

Формулы, задачи и индивидуальные задания
по курсу теории вероятностей.

*Дистанционный интерактивный обучающий комплекс
для студентов ИЭФ*

проф. В. Г. Кановой

28 ноября 2015 г.

Целью настоящего обучающего комплекса является выработка у студентов ИЭФ МИИТ умения решать задачи вводного курса теории вероятностей. Обучающий комплекс состоит из трех частей.

1. Обучающая часть, содержащая основные формулы раздела «теория вероятностей», а также примеры на использование этих формул.
2. Таблицы.
3. 32 варианта индивидуальных заданий для студентов, из которых
 - вариант 0 с ответами дается как образец оформления работы;
 - варианты 1 — 31 предназначены для самостоятельной работы студентов. Каждый вариант содержит 5 отдельных (и не повторяющихся между вариантами) задач, для которых просчитаны ответы, а также просчитаны наиболее существенные промежуточные результаты вычислений;
 - дополнительно для преподавателя дается сводка всех ответов по каждому варианту.

Эти части сведены в три файла формата pdf, а именно:

- 1) файл для преподавателя **stat-full.pdf**, содержащий части 1, 2, 3 с ответами по всем вариантам;
- 2) файл для студентов **stat-stud.pdf**, содержащий части 1 и 2 и часть 3 со всеми вариантами, но без ответов (кроме варианта 0, который приведен с ответами);
- 3) краткий файл для преподавателя **stat-svodka.pdf**, содержащий часть 3 с ответами ко всем вариантам — его при необходимости можно распечатать для использования при проверке решенных заданий в аудитории традиционного типа вне доступа к компьютеру.

Особенностями настоящего обучающего комплекса является применение ориентированных на пользователя (студента) современных компьютерных технологий, таких, как:

- технологии **power point / beamer**, обеспечивающие современный стиль презентации как в варианте самостоятельной работы студента на компьютере, так и в варианте аудиторного занятия с проектором;
- технологии **hyperref** для облегчения просмотра пособия;
- интерактивные технологии заполняемых форм **JavaScript** для самостоятельной проверки студентами на компьютере результатов своих вычислений;
- технологии **forms data format** для отправки окончательных или промежуточных результатов выполнения задания на проверку, на адрес email по указанию преподавателя.

Дополнительным эффектом обучающего комплекса является отработка навыков работы с заполняемыми формами для проверки результатов, в частности, практика приведения математических данных (формулы, числа) к форме, принятой в языках программирования.

Самостоятельная работа с пособием и выполнение варианта предполагают доступ студента к современному компьютеру, содержащему стандартный инженерный калькулятор (или иную вычислительную программу) и программу Adobe Reader для чтения файлов формата pdf и заполнения форм для проверки результатов (имеется в бесплатном доступе для загрузки и установки).

[возврат](#) 

[оглавление](#)

[табл. производных](#)

Содержание курса

- 1 Комбинаторика
- 2 Основные понятия теории вероятностей
- 3 Алгебра событий
- 4 Условная вероятность и независимые события
- 5 Формула полной вероятности и формула Байеса
- 6 Повторные испытания
- 7 Теоремы Муавра – Лапласа
- 8 Дискретные случайные величины
- 9 Биномиальный закон распределения
- 10 Закон распределения Пуассона
- 11 Закон больших чисел, неравенство Чебышева
- 12 Системы двух дискретных случайных величин
- 13 Условное распределение и корреляция дискретных случайных величин
- 14 Непрерывные случайные величины
- 15 Равномерное распределение
- 16 Нормальное распределение
- 17 Показательное распределение
- 18 Системы 2х непрерывных случайных величин
- 19 Выделение составляющих и корреляция
- 20 Равномерное распределение на прямоугольнике

Приложения: таблицы

- 30 Таблица 1: функция φ
- 32 Таблица 2: функция Φ
- 34 Таблица 12: распределение Пуассона

