Delta(z) = \det(A - zE) = \begin{vmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{vmatrix} =$$

Пример П8 (собственные значения и собственные вектора)

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы
$A = \begin{pmatrix} -7 & 2 & 4 \\ -9 & 3 & 5 \\ -9 & 2 & 6 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Составляется матрица $A - zE = \begin{pmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{pmatrix}$.

Шаг 2. Составляется определитель

$$\Delta(z) = \det(A - zE) = \begin{vmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{vmatrix} =$$

$$= (-7-z)\begin{vmatrix} 3-z & 5 \\ 2 & 6-z \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} -9 & 5 \\ -9 & 6-z \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} -9 & 3-z \\ -9 & 2 \end{vmatrix} =$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П8 (собственные значения и собственные вектора)

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы
$A = \begin{pmatrix} -7 & 2 & 4 \\ -9 & 3 & 5 \\ -9 & 2 & 6 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Составляется матрица $A - zE = \begin{pmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{pmatrix}$.

Шаг 2. Составляется определитель

$$\Delta(z) = \det(A - zE) = \begin{vmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{vmatrix} =$$

$$= (-7-z)\begin{vmatrix} 3-z & 5 \\ 2 & 6-z \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} -9 & 5 \\ -9 & 6-z \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} -9 & 3-z \\ -9 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (-7-z)[(3-z)(6-z) - 10] - 2[-9(6-z) + 45] + 4[-18 + 9(3-z)] =$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П8 (собственные значения и собственные вектора)

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы
$A = \begin{pmatrix} -7 & 2 & 4 \\ -9 & 3 & 5 \\ -9 & 2 & 6 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Составляется матрица $A - zE = \begin{pmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{pmatrix}$.

Шаг 2. Составляется определитель

$$\Delta(z) = \det(A - zE) = \begin{vmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{vmatrix} =$$

$$= (-7-z)\begin{vmatrix} 3-z & 5 \\ 2 & 6-z \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} -9 & 5 \\ -9 & 6-z \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} -9 & 3-z \\ -9 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (-7-z)[(3-z)(6-z) - 10] - 2[-9(6-z) + 45] + 4[-18 + 9(3-z)] =$$

$$= -(7+z)[z^2 - 9z + 18 - 10] - 2[9z - 54 + 45] + 4[-9z + 27 - 18] =$$

Пример П8 (собственные значения и собственные вектора)

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы
$A = \begin{pmatrix} -7 & 2 & 4 \\ -9 & 3 & 5 \\ -9 & 2 & 6 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Составляется матрица $A - zE = \begin{pmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{pmatrix}$.

Шаг 2. Составляется определитель

$$\Delta(z) = \det(A - zE) = \begin{vmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{vmatrix} =$$

$$= (-7-z)\begin{vmatrix} 3-z & 5 \\ 2 & 6-z \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} -9 & 5 \\ -9 & 6-z \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} -9 & 3-z \\ -9 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (-7-z)[(3-z)(6-z) - 10] - 2[-9(6-z) + 45] + 4[-18 + 9(3-z)] =$$

$$= -(7+z)[z^2 - 9z + 18 - 10] - 2[9z - 54 + 45] + 4[-9z + 27 - 18] =$$

$$= -(7+z)[z^2 - 9z + 8] - 2[9z - 9] + 4[-9z + 9] =$$

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П8 (собственные значения и собственные вектора)

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы
$A = \begin{pmatrix} -7 & 2 & 4 \\ -9 & 3 & 5 \\ -9 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$

Решение

Шаг 1. Составляется матрица $A - zE = \begin{pmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{pmatrix}.$

Шаг 2. Составляется определитель

$$\Delta(z) = \det(A - zE) = \begin{vmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{vmatrix} =$$

$$= (-7-z)\begin{vmatrix} 3-z & 5 \\ 2 & 6-z \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} -9 & 5 \\ -9 & 6-z \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} -9 & 3-z \\ -9 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (-7-z)[(3-z)(6-z) - 10] - 2[-9(6-z) + 45] + 4[-18 + 9(3-z)] =$$

$$= -(7+z)[z^2 - 9z + 18 - 10] - 2[9z - 54 + 45] + 4[-9z + 27 - 18] =$$

$$= -(7+z)[z^2 - 9z + 8] - 2[9z - 9] + 4[-9z + 9] =$$

$$= [-z^3 + 9z^2 - 8z - 7z^2 + 63z - 56] - 18z + 18 - 36z + 36 =$$

Пример П8 (собственные значения и собственные вектора)

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы
$A = \begin{pmatrix} -7 & 2 & 4 \\ -9 & 3 & 5 \\ -9 & 2 & 6 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Составляется матрица $A - zE = \begin{pmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{pmatrix}$.

Шаг 2. Составляется определитель

$$\Delta(z) = \det(A - zE) = \begin{vmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{vmatrix} =$$

$$= (-7-z)\begin{vmatrix} 3-z & 5 \\ 2 & 6-z \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} -9 & 5 \\ -9 & 6-z \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} -9 & 3-z \\ -9 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (-7-z)[(3-z)(6-z) - 10] - 2[-9(6-z) + 45] + 4[-18 + 9(3-z)] =$$

$$= -(7+z)[z^2 - 9z + 18 - 10] - 2[9z - 54 + 45] + 4[-9z + 27 - 18] =$$

$$= -(7+z)[z^2 - 9z + 8] - 2[9z - 9] + 4[-9z + 9] =$$

$$= [-z^3 + 9z^2 - 8z - 7z^2 + 63z - 56] - 18z + 18 - 36z + 36 =$$

$$= -z^3 + 2z^2 + z - 2 = -(z^3 - 2z^2 - z + 2).$$

Пример П8 (собственные значения и собственные вектора)

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы
$A = \begin{pmatrix} -7 & 2 & 4 \\ -9 & 3 & 5 \\ -9 & 2 & 6 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Составляется матрица $A - zE = \begin{pmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{pmatrix}$.

Шаг 2. Составляется определитель

$$\Delta(z) = \det(A - zE) = \begin{vmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{vmatrix} =$$

$$= (-7-z)\begin{vmatrix} 3-z & 5 \\ 2 & 6-z \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} -9 & 5 \\ -9 & 6-z \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} -9 & 3-z \\ -9 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (-7-z)[(3-z)(6-z) - 10] - 2[-9(6-z) + 45] + 4[-18 + 9(3-z)] =$$

$$= -(7+z)[z^2 - 9z + 18 - 10] - 2[9z - 54 + 45] + 4[-9z + 27 - 18] =$$

$$= -(7+z)[z^2 - 9z + 8] - 2[9z - 9] + 4[-9z + 9] =$$

$$= [-z^3 + 9z^2 - 8z - 7z^2 + 63z - 56] - 18z + 18 - 36z + 36 =$$

$$= -z^3 + 2z^2 + z - 2 = -(z^3 - 2z^2 - z + 2).$$

Шаг 3. Решается уравнение $z^3 - 2z^2 - z + 2 = 0$. Корни z_1, z_2, z_3 находим среди делителей свободного члена 2. Проверкой убеждаемся, что подходят значения $z_1 = -1$, $z_1 = 1$, $z_1 = 2$.

возврат ⟹ огл ⟸

Пример П8 (собственные значения и собственные вектора)

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы
$A = \begin{pmatrix} -7 & 2 & 4 \\ -9 & 3 & 5 \\ -9 & 2 & 6 \end{pmatrix}$.

Решение

Шаг 1. Составляется матрица $A - zE = \begin{pmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{pmatrix}$.

Шаг 2. Составляется определитель

$$\Delta(z) = \det(A - zE) = \begin{vmatrix} -7-z & 2 & 4 \\ -9 & 3-z & 5 \\ -9 & 2 & 6-z \end{vmatrix} =$$

$$= (-7-z)\begin{vmatrix} 3-z & 5 \\ 2 & 6-z \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} -9 & 5 \\ -9 & 6-z \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} -9 & 3-z \\ -9 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (-7-z)[(3-z)(6-z) - 10] - 2[-9(6-z) + 45] + 4[-18 + 9(3-z)] =$$

$$= -(7+z)[z^2 - 9z + 18 - 10] - 2[9z - 54 + 45] + 4[-9z + 27 - 18] =$$

$$= -(7+z)[z^2 - 9z + 8] - 2[9z - 9] + 4[-9z + 9] =$$

$$= [-z^3 + 9z^2 - 8z - 7z^2 + 63z - 56] - 18z + 18 - 36z + 36 =$$

$$= -z^3 + 2z^2 + z - 2 = -(z^3 - 2z^2 - z + 2).$$

Шаг 3. Решается уравнение $z^3 - 2z^2 - z + 2 = 0$. Корни z_1, z_2, z_3 находим среди делителей свободного члена 2. Проверкой убеждаемся, что подходят значения $z_1 = -1$, $z_1 = 1$, $z_1 = 2$.

Шаг 4. Для каждого корня z_i решается система линейных уравнений с матрицей системы $A - x_iE$ и столбцом свободных членов из нулей.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\textbf{Корень } z_1 = -1}$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\text{Корень } z_1 = -1}$. $A - z_1E = \begin{pmatrix} -7+1 & 2 & 4 \\ -9 & 3+1 & 5 \\ -9 & 2 & 6+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 \\ -9 & 4 & 5 \\ -9 & 2 & 7 \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\textbf{Корень}\ z_1 = -1}$. $A - z_1 E = \begin{pmatrix} -7+1 & 2 & 4 \\ -9 & 3+1 & 5 \\ -9 & 2 & 6+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 \\ -9 & 4 & 5 \\ -9 & 2 & 7 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} -6x_1 & + & 2x_2 & + & 4x_3 & = & 0 \\ -9x_1 & + & 4x_2 & + & 5x_3 & = & 0 \\ -9x_1 & + & 2x_2 & + & 7x_3 & = & 0 \end{array} \right.$,

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\textbf{Корень } z_1 = -1}$. $A - z_1E = \begin{pmatrix} -7+1 & 2 & 4 \\ -9 & 3+1 & 5 \\ -9 & 2 & 6+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 \\ -9 & 4 & 5 \\ -9 & 2 & 7 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -6x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \\ \end{array}$$
$$\begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 & | & 0 \\ -9 & 4 & 5 & | & 0 \\ -9 & 2 & 7 & | & 0 \end{pmatrix} \quad | : -2$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\text{Корень } z_1 = -1}$. $A - z_1E = \begin{pmatrix} -7+1 & 2 & 4 \\ -9 & 3+1 & 5 \\ -9 & 2 & 6+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 \\ -9 & 4 & 5 \\ -9 & 2 & 7 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -6x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{ccc|c} -6 & 2 & 4 & 0 \\ -9 & 4 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 7 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} | : -2 \\ \\ \\ \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & -2 & 0 \\ -9 & 4 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 7 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} -3 \quad -3 \\ + \\ + \end{array}$$

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Решение (продолжение)

$\boxed{\textbf{Корень } z_1 = -1}$. $A - z_1E = \begin{pmatrix} -7+1 & 2 & 4 \\ -9 & 3+1 & 5 \\ -9 & 2 & 6+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 \\ -9 & 4 & 5 \\ -9 & 2 & 7 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -6x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -6 & 2 & 4 & | & 0 \\ -9 & 4 & 5 & | & 0 \\ -9 & 2 & 7 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ | : -2 \\ \\ \\ \end{matrix} \to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 3 & -1 & -2 & | & 0 \\ -9 & 4 & 5 & | & 0 \\ -9 & 2 & 7 & | & 0 \end{pmatrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 3 & -1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\textbf{Корень } z_1 = -1}$. $A - z_1 E = \begin{pmatrix} -7+1 & 2 & 4 \\ -9 & 3+1 & 5 \\ -9 & 2 & 6+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 \\ -9 & 4 & 5 \\ -9 & 2 & 7 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -6x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -6 & 2 & 4 & | & 0 \\ -9 & 4 & 5 & | & 0 \\ -9 & 2 & 7 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ | : -2 \\ \\ \\ \end{array} \to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 3 & -1 & -2 & | & 0 \\ -9 & 4 & 5 & | & 0 \\ -9 & 2 & 7 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ -3 \quad -3 \\ + \\ + \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 3 & -1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ + \\ 1 \quad 1 \\ + \end{array} \to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 3 & 0 & -3 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ | : 3 \\ \\ | \text{удалить} \end{array}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\textbf{Корень } z_1 = -1}$. $A - z_1E = \begin{pmatrix} -7+1 & 2 & 4 \\ -9 & 3+1 & 5 \\ -9 & 2 & 6+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 \\ -9 & 4 & 5 \\ -9 & 2 & 7 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -6x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -6 & 2 & 4 & 0 \\ -9 & 4 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 7 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} | : -2 \\ \\ \\ \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & -2 & 0 \\ -9 & 4 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 7 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} -3 \quad -3 \\ + \\ + \end{array} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} + \\ 1 \quad 1 \\ + \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} | : 3 \\ \\ | \text{ удалить} \end{array} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right)$$

(columns labelled x_1, x_2, x_3 in each matrix)

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\textbf{Корень } z_1 = -1}$. $A - z_1E = \begin{pmatrix} -7+1 & 2 & 4 \\ -9 & 3+1 & 5 \\ -9 & 2 & 6+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 \\ -9 & 4 & 5 \\ -9 & 2 & 7 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -6x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{array}{cccccc} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ \end{array}\begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 & | & 0 \\ -9 & 4 & 5 & | & 0 \\ -9 & 2 & 7 & | & 0 \end{pmatrix} \;\; |:-2 \;\; \to \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array}\begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 & | & 0 \\ -9 & 4 & 5 & | & 0 \\ -9 & 2 & 7 & | & 0 \end{pmatrix} \to$$

$$\to \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array}\begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \to \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array}\begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} |:3 \\ \\ |\,\text{удалить} \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \end{pmatrix} \to \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 0 & | & 1 & 0 \\ 0 & 1 & | & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\textbf{Корень } z_1 = -1}$. $A - z_1E = \begin{pmatrix} -7+1 & 2 & 4 \\ -9 & 3+1 & 5 \\ -9 & 2 & 6+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 \\ -9 & 4 & 5 \\ -9 & 2 & 7 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -6x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} -6 & 2 & 4 & 0 \\ -9 & 4 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 7 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} | : -2 \\ \\ \\ \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & -2 & 0 \\ -9 & 4 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 7 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} -3 \quad -3 \\ + \\ + \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} + \\ 1 \quad 1 \\ + \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} | : 3 \\ \\ |\,\text{удалить} \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \end{array} \\ \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \end{array}$$

Система неопределенная — имеет бесконечно много решений, которые можно получить по формулам общего решения

$$\begin{array}{l} x_1 = x_3 + 0 \\ x_2 = x_3 + 0 \end{array}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\text{Корень } z_1 = -1}$. $A - z_1E = \begin{pmatrix} -7+1 & 2 & 4 \\ -9 & 3+1 & 5 \\ -9 & 2 & 6+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 \\ -9 & 4 & 5 \\ -9 & 2 & 7 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -6x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ -6 & 2 & 4 & 0 \\ -9 & 4 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 7 & 0 \end{array}\right) \;|:-2 \;\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 3 & -1 & -2 & 0 \\ -9 & 4 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 7 & 0 \end{array}\right) \begin{matrix} -3 \quad -3 \\ + \\ + \end{matrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 3 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \begin{matrix} + \\ 1 \quad 1 \\ + \end{matrix} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 3 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{matrix} |:3 \\ \\ |\,\text{удалить} \end{matrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Система неопределенная — имеет бесконечно много решений, которые можно получить по формулам общего решения

$$\begin{aligned} x_1 &= x_3 + 0 \\ x_2 &= x_3 + 0 \end{aligned}.$$

Чтобы получить частное решение, берем $x_3 = 1$, получаем

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = 1.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\text{Корень } z_1 = -1}$. $A - z_1 E = \begin{pmatrix} -7+1 & 2 & 4 \\ -9 & 3+1 & 5 \\ -9 & 2 & 6+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 \\ -9 & 4 & 5 \\ -9 & 2 & 7 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} -6x_1 & + & 2x_2 & + & 4x_3 & = & 0 \\ -9x_1 & + & 4x_2 & + & 5x_3 & = & 0 \\ -9x_1 & + & 2x_2 & + & 7x_3 & = & 0 \end{array} \right.$,

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{rrr|r} -6 & 2 & 4 & 0 \\ -9 & 4 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 7 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} | : -2 \\ \\ \\ \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -1 & -2 & 0 \\ -9 & 4 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 7 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} -3 \quad -3 \\ + \\ + \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} + \\ 1 \quad 1 \\ + \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{rrr|r} 3 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} | : 3 \\ \\ | \text{удалить} \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & & x_3 & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{rr|rr} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \end{array}$$

Система неопределенная — имеет бесконечно много решений, которые можно получить по формулам общего решения

$$\begin{array}{rcrcr} x_1 & = & x_3 & + & 0 \\ x_2 & = & x_3 & + & 0 \end{array}.$$

Чтобы получить частное решение, берем $x_3 = 1$, получаем

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = 1.$$

Шаг 5. Полученное решение $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$ дает собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (1, 1, 1)$ матрицы A с собственным значением $z_1 = -1$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\text{Корень } z_2 = 1}$.

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Решение (продолжение)

Корень $z_2 = 1$. $A - z_2E = \begin{pmatrix} -7-1 & 2 & 4 \\ -9 & 3-1 & 5 \\ -9 & 2 & 6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 4 \\ -9 & 2 & 5 \\ -9 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\textbf{Корень } z_2 = 1}$. $A - z_2E = \begin{pmatrix} -7-1 & 2 & 4 \\ -9 & 3-1 & 5 \\ -9 & 2 & 6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 4 \\ -9 & 2 & 5 \\ -9 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -8x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$,

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\textbf{Корень } z_2 = 1}$. $A - z_2E = \begin{pmatrix} -7-1 & 2 & 4 \\ -9 & 3-1 & 5 \\ -9 & 2 & 6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 4 \\ -9 & 2 & 5 \\ -9 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -8x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -8 & 2 & 4 & | & 0 \\ -9 & 2 & 5 & | & 0 \\ -9 & 2 & 5 & | & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} + \\ -1 \quad -1 \\ + \end{matrix}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\textbf{Корень } z_2 = 1}$. $A - z_2E = \begin{pmatrix} -7-1 & 2 & 4 \\ -9 & 3-1 & 5 \\ -9 & 2 & 6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 4 \\ -9 & 2 & 5 \\ -9 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -8x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -8 & 2 & 4 & | & 0 \\ -9 & 2 & 5 & | & 0 \\ -9 & 2 & 5 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ + \\ -1 \quad -1 \\ + \end{matrix} \to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 1 & 0 & -1 & | & 0 \\ -9 & 2 & 5 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ 9 \\ + \\ |\text{удалить} \end{matrix}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\textbf{Корень } z_2 = 1}$. $A - z_2E = \begin{pmatrix} -7-1 & 2 & 4 \\ -9 & 3-1 & 5 \\ -9 & 2 & 6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 4 \\ -9 & 2 & 5 \\ -9 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -8x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ -8 & 2 & 4 & 0 \\ -9 & 2 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 5 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} + \\ -1 \quad -1 \\ + \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -9 & 2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} 9 \\ + \\ |\text{ удалить} \end{array} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ |\ :2 \end{array}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\textbf{Корень } z_2 = 1}$. $A - z_2E = \begin{pmatrix} -7-1 & 2 & 4 \\ -9 & 3-1 & 5 \\ -9 & 2 & 6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 4 \\ -9 & 2 & 5 \\ -9 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -8x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -8 & 2 & 4 & | & 0 \\ -9 & 2 & 5 & | & 0 \\ -9 & 2 & 5 & | & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 1 & 0 & -1 & | & 0 \\ -9 & 2 & 5 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \to$$

$+$ -1 -1 $+$ 9 $+$ | удалить

$$\to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 1 & 0 & -1 & | & 0 \\ 0 & 2 & -4 & | & 0 \end{pmatrix} \quad | : 2 \quad \to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 1 & 0 & -1 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 \end{pmatrix}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\textbf{Корень } z_2 = 1}$. $A - z_2E = \begin{pmatrix} -7-1 & 2 & 4 \\ -9 & 3-1 & 5 \\ -9 & 2 & 6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 4 \\ -9 & 2 & 5 \\ -9 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -8x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ -8 & 2 & 4 & 0 \\ -9 & 2 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 5 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} + \\ -1 \quad -1 \\ + \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -9 & 2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} 9 \\ + \\ |\,\text{удалить} \end{array} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ |\,:2 \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{cc|cc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\textbf{Корень } z_2 = 1}$. $A - z_2E = \begin{pmatrix} -7-1 & 2 & 4 \\ -9 & 3-1 & 5 \\ -9 & 2 & 6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 4 \\ -9 & 2 & 5 \\ -9 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -8x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c} -8 & 2 & 4 & 0 \\ -9 & 2 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 5 & 0 \end{array}\right) \to \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 \\ -9 & 2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ | \text{ удалить} \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ | : 2 \end{array} \to \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \to$$

$$\to \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array}\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

Система неопределенная — имеет бесконечно много решений, которые можно получить по формулам общего решения

$$\begin{aligned} x_1 &= x_3 + 0 \\ x_2 &= 2x_3 + 0 \end{aligned}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

$\boxed{\textbf{Корень } z_2 = 1}$. $A - z_2E = \begin{pmatrix} -7-1 & 2 & 4 \\ -9 & 3-1 & 5 \\ -9 & 2 & 6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 4 \\ -9 & 2 & 5 \\ -9 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -8x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array}\begin{pmatrix} -8 & 2 & 4 & \mid & 0 \\ -9 & 2 & 5 & \mid & 0 \\ -9 & 2 & 5 & \mid & 0 \end{pmatrix} \to \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & \mid & 0 \\ -9 & 2 & 5 & \mid & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mid & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ \mid \text{удалить} \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & \mid & 0 \\ 0 & 2 & -4 & \mid & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \mid : 2 \end{array} \to \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & \mid & 0 \\ 0 & 1 & -2 & \mid & 0 \end{pmatrix} \to$$

$$\to \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & & x_3 & \\ \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 0 & \mid & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \mid & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Система неопределенная — имеет бесконечно много решений, которые можно получить по формулам общего решения

$$\begin{array}{rcrcl} x_1 & = & x_3 & + & 0 \\ x_2 & = & 2x_3 & + & 0 \end{array}.$$

Чтобы получить частное решение, берем $x_3 = 1$, получаем

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = 1.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (продолжение)

Корень $z_2 = 1$. $A - z_2E = \begin{pmatrix} -7-1 & 2 & 4 \\ -9 & 3-1 & 5 \\ -9 & 2 & 6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 4 \\ -9 & 2 & 5 \\ -9 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -8x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ -8 & 2 & 4 & 0 \\ -9 & 2 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 5 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} + \\ -1 \quad -1 \\ + \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -9 & 2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} 9 \\ + \\ |\,\text{удалить} \end{array} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ |\,:2 \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{cc|cc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

Система неопределенная — имеет бесконечно много решений, которые можно получить по формулам общего решения

$$\begin{aligned} x_1 &= x_3 + 0 \\ x_2 &= 2x_3 + 0 \end{aligned}.$$

Чтобы получить частное решение, берем $x_3 = 1$, получаем

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = 1.$$

Шаг 5. Полученное решение $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 1$ дает собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (1, 2, 1)$ матрицы A с собственным значением $z_2 = 1$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (окончание)

$\boxed{\text{Корень } z_3 = 2}$.