21 Указания для студентов

Индивидуальные задания

- 22 Вариант 0

- 23 Вариант 1
- 24 Вариант 2
- 25 Вариант 3
- 26 Вариант 4
- 27 Вариант 5
- 28 Вариант 6
- 29 Вариант 7
- 30 Вариант 8
- 31 Вариант 9
- 32 Вариант 10
- 33 Вариант 11
- 34 Вариант 12
- 35 Вариант 13
- 36 Вариант 14
- 37 Вариант 15
- 38 Вариант 16
- 39 Вариант 17
- 40 Вариант 18
- 41 Вариант 19
- 42 Вариант 20
- 43 Вариант 21
- 44 Вариант 22
- 45 Вариант 23
- 46 Вариант 24
- 47 Вариант 25
- 48 Вариант 26
- 49 Вариант 27
- 50 Вариант 28
- 51 Вариант 29

52 Вариант 30

53 Вариант 31

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Введение в теорию вероятностей

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Правило 1 (факториал)

$n! = \underbrace{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n}_{n \text{ множителей}}$ (факториал), в частности,

$$1! = 1, \quad 2! = 1 \cdot 2 = 2, \quad 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6, \quad 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24,$$

и так далее. Отдельно $0! = 1$.

Правило 2 (комбинаторика)

Пусть $0 \leq m \leq n$. Тогда

$$C_n^m = \frac{n!}{m! \cdot (n-m)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-m+2) \cdot (n-m+1)}{m!} \quad \text{— сочетания из } n \text{ по } m;^a$$

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = \underbrace{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-m+2) \cdot (n-m+1)}_{m \text{ множителей от } n \text{ вниз}} \quad \text{— размещения из } n \text{ по } m$$

^aВ числителе и знаменателе дроби стоит по m множителей.

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

[возврат](#) 

[огл](#) 

Правило 3 (вероятность)

Если все исходы равновероятны, то

$$\mathbb{P}(A) = \frac{N(A)}{N} - \text{вероятность события } A$$

где N — число всех исходов, а $N(A)$ — число исходов, которые благоприятны для события A .

[возврат](#) 

[огл](#) 

Правило 4 (достоверные и невозможные события)

Событие A **достоверно**, если его вероятность равна 1: $\mathbb{P}(A) = 1$.

Событие A **невозможно**, если его вероятность равна 0: $\mathbb{P}(A) = 0$.

Правило 5 (противоположное событие)

Вероятность противоположного события

$$\mathbb{P}(\bar{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$$

дополняет вероятность исходного события до единицы.

Достоверные и невозможные события взаимно противоположны.

Правило 6 (вероятность суммы событий)

$$\mathbb{P}(A + B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cdot B).$$

Правило 7 (сумма несовместных событий)

События A, B **несовместны**, если событие $A \cdot B$ невозможно, то есть $\mathbb{P}(A \cdot B) = 0$. В противном случае, события **совместны**.

Если события A, B несовместны, то

$$\mathbb{P}(A + B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B).$$

Если события A_1, \dots, A_n попарно несовместны, то

$$\mathbb{P}(A_1 + \dots + A_n) = \mathbb{P}(A_1) + \dots + \mathbb{P}(A_n).$$

[возврат](#) [огл](#) **Правило 8 (условная вероятность)**

Если все исходы равновероятны, то

$$\mathbb{P}_A(B) = \frac{\mathbb{P}(A \cdot B)}{\mathbb{P}(A)} = \frac{N(A \cdot B)}{N(A)} \quad \text{— условная вероятность } B \text{ при условии } A$$

где $N(A)$ — число исходов, которые благоприятны для события A , а $N(A \cdot B)$ — число исходов, которые благоприятны для события $A \cdot B$.

Правило 9 (вероятность произведения событий)

Вероятность произведения

$$\mathbb{P}(A \cdot B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}_A(B).$$

двух событий равна произведению вероятности первого события на условную вероятность второго при условии, что первое событие уже наступило.

Правило 10 (независимые события)

События A, B **независимы**, когда

$$\mathbb{P}(A \cdot B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B), \quad \text{или, что равносильно, } \mathbb{P}_A(B) = \mathbb{P}(B).$$

Вероятность произведения **независимых** событий равна произведению их вероятностей, а условная вероятность равна безусловной.

Правило 11 (вероятность появления хотя бы одного события)

Если события A_1, A_2, \dots, A_n независимы, то

$$\mathbb{P}(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = 1 - (\mathbb{P}(\overline{A_1}) \cdot \mathbb{P}(\overline{A_2}) \cdot \dots \cdot \mathbb{P}(\overline{A_n}))$$

— вероятность появления хотя бы одного из событий A_1, A_2, \dots, A_n .

[возврат](#) [огл](#) 

[возврат](#) [огл](#) 

Правило 12 (формула полной вероятности)

Если события H_1, H_2, \dots, H_n образуют **полную группу**, то есть

- 1) $H_1 + H_2 + \dots + H_n$ — достоверное событие, и
- 2) события H_1, H_2, \dots, H_n попарно несовместны,

то

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \dots + \mathbb{P}_{H_n}(A) \cdot \mathbb{P}(H_n),$$

то есть полная вероятность события равна сумме условных вероятностей, помноженных на вероятности гипотез.

Правило 13 (формула Байеса)

В тех же условиях,

$$\mathbb{P}_A(H_k) = \frac{\mathbb{P}_{H_k}(A) \cdot \mathbb{P}(H_k)}{\mathbb{P}(A)}.$$

[возврат](#) [огл](#) 

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Правило 14 (формула Бернулли)

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (k+2) \cdot (k+1)}{k!} \cdot p^k \cdot q^{n-k},$$

где n — число независимых испытаний,

p — вероятность успеха в одном испытании,

$q = 1 - p$ — вероятность неудачи в одном испытании,

$P_n(k)$ — вероятность ровно k успехов в серии из n независимых испытаний.

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

[возврат](#) [ОГЛ](#) **Правило 15 (локальная формула Лапласа)**

$$P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x), \quad ^a$$

где n — число независимых испытаний,

p — вероятность успеха в одном испытании,

$q = 1 - p$ — вероятность неудачи в одном испытании,

$P_n(k)$ — вероятность ровно k успехов в серии из n независимых испытаний,

$$x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}},$$

φ — особая табулированная функция (таблица стр. [30](#)).

^a Это равенство — приближенное, и оно тем более точно, чем больше число испытаний n .

Правило 16 (интегральная формула Лапласа)

$$P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1), \quad ^a$$

где n — число независимых испытаний,

p — вероятность успеха в одном испытании,

$q = 1 - p$ — вероятность неудачи в одном испытании,

$P_n(k_1, k_2)$ — вероятность того, что число k успехов в серии из n независимых испытаний удовлетворяет неравенству $k_1 \leq k \leq k_2$,

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} \quad \text{и} \quad x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}},$$

Φ — особая табулированная функция (таблица стр. [32](#)).

^a Это равенство — приближенное, и оно тем более точно, чем больше число испытаний n .

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

возврат \Rightarrow

ОГЛ \Leftarrow

Дискретные случайные величины

возврат \Rightarrow

ОГЛ \Leftarrow

Правило 17 (ряд распределения дискретной СВ)

Дискретной случайной величиной (СВ) называется величина, принимающая числовые значения с определенными вероятностями.

значение x случайной величины X	x_1	x_2	x_3	\dots	x_n
вероятность p этого значения	p_1	p_2	p_3	\dots	p_n

$$p_k = \mathbb{P}(X = x_k)$$

Условия: 1) $p_k \geq 0$, 2) $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = 1$.

Правило 18 (математическое ожидание дискретной СВ)

$$\mathbb{M}(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + \dots + x_n p_n.$$

Математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$ дискретной СВ равно сумме всех ее значений, помноженных на соответствующий вероятности.

Правило 19 (дисперсия и среднее квадратичное отклонение)

$$\mathbb{D}(X) = \mathbb{M}((X - \mathbb{M}(X))^2) = \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 - \text{дисперсия}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} - \text{среднее квадратичное отклонение}$$

Дисперсия любой СВ равна математическому ожиданию ее квадрата минус квадрат ее математического ожидания. Среднее квадратичное отклонение равно квадратному корню из дисперсии.