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Решение (окончание)

$\boxed{\text{Корень } z_3 = 2}$. $A - z_3E = \begin{pmatrix} -7-2 & 2 & 4 \\ -9 & 3-2 & 5 \\ -9 & 2 & 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 \\ -9 & 1 & 5 \\ -9 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (окончание)

$\boxed{\textbf{Корень } z_3 = 2}$. $A - z_3E = \begin{pmatrix} -7-2 & 2 & 4 \\ -9 & 3-2 & 5 \\ -9 & 2 & 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 \\ -9 & 1 & 5 \\ -9 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} -9x_1 & + & 2x_2 & + & 4x_3 & = & 0 \\ -9x_1 & + & 1x_2 & + & 5x_3 & = & 0 \\ -9x_1 & + & 2x_2 & + & 4x_3 & = & 0 \end{array} \right.$,

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (окончание)

$\boxed{\textbf{Корень } z_3 = 2}$. $A - z_3E = \begin{pmatrix} -7-2 & 2 & 4 \\ -9 & 3-2 & 5 \\ -9 & 2 & 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 \\ -9 & 1 & 5 \\ -9 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -9x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 1x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} -9 & 2 & 4 & 0 \\ -9 & 1 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 4 & 0 \end{array}\right) \end{array} \quad \begin{matrix} -1 \quad -1 \\ + \\ + \end{matrix}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (окончание)

$\boxed{\textbf{Корень } z_3 = 2}$. $A - z_3E = \begin{pmatrix} -7-2 & 2 & 4 \\ -9 & 3-2 & 5 \\ -9 & 2 & 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 \\ -9 & 1 & 5 \\ -9 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -9x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 1x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \\ \end{array}$$
$$\begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 & | & 0 \\ -9 & 1 & 5 & | & 0 \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ -1\,\cdot\,\text{(1) } + \\ -1\,\cdot\,\text{(1) } + \end{matrix} \to \begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ |\text{ удалить} \end{matrix}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (окончание)

$\boxed{\textbf{Корень } z_3 = 2}$. $\quad A - z_3E = \begin{pmatrix} -7-2 & 2 & 4 \\ -9 & 3-2 & 5 \\ -9 & 2 & 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 \\ -9 & 1 & 5 \\ -9 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} -9x_1 & + & 2x_2 & + & 4x_3 & = & 0 \\ -9x_1 & + & 1x_2 & + & 5x_3 & = & 0 \\ -9x_1 & + & 2x_2 & + & 4x_3 & = & 0 \end{array} \right.$,

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} -9 & 2 & 4 & 0 \\ -9 & 1 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 4 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} -1 \quad -1 \\ + \\ + \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} -9 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \mid \text{удалить} \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} -9 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} + \\ 2 \end{array}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (окончание)

$\boxed{\textbf{Корень } z_3 = 2}$. $A - z_3E = \begin{pmatrix} -7-2 & 2 & 4 \\ -9 & 3-2 & 5 \\ -9 & 2 & 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 \\ -9 & 1 & 5 \\ -9 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -9x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 1x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \\ -9 & 1 & 5 & | & 0 \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} -1 \quad -1 \\ + \\ + \end{matrix} \to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ |\,\text{удалить} \end{matrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} + \\ 2 \end{matrix} \to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -9 & 0 & 6 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} | : -3 \\ | : -1 \end{matrix}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (окончание)

$\boxed{\text{Корень } z_3 = 2}$. $A - z_3E = \begin{pmatrix} -7-2 & 2 & 4 \\ -9 & 3-2 & 5 \\ -9 & 2 & 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 \\ -9 & 1 & 5 \\ -9 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -9x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 1x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{ccc|c} -9 & 2 & 4 & 0 \\ -9 & 1 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 4 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \cdot(-1)\ \cdot(-1) \\ + \\ + \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} -9 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ |\text{удалить} \end{array} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} -9 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} + \\ 2 \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} -9 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} |:-3 \\ |:-1 \end{array} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right)$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (окончание)

$\boxed{\textbf{Корень } z_3 = 2}$. $A - z_3E = \begin{pmatrix} -7-2 & 2 & 4 \\ -9 & 3-2 & 5 \\ -9 & 2 & 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 \\ -9 & 1 & 5 \\ -9 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -9x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 1x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array}\qquad \begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 & | & 0 \\ -9 & 1 & 5 & | & 0 \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} {}^{-1}\ {}^{-1} \\ + \\ + \end{matrix} \to \begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ |\,\text{удалить} \end{matrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} + \\ 2 \end{matrix} \to \begin{pmatrix} -9 & 0 & 6 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} | : -3 \\ | : -1 \end{matrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3 & 0 & | & 2 & 0 \\ 0 & 1 & | & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(columns of each matrix labelled x_1, x_2, x_3)

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (окончание)

$\boxed{\textbf{Корень } z_3 = 2}$. $\quad A - z_3E = \begin{pmatrix} -7-2 & 2 & 4 \\ -9 & 3-2 & 5 \\ -9 & 2 & 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 \\ -9 & 1 & 5 \\ -9 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$

Решаем систему $\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} -9x_1 & + & 2x_2 & + & 4x_3 & = & 0 \\ -9x_1 & + & 1x_2 & + & 5x_3 & = & 0 \\ -9x_1 & + & 2x_2 & + & 4x_3 & = & 0 \end{array} \right.,$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} -9 & 2 & 4 & 0 \\ -9 & 1 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 4 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} \\ -1 \quad -1 \\ + \\ + \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} -9 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \mid \text{удалить} \end{array} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} -9 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} \\ + \\ 2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} -9 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} \\ \mid : -3 \\ \mid : -1 \end{array} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \end{array}$$

Система неопределенная — имеет бесконечно много решений, которые можно получить по формулам общего решения

$$\begin{array}{rcrcl} 3x_1 & = & 2x_3 & + & 0 \\ x_2 & = & x_3 & + & 0 \end{array}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (окончание)

$\boxed{\textbf{Корень } z_3 = 2}$. $A - z_3E = \begin{pmatrix} -7-2 & 2 & 4 \\ -9 & 3-2 & 5 \\ -9 & 2 & 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 \\ -9 & 1 & 5 \\ -9 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$

Решаем систему $\begin{cases} -9x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 1x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \\ -9 & 1 & 5 & | & 0 \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} -1 \quad -1 \\ + \\ + \end{matrix} \to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ |\,\text{удалить} \end{matrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} + \\ 2 \end{matrix} \to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -9 & 0 & 6 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} |\,:-3 \\ |\,:-1 \end{matrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 3 & 0 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & & x_3 & \\ 3 & 0 & | & 2 & 0 \\ 0 & 1 & | & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Система неопределенная — имеет бесконечно много решений, которые можно получить по формулам общего решения

$$\begin{aligned} 3x_1 &= 2x_3 + 0 \\ x_2 &= x_3 + 0 \end{aligned}.$$

Чтобы получить частное решение, берем $x_3 = 3$, получаем

$$x_1 = 2\,, \quad x_2 = 3\,, \quad x_3 = 3\,.$$

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (окончание)

$\boxed{\textbf{Корень } z_3 = 2}$. $A - z_3E = \begin{pmatrix} -7-2 & 2 & 4 \\ -9 & 3-2 & 5 \\ -9 & 2 & 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 \\ -9 & 1 & 5 \\ -9 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$

Решаем систему $\begin{cases} -9x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 1x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \\ -9 & 1 & 5 & | & 0 \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} -1 \quad -1 \\ + \\ + \end{matrix} \to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ |\,\text{удалить} \end{matrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} + \\ 2 \end{matrix} \to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -9 & 0 & 6 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} | : -3 \\ | : -1 \end{matrix} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 3 & 0 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & & x_3 & \\ 3 & 0 & | & 2 & 0 \\ 0 & 1 & | & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Система неопределенная — имеет бесконечно много решений, которые можно получить по формулам общего решения

$$\begin{aligned} 3x_1 &= 2x_3 + 0 \\ x_2 &= x_3 + 0 \end{aligned}.$$

Чтобы получить частное решение, берем $x_3 = 3$, получаем

$$x_1 = 2\,, \quad x_2 = 3\,, \quad x_3 = 3\,.$$

Шаг 5. Полученное решение $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, $x_3 = 3$ дает собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (2, 3, 3)$ матрицы A с собственным значением $z_3 = 2$.

возврат ⟹ огл ⟸

Решение (окончание)

$\boxed{\textbf{Корень } z_3 = 2}$. $A - z_3E = \begin{pmatrix} -7-2 & 2 & 4 \\ -9 & 3-2 & 5 \\ -9 & 2 & 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 \\ -9 & 1 & 5 \\ -9 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Решаем систему $\begin{cases} -9x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -9x_1 + 1x_2 + 5x_3 = 0 \\ -9x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$,

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \\ -9 & 1 & 5 & | & 0 \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} -1 \quad -1 \\ + \\ + \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ |\,\text{удалить} \end{matrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -9 & 2 & 4 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} + \\ 2 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ -9 & 0 & 6 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} |\, : -3 \\ |\, : -1 \end{matrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & & \\ 3 & 0 & -2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & & x_3 & \\ 3 & 0 & | & 2 & 0 \\ 0 & 1 & | & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Система неопределенная — имеет бесконечно много решений, которые можно получить по формулам общего решения

$$\begin{aligned} 3x_1 &= 2x_3 + 0 \\ x_2 &= x_3 + 0 \end{aligned}.$$

Чтобы получить частное решение, берем $x_3 = 3$, получаем

$$x_1 = 2\,, \quad x_2 = 3\,, \quad x_3 = 3\,.$$

Шаг 5. Полученное решение $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, $x_3 = 3$ дает собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (2, 3, 3)$ матрицы A с собственным значением $z_3 = 2$.

Ответ

Собственный вектор $(1, 1, 1)$ с собственным значением -1.

Собственный вектор $(1, 2, 1)$ с собственным значением 1.

Собственный вектор $(2, 3, 3)$ с собственным значением 2.

возврат ⟹ огл ⟸

Проверка

Собственное значение $z_1 = -1$

$$\begin{pmatrix} -7 & 2 & 4 \\ -9 & 3 & 5 \\ -9 & 2 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7+2+4 \\ -9+3+5 \\ -9+2+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = (-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Собственное значение $z_2 = 1$

$$\begin{pmatrix} -7 & 2 & 4 \\ -9 & 3 & 5 \\ -9 & 2 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7+2\cdot 2+4 \\ -9+2\cdot 3+5 \\ -9+2\cdot 2+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Собственное значение $z_3 = 2$

$$\begin{pmatrix} -7 & 2 & 4 \\ -9 & 3 & 5 \\ -9 & 2 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot(-7)+3\cdot 2+3\cdot 4 \\ 2\cdot(-9)+3\cdot 3+3\cdot 5 \\ 2\cdot(-9)+3\cdot 2+3\cdot 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

§ 9. Задания для студентов. Указания

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

1 Студент должен использовать современный компьютер с программами Acrobat или Reader для чтения файлов PDF.

2 Студент должен иметь калькулятор для инженерных рассчетов, либо как программу в компьютере либо как отдельное устройство. Если имеется доступ к интернету, то вычисления можно производить прямо в окошке поиска Google.

3 Проработать теоретический материал §§ 0 − 8 и разобрать решения примеров П1 − П8.

4 Разобрать вариант 0, дающий правильное оформление решения. При этом ознакомиться и освоить интерактивный метод проверки результатов.

5 Найти свой вариант.

6 Решить свой вариант.

7 Результаты оформляются беря за образец вариант 0.

8 **Каждый лист своего варианта с результатами проверки следует распечатать так, чтобы были видны отметки ВЕРНО или НЕВЕРНО, после чего заполнить пустые места по результатам решения.**

9 Те результаты, для которых имеется возможность интерактивной проверки, должны быть проверены.

10 Дополнительно для сдачи работы, студент должен иметь при себе промежуточные вычисления по произвольной форме.

11 Вычисления производятся как минимум с 3 знаками после десятичной точки. Окончательные результаты для нецелых чисел представляются с двумя знаками.

12 Результаты для интерактивной проверки нецелых чисел представляются с двумя знаками после десятичной точки.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹
огл ⟸

Вариант 0

возврат ⟹
огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & -3 & 3 \\ 2 & -6 & 6 \end{pmatrix}$, $AC =$умножить нельзя.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 3 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & -3 & -1 \\ 4 & -4 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & -2 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & -1 \\ -4 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 50, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix} = -43,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 4 & -4 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix} = -4, \quad \Delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 4 & -4 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = 24,$$

$$\begin{aligned} \Delta &= (10)\cdot\Delta_1 - (3)\cdot\Delta_2 + (-1)\cdot\Delta_3 - (-2)\cdot\Delta_4 = \\ &= (10)\cdot(50) - (3)\cdot(-43) + (-1)\cdot(-4) - (-2)\cdot(24) = 681. \end{aligned}$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 10\,x_1 + 3\,x_2 - 1\,x_3 = 17 \\ 1\,x_1 - 2\,x_2 - 3\,x_3 = -3 \\ 4\,x_1 - 4\,x_2 + 1\,x_3 = 28 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta = -183\,,\ x_1 = 3\,,\ x_2 = -3\,,\ x_3 = 4\,.$

Проверка

Первое уравнение: $(10)\cdot(3) + (3)\cdot(-3) + (-1)\cdot(4) = 17\,.$

Второе уравнение: $(1)\cdot(3) + (-2)\cdot(-3) + (-3)\cdot(4) = -3\,.$

Третье уравнение: $(4)\cdot(3) + (-4)\cdot(-3) + (1)\cdot(4) = 28\,.$

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 \\ 2 & -3 & -1 \\ 5 & -5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$$\Delta = -116 \qquad T = \begin{pmatrix} -14 & -66 & 34 \\ -11 & -27 & 35 \\ 5 & 65 & -37 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \begin{pmatrix} 0.12068 & 0.56895 & -0.2931 \\ 0.09482 & 0.23276 & -0.30173 \\ -0.0431 & -0.56033 & 0.31895 \end{pmatrix}$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 \\ 2 & -3 & -1 \\ 5 & -5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -14 & -66 & 34 \\ -11 & -27 & 35 \\ 5 & 65 & -37 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -116 & 0 & 0 \\ 0 & -116 & 0 \\ 0 & 0 & -116 \end{pmatrix}$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 8 \\ 0 & -1 & -5 \\ 3 & -3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta = -162$

$$T = \begin{pmatrix} -14 & -20 & -12 \\ -15 & -33 & 45 \\ 3 & 39 & -9 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \begin{pmatrix} 0.08641 & 0.12344 & 0.07407 \\ 0.09259 & 0.2037 & -0.27777 \\ -0.01851 & -0.24074 & 0.05556 \end{pmatrix}$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 8 \\ 0 & -1 & -5 \\ 3 & -3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -14 & -20 & -12 \\ -15 & -33 & 45 \\ 3 & 39 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -162 & 0 & 0 \\ 0 & -162 & 0 \\ 0 & 0 & -162 \end{pmatrix}$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A\cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A = 5,$ $T = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta}\cdot T = \frac{1}{5}\cdot \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.800 & -0.200 \\ 0.200 & 0.200 \end{pmatrix},$$

$$X = A^{-1}\cdot B = \frac{1}{\Delta}\cdot T\cdot B = \frac{1}{5}\cdot \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.60 & 0.60 \\ -0.60 & 0.40 \end{pmatrix}.$$

Проверка

$$A\cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}\cdot \underbrace{\frac{1}{5}\cdot \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}}_{X} =$$

$$= \frac{1}{5}\cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}\cdot \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\cdot \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ -20 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A = 11$, $T = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.454 & -0.091 \\ 0.091 & 0.182 \end{pmatrix},$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 9 & 7 \\ -13 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.82 & 0.64 \\ -1.18 & -0.36 \end{pmatrix}.$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 9 & 7 \\ -13 & -4 \end{pmatrix}}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 11 & 44 \\ -22 & -33 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 10 & 3 & -1 & -2 \\ 5 & -7 & 0 & -5 \\ 5 & 27 & -2 & 11 \\ 10 & -31 & 1 & -18 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг $= 2$.

Выборочная проверка

Ранг $=$ введи ____ Клик

возврат $\Longrightarrow$

огл $\Longleftarrow$

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 11 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 28 \\ 9\,x_1 + 23\,x_2 + 19\,x_3 = 51 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$\Delta = 1\,,\ x_1 = 1\,,\ x_2 = 1\,,\ x_3 = 1\,.$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot 1 + (5)\cdot 1 + (4)\cdot 1 = 11\,.$

Второе уравнение: $(5)\cdot 1 + (13)\cdot 1 + (10)\cdot 1 = 28\,.$

Третье уравнение: $(9)\cdot 1 + (23)\cdot 1 + (19)\cdot 1 = 51\,.$ □

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 11 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 28 \\ 12\,x_1 + 31\,x_2 + 24\,x_3 = 67 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = -2 \cdot x_3 + (3)\,, \quad x_2 = 0 \cdot x_3 + (1)\,, \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot [-2 \cdot x_3 + (3)] + (5) \cdot [0 \cdot x_3 + (1)] + (4) \cdot x_3 = 11\,.$

Второе уравнение: $(5) \cdot [-2 \cdot x_3 + (3)] + (13) \cdot [0 \cdot x_3 + (1)] + (10) \cdot x_3 = 28\,.$

Третье уравнение: $(12) \cdot [-2 \cdot x_3 + (3)] + (31) \cdot [0 \cdot x_3 + (1)] + (24) \cdot x_3 = 67\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 11 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 28 \\ 12\,x_1 + 31\,x_2 + 24\,x_3 = 68 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Система несовместна.

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ______ Клик

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -11 & 2 & 8 \\ -15 & 3 & 11 \\ -15 & 2 & 12 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

$\det A = -4$

Характеристическое уравнение $-1\,z^3 + 4\,z^2 + 1\,z - 4 = 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (1,1,1)$ с собственным значением $z_1 = -1$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (1,2,1)$ с собственным значением $z_2 = 1$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (2,3,3)$ с собственным значением $z_3 = 4$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -11 & 2 & 8 \\ -15 & 3 & 11 \\ -15 & 2 & 12 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -11 & 2 & 8 \\ -15 & 3 & 11 \\ -15 & 2 & 12 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -11 & 2 & 8 \\ -15 & 3 & 11 \\ -15 & 2 & 12 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 12 \\ 12 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат огл

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2$, $z_2 = 3$, $z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & -3 & 3 \\ 2 & -6 & 6 \end{pmatrix}$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 3 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & -3 & -1 \\ 4 & -4 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 681\,, \qquad 50\,,\ -43\,,\ -4\,,\ 24$

Задача 3. $\begin{cases} 10\,x_1 + 3\,x_2 - 1\,x_3 = 17 \\ 1\,x_1 - 2\,x_2 - 3\,x_3 = -3 \\ 4\,x_1 - 4\,x_2 + 1\,x_3 = 28 \end{cases}$

$\Delta = -183\,,\ x_1 = 3\,,\ x_2 = -3\,,\ x_3 = 4\,.$

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 \\ 2 & -3 & -1 \\ 5 & -5 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta = -116\,.$ $T = \begin{pmatrix} -14 & -66 & 34 \\ -11 & -27 & 35 \\ 5 & 65 & -37 \end{pmatrix}$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \begin{pmatrix} 0.12068 & 0.56895 & -0.2931 \\ 0.09482 & 0.23276 & -0.30173 \\ -0.0431 & -0.56033 & 0.31895 \end{pmatrix}$$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 \\ 2 & -3 & -1 \\ 5 & -5 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta = -162\,.$ $T = \begin{pmatrix} -14 & -20 & -12 \\ -15 & -33 & 45 \\ 3 & 39 & -9 \end{pmatrix}$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \begin{pmatrix} 0.08641 & 0.12344 & 0.07407 \\ 0.09259 & 0.2037 & -0.27777 \\ -0.01851 & -0.24074 & 0.05556 \end{pmatrix}$$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A = 5$, $T = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $A^{-1} = \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.800 & -0.200 \\ 0.200 & 0.200 \end{pmatrix}$,

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.60 & 0.60 \\ -0.60 & 0.40 \end{pmatrix}.$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A = 11$, $T = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $A^{-1} = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.454 & -0.091 \\ 0.091 & 0.182 \end{pmatrix}$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \frac{1}{11} \cdot \begin{pmatrix} 9 & 7 \\ -13 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.82 & 0.64 \\ -1.18 & -0.36 \end{pmatrix}$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 11 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 28 \\ 9\,x_1 + 23\,x_2 + 19\,x_3 = 51 \end{cases}$$

$\Delta = 1$, $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 11 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 28 \\ 12\,x_1 + 31\,x_2 + 24\,x_3 = 67 \end{cases}$$

$x_1 = -2 \cdot x_3 + (3)$, $x_2 = 0 \cdot x_3 + (1)$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 11 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 28 \\ 12\,x_1 + 31\,x_2 + 24\,x_3 = 68 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -11 & 2 & 8 \\ -15 & 3 & 11 \\ -15 & 2 & 12 \end{pmatrix}$.

$\det A = -4$, Характеристическое уравнение $-1\,z^3 + 4\,z^2 + 1\,z - 4 = 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (1, 1, 1)$ с собственным значением $z_1 = -1$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (1, 2, 1)$ с собственным значением $z_2 = 1$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (2, 3, 3)$ с собственным значением $z_3 = 4$.

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг $=$ введи ______ Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи ______ Клик

Ответ x_2: введи ______ Клик

Ответ x_3: введи ______ Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ______ Клик

B_1 введи ______ Клик

K_2 введи ______ Клик

B_2 введи ______ Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**,
$z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

Вариант 1

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи	____	Клик	
Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи	____	Клик	
Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи	____	Клик	
Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи	____	Клик	
Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи	____	Клик	
Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи	____	Клик	
Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи	____	Клик	
Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи	____	Клик	
Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи	____	Клик	
Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи	____	Клик	
Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи	____	Клик	
Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи	____	Клик	
Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи	____	Клик	

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 3 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & -3 & -1 \\ 4 & -4 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & -5 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (10)\cdot\Delta_1 - (3)\cdot\Delta_2 + (-1)\cdot\Delta_3 - (-2)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (10)\cdot \quad - (3)\cdot \quad + (-1)\cdot \quad - (-2)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 10\,x_1 + 3\,x_2 - 1\,x_3 = 17 \\ 3\,x_1 - 2\,x_2 - 3\,x_3 = 3 \\ 4\,x_1 - 4\,x_2 - 2\,x_3 = 16 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(10)\cdot(\ )+(3)\cdot(\ \ )+(-1)\cdot(\ )=17$.

Второе уравнение: $(3)\cdot(\ )+(-2)\cdot(\ \ )+(-3)\cdot(\ )=3$.

Третье уравнение: $(4)\cdot(\ )+(-4)\cdot(\ \ )+(-2)\cdot(\ )=16$.

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4a

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 \\ 4 & -3 & -1 \\ 5 & -5 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 \\ 4 & -3 & -1 \\ 5 & -5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 8 \\ 2 & -1 & -5 \\ 3 & -3 & -4 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 8 \\ 2 & -1 & -5 \\ 3 & -3 & -4 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =\quad,\qquad T = \qquad,$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{\ } \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{\ } \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 10 & 3 & -1 & -2 \\ 7 & -7 & 0 & -5 \\ -1 & 27 & -2 & 11 \\ 18 & -31 & 1 & -18 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг $=$.

Выборочная проверка

Ранг $=$ введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 19 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 48 \\ 9\,x_1 + 23\,x_2 + 28\,x_3 = 88 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\ \ , x_2 =\ \ , x_3 =\ \ .$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot\ \ + (5)\cdot\ \ + (6)\cdot\ \ = 19\,.$

Второе уравнение: $(5)\cdot\ \ + (13)\cdot\ \ + (15)\cdot\ \ = 48\,.$

Третье уравнение: $(9)\cdot\ \ + (23)\cdot\ \ + (28)\cdot\ \ = 88\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 19 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 48 \\ 12\,x_1 + 31\,x_2 + 36\,x_3 = 115 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad$, $x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad$, x_3 произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (5) \cdot \qquad + (6) \cdot x_3 = 19\,.$

Второе уравнение: $(5) \cdot \qquad + (13) \cdot \qquad + (15) \cdot x_3 = 48\,.$

Третье уравнение: $(12) \cdot \qquad + (31) \cdot \qquad + (36) \cdot x_3 = 115\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 19 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 48 \\ 12\,x_1 + 31\,x_2 + 36\,x_3 = 116 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -23 & 3 & 9 \\ -30 & 4 & 12 \\ -54 & 6 & 22 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -23 & 3 & 9 \\ -30 & 4 & 12 \\ -54 & 6 & 22 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -23 & 3 & 9 \\ -30 & 4 & 12 \\ -54 & 6 & 22 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -23 & 3 & 9 \\ -30 & 4 & 12 \\ -54 & 6 & 22 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 3 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & -3 & -1 \\ 4 & -4 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & -5 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 10\,x_1 + 3\,x_2 - 1\,x_3 = 17 \\ 3\,x_1 - 2\,x_2 - 3\,x_3 = 3 \\ 4\,x_1 - 4\,x_2 - 2\,x_3 = 16 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 \\ 4 & -3 & -1 \\ 5 & -5 & 0 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 \\ 4 & -3 & -1 \\ 5 & -5 & 0 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 19 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 48 \\ 9\,x_1 + 23\,x_2 + 28\,x_3 = 88 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 19 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 48 \\ 12\,x_1 + 31\,x_2 + 36\,x_3 = 115 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad$, $x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 19 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 48 \\ 12\,x_1 + 31\,x_2 + 36\,x_3 = 116 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -23 & 3 & 9 \\ -30 & 4 & 12 \\ -54 & 6 & 22 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг $=$ введи ____ Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1 введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2 введи ____ Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**,
$z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹
огл ⟸

Вариант 2

возврат ⟹
огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 3 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & -4 & -1 \\ 4 & -4 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & 0 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (10)\cdot\Delta_1 - (3)\cdot\Delta_2 + (-1)\cdot\Delta_3 - (-2)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (10)\cdot \quad - (3)\cdot \quad + (-1)\cdot \quad - (-2)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 10\,x_1 + 3\,x_2 - 1\,x_3 = 14 \\ 2\,x_1 - 2\,x_2 - 4\,x_3 = -2 \\ 4\,x_1 - 4\,x_2 + 3\,x_3 = 40 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(10)\cdot(\ ) + (3)\cdot(\ ) + (-1)\cdot(\ ) = 14\,.$

Второе уравнение: $(2)\cdot(\ ) + (-2)\cdot(\ ) + (-4)\cdot(\ ) = -2\,.$

Третье уравнение: $(4)\cdot(\ ) + (-4)\cdot(\ ) + (3)\cdot(\ ) = 40\,.$

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 \\ 3 & -3 & -2 \\ 5 & -5 & 5 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 \\ 3 & -3 & -2 \\ 5 & -5 & 5 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}.$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 8 \\ 1 & -1 & -6 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 8 \\ 1 & -1 & -6 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{\ } \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{\ } \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,
$B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A = \quad ,$ $\qquad T = \qquad ,$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\quad} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 10 & 3 & -1 & -2 \\ 6 & -7 & -1 & -5 \\ 2 & 27 & 1 & 11 \\ 14 & -31 & -3 & -18 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг $=$.

Выборочная проверка

Ранг $=$ введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 20 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 51 \\ 9\,x_1 + 32\,x_2 + 19\,x_3 = 92 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\quad,\ x_2 =\quad,\ x_3 =\quad.$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot\quad + (7)\cdot\quad + (4)\cdot\quad = 20\,.$

Второе уравнение: $(5)\cdot\quad + (18)\cdot\quad + (10)\cdot\quad = 51\,.$

Третье уравнение: $(9)\cdot\quad + (32)\cdot\quad + (19)\cdot\quad = 92\,.$ □

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 20 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 51 \\ 12\,x_1 + 43\,x_2 + 24\,x_3 = 122 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (7) \cdot \qquad + (4) \cdot x_3 = 20\,.$

Второе уравнение: $(5) \cdot \qquad + (18) \cdot \qquad + (10) \cdot x_3 = 51\,.$

Третье уравнение: $(12) \cdot \qquad + (43) \cdot \qquad + (24) \cdot x_3 = 122\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1: введи Клик

K_2 введи Клик

B_2: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2\,x_1 & + & 7\,x_2 & + & 4\,x_3 & = & 20 \\ 5\,x_1 & + & 18\,x_2 & + & 10\,x_3 & = & 51 \\ 12\,x_1 & + & 43\,x_2 & + & 24\,x_3 & = & 123 \end{array}\right.$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -15 & 2 & 10 \\ -36 & 5 & 24 \\ -20 & 2 & 15 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -15 & 2 & 10 \\ -36 & 5 & 24 \\ -20 & 2 & 15 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -15 & 2 & 10 \\ -36 & 5 & 24 \\ -20 & 2 & 15 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -15 & 2 & 10 \\ -36 & 5 & 24 \\ -20 & 2 & 15 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 3 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & -4 & -1 \\ 4 & -4 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & 0 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 10\,x_1 + 3\,x_2 - 1\,x_3 = 14 \\ 2\,x_1 - 2\,x_2 - 4\,x_3 = -2 \\ 4\,x_1 - 4\,x_2 + 3\,x_3 = 40 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 \\ 3 & -3 & -2 \\ 5 & -5 & 5 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 \\ 3 & -3 & -2 \\ 5 & -5 & 5 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 20 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 51 \\ 9\,x_1 + 32\,x_2 + 19\,x_3 = 92 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 20 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 51 \\ 12\,x_1 + 43\,x_2 + 24\,x_3 = 122 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 +$, $x_2 = \quad \cdot x_3 +$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 20 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 51 \\ 12\,x_1 + 43\,x_2 + 24\,x_3 = 123 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -15 & 2 & 10 \\ -36 & 5 & 24 \\ -20 & 2 & 15 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи _____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи _____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи _____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи _____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1 : введи _____ Клик

Ответ Δ_2 : введи _____ Клик

Ответ Δ_3 : введи _____ Клик

Ответ Δ_4 : введи _____ Клик

Ответ Δ : введи _____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1 введи Клик

K_2 введи Клик

B_2 введи Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**,
$z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 3

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 3 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & -4 & -1 \\ 4 & -4 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & -3 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (10)\cdot\Delta_1 - (3)\cdot\Delta_2 + (-1)\cdot\Delta_3 - (-2)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (10)\cdot \quad - (3)\cdot \quad + (-1)\cdot \quad - (-2)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 10\,x_1 + 3\,x_2 - 1\,x_3 = 14 \\ 4\,x_1 - 2\,x_2 - 4\,x_3 = 4 \\ 4\,x_1 - 4\,x_2 + 0\,x_3 = 28 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(10)\cdot(\ ) + (3)\cdot(\ ) + (-1)\cdot(\ ) = 14$.

Второе уравнение: $(4)\cdot(\ ) + (-2)\cdot(\ ) + (-4)\cdot(\ ) = 4$.

Третье уравнение: $(4)\cdot(\ ) + (-4)\cdot(\ ) + (0)\cdot(\ ) = 28$.

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 \\ 5 & -3 & -2 \\ 5 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 \\ 5 & -3 & -2 \\ 5 & -5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 8 \\ 3 & -1 & -6 \\ 3 & -3 & -2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 8 \\ 3 & -1 & -6 \\ 3 & -3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}.$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 10 & 3 & -1 & -2 \\ 8 & -7 & -1 & -5 \\ -4 & 27 & 1 & 11 \\ 22 & -31 & -3 & -18 \end{pmatrix}.$

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг $=$.

Выборочная проверка

Ранг $=$ введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 28 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 71 \\ 9\,x_1 + 32\,x_2 + 28\,x_3 = 129 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad , \; x_2 = \quad , \; x_3 = \quad .$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot \quad + (7)\cdot \quad + (6)\cdot \quad = 28\,.$

Второе уравнение: $(5)\cdot \quad + (18)\cdot \quad + (15)\cdot \quad = 71\,.$

Третье уравнение: $(9)\cdot \quad + (32)\cdot \quad + (28)\cdot \quad = 129\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 28 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 71 \\ 12\,x_1 + 43\,x_2 + 36\,x_3 = 170 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (7) \cdot \qquad + (6) \cdot x_3 = 28\,.$

Второе уравнение: $(5) \cdot \qquad + (18) \cdot \qquad + (15) \cdot x_3 = 71\,.$

Третье уравнение: $(12) \cdot \qquad + (43) \cdot \qquad + (36) \cdot x_3 = 170\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1: введи Клик

K_2 введи Клик

B_2: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 28 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 71 \\ 12\,x_1 + 43\,x_2 + 36\,x_3 = 171 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -30 & 3 & 11 \\ -70 & 7 & 26 \\ -70 & 6 & 27 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -30 & 3 & 11 \\ -70 & 7 & 26 \\ -70 & 6 & 27 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -30 & 3 & 11 \\ -70 & 7 & 26 \\ -70 & 6 & 27 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -30 & 3 & 11 \\ -70 & 7 & 26 \\ -70 & 6 & 27 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 3 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & -4 & -1 \\ 4 & -4 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & -3 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} 10\,x_1 & + & 3\,x_2 & - & 1\,x_3 & = & 14 \\ 4\,x_1 & - & 2\,x_2 & - & 4\,x_3 & = & 4 \\ 4\,x_1 & - & 4\,x_2 & + & 0\,x_3 & = & 28 \end{array} \right.$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 \\ 5 & -3 & -2 \\ 5 & -5 & 2 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 \\ 5 & -3 & -2 \\ 5 & -5 & 2 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 28 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 71 \\ 9\,x_1 + 32\,x_2 + 28\,x_3 = 129 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 28 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 71 \\ 12\,x_1 + 43\,x_2 + 36\,x_3 = 170 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 +$, $x_2 = \quad \cdot x_3 +$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 28 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 71 \\ 12\,x_1 + 43\,x_2 + 36\,x_3 = 171 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -30 & 3 & 11 \\ -70 & 7 & 26 \\ -70 & 6 & 27 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1 введи Клик

K_2 введи Клик

B_2 введи Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**,
$z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 4

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & -1 & -2 \\ 4 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 6 & -2 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (10) \cdot \Delta_1 - (2) \cdot \Delta_2 + (-1) \cdot \Delta_3 - (-2) \cdot \Delta_4 =$$
$$= (10) \cdot \quad - (2) \cdot \quad + (-1) \cdot \quad - (-2) \cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1 : введи ____ Клик

Ответ Δ_2 : введи ____ Клик

Ответ Δ_3 : введи ____ Клик

Ответ Δ_4 : введи ____ Клик

Ответ Δ : введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 10\,x_1 + 2\,x_2 - 1\,x_3 = 14 \\ 1\,x_1 - 2\,x_2 - 1\,x_3 = 0 \\ 4\,x_1 - 1\,x_2 + 1\,x_3 = 13 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(10)\cdot(\ ) + (2)\cdot(\ ) + (-1)\cdot(\ ) = 14$.

Второе уравнение: $(1)\cdot(\ ) + (-2)\cdot(\ ) + (-1)\cdot(\ ) = 0$.

Третье уравнение: $(4)\cdot(\ ) + (-1)\cdot(\ ) + (1)\cdot(\ ) = 13$.

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 12 \\ 2 & -3 & 1 \\ 5 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 12 \\ 2 & -3 & 1 \\ 5 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad\qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 8 \\ 0 & -1 & -3 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 8 \\ 0 & -1 & -3 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{\ } \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{\ } \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 10 & 2 & -1 & -2 \\ 5 & -7 & 2 & -6 \\ 5 & 25 & -8 & 14 \\ 10 & -30 & 9 & -22 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг = .

Выборочная проверка

Ранг = введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 16 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 41 \\ 14\,x_1 + 36\,x_2 + 29\,x_3 = 115 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\quad,\ x_2 =\quad,\ x_3 =\quad.$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot\quad+(5)\cdot\quad+(4)\cdot\quad=16\,.$

Второе уравнение: $(5)\cdot\quad+(13)\cdot\quad+(10)\cdot\quad=41\,.$

Третье уравнение: $(14)\cdot\quad+(36)\cdot\quad+(29)\cdot\quad=115\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 16 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 41 \\ 12\,x_1 + 31\,x_2 + 24\,x_3 = 98 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (5) \cdot \qquad + (4) \cdot x_3 = 16\,.$

Второе уравнение: $(5) \cdot \qquad + (13) \cdot \qquad + (10) \cdot x_3 = 41\,.$

Третье уравнение: $(12) \cdot \qquad + (31) \cdot \qquad + (24) \cdot x_3 = 98\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1: введи Клик

K_2 введи Клик

B_2: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 16 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 41 \\ 12\,x_1 + 31\,x_2 + 24\,x_3 = 99 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -17 & 2 & 14 \\ -26 & 3 & 22 \\ -22 & 2 & 19 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $\qquad = 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 = \qquad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 = \quad .$

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -17 & 2 & 14 \\ -26 & 3 & 22 \\ -22 & 2 & 19 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -17 & 2 & 14 \\ -26 & 3 & 22 \\ -22 & 2 & 19 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -17 & 2 & 14 \\ -26 & 3 & 22 \\ -22 & 2 & 19 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & -1 & -2 \\ 4 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 6 & -2 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 10\,x_1 + 2\,x_2 - 1\,x_3 = 14 \\ 1\,x_1 - 2\,x_2 - 1\,x_3 = 0 \\ 4\,x_1 - 1\,x_2 + 1\,x_3 = 13 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 12 \\ 2 & -3 & 1 \\ 5 & -2 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 12 \\ 2 & -3 & 1 \\ 5 & -2 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 16 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 41 \\ 14\,x_1 + 36\,x_2 + 29\,x_3 = 115 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 16 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 41 \\ 12\,x_1 + 31\,x_2 + 24\,x_3 = 98 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 +$, $x_2 = \quad \cdot x_3 +$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 16 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 41 \\ 12\,x_1 + 31\,x_2 + 24\,x_3 = 99 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -17 & 2 & 14 \\ -26 & 3 & 22 \\ -22 & 2 & 19 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи ____ Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1 введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2 введи ____ Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**,
$z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 5

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & -1 & -2 \\ 4 & -1 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & 6 & -5 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (10) \cdot \Delta_1 - (2) \cdot \Delta_2 + (-1) \cdot \Delta_3 - (-2) \cdot \Delta_4 =$$
$$= (10) \cdot \quad - (2) \cdot \quad + (-1) \cdot \quad - (-2) \cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 10\,x_1 + 2\,x_2 - 1\,x_3 = 14 \\ 3\,x_1 - 2\,x_2 - 1\,x_3 = 4 \\ 4\,x_1 - 1\,x_2 - 2\,x_3 = 1 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(10)\cdot(\ ) + (2)\cdot(\ ) + (-1)\cdot(\ ) = 14$.

Второе уравнение: $(3)\cdot(\ ) + (-2)\cdot(\ ) + (-1)\cdot(\ ) = 4$.

Третье уравнение: $(4)\cdot(\ ) + (-1)\cdot(\ ) + (-2)\cdot(\ ) = 1$.

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4a

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 12 \\ 4 & -3 & 1 \\ 5 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4a.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 12 \\ 4 & -3 & 1 \\ 5 & -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \qquad\qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}.$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} к матрице

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 8 \\ 2 & -1 & -3 \\ 3 & 0 & -4 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 8 \\ 2 & -1 & -3 \\ 3 & 0 & -4 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{\quad} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{\quad} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A = \quad ,$ $\qquad T = \quad ,$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\quad} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 10 & 2 & -1 & -2 \\ 7 & -7 & 2 & -6 \\ -1 & 25 & -8 & 14 \\ 18 & -30 & 9 & -22 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг $=$.

Выборочная проверка

Ранг $=$ введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 24 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 61 \\ 14\,x_1 + 36\,x_2 + 43\,x_3 = 172 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad, \; x_2 = \quad, \; x_3 = \quad.$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot \quad + (5)\cdot \quad + (6)\cdot \quad = 24\,.$

Второе уравнение: $(5)\cdot \quad + (13)\cdot \quad + (15)\cdot \quad = 61\,.$

Третье уравнение: $(14)\cdot \quad + (36)\cdot \quad + (43)\cdot \quad = 172\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 24 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 61 \\ 12\,x_1 + 31\,x_2 + 36\,x_3 = 146 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (5) \cdot \qquad + (6) \cdot x_3 = 24\,.$

Второе уравнение: $(5) \cdot \qquad + (13) \cdot \qquad + (15) \cdot x_3 = 61\,.$

Третье уравнение: $(12) \cdot \qquad + (31) \cdot \qquad + (36) \cdot x_3 = 146\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 24 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 61 \\ 12\,x_1 + 31\,x_2 + 36\,x_3 = 147 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -35 & 3 & 15 \\ -52 & 4 & 23 \\ -80 & 6 & 35 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $\qquad = 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 = \quad .$

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -35 & 3 & 15 \\ -52 & 4 & 23 \\ -80 & 6 & 35 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \quad \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -35 & 3 & 15 \\ -52 & 4 & 23 \\ -80 & 6 & 35 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \quad \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -35 & 3 & 15 \\ -52 & 4 & 23 \\ -80 & 6 & 35 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \quad \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & -1 & -2 \\ 4 & -1 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & 6 & -5 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 10\,x_1 + 2\,x_2 - 1\,x_3 = 14 \\ 3\,x_1 - 2\,x_2 - 1\,x_3 = 4 \\ 4\,x_1 - 1\,x_2 - 2\,x_3 = 1 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 12 \\ 4 & -3 & 1 \\ 5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 12 \\ 4 & -3 & 1 \\ 5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A = \quad , \quad T = \qquad , \quad A^{-1} = \qquad = \qquad ,$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 24 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 61 \\ 14\,x_1 + 36\,x_2 + 43\,x_3 = 172 \end{cases}$$

$x_1 = \quad , \; x_2 = \quad , \; x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 24 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 61 \\ 12\,x_1 + 31\,x_2 + 36\,x_3 = 146 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 24 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 61 \\ 12\,x_1 + 31\,x_2 + 36\,x_3 = 147 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -35 & 3 & 15 \\ -52 & 4 & 23 \\ -80 & 6 & 35 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $\qquad = 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_1 = \quad$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_2 = \quad$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_3 = \quad$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4a.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи ____ Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1 введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2 введи ____ Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**,
$z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

Вариант 6

возврат $\Longrightarrow$ огл $\Longleftarrow$

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & -2 & -2 \\ 4 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 6 & 0 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (10)\cdot\Delta_1 - (2)\cdot\Delta_2 + (-1)\cdot\Delta_3 - (-2)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (10)\cdot \quad - (2)\cdot \quad + (-1)\cdot \quad - (-2)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 10\,x_1 + 2\,x_2 - 1\,x_3 = 12 \\ 2\,x_1 - 2\,x_2 - 2\,x_3 = 0 \\ 4\,x_1 - 1\,x_2 + 3\,x_3 = 22 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(10)\cdot(\ ) + (2)\cdot(\ ) + (-1)\cdot(\ ) = 12\,.$

Второе уравнение: $(2)\cdot(\ ) + (-2)\cdot(\ ) + (-2)\cdot(\ ) = 0\,.$

Третье уравнение: $(4)\cdot(\ ) + (-1)\cdot(\ ) + (3)\cdot(\ ) = 22\,.$

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 12 \\ 3 & -3 & 0 \\ 5 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 12 \\ 3 & -3 & 0 \\ 5 & -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} к матрице

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 8 \\ 1 & -1 & -4 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 8 \\ 1 & -1 & -4 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \quad = \quad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \quad = \quad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{\ } \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \quad = \frac{1}{\ } \cdot \quad = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A = \quad ,$ $\qquad T = \qquad ,$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\quad} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 10 & 2 & -1 & -2 \\ 6 & -7 & 1 & -6 \\ 2 & 25 & -5 & 14 \\ 14 & -30 & 5 & -22 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг $=$.

Выборочная проверка

Ранг $=$ введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 27 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 69 \\ 14\,x_1 + 50\,x_2 + 29\,x_3 = 193 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\ \ ,\ x_2 =\ \ ,\ x_3 =\ \ .$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot\ \ + (7)\cdot\ \ + (4)\cdot\ \ = 27\,.$

Второе уравнение: $(5)\cdot\ \ + (18)\cdot\ \ + (10)\cdot\ \ = 69\,.$

Третье уравнение: $(14)\cdot\ \ + (50)\cdot\ \ + (29)\cdot\ \ = 193\,.$ □

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 27 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 69 \\ 12\,x_1 + 43\,x_2 + 24\,x_3 = 165 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad$, $x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad$, x_3 произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \quad + (7) \cdot \quad + (4) \cdot x_3 = 27$.

Второе уравнение: $(5) \cdot \quad + (18) \cdot \quad + (10) \cdot x_3 = 69$.

Третье уравнение: $(12) \cdot \quad + (43) \cdot \quad + (24) \cdot x_3 = 165$.