Правило 20 (дисперсия дискретной СВ)

$$\mathbb{D}(X) = \underbrace{x_1^2 p_1 + x_2^2 p_2 + x_3^2 p_3 + \dots + x_n^2 p_n}_{\mathbb{M}(X^2)} - (\mathbb{M}(X))^2.$$

[возврат](#) [ОГЛ](#) **Правило 21 (биномиальный закон распределения)**

Биномиальный закон распределения задается рядом

значение x случайной величины X	0	1	2	...	$n - 1$	n
вероятность p этого значения	P_0	P_1	P_2	...	P_{n-1}	P_n

где $P_k = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$, n — число независимых испытаний, p — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p$ — вероятность неудачи,а случайная величина X равна числу успехов в серии из n испытаний.**Правило 22****(математическое ожидание и дисперсия биномиальной СВ)**

$$M(X) = np \quad \text{и} \quad D(X) = npq.$$

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

[возврат](#) 

[огл](#) 

Правило 23 (закон распределения Пуассона)

Закон распределения Пуассона с параметром λ задается бесконечным рядом

значение x случайной величины X	0	1	2	...	k	...
вероятность p этого значения	P_0	P_1	P_2	...	P_k	...

где $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$.

Для приложений, следует брать $\lambda = np$, где

n — число независимых испытаний,

p — вероятность успеха в одном испытании,

а случайная величина X равна числу успехов в серии из n испытаний.

Применяется только в случае, когда $\lambda = np < 10$ и n велико.

Правило 24

(математическое ожидание и дисперсия СВ Пуассона)

$$M(X) = \lambda \quad \text{и} \quad D(X) = \lambda.$$

[возврат](#) 

[огл](#) 

возврат \Rightarrow

ОГЛ \Leftarrow

Правило 25 (закон больших чисел)

Вероятность того, что отклонение случайной величины X от ее математического ожидания по абсолютной величине меньше положительного числа ε , не меньше чем значение $1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}$:

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

возврат \Rightarrow

ОГЛ \Leftarrow

Правило 26 (таблица распределения системы дискретных СВ)

Две СВ, объединенные в систему, принимают определенные значения (т. е. пары значений) с определенными вероятностями.

значения СВ $X \downarrow$ и $Y \rightarrow$	y_1	y_2	y_3	\dots	y_n
x_1	p_{11}	p_{12}	p_{13}	\dots	p_{1n}
x_2	p_{21}	p_{22}	p_{23}	\dots	p_{2n}
x_3	p_{31}	p_{32}	p_{33}	\dots	p_{3n}
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
x_m	p_{m1}	p_{m2}	p_{m3}	\dots	p_{mn}

$$p_{ik} = \mathbb{P}(X = x_i, Y = y_k)$$

Условия: 1) $p_{ik} \geq 0$, 2) $\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n p_{ik} = 1$.

Правило 27 (выделение составляющих СВ из системы)

Ряды распределения для самих СВ X и Y вычисляются так.

значение x случайной величины X	x_1	x_2	x_3	\dots	x_m
вероятность p этого значения	p_1	p_2	p_3	\dots	p_m

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + \dots + p_{in}$ — сумма по строке i таблицы 26.

значение y случайной величины Y	y_1	y_2	y_3	\dots	y_n
вероятность q этого значения	q_1	q_2	q_3	\dots	q_n

$q_k = p_{1k} + p_{2k} + p_{3k} + \dots + p_{mk}$ — сумма по столбцу k таблицы 26.

Математические ожидания $\mathbb{M}(X)$, $\mathbb{M}(Y)$, дисперсии $\mathbb{D}(X)$, $\mathbb{D}(Y)$, средние квадратичные отклонения $\sigma(X)$, $\sigma(Y)$ случайных величин X, Y можно найти по формулам правил 18, 20, 19.

Правило 28 (условное распределение СВ в системе)

Если система двух дискретных СВ задана таблицей распределения по правилу 26, то ряды условных распределений для СВ $X/Y = y_k$ и $Y/X = x_i$ вычисляются так.

значение x случайной величины $X/Y = y_k$	x_1	x_2	x_3	...	x_m
вероятность p этого значения	p_1	p_2	p_3	...	p_m

$$p_i = \frac{p_{ik}}{p_{1k} + p_{2k} + p_{3k} + \dots + p_{mk}}$$

В знаменателе стоит сумма по столбцу k таблицы правила 26.

Правило 29 (корреляция: общая формула)

Коэффициент корреляции СВ X и Y вычисляется по формуле

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}}$$

Правило 30 (корреляция дискретных СВ)

Если система двух дискретных СВ задана таблицей распределения по правилу 26, то коэффициент корреляции СВ X и Y вычисляется по формуле правила 29, в которой:

- математические ожидания $\mathbb{M}(X)$, $\mathbb{M}(Y)$ и дисперсии $\mathbb{D}(X)$, $\mathbb{D}(Y)$ случайных величин X , Y вычисляются по правилам 18 и 20 на основе рядов распределения по правилу 27,
- величина $\mathbb{M}(X \cdot Y)$ вычисляется по формуле

$$\mathbb{M}(X \cdot Y) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n x_i \cdot y_k \cdot p_{ik}$$

на основе таблицы правила 26.