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1: введи Клик

K_2 введи Клик

B_2: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 27 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 69 \\ 12\,x_1 + 43\,x_2 + 24\,x_3 = 166 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -22 & 2 & 17 \\ -56 & 5 & 44 \\ -28 & 2 & 23 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -22 & 2 & 17 \\ -56 & 5 & 44 \\ -28 & 2 & 23 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -22 & 2 & 17 \\ -56 & 5 & 44 \\ -28 & 2 & 23 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -22 & 2 & 17 \\ -56 & 5 & 44 \\ -28 & 2 & 23 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & -2 & -2 \\ 4 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 6 & 0 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 10\,x_1 + 2\,x_2 - 1\,x_3 = 12 \\ 2\,x_1 - 2\,x_2 - 2\,x_3 = 0 \\ 4\,x_1 - 1\,x_2 + 3\,x_3 = 22 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 12 \\ 3 & -3 & 0 \\ 5 & -2 & 5 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 12 \\ 3 & -3 & 0 \\ 5 & -2 & 5 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 27 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 69 \\ 14\,x_1 + 50\,x_2 + 29\,x_3 = 193 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 27 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 69 \\ 12\,x_1 + 43\,x_2 + 24\,x_3 = 165 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 +$, $x_2 = \quad \cdot x_3 +$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 27 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 69 \\ 12\,x_1 + 43\,x_2 + 24\,x_3 = 166 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -22 & 2 & 17 \\ -56 & 5 & 44 \\ -28 & 2 & 23 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи ____ Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1 введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2 введи ____ Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 7

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & -2 & -2 \\ 4 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 6 & -3 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (10)\cdot\Delta_1 - (2)\cdot\Delta_2 + (-1)\cdot\Delta_3 - (-2)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (10)\cdot \quad - (2)\cdot \quad + (-1)\cdot \quad - (-2)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 10\,x_1 + 2\,x_2 - 1\,x_3 = 12 \\ 4\,x_1 - 2\,x_2 - 2\,x_3 = 4 \\ 4\,x_1 - 1\,x_2 + 0\,x_3 = 10 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(10)\cdot(\ ) + (2)\cdot(\ ) + (-1)\cdot(\ ) = 12$.

Второе уравнение: $(4)\cdot(\ ) + (-2)\cdot(\ ) + (-2)\cdot(\ ) = 4$.

Третье уравнение: $(4)\cdot(\ ) + (-1)\cdot(\ ) + (0)\cdot(\ ) = 10$.

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 12 \\ 5 & -3 & 0 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 12 \\ 5 & -3 & 0 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 8 \\ 3 & -1 & -4 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 8 \\ 3 & -1 & -4 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}.$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5a

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{\ } \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{\ } \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A = \quad ,$ $\qquad T = \quad ,$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 10 & 2 & -1 & -2 \\ 8 & -7 & 1 & -6 \\ -4 & 25 & -5 & 14 \\ 22 & -30 & 5 & -22 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг $=$.

Выборочная проверка

Ранг $=$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 35 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 89 \\ 14\,x_1 + 50\,x_2 + 43\,x_3 = 250 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\quad,\ x_2 =\quad,\ x_3 =\quad.$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot\quad+(7)\cdot\quad+(6)\cdot\quad=35\,.$

Второе уравнение: $(5)\cdot\quad+(18)\cdot\quad+(15)\cdot\quad=89\,.$

Третье уравнение: $(14)\cdot\quad+(50)\cdot\quad+(43)\cdot\quad=250\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 35 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 89 \\ 12\,x_1 + 43\,x_2 + 36\,x_3 = 213 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad$, $x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad$, x_3 произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (7) \cdot \qquad + (6) \cdot x_3 = 35\,.$

Второе уравнение: $(5) \cdot \qquad + (18) \cdot \qquad + (15) \cdot x_3 = 89\,.$

Третье уравнение: $(12) \cdot \qquad + (43) \cdot \qquad + (36) \cdot x_3 = 213\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1: введи Клик

K_2 введи Клик

B_2: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2\,x_1 & + & 7\,x_2 & + & 6\,x_3 & = & 35 \\ 5\,x_1 & + & 18\,x_2 & + & 15\,x_3 & = & 89 \\ 12\,x_1 & + & 43\,x_2 & + & 36\,x_3 & = & 214 \end{array}\right.$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -44 & 3 & 18 \\ -110 & 7 & 46 \\ -100 & 6 & 42 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -44 & 3 & 18 \\ -110 & 7 & 46 \\ -100 & 6 & 42 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -44 & 3 & 18 \\ -110 & 7 & 46 \\ -100 & 6 & 42 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -44 & 3 & 18 \\ -110 & 7 & 46 \\ -100 & 6 & 42 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & -2 & -2 \\ 4 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 6 & -3 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 10\,x_1 + 2\,x_2 - 1\,x_3 = 12 \\ 4\,x_1 - 2\,x_2 - 2\,x_3 = 4 \\ 4\,x_1 - 1\,x_2 + 0\,x_3 = 10 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 12 \\ 5 & -3 & 0 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 12 \\ 5 & -3 & 0 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 35 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 89 \\ 14\,x_1 + 50\,x_2 + 43\,x_3 = 250 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 35 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 89 \\ 12\,x_1 + 43\,x_2 + 36\,x_3 = 213 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 +$, $x_2 = \quad \cdot x_3 +$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 35 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 89 \\ 12\,x_1 + 43\,x_2 + 36\,x_3 = 214 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -44 & 3 & 18 \\ -110 & 7 & 46 \\ -100 & 6 & 42 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи Клик

Ответ Δ_2: введи Клик

Ответ Δ_3: введи Клик

Ответ Δ_4: введи Клик

Ответ Δ: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи ____ Клик

Задача 7а.

Ответ x_1 : введи ____ Клик

Ответ x_2 : введи ____ Клик

Ответ x_3 : введи ____ Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1 введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2 введи ____ Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5\,$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

Вариант 8

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 3 & -2 & -1 \\ 1 & -5 & -3 & -1 \\ 3 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 3 & -2 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (11)\cdot\Delta_1 - (3)\cdot\Delta_2 + (-2)\cdot\Delta_3 - (-1)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (11)\cdot \quad - (3)\cdot \quad + (-2)\cdot \quad - (-1)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 11\,x_1 + 3\,x_2 - 2\,x_3 = 18 \\ 1\,x_1 - 5\,x_2 - 3\,x_3 = 9 \\ 3\,x_1 - 4\,x_2 + 1\,x_3 = 24 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(11)\cdot(\ )+(3)\cdot(\ )+(-2)\cdot(\ )=18$.

Второе уравнение: $(1)\cdot(\ )+(-5)\cdot(\ )+(-3)\cdot(\ )=9$.

Третье уравнение: $(3)\cdot(\ )+(-4)\cdot(\ )+(1)\cdot(\ )=24$.

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 13 \\ 2 & -6 & -1 \\ 4 & -5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 13 \\ 2 & -6 & -1 \\ 4 & -5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 4 & 9 \\ 0 & -4 & -5 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 10 & 4 & 9 \\ 0 & -4 & -5 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5a

Решить матричное уравнение $A\cdot X=B$, *где* $A=\begin{pmatrix}1&2\\-1&3\end{pmatrix}$,

$B=\begin{pmatrix}1&2\\-4&-3\end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5a.

Ответ

$\Delta=\det A=\quad ,\qquad T=\qquad ,$

$$A^{-1}=\frac{1}{\Delta}\cdot T=\qquad=\qquad ,$$

$$X=A^{-1}\cdot B=\frac{1}{\Delta}\cdot T\cdot B=\qquad=\qquad .$$

Проверка

$$A\cdot X=\begin{pmatrix}1&2\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\underbrace{\qquad\qquad}_{X}=$$

$$=\frac{1}{}\cdot\begin{pmatrix}1&2\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\qquad=\frac{1}{}\cdot\qquad=\begin{pmatrix}1&2\\-4&-3\end{pmatrix}=B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta=\det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$,
$B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 11 & 3 & -2 & -1 \\ 5 & -10 & 0 & -5 \\ 7 & 36 & -4 & 13 \\ 9 & -43 & 2 & -19 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг $=$.

Выборочная проверка

Ранг $=$ введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 13 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 33 \\ 11\,x_1 + 28\,x_2 + 23\,x_3 = 73 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\ ,\ x_2 =\ ,\ x_3 =\ .$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot\ +(5)\cdot\ +(4)\cdot\ = 13\,.$

Второе уравнение: $(5)\cdot\ +(13)\cdot\ +(10)\cdot\ = 33\,.$

Третье уравнение: $(11)\cdot\ +(28)\cdot\ +(23)\cdot\ = 73\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 13 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 33 \\ 17\,x_1 + 44\,x_2 + 34\,x_3 = 112 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (5) \cdot \qquad + (4) \cdot x_3 = 13\,.$

Второе уравнение: $(5) \cdot \qquad + (13) \cdot \qquad + (10) \cdot x_3 = 33\,.$

Третье уравнение: $(17) \cdot \qquad + (44) \cdot \qquad + (34) \cdot x_3 = 112\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 13 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 33 \\ 17\,x_1 + 44\,x_2 + 34\,x_3 = 113 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -16 & 3 & 12 \\ -20 & 5 & 14 \\ -20 & 3 & 16 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -16 & 3 & 12 \\ -20 & 5 & 14 \\ -20 & 3 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -16 & 3 & 12 \\ -20 & 5 & 14 \\ -20 & 3 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -16 & 3 & 12 \\ -20 & 5 & 14 \\ -20 & 3 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 3 & -2 & -1 \\ 1 & -5 & -3 & -1 \\ 3 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 3 & -2 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} 11\,x_1 & + & 3\,x_2 & - & 2\,x_3 & = & 18 \\ 1\,x_1 & - & 5\,x_2 & - & 3\,x_3 & = & 9 \\ 3\,x_1 & - & 4\,x_2 & + & 1\,x_3 & = & 24 \end{array} \right.$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 13 \\ 2 & -6 & -1 \\ 4 & -5 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 13 \\ 2 & -6 & -1 \\ 4 & -5 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 13 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 33 \\ 11\,x_1 + 28\,x_2 + 23\,x_3 = 73 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 13 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 33 \\ 17\,x_1 + 44\,x_2 + 34\,x_3 = 112 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad$, $x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 13 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 33 \\ 17\,x_1 + 44\,x_2 + 34\,x_3 = 113 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -16 & 3 & 12 \\ -20 & 5 & 14 \\ -20 & 3 & 16 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 6.

Ранг = введи ____ Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1 введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2 введи ____ Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**,
$z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 9

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 3 & -2 & -1 \\ 3 & -5 & -3 & -1 \\ 3 & -4 & -2 & 0 \\ 1 & -3 & 3 & -5 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (11)\cdot\Delta_1 - (3)\cdot\Delta_2 + (-2)\cdot\Delta_3 - (-1)\cdot\Delta_4 =$$

$$= (11)\cdot \quad - (3)\cdot \quad + (-2)\cdot \quad - (-1)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи Клик

Ответ Δ_2: введи Клик

Ответ Δ_3: введи Клик

Ответ Δ_4: введи Клик

Ответ Δ: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 11\,x_1 + 3\,x_2 - 2\,x_3 = 18 \\ 3\,x_1 - 5\,x_2 - 3\,x_3 = 15 \\ 3\,x_1 - 4\,x_2 - 2\,x_3 = 15 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =\qquad , \; x_1 = \quad , \; x_2 = \qquad , \; x_3 = \quad .$

Проверка

Первое уравнение: $(11)\cdot(\ )+(3)\cdot(\quad)+(-2)\cdot(\ )=18\,.$

Второе уравнение: $(3)\cdot(\ )+(-5)\cdot(\quad)+(-3)\cdot(\ )=15\,.$

Третье уравнение: $(3)\cdot(\ )+(-4)\cdot(\quad)+(-2)\cdot(\ )=15\,.$

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 13 \\ 4 & -6 & -1 \\ 4 & -5 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 13 \\ 4 & -6 & -1 \\ 4 & -5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 4 & 9 \\ 2 & -4 & -5 \\ 2 & -3 & -4 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 10 & 4 & 9 \\ 2 & -4 & -5 \\ 2 & -3 & -4 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}.$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{\ } \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{\ } \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 11 & 3 & -2 & -1 \\ 7 & -10 & 0 & -5 \\ 1 & 36 & -4 & 13 \\ 17 & -43 & 2 & -19 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг $=$.

Выборочная проверка

Ранг $=$ введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 21 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 53 \\ 11\,x_1 + 28\,x_2 + 34\,x_3 = 118 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\quad,\ x_2 =\quad,\ x_3 =\quad.$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot\quad + (5)\cdot\quad + (6)\cdot\quad = 21\,.$

Второе уравнение: $(5)\cdot\quad + (13)\cdot\quad + (15)\cdot\quad = 53\,.$

Третье уравнение: $(11)\cdot\quad + (28)\cdot\quad + (34)\cdot\quad = 118\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 21 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 53 \\ 17\,x_1 + 44\,x_2 + 51\,x_3 = 180 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (5) \cdot \qquad + (6) \cdot x_3 = 21\,.$

Второе уравнение: $(5) \cdot \qquad + (13) \cdot \qquad + (15) \cdot x_3 = 53\,.$

Третье уравнение: $(17) \cdot \qquad + (44) \cdot \qquad + (51) \cdot x_3 = 180\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 21 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 53 \\ 17\,x_1 + 44\,x_2 + 51\,x_3 = 181 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -34 & 4 & 14 \\ -40 & 6 & 16 \\ -76 & 8 & 32 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $\qquad = 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 = \quad$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 = \quad$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 = \quad$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -34 & 4 & 14 \\ -40 & 6 & 16 \\ -76 & 8 & 32 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -34 & 4 & 14 \\ -40 & 6 & 16 \\ -76 & 8 & 32 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -34 & 4 & 14 \\ -40 & 6 & 16 \\ -76 & 8 & 32 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 3 & -2 & -1 \\ 3 & -5 & -3 & -1 \\ 3 & -4 & -2 & 0 \\ 1 & -3 & 3 & -5 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} 11\,x_1 & + & 3\,x_2 & - & 2\,x_3 & = & 18 \\ 3\,x_1 & - & 5\,x_2 & - & 3\,x_3 & = & 15 \\ 3\,x_1 & - & 4\,x_2 & - & 2\,x_3 & = & 15 \end{array} \right.$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 13 \\ 4 & -6 & -1 \\ 4 & -5 & 0 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 13 \\ 4 & -6 & -1 \\ 4 & -5 & 0 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 21 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 53 \\ 11\,x_1 + 28\,x_2 + 34\,x_3 = 118 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 21 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 53 \\ 17\,x_1 + 44\,x_2 + 51\,x_3 = 180 \end{cases}$$

$x_1 =$ $\cdot x_3 +$, $x_2 =$ $\cdot x_3 +$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 21 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 53 \\ 17\,x_1 + 44\,x_2 + 51\,x_3 = 181 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -34 & 4 & 14 \\ -40 & 6 & 16 \\ -76 & 8 & 32 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4a.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1 введи Клик

K_2 введи Клик

B_2 введи Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**,
$z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 10

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 3 & -2 & -1 \\ 1 & -5 & -4 & -1 \\ 3 & -4 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (11)\cdot\Delta_1 - (3)\cdot\Delta_2 + (-2)\cdot\Delta_3 - (-1)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (11)\cdot \quad - (3)\cdot \quad + (-2)\cdot \quad - (-1)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 11\,x_1 + 3\,x_2 - 2\,x_3 = 15 \\ 2\,x_1 - 5\,x_2 - 4\,x_3 = 14 \\ 3\,x_1 - 4\,x_2 + 3\,x_3 = 34 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(11) \cdot (\ ) + (3) \cdot (\ \ ) + (-2) \cdot (\ ) = 15$.

Второе уравнение: $(2) \cdot (\ ) + (-5) \cdot (\ \ ) + (-4) \cdot (\ ) = 14$.

Третье уравнение: $(3) \cdot (\ ) + (-4) \cdot (\ \ ) + (3) \cdot (\ ) = 34$.

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 13 \\ 3 & -6 & -2 \\ 4 & -5 & 5 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 13 \\ 3 & -6 & -2 \\ 4 & -5 & 5 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}.$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 4 & 9 \\ 1 & -4 & -6 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 10 & 4 & 9 \\ 1 & -4 & -6 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \qquad\qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 11 & 3 & -2 & -1 \\ 6 & -10 & -1 & -5 \\ 4 & 36 & -1 & 13 \\ 13 & -43 & -2 & -19 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг = .

Выборочная проверка

Ранг = введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 22 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 56 \\ 11\,x_1 + 39\,x_2 + 23\,x_3 = 123 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad , \; x_2 = \quad , \; x_3 = \quad .$

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \quad + (7) \cdot \quad + (4) \cdot \quad = 22 \, .$

Второе уравнение: $(5) \cdot \quad + (18) \cdot \quad + (10) \cdot \quad = 56 \, .$

Третье уравнение: $(11) \cdot \quad + (39) \cdot \quad + (23) \cdot \quad = 123 \, .$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 22 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 56 \\ 17\,x_1 + 61\,x_2 + 34\,x_3 = 190 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (7) \cdot \qquad + (4) \cdot x_3 = 22\,.$

Второе уравнение: $(5) \cdot \qquad + (18) \cdot \qquad + (10) \cdot x_3 = 56\,.$

Третье уравнение: $(17) \cdot \qquad + (61) \cdot \qquad + (34) \cdot x_3 = 190\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 22 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 56 \\ 17\,x_1 + 61\,x_2 + 34\,x_3 = 191 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -22 & 3 & 15 \\ -51 & 8 & 33 \\ -27 & 3 & 20 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -22 & 3 & 15 \\ -51 & 8 & 33 \\ -27 & 3 & 20 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -22 & 3 & 15 \\ -51 & 8 & 33 \\ -27 & 3 & 20 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -22 & 3 & 15 \\ -51 & 8 & 33 \\ -27 & 3 & 20 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2$, $z_2 = 3$, $z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 3 & -2 & -1 \\ 1 & -5 & -4 & -1 \\ 3 & -4 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 11\,x_1 + 3\,x_2 - 2\,x_3 = 15 \\ 2\,x_1 - 5\,x_2 - 4\,x_3 = 14 \\ 3\,x_1 - 4\,x_2 + 3\,x_3 = 34 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 13 \\ 3 & -6 & -2 \\ 4 & -5 & 5 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 13 \\ 3 & -6 & -2 \\ 4 & -5 & 5 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 22 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 56 \\ 11\,x_1 + 39\,x_2 + 23\,x_3 = 123 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 22 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 56 \\ 17\,x_1 + 61\,x_2 + 34\,x_3 = 190 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad$, $x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 22 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 56 \\ 17\,x_1 + 61\,x_2 + 34\,x_3 = 191 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -22 & 3 & 15 \\ -51 & 8 & 33 \\ -27 & 3 & 20 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1 введи Клик

K_2 введи Клик

B_2 введи Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**,
$z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 11

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 3 & -2 & -1 \\ 3 & -5 & -4 & -1 \\ 3 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & -3 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (11)\cdot\Delta_1 - (3)\cdot\Delta_2 + (-2)\cdot\Delta_3 - (-1)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (11)\cdot \quad - (3)\cdot \quad + (-2)\cdot \quad - (-1)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 11\,x_1 & + & 3\,x_2 & - & 2\,x_3 & = & 15 \\ 4\,x_1 & - & 5\,x_2 & - & 4\,x_3 & = & 20 \\ 3\,x_1 & - & 4\,x_2 & + & 0\,x_3 & = & 25 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(11)\cdot(\ \ )+(3)\cdot(\ \ )+(-2)\cdot(\ \ )=15$.

Второе уравнение: $(4)\cdot(\ \ )+(-5)\cdot(\ \ )+(-4)\cdot(\ \ )=20$.

Третье уравнение: $(3)\cdot(\ \ )+(-4)\cdot(\ \ )+(0)\cdot(\ \ )=25$.

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи _____ Клик

Ответ x_1: введи _____ Клик

Ответ x_2: введи _____ Клик

Ответ x_3: введи _____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4a

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 13 \\ 5 & -6 & -2 \\ 4 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $\qquad$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 13 \\ 5 & -6 & -2 \\ 4 & -5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 4 & 9 \\ 3 & -4 & -6 \\ 2 & -3 & -2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 10 & 4 & 9 \\ 3 & -4 & -6 \\ 2 & -3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A\cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta}\cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1}\cdot B = \frac{1}{\Delta}\cdot T\cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A\cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}\cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{\ }\cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}\cdot \qquad = \frac{1}{\ }\cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 11 & 3 & -2 & -1 \\ 8 & -10 & -1 & -5 \\ -2 & 36 & -1 & 13 \\ 21 & -43 & -2 & -19 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг $=$.

Выборочная проверка

Ранг $=$ введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 30 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 76 \\ 11\,x_1 + 39\,x_2 + 34\,x_3 = 168 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\quad, \ x_2 =\quad, \ x_3 =\quad.$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot \quad + (7)\cdot \quad + (6)\cdot \quad = 30\,.$

Второе уравнение: $(5)\cdot \quad + (18)\cdot \quad + (15)\cdot \quad = 76\,.$

Третье уравнение: $(11)\cdot \quad + (39)\cdot \quad + (34)\cdot \quad = 168\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 30 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 76 \\ 17\,x_1 + 61\,x_2 + 51\,x_3 = 258 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (7) \cdot \qquad + (6) \cdot x_3 = 30\,.$

Второе уравнение: $(5) \cdot \qquad + (18) \cdot \qquad + (15) \cdot x_3 = 76\,.$

Третье уравнение: $(17) \cdot \qquad + (61) \cdot \qquad + (51) \cdot x_3 = 258\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2\,x_1 & + & 7\,x_2 & + & 6\,x_3 & = & 30 \\ 5\,x_1 & + & 18\,x_2 & + & 15\,x_3 & = & 76 \\ 17\,x_1 & + & 61\,x_2 & + & 51\,x_3 & = & 259 \end{array}\right.$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -44 & 4 & 17 \\ -98 & 10 & 37 \\ -98 & 8 & 39 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -44 & 4 & 17 \\ -98 & 10 & 37 \\ -98 & 8 & 39 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -44 & 4 & 17 \\ -98 & 10 & 37 \\ -98 & 8 & 39 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -44 & 4 & 17 \\ -98 & 10 & 37 \\ -98 & 8 & 39 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5\,.$

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 3 & -2 & -1 \\ 3 & -5 & -4 & -1 \\ 3 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & -3 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 11\,x_1 + 3\,x_2 - 2\,x_3 = 15 \\ 4\,x_1 - 5\,x_2 - 4\,x_3 = 20 \\ 3\,x_1 - 4\,x_2 + 0\,x_3 = 25 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 13 \\ 5 & -6 & -2 \\ 4 & -5 & 2 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 13 \\ 5 & -6 & -2 \\ 4 & -5 & 2 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A = \quad , \quad T = \qquad , \quad A^{-1} = \qquad = \qquad ,$

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 30 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 76 \\ 11\,x_1 + 39\,x_2 + 34\,x_3 = 168 \end{cases}$$

$x_1 = \quad , \; x_2 = \quad , \; x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 30 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 76 \\ 17\,x_1 + 61\,x_2 + 51\,x_3 = 258 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 30 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 76 \\ 17\,x_1 + 61\,x_2 + 51\,x_3 = 259 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -44 & 4 & 17 \\ -98 & 10 & 37 \\ -98 & 8 & 39 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $\qquad = 0$

Собственный вектор $\vec{a_1} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_1 = \quad .$

Собственный вектор $\vec{a_2} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_2 = \quad .$

Собственный вектор $\vec{a_3} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_3 = \quad .$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи Клик

Задача 7а.