Непрерывные случайные величины

Правило 31 (распределение и плотность непрерывной СВ)

Непрерывная СВ X характеризуется:

- функцией распределения $F(x) = \mathbb{P}(X < x)$,
- функцией плотности $f(x) = F'(x)$ — тогда $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$.

Свойства: 1) $f(x) \geq 0$, 2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$.

Правило 32 (вероятность попадания в заданный интервал)

$$\mathbb{P}(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x)dx.$$

Правило 33 (непрерывная СВ на отрезке)

Непрерывная СВ X концентрируется на отрезке $a \leq x \leq b$, если $f(x) = 0$ при $x < a$ и при $x > b$, и

$$\int_a^b f(x)dx = 1.$$

Правило 34 (математическое ожидание и дисперсия)

$$\mathbb{M}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx, \quad \mathbb{D}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - (\mathbb{M}(X))^2.$$

Если СВ X концентрируется на отрезке $a \leq x \leq b$, то

$$\mathbb{M}(X) = \int_a^b xf(x)dx, \quad \mathbb{D}(X) = \int_a^b x^2 f(x)dx - (\mathbb{M}(X))^2.$$

В обоих случаях $\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)}$.

Правило 35 (равномерное распределение)

Равномерное распределение СВ X на отрезке $a \leq x \leq b$ характеризуется:

$$\text{плотностью } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

$$\text{функцией распределения } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{при } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{при } x > b \end{cases}$$

Математическое ожидание $\mathbb{M}(X) = \frac{a+b}{2}$, дисперсия $\mathbb{D}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$.

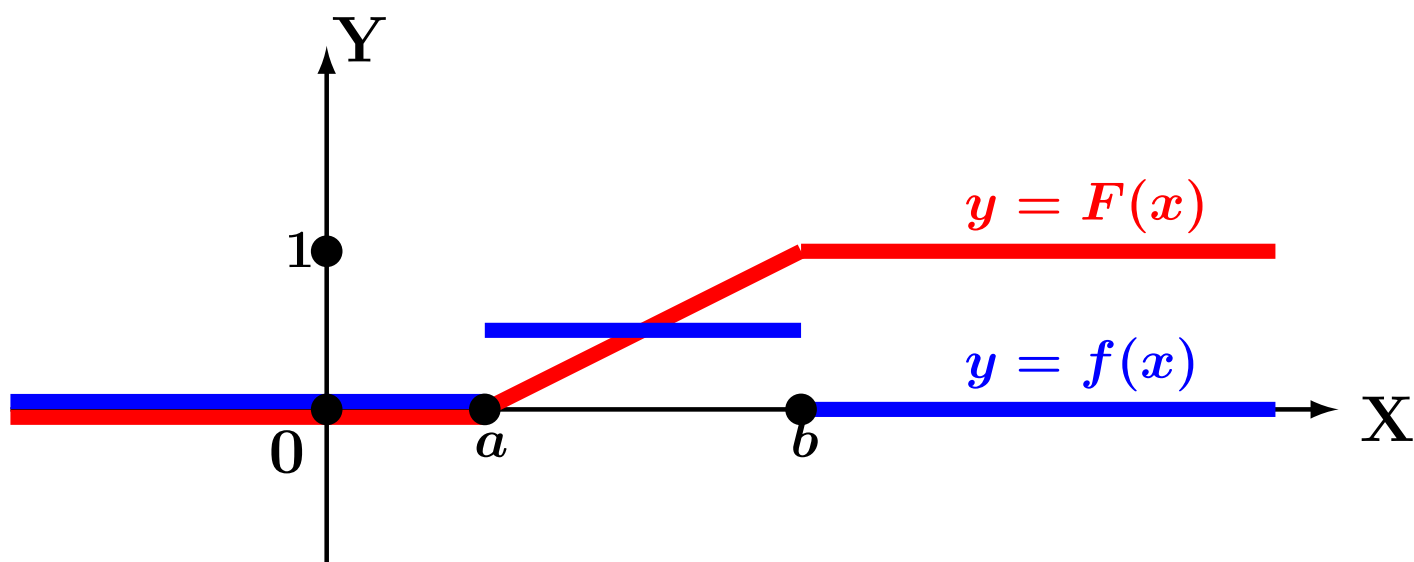


Рис.: Равномерное распределение.

Правило 36 (нормальное распределение)

Нормальное распределение СВ X с параметрами a, σ характеризуется:

плотностью $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$;

функцией распределения $F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx$.

Математическое ожидание $M(X) = a$, дисперсия $D(X) = \sigma^2$.

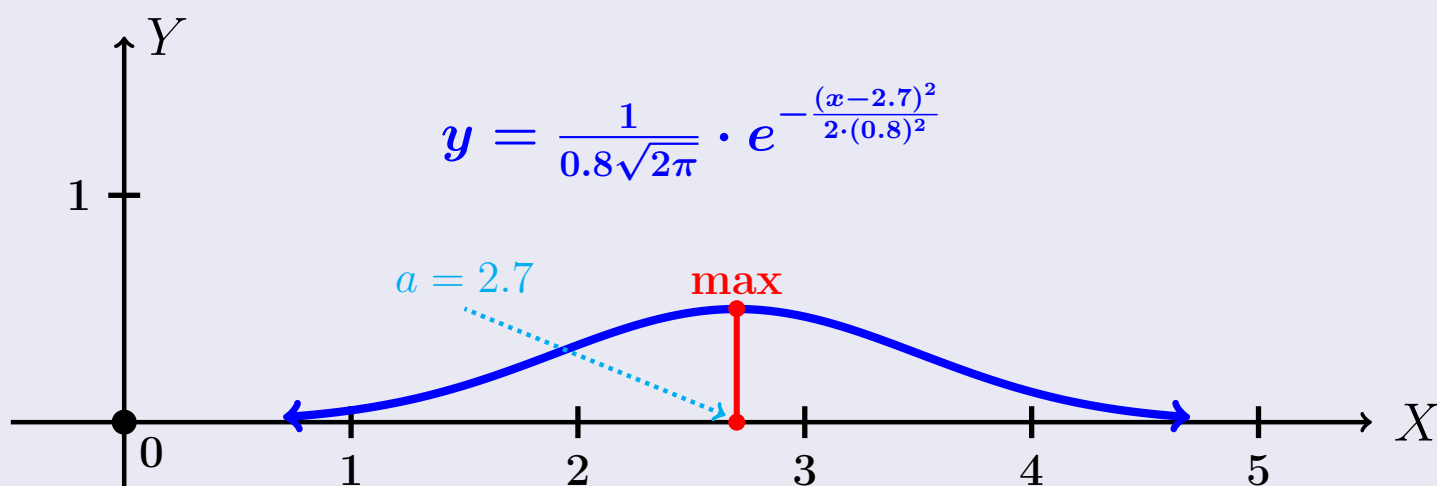


Рис.: Плотность нормального распределения, $a = 2.7$, $\sigma = 0.8$.

Правило 37 (Вероятность попадания в интервал)

$$\mathbb{P}(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx = \Phi\left(\frac{x_2-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1-a}{\sigma}\right),$$

где Φ — табулированная функция Лапласа (таблица стр. [32](#)).