Ответ x_1 : введи Клик

Ответ x_2 : введи Клик

Ответ x_3 : введи Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1 введи Клик

K_2 введи Клик

B_2 введи Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 12

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -5 & -1 & -2 \\ 3 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & -3 & 6 & -2 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (11)\cdot\Delta_1 - (2)\cdot\Delta_2 + (-2)\cdot\Delta_3 - (-1)\cdot\Delta_4 =$$

$$= (11)\cdot \quad - (2)\cdot \quad + (-2)\cdot \quad - (-1)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 11\,x_1 + 2\,x_2 - 2\,x_3 = 14 \\ 1\,x_1 - 5\,x_2 - 1\,x_3 = 4 \\ 3\,x_1 - 1\,x_2 + 1\,x_3 = 10 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(11)\cdot(\ ) + (2)\cdot(\ ) + (-2)\cdot(\ ) = 14\,.$

Второе уравнение: $(1)\cdot(\ ) + (-5)\cdot(\ ) + (-1)\cdot(\ ) = 4\,.$

Третье уравнение: $(3)\cdot(\ ) + (-1)\cdot(\ ) + (1)\cdot(\ ) = 10\,.$

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 13 \\ 2 & -6 & 1 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 13 \\ 2 & -6 & 1 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 3 & 9 \\ 0 & -4 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 10 & 3 & 9 \\ 0 & -4 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{\quad} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{\quad} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{\ } \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -2 & -1 \\ 5 & -10 & 2 & -6 \\ 7 & 34 & -10 & 16 \\ 9 & -42 & 10 & -23 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг = .

Выборочная проверка

Ранг = введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 18 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 46 \\ 16\,x_1 + 41\,x_2 + 33\,x_3 = 147 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\quad,\ x_2 =\quad,\ x_3 =\quad.$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot\quad+(5)\cdot\quad+(4)\cdot\quad=18\,.$

Второе уравнение: $(5)\cdot\quad+(13)\cdot\quad+(10)\cdot\quad=46\,.$

Третье уравнение: $(16)\cdot\quad+(41)\cdot\quad+(33)\cdot\quad=147\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 18 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 46 \\ 17\,x_1 + 44\,x_2 + 34\,x_3 = 156 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (5) \cdot \qquad + (4) \cdot x_3 = 18\,.$

Второе уравнение: $(5) \cdot \qquad + (13) \cdot \qquad + (10) \cdot x_3 = 46\,.$

Третье уравнение: $(17) \cdot \qquad + (44) \cdot \qquad + (34) \cdot x_3 = 156\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 18 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 46 \\ 17\,x_1 + 44\,x_2 + 34\,x_3 = 157 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -22 & 3 & 18 \\ -30 & 5 & 24 \\ -27 & 3 & 23 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -22 & 3 & 18 \\ -30 & 5 & 24 \\ -27 & 3 & 23 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -22 & 3 & 18 \\ -30 & 5 & 24 \\ -27 & 3 & 23 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -22 & 3 & 18 \\ -30 & 5 & 24 \\ -27 & 3 & 23 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат огл

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

возврат огл

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -5 & -1 & -2 \\ 3 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & -3 & 6 & -2 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 11\,x_1 + 2\,x_2 - 2\,x_3 = 14 \\ 1\,x_1 - 5\,x_2 - 1\,x_3 = 4 \\ 3\,x_1 - 1\,x_2 + 1\,x_3 = 10 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 13 \\ 2 & -6 & 1 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 13 \\ 2 & -6 & 1 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 18 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 46 \\ 16\,x_1 + 41\,x_2 + 33\,x_3 = 147 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 18 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 46 \\ 17\,x_1 + 44\,x_2 + 34\,x_3 = 156 \end{cases}$$

$x_1 =$ $\cdot x_3 +$, $x_2 =$ $\cdot x_3 +$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 18 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 10\,x_3 = 46 \\ 17\,x_1 + 44\,x_2 + 34\,x_3 = 157 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -22 & 3 & 18 \\ -30 & 5 & 24 \\ -27 & 3 & 23 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\vec{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\vec{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\vec{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи _____ Клик

Ответ x_1: введи _____ Клик

Ответ x_2: введи _____ Клик

Ответ x_3: введи _____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи _____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи _____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1 введи Клик

K_2 введи Клик

B_2 введи Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**,
$z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 13

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 2 & -2 & -1 \\ 3 & -5 & -1 & -2 \\ 3 & -1 & -2 & 0 \\ 3 & -3 & 6 & -5 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (11)\cdot\Delta_1 - (2)\cdot\Delta_2 + (-2)\cdot\Delta_3 - (-1)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (11)\cdot \quad - (2)\cdot \quad + (-2)\cdot \quad - (-1)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 11\,x_1 + 2\,x_2 - 2\,x_3 = 14 \\ 3\,x_1 - 5\,x_2 - 1\,x_3 = 8 \\ 3\,x_1 - 1\,x_2 - 2\,x_3 = 1 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(11)\cdot(\ \ ) + (2)\cdot(\ \ \ \ ) + (-2)\cdot(\ \ ) = 14$.

Второе уравнение: $(3)\cdot(\ \ ) + (-5)\cdot(\ \ \ \ ) + (-1)\cdot(\ \ ) = 8$.

Третье уравнение: $(3)\cdot(\ \ ) + (-1)\cdot(\ \ \ \ ) + (-2)\cdot(\ \ ) = 1$.

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 13 \\ 4 & -6 & 1 \\ 4 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 13 \\ 4 & -6 & 1 \\ 4 & -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}.$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} к матрице

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 3 & 9 \\ 2 & -4 & -3 \\ 2 & 0 & -4 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 10 & 3 & 9 \\ 2 & -4 & -3 \\ 2 & 0 & -4 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{\ } \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -2 & -1 \\ 7 & -10 & 2 & -6 \\ 1 & 34 & -10 & 16 \\ 17 & -42 & 10 & -23 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг = .

Выборочная проверка

Ранг = введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 26 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 66 \\ 16\,x_1 + 41\,x_2 + 49\,x_3 = 212 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\ \ ,\ x_2 =\ \ ,\ x_3 =\ \ .$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot\ \ + (5)\cdot\ \ + (6)\cdot\ \ = 26\,.$

Второе уравнение: $(5)\cdot\ \ + (13)\cdot\ \ + (15)\cdot\ \ = 66\,.$

Третье уравнение: $(16)\cdot\ \ + (41)\cdot\ \ + (49)\cdot\ \ = 212\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 26 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 66 \\ 17\,x_1 + 44\,x_2 + 51\,x_3 = 224 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (5) \cdot \qquad + (6) \cdot x_3 = 26\,.$

Второе уравнение: $(5) \cdot \qquad + (13) \cdot \qquad + (15) \cdot x_3 = 66\,.$

Третье уравнение: $(17) \cdot \qquad + (44) \cdot \qquad + (51) \cdot x_3 = 224\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1: введи Клик

K_2 введи Клик

B_2: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 26 \\ 5\,x_1 + 13\,x_2 + 15\,x_3 = 66 \\ 17\,x_1 + 44\,x_2 + 51\,x_3 = 225 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -46 & 4 & 20 \\ -60 & 6 & 26 \\ -102 & 8 & 45 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -46 & 4 & 20 \\ -60 & 6 & 26 \\ -102 & 8 & 45 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -46 & 4 & 20 \\ -60 & 6 & 26 \\ -102 & 8 & 45 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -46 & 4 & 20 \\ -60 & 6 & 26 \\ -102 & 8 & 45 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 2 & -2 & -1 \\ 3 & -5 & -1 & -2 \\ 3 & -1 & -2 & 0 \\ 3 & -3 & 6 & -5 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} 11\,x_1 & + & 2\,x_2 & - & 2\,x_3 & = & 14 \\ 3\,x_1 & - & 5\,x_2 & - & 1\,x_3 & = & 8 \\ 3\,x_1 & - & 1\,x_2 & - & 2\,x_3 & = & 1 \end{array} \right.$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 13 \\ 4 & -6 & 1 \\ 4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 13 \\ 4 & -6 & 1 \\ 4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} 2\,x_1 & + & 5\,x_2 & + & 6\,x_3 & = & 26 \\ 5\,x_1 & + & 13\,x_2 & + & 15\,x_3 & = & 66 \\ 16\,x_1 & + & 41\,x_2 & + & 49\,x_3 & = & 212 \end{array} \right.$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} 2\,x_1 & + & 5\,x_2 & + & 6\,x_3 & = & 26 \\ 5\,x_1 & + & 13\,x_2 & + & 15\,x_3 & = & 66 \\ 17\,x_1 & + & 44\,x_2 & + & 51\,x_3 & = & 224 \end{array} \right.$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad$, $x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} 2\,x_1 & + & 5\,x_2 & + & 6\,x_3 & = & 26 \\ 5\,x_1 & + & 13\,x_2 & + & 15\,x_3 & = & 66 \\ 17\,x_1 & + & 44\,x_2 & + & 51\,x_3 & = & 225 \end{array} \right.$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -46 & 4 & 20 \\ -60 & 6 & 26 \\ -102 & 8 & 45 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи ____ Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1 введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2 введи ____ Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 14

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -5 & -2 & -2 \\ 3 & -1 & 3 & 0 \\ 2 & -3 & 6 & 0 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (11)\cdot\Delta_1 - (2)\cdot\Delta_2 + (-2)\cdot\Delta_3 - (-1)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (11)\cdot \quad - (2)\cdot \quad + (-2)\cdot \quad - (-1)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 11\,x_1 + 2\,x_2 - 2\,x_3 = 12 \\ 2\,x_1 - 5\,x_2 - 2\,x_3 = 8 \\ 3\,x_1 - 1\,x_2 + 3\,x_3 = 17 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(11)\cdot(\ ) + (2)\cdot(\ ) + (-2)\cdot(\ ) = 12$.

Второе уравнение: $(2)\cdot(\ ) + (-5)\cdot(\ ) + (-2)\cdot(\ ) = 8$.

Третье уравнение: $(3)\cdot(\ ) + (-1)\cdot(\ ) + (3)\cdot(\ ) = 17$.

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи Клик

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4a

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 13 \\ 3 & -6 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4a.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 13 \\ 3 & -6 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 3 & 9 \\ 1 & -4 & -4 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 10 & 3 & 9 \\ 1 & -4 & -4 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}.$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{\ } \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{\ } \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{\ } \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -2 & -1 \\ 6 & -10 & 1 & -6 \\ 4 & 34 & -7 & 16 \\ 13 & -42 & 6 & -23 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг = .

Выборочная проверка

Ранг = введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 29 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 74 \\ 16\,x_1 + 57\,x_2 + 33\,x_3 = 236 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\ \ ,\ x_2 =\ \ ,\ x_3 =\ \ .$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot\ \ +(7)\cdot\ \ +(4)\cdot\ \ =29\,.$

Второе уравнение: $(5)\cdot\ \ +(18)\cdot\ \ +(10)\cdot\ \ =74\,.$

Третье уравнение: $(16)\cdot\ \ +(57)\cdot\ \ +(33)\cdot\ \ =236\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 29 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 74 \\ 17\,x_1 + 61\,x_2 + 34\,x_3 = 251 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (7) \cdot \qquad + (4) \cdot x_3 = 29\,.$

Второе уравнение: $(5) \cdot \qquad + (18) \cdot \qquad + (10) \cdot x_3 = 74\,.$

Третье уравнение: $(17) \cdot \qquad + (61) \cdot \qquad + (34) \cdot x_3 = 251\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1: введи Клик

K_2 введи Клик

B_2: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 29 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 74 \\ 17\,x_1 + 61\,x_2 + 34\,x_3 = 252 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -29 & 3 & 22 \\ -70 & 8 & 52 \\ -35 & 3 & 28 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -29 & 3 & 22 \\ -70 & 8 & 52 \\ -35 & 3 & 28 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -29 & 3 & 22 \\ -70 & 8 & 52 \\ -35 & 3 & 28 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -29 & 3 & 22 \\ -70 & 8 & 52 \\ -35 & 3 & 28 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -5 & -2 & -2 \\ 3 & -1 & 3 & 0 \\ 2 & -3 & 6 & 0 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} 11\,x_1 & + & 2\,x_2 & - & 2\,x_3 & = & 12 \\ 2\,x_1 & - & 5\,x_2 & - & 2\,x_3 & = & 8 \\ 3\,x_1 & - & 1\,x_2 & + & 3\,x_3 & = & 17 \end{array} \right.$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 13 \\ 3 & -6 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 13 \\ 3 & -6 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 29 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 74 \\ 16\,x_1 + 57\,x_2 + 33\,x_3 = 236 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 29 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 74 \\ 17\,x_1 + 61\,x_2 + 34\,x_3 = 251 \end{cases}$$

$x_1 =$ $\cdot x_3 +$, $x_2 =$ $\cdot x_3 +$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 29 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 10\,x_3 = 74 \\ 17\,x_1 + 61\,x_2 + 34\,x_3 = 252 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -29 & 3 & 22 \\ -70 & 8 & 52 \\ -35 & 3 & 28 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\vec{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\vec{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\vec{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи ______ Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи ______ Клик

Ответ x_2: введи ______ Клик

Ответ x_3: введи ______ Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ______ Клик

B_1 введи ______ Клик

K_2 введи ______ Клик

B_2 введи ______ Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**,
$z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 15

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 2 & -2 & -1 \\ 3 & -5 & -2 & -2 \\ 3 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 6 & -3 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (11) \cdot \Delta_1 - (2) \cdot \Delta_2 + (-2) \cdot \Delta_3 - (-1) \cdot \Delta_4 =$$

$$= (11) \cdot \qquad - (2) \cdot \qquad + (-2) \cdot \qquad - (-1) \cdot \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 11\,x_1 + 2\,x_2 - 2\,x_3 = 12 \\ 4\,x_1 - 5\,x_2 - 2\,x_3 = 12 \\ 3\,x_1 - 1\,x_2 + 0\,x_3 = 8 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(11)\cdot(\ \ ) + (2)\cdot(\ \ ) + (-2)\cdot(\ \ ) = 12\,.$

Второе уравнение: $(4)\cdot(\ \ ) + (-5)\cdot(\ \ ) + (-2)\cdot(\ \ ) = 12\,.$

Третье уравнение: $(3)\cdot(\ \ ) + (-1)\cdot(\ \ ) + (0)\cdot(\ \ ) = 8\,.$

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4a

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 13 \\ 5 & -6 & 0 \\ 4 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4a.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 13 \\ 5 & -6 & 0 \\ 4 & -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}.$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 3 & 9 \\ 3 & -4 & -4 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 10 & 3 & 9 \\ 3 & -4 & -4 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \qquad\qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\quad} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -2 & -1 \\ 8 & -10 & 1 & -6 \\ -2 & 34 & -7 & 16 \\ 21 & -42 & 6 & -23 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг $=$.

Выборочная проверка

Ранг $=$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 37 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 94 \\ 16\,x_1 + 57\,x_2 + 49\,x_3 = 301 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad , \; x_2 = \quad , \; x_3 = \quad .$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot \quad + (7)\cdot \quad + (6)\cdot \quad = 37\,.$

Второе уравнение: $(5)\cdot \quad + (18)\cdot \quad + (15)\cdot \quad = 94\,.$

Третье уравнение: $(16)\cdot \quad + (57)\cdot \quad + (49)\cdot \quad = 301\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 37 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 94 \\ 17\,x_1 + 61\,x_2 + 51\,x_3 = 319 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (7) \cdot \qquad + (6) \cdot x_3 = 37$.

Второе уравнение: $(5) \cdot \qquad + (18) \cdot \qquad + (15) \cdot x_3 = 94$.

Третье уравнение: $(17) \cdot \qquad + (61) \cdot \qquad + (51) \cdot x_3 = 319$.

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 37 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 94 \\ 17\,x_1 + 61\,x_2 + 51\,x_3 = 320 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -58 & 4 & 24 \\ -136 & 10 & 56 \\ -128 & 8 & 54 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -58 & 4 & 24 \\ -136 & 10 & 56 \\ -128 & 8 & 54 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -58 & 4 & 24 \\ -136 & 10 & 56 \\ -128 & 8 & 54 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -58 & 4 & 24 \\ -136 & 10 & 56 \\ -128 & 8 & 54 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 2 & -2 & -1 \\ 3 & -5 & -2 & -2 \\ 3 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 6 & -3 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 11\,x_1 + 2\,x_2 - 2\,x_3 = 12 \\ 4\,x_1 - 5\,x_2 - 2\,x_3 = 12 \\ 3\,x_1 - 1\,x_2 + 0\,x_3 = 8 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 13 \\ 5 & -6 & 0 \\ 4 & -2 & 2 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 13 \\ 5 & -6 & 0 \\ 4 & -2 & 2 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 37 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 94 \\ 16\,x_1 + 57\,x_2 + 49\,x_3 = 301 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 37 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 94 \\ 17\,x_1 + 61\,x_2 + 51\,x_3 = 319 \end{cases}$$

$x_1 =$ $\cdot x_3 +$, $x_2 =$ $\cdot x_3 +$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 37 \\ 5\,x_1 + 18\,x_2 + 15\,x_3 = 94 \\ 17\,x_1 + 61\,x_2 + 51\,x_3 = 320 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -58 & 4 & 24 \\ -136 & 10 & 56 \\ -128 & 8 & 54 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\vec{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\vec{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\vec{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4a.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1 введи Клик

K_2 введи Клик

B_2 введи Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 16

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 5 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 1 & -4 & 5 & -2 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (11)\cdot\Delta_1 - (5)\cdot\Delta_2 + (2)\cdot\Delta_3 - (-1)\cdot\Delta_4 =$$

$$= (11)\cdot \quad - (5)\cdot \quad + (2)\cdot \quad - (-1)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 11\,x_1 + 5\,x_2 + 2\,x_3 = 44 \\ 1\,x_1 - 1\,x_2 - 3\,x_3 = 2 \\ 2\,x_1 - 2\,x_2 + 1\,x_3 = 18 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(11)\cdot(\ \ ) + (5)\cdot(\ \ ) + (2)\cdot(\ \ ) = 44$.

Второе уравнение: $(1)\cdot(\ \ ) + (-1)\cdot(\ \ ) + (-3)\cdot(\ \ ) = 2$.

Третье уравнение: $(2)\cdot(\ \ ) + (-2)\cdot(\ \ ) + (1)\cdot(\ \ ) = 18$.

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 13 \\ 2 & -2 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 13 \\ 2 & -2 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & -5 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 10 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & -5 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}.$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\quad} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 2 & -1 \\ 5 & -6 & 0 & -3 \\ 7 & 28 & 4 & 7 \\ 9 & -29 & -2 & -11 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг $=$.

Выборочная проверка

Ранг $=$ введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 13 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 46 \\ 11\,x_1 + 28\,x_2 + 23\,x_3 = 73 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\ \ ,\ x_2 =\ \ ,\ x_3 =\ \ .$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot\ \ + (5)\cdot\ \ + (4)\cdot\ \ = 13\,.$

Второе уравнение: $(7)\cdot\ \ + (18)\cdot\ \ + (14)\cdot\ \ = 46\,.$

Третье уравнение: $(11)\cdot\ \ + (28)\cdot\ \ + (23)\cdot\ \ = 73\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 13 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 46 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 36\,x_3 = 118 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (5) \cdot \qquad + (4) \cdot x_3 = 13$.

Второе уравнение: $(7) \cdot \qquad + (18) \cdot \qquad + (14) \cdot x_3 = 46$.

Третье уравнение: $(18) \cdot \qquad + (46) \cdot \qquad + (36) \cdot x_3 = 118$.

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 13 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 46 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 36\,x_3 = 119 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -16 & 6 & 9 \\ -20 & 8 & 11 \\ -20 & 6 & 13 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $\qquad = 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 = \quad$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 = \quad$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 = \quad$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -16 & 6 & 9 \\ -20 & 8 & 11 \\ -20 & 6 & 13 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -16 & 6 & 9 \\ -20 & 8 & 11 \\ -20 & 6 & 13 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -16 & 6 & 9 \\ -20 & 8 & 11 \\ -20 & 6 & 13 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 5 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 1 & -4 & 5 & -2 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 11\,x_1 + 5\,x_2 + 2\,x_3 = 44 \\ 1\,x_1 - 1\,x_2 - 3\,x_3 = 2 \\ 2\,x_1 - 2\,x_2 + 1\,x_3 = 18 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 13 \\ 2 & -2 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 13 \\ 2 & -2 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 13 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 46 \\ 11\,x_1 + 28\,x_2 + 23\,x_3 = 73 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 13 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 46 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 36\,x_3 = 118 \end{cases}$$

$x_1 =$ $\cdot x_3 +$, $x_2 =$ $\cdot x_3 +$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 13 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 46 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 36\,x_3 = 119 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -16 & 6 & 9 \\ -20 & 8 & 11 \\ -20 & 6 & 13 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4a.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1 введи Клик

K_2 введи Клик

B_2 введи Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 17

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 5 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & -2 & 4 \\ 1 & -4 & 5 & -5 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (11)\cdot\Delta_1 - (5)\cdot\Delta_2 + (2)\cdot\Delta_3 - (-1)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (11)\cdot \quad - (5)\cdot \quad + (2)\cdot \quad - (-1)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 11\,x_1 + 5\,x_2 + 2\,x_3 = 44 \\ 3\,x_1 - 1\,x_2 - 3\,x_3 = 12 \\ 2\,x_1 - 2\,x_2 - 2\,x_3 = 12 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(11)\cdot(\ )+(5)\cdot(\ \ )+(2)\cdot(\ )=44$.

Второе уравнение: $(3)\cdot(\ )+(-1)\cdot(\ \ )+(-3)\cdot(\ )=12$.

Третье уравнение: $(2)\cdot(\ )+(-2)\cdot(\ \ )+(-2)\cdot(\ )=12$.

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} к матрице

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 13 \\ 4 & -2 & -1 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 13 \\ 4 & -2 & -1 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 6 & 9 \\ 2 & 0 & -5 \\ 1 & -1 & -4 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 10 & 6 & 9 \\ 2 & 0 & -5 \\ 1 & -1 & -4 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A = \quad ,$ $\quad T = \quad ,$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 2 & -1 \\ 7 & -6 & 0 & -3 \\ 1 & 28 & 4 & 7 \\ 17 & -29 & -2 & -11 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг = .

Выборочная проверка

Ранг = введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 21 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 74 \\ 11\,x_1 + 28\,x_2 + 34\,x_3 = 118 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad, \; x_2 = \quad, \; x_3 = \quad.$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot \quad + (5)\cdot \quad + (6)\cdot \quad = 21\,.$

Второе уравнение: $(7)\cdot \quad + (18)\cdot \quad + (21)\cdot \quad = 74\,.$

Третье уравнение: $(11)\cdot \quad + (28)\cdot \quad + (34)\cdot \quad = 118\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 21 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 74 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 54\,x_3 = 190 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (5) \cdot \qquad + (6) \cdot x_3 = 21\,.$

Второе уравнение: $(7) \cdot \qquad + (18) \cdot \qquad + (21) \cdot x_3 = 74\,.$

Третье уравнение: $(18) \cdot \qquad + (46) \cdot \qquad + (54) \cdot x_3 = 190\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 21 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 74 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 54\,x_3 = 191 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -30 & 8 & 10 \\ -36 & 10 & 12 \\ -68 & 16 & 24 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -30 & 8 & 10 \\ -36 & 10 & 12 \\ -68 & 16 & 24 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -30 & 8 & 10 \\ -36 & 10 & 12 \\ -68 & 16 & 24 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -30 & 8 & 10 \\ -36 & 10 & 12 \\ -68 & 16 & 24 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2$, $z_2 = 3$, $z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 5 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & -2 & 4 \\ 1 & -4 & 5 & -5 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 11\,x_1 + 5\,x_2 + 2\,x_3 = 44 \\ 3\,x_1 - 1\,x_2 - 3\,x_3 = 12 \\ 2\,x_1 - 2\,x_2 - 2\,x_3 = 12 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 13 \\ 4 & -2 & -1 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 13 \\ 4 & -2 & -1 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A = \quad , \quad T = \qquad , \quad A^{-1} = \qquad = \qquad ,$

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 21 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 74 \\ 11\,x_1 + 28\,x_2 + 34\,x_3 = 118 \end{cases}$$

$x_1 = \quad , x_2 = \quad , x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 21 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 74 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 54\,x_3 = 190 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 21 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 74 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 54\,x_3 = 191 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -30 & 8 & 10 \\ -36 & 10 & 12 \\ -68 & 16 & 24 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $\qquad = 0$

Собственный вектор $\vec{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 = \quad .$

Собственный вектор $\vec{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 = \quad .$

Собственный вектор $\vec{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 = \quad .$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи ____ Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1 введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2 введи ____ Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**,
$z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5\,.$

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹
огл ⟸

Вариант 18

возврат ⟹
огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 5 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -4 & 1 \\ 2 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & -4 & 5 & 0 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (11)\cdot\Delta_1 - (5)\cdot\Delta_2 + (2)\cdot\Delta_3 - (-1)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (11)\cdot \quad - (5)\cdot \quad + (2)\cdot \quad - (-1)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 11\,x_1 + 5\,x_2 + 2\,x_3 = 39 \\ 2\,x_1 - 1\,x_2 - 4\,x_3 = 6 \\ 2\,x_1 - 2\,x_2 + 3\,x_3 = 24 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(11)\cdot(\ )+(5)\cdot(\ \ \ )+(2)\cdot(\ )=39\,.$

Второе уравнение: $(2)\cdot(\ )+(-1)\cdot(\ \ \ )+(-4)\cdot(\ )=6\,.$

Третье уравнение: $(2)\cdot(\ )+(-2)\cdot(\ \ \ )+(3)\cdot(\ )=24\,.$

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4a

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 13 \\ 3 & -2 & -2 \\ 3 & -3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4a.

Ответ

$\Delta =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 13 \\ 3 & -2 & -2 \\ 3 & -3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \qquad\qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 6 & 9 \\ 1 & 0 & -6 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 10 & 6 & 9 \\ 1 & 0 & -6 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A = \quad ,$ $\qquad T = \quad ,$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A = \quad ,$ $T = \quad ,$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \quad = \quad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \quad = \quad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{} \cdot \quad = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 2 & -1 \\ 6 & -6 & -1 & -3 \\ 4 & 28 & 7 & 7 \\ 13 & -29 & -6 & -11 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг = .

Выборочная проверка

Ранг = введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 22 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 14\,x_3 = 78 \\ 11\,x_1 + 39\,x_2 + 23\,x_3 = 123 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot \quad + (7)\cdot \quad + (4)\cdot \quad = 22$.

Второе уравнение: $(7)\cdot \quad + (25)\cdot \quad + (14)\cdot \quad = 78$.

Третье уравнение: $(11)\cdot \quad + (39)\cdot \quad + (23)\cdot \quad = 123$.

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 22 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 14\,x_3 = 78 \\ 18\,x_1 + 64\,x_2 + 36\,x_3 = 200 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (7) \cdot \qquad + (4) \cdot x_3 = 22\,.$

Второе уравнение: $(7) \cdot \qquad + (25) \cdot \qquad + (14) \cdot x_3 = 78\,.$

Третье уравнение: $(18) \cdot \qquad + (64) \cdot \qquad + (36) \cdot x_3 = 200\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 22 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 14\,x_3 = 78 \\ 18\,x_1 + 64\,x_2 + 36\,x_3 = 201 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -25 & 6 & 12 \\ -57 & 14 & 27 \\ -30 & 6 & 17 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -25 & 6 & 12 \\ -57 & 14 & 27 \\ -30 & 6 & 17 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -25 & 6 & 12 \\ -57 & 14 & 27 \\ -30 & 6 & 17 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -25 & 6 & 12 \\ -57 & 14 & 27 \\ -30 & 6 & 17 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2$, $z_2 = 3$, $z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 5 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -4 & 1 \\ 2 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & -4 & 5 & 0 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 11\,x_1 + 5\,x_2 + 2\,x_3 = 39 \\ 2\,x_1 - 1\,x_2 - 4\,x_3 = 6 \\ 2\,x_1 - 2\,x_2 + 3\,x_3 = 24 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 13 \\ 3 & -2 & -2 \\ 3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 13 \\ 3 & -2 & -2 \\ 3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 22 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 14\,x_3 = 78 \\ 11\,x_1 + 39\,x_2 + 23\,x_3 = 123 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 22 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 14\,x_3 = 78 \\ 18\,x_1 + 64\,x_2 + 36\,x_3 = 200 \end{cases}$$

$x_1 =$ $\cdot x_3 +$, $x_2 =$ $\cdot x_3 +$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 22 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 14\,x_3 = 78 \\ 18\,x_1 + 64\,x_2 + 36\,x_3 = 201 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -25 & 6 & 12 \\ -57 & 14 & 27 \\ -30 & 6 & 17 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\vec{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\vec{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\vec{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи Клик

Задача 7а.

Ответ x_1 : введи Клик

Ответ x_2 : введи Клик

Ответ x_3 : введи Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1 введи Клик

K_2 введи Клик

B_2 введи Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 19

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ___ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ___ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ___ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ___ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ___ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ___ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ___ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ___ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ___ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ___ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ___ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ___ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ___ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 5 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & -4 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & 4 \\ 0 & -4 & 5 & -3 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (11)\cdot\Delta_1 - (5)\cdot\Delta_2 + (2)\cdot\Delta_3 - (-1)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (11)\cdot \quad - (5)\cdot \quad + (2)\cdot \quad - (-1)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 11\,x_1 + 5\,x_2 + 2\,x_3 = 39 \\ 4\,x_1 - 1\,x_2 - 4\,x_3 = 16 \\ 2\,x_1 - 2\,x_2 + 0\,x_3 = 18 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(11)\cdot(\ )+(5)\cdot(\ \ )+(2)\cdot(\ )=39$.

Второе уравнение: $(4)\cdot(\ )+(-1)\cdot(\ \ )+(-4)\cdot(\ )=16$.

Третье уравнение: $(2)\cdot(\ )+(-2)\cdot(\ \ )+(0)\cdot(\ )=18$.

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 13 \\ 5 & -2 & -2 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 13 \\ 5 & -2 & -2 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} к матрице

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 6 & 9 \\ 3 & 0 & -6 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 10 & 6 & 9 \\ 3 & 0 & -6 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A = \quad ,$ $\qquad T = \qquad ,$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\quad} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 2 & -1 \\ 8 & -6 & -1 & -3 \\ -2 & 28 & 7 & 7 \\ 21 & -29 & -6 & -11 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг = .

Выборочная проверка

Ранг = введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 30 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 106 \\ 11\,x_1 + 39\,x_2 + 34\,x_3 = 168 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot \quad + (7)\cdot \quad + (6)\cdot \quad = 30$.

Второе уравнение: $(7)\cdot \quad + (25)\cdot \quad + (21)\cdot \quad = 106$.

Третье уравнение: $(11)\cdot \quad + (39)\cdot \quad + (34)\cdot \quad = 168$.

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 30 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 106 \\ 18\,x_1 + 64\,x_2 + 54\,x_3 = 272 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (7) \cdot \qquad + (6) \cdot x_3 = 30\,.$

Второе уравнение: $(7) \cdot \qquad + (25) \cdot \qquad + (21) \cdot x_3 = 106\,.$

Третье уравнение: $(18) \cdot \qquad + (64) \cdot \qquad + (54) \cdot x_3 = 272\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1: введи Клик

K_2 введи Клик

B_2: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 2\,x_1 & + & 7\,x_2 & + & 6\,x_3 & = & 30 \\ 7\,x_1 & + & 25\,x_2 & + & 21\,x_3 & = & 106 \\ 18\,x_1 & + & 64\,x_2 & + & 54\,x_3 & = & 273 \end{array}\right.$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -44 & 8 & 13 \\ -98 & 18 & 29 \\ -98 & 16 & 31 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -44 & 8 & 13 \\ -98 & 18 & 29 \\ -98 & 16 & 31 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -44 & 8 & 13 \\ -98 & 18 & 29 \\ -98 & 16 & 31 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -44 & 8 & 13 \\ -98 & 18 & 29 \\ -98 & 16 & 31 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 5 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & -4 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & 4 \\ 0 & -4 & 5 & -3 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 11\,x_1 + 5\,x_2 + 2\,x_3 = 39 \\ 4\,x_1 - 1\,x_2 - 4\,x_3 = 16 \\ 2\,x_1 - 2\,x_2 + 0\,x_3 = 18 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 13 \\ 5 & -2 & -2 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 13 \\ 5 & -2 & -2 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A = \quad , \quad T = \qquad , \quad A^{-1} = \qquad = \qquad ,$

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 30 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 106 \\ 11\,x_1 + 39\,x_2 + 34\,x_3 = 168 \end{cases}$$

$x_1 = \quad , \; x_2 = \quad , \; x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 30 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 106 \\ 18\,x_1 + 64\,x_2 + 54\,x_3 = 272 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 30 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 106 \\ 18\,x_1 + 64\,x_2 + 54\,x_3 = 273 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -44 & 8 & 13 \\ -98 & 18 & 29 \\ -98 & 16 & 31 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $\qquad = 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_1 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_2 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_3 = \quad .$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи ____ Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1 введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2 введи ____ Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹
огл ⟸

Вариант 20

возврат ⟹
огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 3 & -4 & 8 & -2 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (11)\cdot\Delta_1 - (4)\cdot\Delta_2 + (2)\cdot\Delta_3 - (-1)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (11)\cdot \quad - (4)\cdot \quad + (2)\cdot \quad - (-1)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1 : введи Клик

Ответ Δ_2 : введи Клик

Ответ Δ_3 : введи Клик

Ответ Δ_4 : введи Клик

Ответ Δ : введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 11\,x_1 + 4\,x_2 + 2\,x_3 = 44 \\ 1\,x_1 - 1\,x_2 - 1\,x_3 = 3 \\ 2\,x_1 + 1\,x_2 + 1\,x_3 = 9 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =\quad,\ x_1 =\quad,\ x_2 =\quad,\ x_3 =\quad.$

Проверка

Первое уравнение: $(11)\cdot(\ )+(4)\cdot(\quad)+(2)\cdot(\ )=44\,.$

Второе уравнение: $(1)\cdot(\ )+(-1)\cdot(\quad)+(-1)\cdot(\ )=3\,.$

Третье уравнение: $(2)\cdot(\ )+(1)\cdot(\quad)+(1)\cdot(\ )=9\,.$

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи Клик

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4a

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 13 \\ 2 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 13 \\ 2 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} к матрице

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 9 \\ 0 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 9 \\ 0 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5a

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5a.

Ответ

$\Delta = \det A = \quad ,$ $T = \quad ,$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \quad = \quad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \quad = \quad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \quad = \frac{1}{} \cdot \quad = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\quad} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 11 & 4 & 2 & -1 \\ 5 & -6 & 2 & -4 \\ 7 & 26 & -2 & 10 \\ 9 & -28 & 6 & -15 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг = .

Выборочная проверка

Ранг = введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 18 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 64 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 37\,x_3 = 165 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot \quad + (5)\cdot \quad + (4)\cdot \quad = 18$.

Второе уравнение: $(7)\cdot \quad + (18)\cdot \quad + (14)\cdot \quad = 64$.

Третье уравнение: $(18)\cdot \quad + (46)\cdot \quad + (37)\cdot \quad = 165$.

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 18 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 64 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 36\,x_3 = 164 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (5) \cdot \qquad + (4) \cdot x_3 = 18$.

Второе уравнение: $(7) \cdot \qquad + (18) \cdot \qquad + (14) \cdot x_3 = 64$.

Третье уравнение: $(18) \cdot \qquad + (46) \cdot \qquad + (36) \cdot x_3 = 164$.

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 18 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 64 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 36\,x_3 = 165 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -25 & 6 & 18 \\ -33 & 8 & 24 \\ -30 & 6 & 23 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $\qquad = 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 = \quad$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 = \quad$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 = \quad$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -25 & 6 & 18 \\ -33 & 8 & 24 \\ -30 & 6 & 23 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -25 & 6 & 18 \\ -33 & 8 & 24 \\ -30 & 6 & 23 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -25 & 6 & 18 \\ -33 & 8 & 24 \\ -30 & 6 & 23 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2$, $z_2 = 3$, $z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 3 & -4 & 8 & -2 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 11\,x_1 + 4\,x_2 + 2\,x_3 = 44 \\ 1\,x_1 - 1\,x_2 - 1\,x_3 = 3 \\ 2\,x_1 + 1\,x_2 + 1\,x_3 = 9 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 13 \\ 2 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 13 \\ 2 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 18 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 64 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 37\,x_3 = 165 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 18 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 64 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 36\,x_3 = 164 \end{cases}$$

$x_1 =$ $\cdot x_3 +$, $x_2 =$ $\cdot x_3 +$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 18 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 64 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 36\,x_3 = 165 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -25 & 6 & 18 \\ -33 & 8 & 24 \\ -30 & 6 & 23 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1 введи Клик

K_2 введи Клик

B_2 введи Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**,
$z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹
огл ⟸

Вариант 21

возврат ⟹
огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 4 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 4 \\ 3 & -4 & 8 & -5 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (11) \cdot \Delta_1 - (4) \cdot \Delta_2 + (2) \cdot \Delta_3 - (-1) \cdot \Delta_4 =$$
$$= (11) \cdot \quad - (4) \cdot \quad + (2) \cdot \quad - (-1) \cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 11\,x_1 + 4\,x_2 + 2\,x_3 = 44 \\ 3\,x_1 - 1\,x_2 - 1\,x_3 = 11 \\ 2\,x_1 + 1\,x_2 - 2\,x_3 = 3 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(11)\cdot(\ )+(4)\cdot(\quad)+(2)\cdot(\ )=44$.

Второе уравнение: $(3)\cdot(\ )+(-1)\cdot(\quad)+(-1)\cdot(\ )=11$.

Третье уравнение: $(2)\cdot(\ )+(1)\cdot(\quad)+(-2)\cdot(\ )=3$.

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 13 \\ 4 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 13 \\ 4 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 9 \\ 2 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 9 \\ 2 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A = \quad ,$ $\qquad T = \quad ,$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\quad} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 11 & 4 & 2 & -1 \\ 7 & -6 & 2 & -4 \\ 1 & 26 & -2 & 10 \\ 17 & -28 & 6 & -15 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг $=$.

Выборочная проверка

Ранг $=$ введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 26 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 92 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 55\,x_3 = 238 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\quad,\ x_2 =\quad,\ x_3 =\quad.$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot\quad+(5)\cdot\quad+(6)\cdot\quad=26\,.$

Второе уравнение: $(7)\cdot\quad+(18)\cdot\quad+(21)\cdot\quad=92\,.$

Третье уравнение: $(18)\cdot\quad+(46)\cdot\quad+(55)\cdot\quad=238\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 26 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 92 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 54\,x_3 = 236 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (5) \cdot \qquad + (6) \cdot x_3 = 26\,.$

Второе уравнение: $(7) \cdot \qquad + (18) \cdot \qquad + (21) \cdot x_3 = 92\,.$

Третье уравнение: $(18) \cdot \qquad + (46) \cdot \qquad + (54) \cdot x_3 = 236\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 26 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 92 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 54\,x_3 = 237 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -48 & 8 & 19 \\ -62 & 10 & 25 \\ -106 & 16 & 43 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 = \quad .$

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -48 & 8 & 19 \\ -62 & 10 & 25 \\ -106 & 16 & 43 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -48 & 8 & 19 \\ -62 & 10 & 25 \\ -106 & 16 & 43 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -48 & 8 & 19 \\ -62 & 10 & 25 \\ -106 & 16 & 43 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат огл

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2$, $z_2 = 3$, $z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

возврат огл

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 4 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 4 \\ 3 & -4 & 8 & -5 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 11\,x_1 + 4\,x_2 + 2\,x_3 = 44 \\ 3\,x_1 - 1\,x_2 - 1\,x_3 = 11 \\ 2\,x_1 + 1\,x_2 - 2\,x_3 = 3 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 13 \\ 4 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 13 \\ 4 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 26 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 92 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 55\,x_3 = 238 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 26 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 92 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 54\,x_3 = 236 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 +$, $x_2 = \quad \cdot x_3 +$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 26 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 92 \\ 18\,x_1 + 46\,x_2 + 54\,x_3 = 237 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -48 & 8 & 19 \\ -62 & 10 & 25 \\ -106 & 16 & 43 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи Клик

Ответ Δ_2: введи Клик

Ответ Δ_3: введи Клик

Ответ Δ_4: введи Клик

Ответ Δ: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи _____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи _____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи _____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи _____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи _____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи _____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи _____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи _____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи _____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи _____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи _____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи _____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1 введи Клик

K_2 введи Клик

B_2 введи Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**,
$z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 22

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & -4 & 8 & 0 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (11)\cdot\Delta_1 - (4)\cdot\Delta_2 + (2)\cdot\Delta_3 - (-1)\cdot\Delta_4 =$$

$$= (11)\cdot \quad - (4)\cdot \quad + (2)\cdot \quad - (-1)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 11\,x_1 + 4\,x_2 + 2\,x_3 = 40 \\ 2\,x_1 - 1\,x_2 - 2\,x_3 = 6 \\ 2\,x_1 + 1\,x_2 + 3\,x_3 = 12 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta = \quad , \; x_1 = \quad , \; x_2 = \quad , \; x_3 = \quad .$

Проверка

Первое уравнение: $(11)\cdot(\ \ ) + (4)\cdot(\ \ \ \ ) + (2)\cdot(\ \ ) = 40\,.$

Второе уравнение: $(2)\cdot(\ \ ) + (-1)\cdot(\ \ \ \ ) + (-2)\cdot(\ \ ) = 6\,.$

Третье уравнение: $(2)\cdot(\ \ ) + (1)\cdot(\ \ \ \ ) + (3)\cdot(\ \ ) = 12\,.$

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 13 \\ 3 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$

$T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 13 \\ 3 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix} \cdot \qquad\qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 9 \\ 1 & 0 & -4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 9 \\ 1 & 0 & -4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}.$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \quad = \quad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \quad = \quad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\quad} \cdot \quad = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 11 & 4 & 2 & -1 \\ 6 & -6 & 1 & -4 \\ 4 & 26 & 1 & 10 \\ 13 & -28 & 2 & -15 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг $=$.

Выборочная проверка

Ранг $=$ введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 29 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 14\,x_3 = 103 \\ 18\,x_1 + 64\,x_2 + 37\,x_3 = 265 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\quad,\ x_2 =\quad,\ x_3 =\quad.$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot\quad + (7)\cdot\quad + (4)\cdot\quad = 29\,.$

Второе уравнение: $(7)\cdot\quad + (25)\cdot\quad + (14)\cdot\quad = 103\,.$

Третье уравнение: $(18)\cdot\quad + (64)\cdot\quad + (37)\cdot\quad = 265\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 29 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 14\,x_3 = 103 \\ 18\,x_1 + 64\,x_2 + 36\,x_3 = 264 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (7) \cdot \qquad + (4) \cdot x_3 = 29\,.$

Второе уравнение: $(7) \cdot \qquad + (25) \cdot \qquad + (14) \cdot x_3 = 103\,.$

Третье уравнение: $(18) \cdot \qquad + (64) \cdot \qquad + (36) \cdot x_3 = 264\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2\,x_1 & + & 7\,x_2 & + & 4\,x_3 & = & 29 \\ 7\,x_1 & + & 25\,x_2 & + & 14\,x_3 & = & 103 \\ 18\,x_1 & + & 64\,x_2 & + & 36\,x_3 & = & 265 \end{array}\right.$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -36 & 6 & 23 \\ -84 & 14 & 54 \\ -42 & 6 & 29 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $\qquad = 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 = \quad .$

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -36 & 6 & 23 \\ -84 & 14 & 54 \\ -42 & 6 & 29 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -36 & 6 & 23 \\ -84 & 14 & 54 \\ -42 & 6 & 29 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -36 & 6 & 23 \\ -84 & 14 & 54 \\ -42 & 6 & 29 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & -4 & 8 & 0 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 11\,x_1 + 4\,x_2 + 2\,x_3 = 40 \\ 2\,x_1 - 1\,x_2 - 2\,x_3 = 6 \\ 2\,x_1 + 1\,x_2 + 3\,x_3 = 12 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 13 \\ 3 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 13 \\ 3 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A = \quad$, $T = \quad$, $A^{-1} = \quad = \quad$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \quad = \quad$.

Задача 7а.

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} 2\,x_1 & + & 7\,x_2 & + & 4\,x_3 & = & 29 \\ 7\,x_1 & + & 25\,x_2 & + & 14\,x_3 & = & 103 \\ 18\,x_1 & + & 64\,x_2 & + & 37\,x_3 & = & 265 \end{array} \right.$$

$x_1 = \quad$, $x_2 = \quad$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} 2\,x_1 & + & 7\,x_2 & + & 4\,x_3 & = & 29 \\ 7\,x_1 & + & 25\,x_2 & + & 14\,x_3 & = & 103 \\ 18\,x_1 & + & 64\,x_2 & + & 36\,x_3 & = & 264 \end{array} \right.$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad$, $x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} 2\,x_1 & + & 7\,x_2 & + & 4\,x_3 & = & 29 \\ 7\,x_1 & + & 25\,x_2 & + & 14\,x_3 & = & 103 \\ 18\,x_1 & + & 64\,x_2 & + & 36\,x_3 & = & 265 \end{array} \right.$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -36 & 6 & 23 \\ -84 & 14 & 54 \\ -42 & 6 & 29 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $\quad = 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 = \quad$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 = \quad$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 = \quad$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи ____ Клик

Задача 7а.