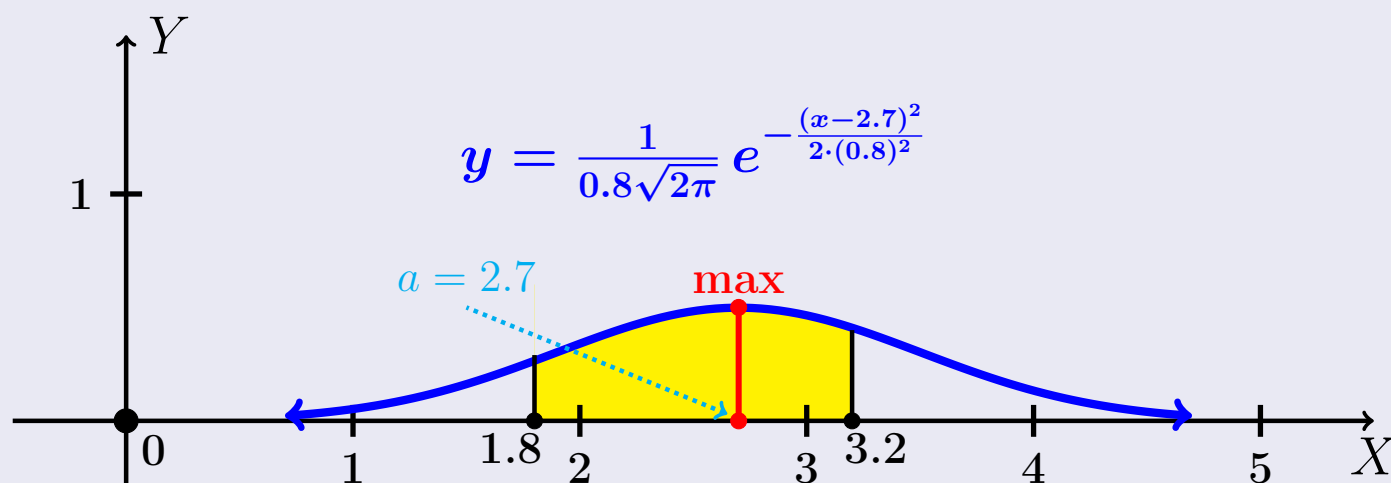


Рис.: $a = 2.7$, $\sigma = 0.8$. $\mathbb{P}(1.8 \leq X \leq 3.2)$ есть площадь залитая желтым.

возврат \Rightarrow ОГЛ \Leftarrow **Правило 38 (показательное распределение)**

Показательное распределение СВ X с параметром λ характеризуется:

плотностью $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$

функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$

Математическое ожидание $\mathbb{M}(X) = \frac{1}{\lambda}$,

дисперсия $\mathbb{D}(X) = \frac{1}{\lambda^2}$,

вероятность попадания в интервал $\mathbb{P}(x_1 \leq X \leq x_2) = e^{-\lambda x_1} - e^{-\lambda x_2}$.

возврат \Rightarrow ОГЛ \Leftarrow

[возврат](#) \Rightarrow [ОГЛ](#) \Leftarrow **Правило 39 (распределение и плотность)**

Система 2х непрерывных СВ X, Y характеризуется:

- двумерной функцией плотности $f(x, y)$,
- двумерной функцией распределения

$$F(x, y) = \mathbb{P}(X < x, Y < y) = \int_{-\infty}^y \int_{-\infty}^x f(x, y) dx dy.$$

Свойства: 1) $f(x, y) \geq 0$, 2) $\int \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy = 1$.

Правило 40 (вероятность попадания в прямоугольник)

$$\mathbb{P}(x_1 \leq X \leq x_2, y_1 \leq Y \leq y_2) = F(x_2, y_2) - F(x_1, y_1) = \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} f(x, y) dx dy.$$