Ответ x_1 : введи ____ Клик

Ответ x_2 : введи ____ Клик

Ответ x_3 : введи ____ Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1 введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2 введи ____ Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**,
$z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 23

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 4 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & -4 & 8 & -3 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (11)\cdot\Delta_1 - (4)\cdot\Delta_2 + (2)\cdot\Delta_3 - (-1)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (11)\cdot \quad - (4)\cdot \quad + (2)\cdot \quad - (-1)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1 : введи ____ Клик

Ответ Δ_2 : введи ____ Клик

Ответ Δ_3 : введи ____ Клик

Ответ Δ_4 : введи ____ Клик

Ответ Δ : введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 11\,x_1 + 4\,x_2 + 2\,x_3 = 40 \\ 4\,x_1 - 1\,x_2 - 2\,x_3 = 14 \\ 2\,x_1 + 1\,x_2 + 0\,x_3 = 6 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =\quad,\ x_1 =\quad,\ x_2 =\quad,\ x_3 =\quad.$

Проверка

Первое уравнение: $(11)\cdot(\ ) + (4)\cdot(\quad) + (2)\cdot(\ ) = 40\,.$

Второе уравнение: $(4)\cdot(\ ) + (-1)\cdot(\quad) + (-2)\cdot(\ ) = 14\,.$

Третье уравнение: $(2)\cdot(\ ) + (1)\cdot(\quad) + (0)\cdot(\ ) = 6\,.$

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4a

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 13 \\ 5 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4a.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 13 \\ 5 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 9 \\ 3 & 0 & -4 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 9 \\ 3 & 0 & -4 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A = \quad ,$ $\qquad T = \quad ,$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A = \quad ,$ $T = \quad ,$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \quad = \quad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \quad = \quad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{\quad} \cdot \quad = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 11 & 4 & 2 & -1 \\ 8 & -6 & 1 & -4 \\ -2 & 26 & 1 & 10 \\ 21 & -28 & 2 & -15 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг $=$.

Выборочная проверка

Ранг $=$ введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 37 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 131 \\ 18\,x_1 + 64\,x_2 + 55\,x_3 = 338 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot \quad + (7)\cdot \quad + (6)\cdot \quad = 37$.

Второе уравнение: $(7)\cdot \quad + (25)\cdot \quad + (21)\cdot \quad = 131$.

Третье уравнение: $(18)\cdot \quad + (64)\cdot \quad + (55)\cdot \quad = 338$.

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 37 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 131 \\ 18\,x_1 + 64\,x_2 + 54\,x_3 = 336 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (7) \cdot \qquad + (6) \cdot x_3 = 37$.

Второе уравнение: $(7) \cdot \qquad + (25) \cdot \qquad + (21) \cdot x_3 = 131$.

Третье уравнение: $(18) \cdot \qquad + (64) \cdot \qquad + (54) \cdot x_3 = 336$.

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1: введи Клик

K_2 введи Клик

B_2: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 37 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 131 \\ 18\,x_1 + 64\,x_2 + 54\,x_3 = 337 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -66 & 8 & 24 \\ -152 & 18 & 56 \\ -144 & 16 & 54 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $\qquad\qquad = 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_1 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_2 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_3 = \quad .$

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -66 & 8 & 24 \\ -152 & 18 & 56 \\ -144 & 16 & 54 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -66 & 8 & 24 \\ -152 & 18 & 56 \\ -144 & 16 & 54 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -66 & 8 & 24 \\ -152 & 18 & 56 \\ -144 & 16 & 54 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 4 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & -4 & 8 & -3 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 11\,x_1 + 4\,x_2 + 2\,x_3 = 40 \\ 4\,x_1 - 1\,x_2 - 2\,x_3 = 14 \\ 2\,x_1 + 1\,x_2 + 0\,x_3 = 6 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 13 \\ 5 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 13 \\ 5 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 37 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 131 \\ 18\,x_1 + 64\,x_2 + 55\,x_3 = 338 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 37 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 131 \\ 18\,x_1 + 64\,x_2 + 54\,x_3 = 336 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad$, $x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 37 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 131 \\ 18\,x_1 + 64\,x_2 + 54\,x_3 = 337 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -66 & 8 & 24 \\ -152 & 18 & 56 \\ -144 & 16 & 54 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи Клик

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1 введи Клик

K_2 введи Клик

B_2 введи Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

Вариант 24

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 12 & 5 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & 5 & -2 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (12)\cdot\Delta_1 - (5)\cdot\Delta_2 + (1)\cdot\Delta_3 - (0)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (12)\cdot \quad - (5)\cdot \quad + (1)\cdot \quad - (0)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 12\,x_1 + 5\,x_2 + 1\,x_3 = 46 \\ 1\,x_1 - 4\,x_2 - 3\,x_3 = 14 \\ 1\,x_1 - 2\,x_2 + 1\,x_3 = 12 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(12)\cdot(\ )+(5)\cdot(\ \ )+(1)\cdot(\ )=46$.

Второе уравнение: $(1)\cdot(\ )+(-4)\cdot(\ \ )+(-3)\cdot(\ )=14$.

Третье уравнение: $(1)\cdot(\ )+(-2)\cdot(\ \ )+(1)\cdot(\ )=12$.

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 13 & 4 & 14 \\ 2 & -5 & -1 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 13 & 4 & 14 \\ 2 & -5 & -1 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 6 & 10 \\ 0 & -3 & -5 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 11 & 6 & 10 \\ 0 & -3 & -5 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \quad = \quad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \quad = \quad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 12 & 5 & 1 & 0 \\ 5 & -9 & 0 & -3 \\ 9 & 37 & 2 & 9 \\ 8 & -41 & -1 & -12 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг = .

Выборочная проверка

Ранг = введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 15 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 53 \\ 13\,x_1 + 33\,x_2 + 27\,x_3 = 99 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\quad,\ x_2 =\quad,\ x_3 =\quad.$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot\quad+(5)\cdot\quad+(4)\cdot\quad=15\,.$

Второе уравнение: $(7)\cdot\quad+(18)\cdot\quad+(14)\cdot\quad=53\,.$

Третье уравнение: $(13)\cdot\quad+(33)\cdot\quad+(27)\cdot\quad=99\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 15 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 53 \\ 25\,x_1 + 64\,x_2 + 50\,x_3 = 189 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (5) \cdot \qquad + (4) \cdot x_3 = 15\,.$

Второе уравнение: $(7) \cdot \qquad + (18) \cdot \qquad + (14) \cdot x_3 = 53\,.$

Третье уравнение: $(25) \cdot \qquad + (64) \cdot \qquad + (50) \cdot x_3 = 189\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 15 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 53 \\ 25\,x_1 + 64\,x_2 + 50\,x_3 = 190 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -21 & 8 & 12 \\ -25 & 11 & 13 \\ -25 & 8 & 16 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $\quad = 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 = \quad .$

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -21 & 8 & 12 \\ -25 & 11 & 13 \\ -25 & 8 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -21 & 8 & 12 \\ -25 & 11 & 13 \\ -25 & 8 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -21 & 8 & 12 \\ -25 & 11 & 13 \\ -25 & 8 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 12 & 5 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & 5 & -2 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 12\,x_1 + 5\,x_2 + 1\,x_3 = 46 \\ 1\,x_1 - 4\,x_2 - 3\,x_3 = 14 \\ 1\,x_1 - 2\,x_2 + 1\,x_3 = 12 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 13 & 4 & 14 \\ 2 & -5 & -1 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 13 & 4 & 14 \\ 2 & -5 & -1 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 15 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 53 \\ 13\,x_1 + 33\,x_2 + 27\,x_3 = 99 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 15 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 53 \\ 25\,x_1 + 64\,x_2 + 50\,x_3 = 189 \end{cases}$$

$x_1 =$ $\cdot x_3 +$, $x_2 =$ $\cdot x_3 +$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 15 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 53 \\ 25\,x_1 + 64\,x_2 + 50\,x_3 = 190 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -21 & 8 & 12 \\ -25 & 11 & 13 \\ -25 & 8 & 16 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\vec{a_1} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\vec{a_2} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\vec{a_3} = (\; , \; , \;)$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи _____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи _____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи _____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи _____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи _____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи _____ Клик

Ответ Δ_2: введи _____ Клик

Ответ Δ_3: введи _____ Клик

Ответ Δ_4: введи _____ Клик

Ответ Δ: введи _____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4a.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1 введи Клик

K_2 введи Клик

B_2 введи Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи ____ Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 25

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 12 & 5 & 1 & 0 \\ 4 & -4 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & -2 & 3 \\ 1 & -5 & 5 & -5 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (12)\cdot\Delta_1 - (5)\cdot\Delta_2 + (1)\cdot\Delta_3 - (0)\cdot\Delta_4 =$$

$$= (12)\cdot \quad - (5)\cdot \quad + (1)\cdot \quad - (0)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 12\,x_1 + 5\,x_2 + 1\,x_3 = 46 \\ 3\,x_1 - 4\,x_2 - 3\,x_3 = 24 \\ 1\,x_1 - 2\,x_2 - 2\,x_3 = 9 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =\quad ,\ x_1 = \quad ,\ x_2 = \quad ,\ x_3 = \quad .$

Проверка

Первое уравнение: $(12)\cdot(\ )+(5)\cdot(\quad)+(1)\cdot(\ )=46\,.$

Второе уравнение: $(3)\cdot(\ )+(-4)\cdot(\quad)+(-3)\cdot(\ )=24\,.$

Третье уравнение: $(1)\cdot(\ )+(-2)\cdot(\quad)+(-2)\cdot(\ )=9\,.$

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 13 & 4 & 14 \\ 4 & -5 & -1 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 13 & 4 & 14 \\ 4 & -5 & -1 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 6 & 10 \\ 2 & -3 & -5 \\ 0 & -1 & -4 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 11 & 6 & 10 \\ 2 & -3 & -5 \\ 0 & -1 & -4 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}.$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 56

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П56.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\ } \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи | Клик |

Элемент x_{11} матрицы X: введи | Клик |

Элемент x_{12} матрицы X: введи | Клик |

Элемент x_{21} матрицы X: введи | Клик |

Элемент x_{22} матрицы X: введи | Клик |

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 12 & 5 & 1 & 0 \\ 7 & -9 & 0 & -3 \\ 3 & 37 & 2 & 9 \\ 16 & -41 & -1 & -12 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг = .

Выборочная проверка

Ранг = введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 23 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 81 \\ 13\,x_1 + 33\,x_2 + 40\,x_3 = 152 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\quad,\ x_2 =\quad,\ x_3 =\quad.$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot\quad+(5)\cdot\quad+(6)\cdot\quad=23\,.$

Второе уравнение: $(7)\cdot\quad+(18)\cdot\quad+(21)\cdot\quad=81\,.$

Третье уравнение: $(13)\cdot\quad+(33)\cdot\quad+(40)\cdot\quad=152\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 23 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 81 \\ 25\,x_1 + 64\,x_2 + 75\,x_3 = 289 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (5) \cdot \qquad + (6) \cdot x_3 = 23$.

Второе уравнение: $(7) \cdot \qquad + (18) \cdot \qquad + (21) \cdot x_3 = 81$.

Третье уравнение: $(25) \cdot \qquad + (64) \cdot \qquad + (75) \cdot x_3 = 289$.

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 23 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 81 \\ 25\,x_1 + 64\,x_2 + 75\,x_3 = 290 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -40 & 10 & 14 \\ -45 & 13 & 15 \\ -88 & 20 & 32 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -40 & 10 & 14 \\ -45 & 13 & 15 \\ -88 & 20 & 32 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -40 & 10 & 14 \\ -45 & 13 & 15 \\ -88 & 20 & 32 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -40 & 10 & 14 \\ -45 & 13 & 15 \\ -88 & 20 & 32 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A=\begin{pmatrix}2&3&1\\4&-4&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&3\\1&4\\-4&2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}8&3\\3&1\end{pmatrix}$

Ответ. $AB=$, $BA=$

Задача 2. $\Delta=\begin{vmatrix}12&5&1&0\\4&-4&-3&1\\1&-2&-2&3\\1&-5&5&-5\end{vmatrix}=$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases}12\,x_1+5\,x_2+1\,x_3=46\\3\,x_1-4\,x_2-3\,x_3=24\\1\,x_1-2\,x_2-2\,x_3=9\end{cases}$

$\Delta=$, $x_1=$, $x_2=$, $x_3=$.

Задача 4а. $A=\begin{pmatrix}13&4&14\\4&-5&-1\\2&-3&0\end{pmatrix}$. $\Delta=$. $T=$

$A^{-1}=\frac{1}{\Delta}\cdot T=$

Задача 4б. $A=\begin{pmatrix}13&4&14\\4&-5&-1\\2&-3&0\end{pmatrix}$. $\Delta=$. $T=$

$A^{-1}=\frac{1}{\Delta}\cdot T=$

Задача 5а. $A\cdot X=B$, где $A=\begin{pmatrix}2&2\\-2&3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&2\\-4&1\end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta=\det A=$, $T=$, $A^{-1}=$ $=$,

$X=A^{-1}\cdot B=\frac{1}{\Delta}\cdot T\cdot B=$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 23 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 81 \\ 13\,x_1 + 33\,x_2 + 40\,x_3 = 152 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 23 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 81 \\ 25\,x_1 + 64\,x_2 + 75\,x_3 = 289 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad$, $x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 23 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 81 \\ 25\,x_1 + 64\,x_2 + 75\,x_3 = 290 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -40 & 10 & 14 \\ -45 & 13 & 15 \\ -88 & 20 & 32 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи ____ Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1 введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2 введи ____ Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 26

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 12 & 5 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & -4 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & 3 \\ 0 & -5 & 5 & 0 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (12)\cdot\Delta_1 - (5)\cdot\Delta_2 + (1)\cdot\Delta_3 - (0)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (12)\cdot \quad - (5)\cdot \quad + (1)\cdot \quad - (0)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1 : введи ____ Клик

Ответ Δ_2 : введи ____ Клик

Ответ Δ_3 : введи ____ Клик

Ответ Δ_4 : введи ____ Клик

Ответ Δ : введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 12\,x_1 + 5\,x_2 + 1\,x_3 = 41 \\ 2\,x_1 - 4\,x_2 - 4\,x_3 = 22 \\ 1\,x_1 - 2\,x_2 + 3\,x_3 = 16 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(12)\cdot(\ )+(5)\cdot(\ )+(1)\cdot(\ )=41$.

Второе уравнение: $(2)\cdot(\ )+(-4)\cdot(\ )+(-4)\cdot(\ )=22$.

Третье уравнение: $(1)\cdot(\ )+(-2)\cdot(\ )+(3)\cdot(\ )=16$.

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 13 & 4 & 14 \\ 3 & -5 & -2 \\ 2 & -3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 13 & 4 & 14 \\ 3 & -5 & -2 \\ 2 & -3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} к матрице

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 6 & 10 \\ 1 & -3 & -6 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 11 & 6 & 10 \\ 1 & -3 & -6 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A = \quad ,\qquad T = \qquad ,$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 12 & 5 & 1 & 0 \\ 6 & -9 & -1 & -3 \\ 6 & 37 & 5 & 9 \\ 12 & -41 & -5 & -12 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг $=$.

Выборочная проверка

Ранг $=$ введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 24 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 14\,x_3 = 85 \\ 13\,x_1 + 46\,x_2 + 27\,x_3 = 158 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot \quad + (7)\cdot \quad + (4)\cdot \quad = 24$.

Второе уравнение: $(7)\cdot \quad + (25)\cdot \quad + (14)\cdot \quad = 85$.

Третье уравнение: $(13)\cdot \quad + (46)\cdot \quad + (27)\cdot \quad = 158$.

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 24 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 14\,x_3 = 85 \\ 25\,x_1 + 89\,x_2 + 50\,x_3 = 303 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \quad + (7) \cdot \quad + (4) \cdot x_3 = 24$.

Второе уравнение: $(7) \cdot \quad + (25) \cdot \quad + (14) \cdot x_3 = 85$.

Третье уравнение: $(25) \cdot \quad + (89) \cdot \quad + (50) \cdot x_3 = 303$.

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 24 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 14\,x_3 = 85 \\ 25\,x_1 + 89\,x_2 + 50\,x_3 = 304 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -33 & 8 & 16 \\ -74 & 19 & 34 \\ -38 & 8 & 21 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $\qquad = 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 = \quad .$

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -33 & 8 & 16 \\ -74 & 19 & 34 \\ -38 & 8 & 21 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -33 & 8 & 16 \\ -74 & 19 & 34 \\ -38 & 8 & 21 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -33 & 8 & 16 \\ -74 & 19 & 34 \\ -38 & 8 & 21 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат огл

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат огл

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 12 & 5 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & -4 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & 3 \\ 0 & -5 & 5 & 0 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 12\,x_1 + 5\,x_2 + 1\,x_3 = 41 \\ 2\,x_1 - 4\,x_2 - 4\,x_3 = 22 \\ 1\,x_1 - 2\,x_2 + 3\,x_3 = 16 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 13 & 4 & 14 \\ 3 & -5 & -2 \\ 2 & -3 & 5 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 13 & 4 & 14 \\ 3 & -5 & -2 \\ 2 & -3 & 5 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 24 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 14\,x_3 = 85 \\ 13\,x_1 + 46\,x_2 + 27\,x_3 = 158 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 24 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 14\,x_3 = 85 \\ 25\,x_1 + 89\,x_2 + 50\,x_3 = 303 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad$, $x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 24 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 14\,x_3 = 85 \\ 25\,x_1 + 89\,x_2 + 50\,x_3 = 304 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -33 & 8 & 16 \\ -74 & 19 & 34 \\ -38 & 8 & 21 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\vec{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\vec{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\vec{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг $=$ введи Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1 введи Клик

K_2 введи Клик

B_2 введи Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 27

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 12 & 5 & 1 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & -5 & 5 & -3 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (12)\cdot\Delta_1 - (5)\cdot\Delta_2 + (1)\cdot\Delta_3 - (0)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (12)\cdot \quad - (5)\cdot \quad + (1)\cdot \quad - (0)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 12\,x_1 + 5\,x_2 + 1\,x_3 = 41 \\ 4\,x_1 - 4\,x_2 - 4\,x_3 = 32 \\ 1\,x_1 - 2\,x_2 + 0\,x_3 = 13 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(12)\cdot(\ )+(5)\cdot(\ \ )+(1)\cdot(\ )=41$.

Второе уравнение: $(4)\cdot(\ )+(-4)\cdot(\ \ )+(-4)\cdot(\ )=32$.

Третье уравнение: $(1)\cdot(\ )+(-2)\cdot(\ \ )+(0)\cdot(\ )=13$.

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 13 & 4 & 14 \\ 5 & -5 & -2 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 13 & 4 & 14 \\ 5 & -5 & -2 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}.$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 6 & 10 \\ 3 & -3 & -6 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 11 & 6 & 10 \\ 3 & -3 & -6 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$ *, где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2 .

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{\quad} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 12 & 5 & 1 & 0 \\ 8 & -9 & -1 & -3 \\ 0 & 37 & 5 & 9 \\ 20 & -41 & -5 & -12 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг = .

Выборочная проверка

Ранг = введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 32 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 113 \\ 13\,x_1 + 46\,x_2 + 40\,x_3 = 211 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \quad + (7) \cdot \quad + (6) \cdot \quad = 32$.

Второе уравнение: $(7) \cdot \quad + (25) \cdot \quad + (21) \cdot \quad = 113$.

Третье уравнение: $(13) \cdot \quad + (46) \cdot \quad + (40) \cdot \quad = 211$.

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 32 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 113 \\ 25\,x_1 + 89\,x_2 + 75\,x_3 = 403 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad, \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad, \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (7) \cdot \qquad + (6) \cdot x_3 = 32\,.$

Второе уравнение: $(7) \cdot \qquad + (25) \cdot \qquad + (21) \cdot x_3 = 113\,.$

Третье уравнение: $(25) \cdot \qquad + (89) \cdot \qquad + (75) \cdot x_3 = 403\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1: введи Клик

K_2 введи Клик

B_2: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 32 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 113 \\ 25\,x_1 + 89\,x_2 + 75\,x_3 = 404 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -58 & 10 & 18 \\ -126 & 23 & 38 \\ -126 & 20 & 41 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $\qquad = 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 = \qquad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 = \quad .$

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -58 & 10 & 18 \\ -126 & 23 & 38 \\ -126 & 20 & 41 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -58 & 10 & 18 \\ -126 & 23 & 38 \\ -126 & 20 & 41 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -58 & 10 & 18 \\ -126 & 23 & 38 \\ -126 & 20 & 41 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2$, $z_2 = 3$, $z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -4 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 12 & 5 & 1 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & -5 & 5 & -3 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 12\,x_1 + 5\,x_2 + 1\,x_3 = 41 \\ 4\,x_1 - 4\,x_2 - 4\,x_3 = 32 \\ 1\,x_1 - 2\,x_2 + 0\,x_3 = 13 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 13 & 4 & 14 \\ 5 & -5 & -2 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 13 & 4 & 14 \\ 5 & -5 & -2 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 32 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 113 \\ 13\,x_1 + 46\,x_2 + 40\,x_3 = 211 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 32 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 113 \\ 25\,x_1 + 89\,x_2 + 75\,x_3 = 403 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad$, $x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 32 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 113 \\ 25\,x_1 + 89\,x_2 + 75\,x_3 = 404 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -58 & 10 & 18 \\ -126 & 23 & 38 \\ -126 & 20 & 41 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4a.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи ____ Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1 введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2 введи ____ Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹
огл ⟸

Вариант 28

возврат ⟹
огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & -4 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 12 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & -5 & 8 & -2 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (12)\cdot\Delta_1 - (4)\cdot\Delta_2 + (1)\cdot\Delta_3 - (0)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (12)\cdot \quad - (4)\cdot \quad + (1)\cdot \quad - (0)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 12\,x_1 & + & 4\,x_2 & + & 1\,x_3 & = & 45 \\ 1\,x_1 & - & 4\,x_2 & - & 1\,x_3 & = & 7 \\ 1\,x_1 & + & 1\,x_2 & + & 1\,x_3 & = & 4 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(12)\cdot(\ ) + (4)\cdot(\ \ ) + (1)\cdot(\ ) = 45\,.$

Второе уравнение: $(1)\cdot(\ ) + (-4)\cdot(\ \ ) + (-1)\cdot(\ ) = 7\,.$

Третье уравнение: $(1)\cdot(\ ) + (1)\cdot(\ \ ) + (1)\cdot(\ ) = 4\,.$

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4a

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 13 & 3 & 14 \\ 2 & -5 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4a.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 13 & 3 & 14 \\ 2 & -5 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 10 \\ 0 & -3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 10 \\ 0 & -3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 1 & 0 \\ 5 & -9 & 2 & -4 \\ 9 & 35 & -4 & 12 \\ 8 & -40 & 7 & -16 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг = .

Выборочная проверка

Ранг = введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 20 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 71 \\ 20\,x_1 + 51\,x_2 + 41\,x_3 = 203 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\quad, \ x_2 =\quad, \ x_3 =\quad.$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot\quad + (5)\cdot\quad + (4)\cdot\quad = 20\,.$

Второе уравнение: $(7)\cdot\quad + (18)\cdot\quad + (14)\cdot\quad = 71\,.$

Третье уравнение: $(20)\cdot\quad + (51)\cdot\quad + (41)\cdot\quad = 203\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 = 20 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 14\,x_3 = 71 \\ 25\,x_1 + 64\,x_2 + 50\,x_3 = 253 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (5) \cdot \qquad + (4) \cdot x_3 = 20\,.$

Второе уравнение: $(7) \cdot \qquad + (18) \cdot \qquad + (14) \cdot x_3 = 71\,.$

Третье уравнение: $(25) \cdot \qquad + (64) \cdot \qquad + (50) \cdot x_3 = 253\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1: введи Клик

K_2 введи Клик

B_2: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 2\,x_1 & + & 5\,x_2 & + & 4\,x_3 & = & 20 \\ 7\,x_1 & + & 18\,x_2 & + & 14\,x_3 & = & 71 \\ 25\,x_1 & + & 64\,x_2 & + & 50\,x_3 & = & 254 \end{array}\right.$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -29 & 8 & 20 \\ -36 & 11 & 24 \\ -34 & 8 & 25 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -29 & 8 & 20 \\ -36 & 11 & 24 \\ -34 & 8 & 25 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -29 & 8 & 20 \\ -36 & 11 & 24 \\ -34 & 8 & 25 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -29 & 8 & 20 \\ -36 & 11 & 24 \\ -34 & 8 & 25 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2$, $z_2 = 3$, $z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & -4 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 12 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & -5 & 8 & -2 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} 12\,x_1 & + & 4\,x_2 & + & 1\,x_3 & = & 45 \\ 1\,x_1 & - & 4\,x_2 & - & 1\,x_3 & = & 7 \\ 1\,x_1 & + & 1\,x_2 & + & 1\,x_3 & = & 4 \end{array} \right.$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 13 & 3 & 14 \\ 2 & -5 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 13 & 3 & 14 \\ 2 & -5 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A = \quad$, $T = \qquad$, $A^{-1} = \qquad = \qquad$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 & + & 5\,x_2 & + & 4\,x_3 & = & 20 \\ 7\,x_1 & + & 18\,x_2 & + & 14\,x_3 & = & 71 \\ 20\,x_1 & + & 51\,x_2 & + & 41\,x_3 & = & 203 \end{cases}$$

$x_1 = \quad$, $x_2 = \quad$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 & + & 5\,x_2 & + & 4\,x_3 & = & 20 \\ 7\,x_1 & + & 18\,x_2 & + & 14\,x_3 & = & 71 \\ 25\,x_1 & + & 64\,x_2 & + & 50\,x_3 & = & 253 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad$, $x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 & + & 5\,x_2 & + & 4\,x_3 & = & 20 \\ 7\,x_1 & + & 18\,x_2 & + & 14\,x_3 & = & 71 \\ 25\,x_1 & + & 64\,x_2 & + & 50\,x_3 & = & 254 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -29 & 8 & 20 \\ -36 & 11 & 24 \\ -34 & 8 & 25 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $\qquad = 0$

Собственный вектор $\vec{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 = \quad$.

Собственный вектор $\vec{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 = \quad$.

Собственный вектор $\vec{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 = \quad$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи _____ Клик

Ответ x_1: введи _____ Клик

Ответ x_2: введи _____ Клик

Ответ x_3: введи _____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи _____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи _____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи _____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1 введи Клик

K_2 введи Клик

B_2 введи Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹
огл ⟸

Вариант 29

возврат ⟹
огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & -4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 12 & 4 & 1 & 0 \\ 4 & -4 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & -5 & 8 & -5 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (12)\cdot\Delta_1 - (4)\cdot\Delta_2 + (1)\cdot\Delta_3 - (0)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (12)\cdot \quad - (4)\cdot \quad + (1)\cdot \quad - (0)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 12\,x_1 + 4\,x_2 + 1\,x_3 = 45 \\ 3\,x_1 - 4\,x_2 - 1\,x_3 = 15 \\ 1\,x_1 + 1\,x_2 - 2\,x_3 = 1 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =\quad ,\ x_1 =\quad ,\ x_2 =\quad ,\ x_3 =\quad .$

Проверка

Первое уравнение: $(12)\cdot(\ )+(4)\cdot(\quad)+(1)\cdot(\ )=45\,.$

Второе уравнение: $(3)\cdot(\ )+(-4)\cdot(\quad)+(-1)\cdot(\ )=15\,.$

Третье уравнение: $(1)\cdot(\ )+(1)\cdot(\quad)+(-2)\cdot(\ )=1\,.$

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 13 & 3 & 14 \\ 4 & -5 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 13 & 3 & 14 \\ 4 & -5 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}.$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 10 \\ 2 & -3 & -3 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 10 \\ 2 & -3 & -3 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5a

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5a.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 1 & 0 \\ 7 & -9 & 2 & -4 \\ 3 & 35 & -4 & 12 \\ 16 & -40 & 7 & -16 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг = .

Выборочная проверка

Ранг = введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 28 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 99 \\ 20\,x_1 + 51\,x_2 + 61\,x_3 = 284 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot \quad + (5)\cdot \quad + (6)\cdot \quad = 28$.

Второе уравнение: $(7)\cdot \quad + (18)\cdot \quad + (21)\cdot \quad = 99$.

Третье уравнение: $(20)\cdot \quad + (51)\cdot \quad + (61)\cdot \quad = 284$.

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 28 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 99 \\ 25\,x_1 + 64\,x_2 + 75\,x_3 = 353 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (5) \cdot \qquad + (6) \cdot x_3 = 28\,.$

Второе уравнение: $(7) \cdot \qquad + (18) \cdot \qquad + (21) \cdot x_3 = 99\,.$

Третье уравнение: $(25) \cdot \qquad + (64) \cdot \qquad + (75) \cdot x_3 = 353\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 28 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 99 \\ 25\,x_1 + 64\,x_2 + 75\,x_3 = 354 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -56 & 10 & 22 \\ -67 & 13 & 26 \\ -122 & 20 & 49 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 = \quad .$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 = \quad .$

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -56 & 10 & 22 \\ -67 & 13 & 26 \\ -122 & 20 & 49 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -56 & 10 & 22 \\ -67 & 13 & 26 \\ -122 & 20 & 49 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -56 & 10 & 22 \\ -67 & 13 & 26 \\ -122 & 20 & 49 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & -4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 12 & 4 & 1 & 0 \\ 4 & -4 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & -5 & 8 & -5 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\begin{cases} 12\,x_1 + 4\,x_2 + 1\,x_3 = 45 \\ 3\,x_1 - 4\,x_2 - 1\,x_3 = 15 \\ 1\,x_1 + 1\,x_2 - 2\,x_3 = 1 \end{cases}$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 13 & 3 & 14 \\ 4 & -5 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 13 & 3 & 14 \\ 4 & -5 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 28 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 99 \\ 20\,x_1 + 51\,x_2 + 61\,x_3 = 284 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 28 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 99 \\ 25\,x_1 + 64\,x_2 + 75\,x_3 = 353 \end{cases}$$

$x_1 =$ $\cdot x_3 +$, $x_2 =$ $\cdot x_3 +$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 5\,x_2 + 6\,x_3 = 28 \\ 7\,x_1 + 18\,x_2 + 21\,x_3 = 99 \\ 25\,x_1 + 64\,x_2 + 75\,x_3 = 354 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -56 & 10 & 22 \\ -67 & 13 & 26 \\ -122 & 20 & 49 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи ____ Клик

Задача 7а.

Ответ x_1 : введи ____ Клик

Ответ x_2 : введи ____ Клик

Ответ x_3 : введи ____ Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1 введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2 введи ____ Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**,
$z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹
огл ⟸

Вариант 30

возврат ⟹
огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & -4 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹
огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 12 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 3 \\ 2 & -5 & 8 & 0 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (12)\cdot\Delta_1 - (4)\cdot\Delta_2 + (1)\cdot\Delta_3 - (0)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (12)\cdot \quad - (4)\cdot \quad + (1)\cdot \quad - (0)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹
огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 12\,x_1 + 4\,x_2 + 1\,x_3 = 41 \\ 2\,x_1 - 4\,x_2 - 2\,x_3 = 14 \\ 1\,x_1 + 1\,x_2 + 3\,x_3 = 5 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta = \quad , \; x_1 = \quad , \; x_2 = \quad , \; x_3 = \quad .$

Проверка

Первое уравнение: $(12)\cdot(\;) + (4)\cdot(\;) + (1)\cdot(\;) = 41\,.$

Второе уравнение: $(2)\cdot(\;) + (-4)\cdot(\;) + (-2)\cdot(\;) = 14\,.$

Третье уравнение: $(1)\cdot(\;) + (1)\cdot(\;) + (3)\cdot(\;) = 5\,.$

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4a

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 13 & 3 & 14 \\ 3 & -5 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 13 & 3 & 14 \\ 3 & -5 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 10 \\ 1 & -3 & -4 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 10 \\ 1 & -3 & -4 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5а

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$, *а* X *— неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5а.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{\ } \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{\ } \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 1 & 0 \\ 6 & -9 & 1 & -4 \\ 6 & 35 & -1 & 12 \\ 12 & -40 & 3 & -16 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг = .

Выборочная проверка

Ранг = введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 31 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 14\,x_3 = 110 \\ 20\,x_1 + 71\,x_2 + 41\,x_3 = 314 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 =\quad,\ x_2 =\quad,\ x_3 =\quad.$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot\quad+(7)\cdot\quad+(4)\cdot\quad=31\,.$

Второе уравнение: $(7)\cdot\quad+(25)\cdot\quad+(14)\cdot\quad=110\,.$

Третье уравнение: $(20)\cdot\quad+(71)\cdot\quad+(41)\cdot\quad=314\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 31 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 14\,x_3 = 110 \\ 25\,x_1 + 89\,x_2 + 50\,x_3 = 392 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (7) \cdot \qquad + (4) \cdot x_3 = 31\,.$

Второе уравнение: $(7) \cdot \qquad + (25) \cdot \qquad + (14) \cdot x_3 = 110\,.$

Третье уравнение: $(25) \cdot \qquad + (89) \cdot \qquad + (50) \cdot x_3 = 392\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1: введи Клик

K_2 введи Клик

B_2: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 4\,x_3 = 31 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 14\,x_3 = 110 \\ 25\,x_1 + 89\,x_2 + 50\,x_3 = 393 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -43 & 8 & 26 \\ -98 & 19 & 58 \\ -49 & 8 & 32 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -43 & 8 & 26 \\ -98 & 19 & 58 \\ -49 & 8 & 32 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -43 & 8 & 26 \\ -98 & 19 & 58 \\ -49 & 8 & 32 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -43 & 8 & 26 \\ -98 & 19 & 58 \\ -49 & 8 & 32 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & -4 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 12 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 3 \\ 2 & -5 & 8 & 0 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} 12\,x_1 & + & 4\,x_2 & + & 1\,x_3 & = & 41 \\ 2\,x_1 & - & 4\,x_2 & - & 2\,x_3 & = & 14 \\ 1\,x_1 & + & 1\,x_2 & + & 3\,x_3 & = & 5 \end{array} \right.$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 13 & 3 & 14 \\ 3 & -5 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 13 & 3 & 14 \\ 3 & -5 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 & + & 7\,x_2 & + & 4\,x_3 & = & 31 \\ 7\,x_1 & + & 25\,x_2 & + & 14\,x_3 & = & 110 \\ 20\,x_1 & + & 71\,x_2 & + & 41\,x_3 & = & 314 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 & + & 7\,x_2 & + & 4\,x_3 & = & 31 \\ 7\,x_1 & + & 25\,x_2 & + & 14\,x_3 & = & 110 \\ 25\,x_1 & + & 89\,x_2 & + & 50\,x_3 & = & 392 \end{cases}$$

$x_1 =$ $\cdot x_3 +$, $x_2 =$ $\cdot x_3 +$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 & + & 7\,x_2 & + & 4\,x_3 & = & 31 \\ 7\,x_1 & + & 25\,x_2 & + & 14\,x_3 & = & 110 \\ 25\,x_1 & + & 89\,x_2 & + & 50\,x_3 & = & 393 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -43 & 8 & 26 \\ -98 & 19 & 58 \\ -49 & 8 & 32 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи Клик

Задача 7а.

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи Клик

B_1 введи Клик

K_2 введи Клик

B_2 введи Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\vec{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 31

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1

Заданы матрицы A *и* B. *Найти произведения* $X = AB$, $Y = BA$, $Z = AC$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & -4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П1.

Ответ

$AB =$, $BA =$, $AC =$.

Выборочная проверка

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 2

Найти определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 12 & 4 & 1 & 0 \\ 4 & -4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & -5 & 8 & -3 \end{vmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П2.

Ответ

$\Delta_1 =$, $\Delta_2 =$,

$\Delta_3 =$, $\Delta_4 =$,

$$\Delta = (12)\cdot\Delta_1 - (4)\cdot\Delta_2 + (1)\cdot\Delta_3 - (0)\cdot\Delta_4 =$$
$$= (12)\cdot \quad - (4)\cdot \quad + (1)\cdot \quad - (0)\cdot \quad = \quad .$$

Выборочная проверка

Ответ Δ_1: введи _____ Клик

Ответ Δ_2: введи _____ Клик

Ответ Δ_3: введи _____ Клик

Ответ Δ_4: введи _____ Клик

Ответ Δ: введи _____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 3

Решить систему методом Крамера.

$$\begin{cases} 12\,x_1 & + & 4\,x_2 & + & 1\,x_3 & = & 41 \\ 4\,x_1 & - & 4\,x_2 & - & 2\,x_3 & = & 22 \\ 1\,x_1 & + & 1\,x_2 & + & 0\,x_3 & = & 2 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примера П3.

Ответ

$\Delta =\quad ,\ x_1 =\quad ,\ x_2 =\quad ,\ x_3 =\quad .$

Проверка

Первое уравнение: $(12)\cdot(\ )+(4)\cdot(\quad)+(1)\cdot(\ )=41\,.$

Второе уравнение: $(4)\cdot(\ )+(-4)\cdot(\quad)+(-2)\cdot(\ )=22\,.$

Третье уравнение: $(1)\cdot(\ )+(1)\cdot(\quad)+(0)\cdot(\ )=2\,.$

Выборочная проверка

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4а

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 13 & 3 & 14 \\ 5 & -5 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 13 & 3 & 14 \\ 5 & -5 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б

Найти обратную матрицу A^{-1} *к матрице*

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 10 \\ 3 & -3 & -4 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П4а.

Ответ

$\Delta =$ $T =$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$$

Проверка

$$A \cdot T = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 10 \\ 3 & -3 & -4 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \qquad =$$

— должно быть $\Delta \cdot E = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5a

Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5a.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\qquad\qquad}_{X} =$$

$$= \frac{1}{} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \qquad = \frac{1}{} \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 5б

Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, *где* $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, *а* X — *неизвестная матрица* 2×2.

Решение

Действуем по образцу Примера П5б.

Ответ

$\Delta = \det A =$, $T =$,

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T = \qquad = \qquad ,$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T = \qquad = \qquad .$$

Проверка

$$X \cdot A = \underbrace{\qquad\qquad}_{X} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\ } \cdot \qquad = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = B.$$

Выборочная проверка

дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 1 & 0 \\ 8 & -9 & 1 & -4 \\ 0 & 35 & -1 & 12 \\ 20 & -40 & 3 & -16 \end{pmatrix}$.

Решение

Действуем по образцу Примера П6.

Ответ

Ранг $=$.

Выборочная проверка

Ранг $=$ введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7а

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 & + & 7\,x_2 & + & 6\,x_3 & = & 39 \\ 7\,x_1 & + & 25\,x_2 & + & 21\,x_3 & = & 138 \\ 20\,x_1 & + & 71\,x_2 & + & 61\,x_3 & = & 395 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad, \; x_2 = \quad, \; x_3 = \quad.$

Проверка

Первое уравнение: $(2)\cdot \quad + (7)\cdot \quad + (6)\cdot \quad = 39\,.$

Второе уравнение: $(7)\cdot \quad + (25)\cdot \quad + (21)\cdot \quad = 138\,.$

Третье уравнение: $(20)\cdot \quad + (71)\cdot \quad + (61)\cdot \quad = 395\,.$

Выборочная проверка

Ответ x_1: введи Клик

Ответ x_2: введи Клик

Ответ x_3: введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7б

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 39 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 138 \\ 25\,x_1 + 89\,x_2 + 75\,x_3 = 492 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad , \quad x_3$ произвольно.

Проверка

Первое уравнение: $(2) \cdot \qquad + (7) \cdot \qquad + (6) \cdot x_3 = 39\,.$

Второе уравнение: $(7) \cdot \qquad + (25) \cdot \qquad + (21) \cdot x_3 = 138\,.$

Третье уравнение: $(25) \cdot \qquad + (89) \cdot \qquad + (75) \cdot x_3 = 492\,.$

Для всех трех уравнений, члены с x_3 взаимно сокращаются, а члены, не содержащие x_3, дают в сумме правую часть уравнения. □

Выборочная проверка

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ____ Клик

B_1: введи ____ Клик

K_2 введи ____ Клик

B_2: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 7в

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2\,x_1 & + & 7\,x_2 & + & 6\,x_3 & = & 39 \\ 7\,x_1 & + & 25\,x_2 & + & 21\,x_3 & = & 138 \\ 25\,x_1 & + & 89\,x_2 & + & 75\,x_3 & = & 493 \end{cases}$$

Решение

Действуем по образцу Примеров П7а, П7б, П7в.

Ответ

Выборочная проверка

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 8

Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -78 & 10 & 28 \\ -174 & 23 & 62 \\ -168 & 20 & 62 \end{pmatrix}.$$

Решение

Действуем по образцу Примера П8.

Ответ

Характеристическое уравнение $\qquad = 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 = \quad$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 = \quad$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 = \quad$.

Проверка

$$A \cdot \overrightarrow{a_1} = \begin{pmatrix} -78 & 10 & 28 \\ -174 & 23 & 62 \\ -168 & 20 & 62 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_1 \cdot \overrightarrow{a_1}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_2} = \begin{pmatrix} -78 & 10 & 28 \\ -174 & 23 & 62 \\ -168 & 20 & 62 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_2 \cdot \overrightarrow{a_2}$$

$$A \cdot \overrightarrow{a_3} = \begin{pmatrix} -78 & 10 & 28 \\ -174 & 23 & 62 \\ -168 & 20 & 62 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = z_3 \cdot \overrightarrow{a_3}$$

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Выборочная проверка

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**, $z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи ____ Клик

собственное значение z_2 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи ____ Клик

собственное значение z_3 введи ____ Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & -4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ. $AB =$, $BA =$

Задача 2. $\Delta = \begin{vmatrix} 12 & 4 & 1 & 0 \\ 4 & -4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & -5 & 8 & -3 \end{vmatrix} =$, , , ,

Задача 3. $\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} 12\,x_1 & + & 4\,x_2 & + & 1\,x_3 & = & 41 \\ 4\,x_1 & - & 4\,x_2 & - & 2\,x_3 & = & 22 \\ 1\,x_1 & + & 1\,x_2 & + & 0\,x_3 & = & 2 \end{array} \right.$

$\Delta =$, $x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$.

Задача 4а. $A = \begin{pmatrix} 13 & 3 & 14 \\ 5 & -5 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 4б. $A = \begin{pmatrix} 13 & 3 & 14 \\ 5 & -5 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. $\Delta =$. $T =$

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot T =$

Задача 5а. $A \cdot X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{\Delta} \cdot T \cdot B =$ $=$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 5б. $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$,

Ответ. $\Delta = \det A =$, $T =$, $A^{-1} =$ $=$,

$X = B \cdot A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot B \cdot T =$ $=$.

Задача 7а.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 39 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 138 \\ 20\,x_1 + 71\,x_2 + 61\,x_3 = 395 \end{cases}$$

$x_1 =$, $x_2 =$, $x_3 =$

Задача 7б.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 39 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 138 \\ 25\,x_1 + 89\,x_2 + 75\,x_3 = 492 \end{cases}$$

$x_1 = \quad \cdot x_3 + \quad$, $x_2 = \quad \cdot x_3 + \quad$, x_3 произвольно.

Задача 7в.

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 + 6\,x_3 = 39 \\ 7\,x_1 + 25\,x_2 + 21\,x_3 = 138 \\ 25\,x_1 + 89\,x_2 + 75\,x_3 = 493 \end{cases}$$

Задача 8. $A = \begin{pmatrix} -78 & 10 & 28 \\ -174 & 23 & 62 \\ -168 & 20 & 62 \end{pmatrix}$.

, Характеристическое уравнение $= 0$

Собственный вектор $\overrightarrow{a_1} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_1 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_2} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_2 =$.

Собственный вектор $\overrightarrow{a_3} = (\ , \ , \ )$ с собственным значением $z_3 =$.

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 1.

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы $X = AB$: введи ____ Клик

Элемент y_{11} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{12} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{13} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{21} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{22} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{23} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{31} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{32} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Элемент y_{33} матрицы $Y = BA$: введи ____ Клик

Задача 2.

Ответ Δ_1: введи ____ Клик

Ответ Δ_2: введи ____ Клик

Ответ Δ_3: введи ____ Клик

Ответ Δ_4: введи ____ Клик

Ответ Δ: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 3.

Ответ Δ: введи ____ Клик

Ответ x_1: введи ____ Клик

Ответ x_2: введи ____ Клик

Ответ x_3: введи ____ Клик

Задача 4а.

Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 4б. Определитель Δ: введи ____ Клик

Элемент t_{11} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{12} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{13} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{21} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{22} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{23} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{31} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{32} матрицы T: введи ____ Клик

Элемент t_{33} матрицы T: введи ____ Клик

Задача 5а. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

Задача 5б. Дробные числа вводятся в формате 1.23

Определитель $\Delta = \det A$: введи ____ Клик

Элемент x_{11} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{12} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{21} матрицы X: введи ____ Клик

Элемент x_{22} матрицы X: введи ____ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

Задача 6.

Ранг = введи ______ Клик

Задача 7а.

Ответ x_1 : введи ______ Клик

Ответ x_2 : введи ______ Клик

Ответ x_3 : введи ______ Клик

Задача 7б.

Записать выражения для неизвестных x_1 и x_2 через x_3 в виде

$$x_1 = K_1 \cdot x_3 + B_1 \quad \text{и} \quad x_2 = K_2 \cdot x_3 + B_2$$

K_1 введи ______ Клик

B_1 введи ______ Клик

K_2 введи ______ Клик

B_2 введи ______ Клик

Задача 7в.

В следующую форму введи 1 если система совместна и 0 если она несовместна.

введи ______ Клик

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 8.

Нумеруем собственные значения в порядке возрастания, **например**,
$z_1 = -2,\ z_2 = 3,\ z_3 = 5$.

собственное значение z_1 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_1}$ введи Клик

собственное значение z_2 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_2}$ введи Клик

собственное значение z_3 введи Клик

координата a_{11} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

координата a_{12} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

координата a_{13} собст. вектора $\overrightarrow{a_3}$ введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹

огл ⟸