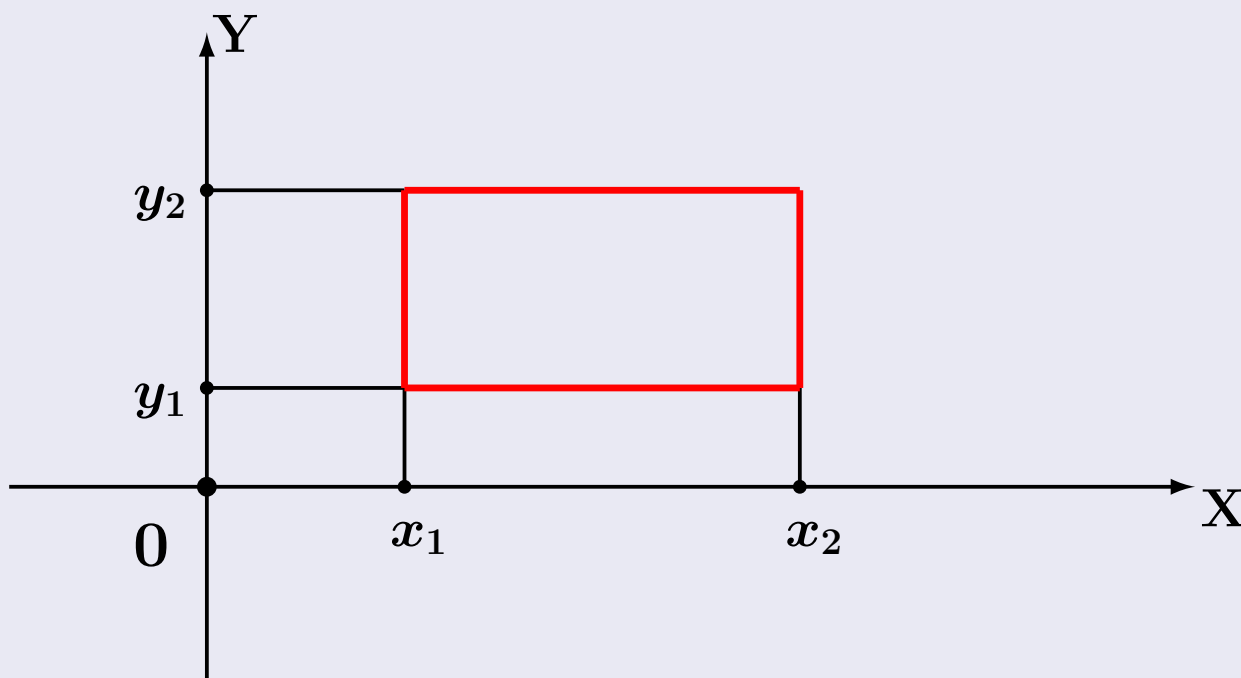


Рис.: Прямоугольник $x_1 \leq x \leq x_2, y_1 \leq y \leq y_2$.

[возврат](#) \Rightarrow [ОГЛ](#) \Leftarrow

Правило 41 (выделение составляющих СВ из системы)

Если система двух непрерывных СВ задана двумерной функцией плотности $f(x, y)$ по правилу [39](#), то функции плотности для составляющих СВ X и Y вычисляются так:

$$f_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy, \quad f_2(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx. \quad (1)$$

Математические ожидания $\mathbb{M}(X)$, $\mathbb{M}(Y)$, дисперсии $\mathbb{D}(X)$, $\mathbb{D}(Y)$, средние квадратичные отклонения $\sigma(X)$, $\sigma(Y)$ СВ X, Y можно найти по формулам правил [34](#), [19](#).

Правило 42 (корреляция непрерывных СВ)

Если система двух непрерывных СВ задана двумерной функцией плотности по правилу [39](#), то коэффициент корреляции СВ X и Y вычисляется по формуле правила [29](#), в которой:

- математические ожидания $\mathbb{M}(X)$, $\mathbb{M}(Y)$ и дисперсии $\mathbb{D}(X)$, $\mathbb{D}(Y)$ случайных величин X, Y вычисляются по правилу [34](#) на основе функций плотности f_1 и f_2 по формулам правила [41](#),
- величина $\mathbb{M}(X \cdot Y)$ вычисляется по формуле

$$\mathbb{M}(X \cdot Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy f(x, y) dx dy \quad (2)$$

на основе функции плотности $f(x, y)$ правила [39](#).

Правило 43 (система 2х непрерывных СВ на прямоугольнике)

Система 2х непрерывных СВ X, Y концентрируется на прямоугольнике $a_1 \leq X \leq a_2, b_1 \leq Y \leq b_2$ (см. чертеж правила 44), если $f(x, y) = 0$ вне этого прямоугольника, и

$$\int_{b_1}^{b_2} \int_{a_1}^{a_2} f(x, y) dx dy = 1. \quad (3)$$

В этом случае пределы интегрирования в формулах правил 41(1) и 42(2) соответственно изменяются до $\int_{b_1}^{b_2}$ и $\int_{a_1}^{a_2}$.

Правило 44 (равномерное распределение на прямоугольнике)

Равномерное распределение на прямоугольнике $a_1 \leq X \leq a_2, b_1 \leq Y \leq b_2$ (см. чертеж) характеризуется следующей функцией распределения: если $f(x, y) = 0$ вне этого прямоугольника, и

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{(a_2 - a_1)(b_2 - b_1)}, & \text{если точка } (x, y) \text{ находится в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ находится вне прямоугольника.} \end{cases}$$

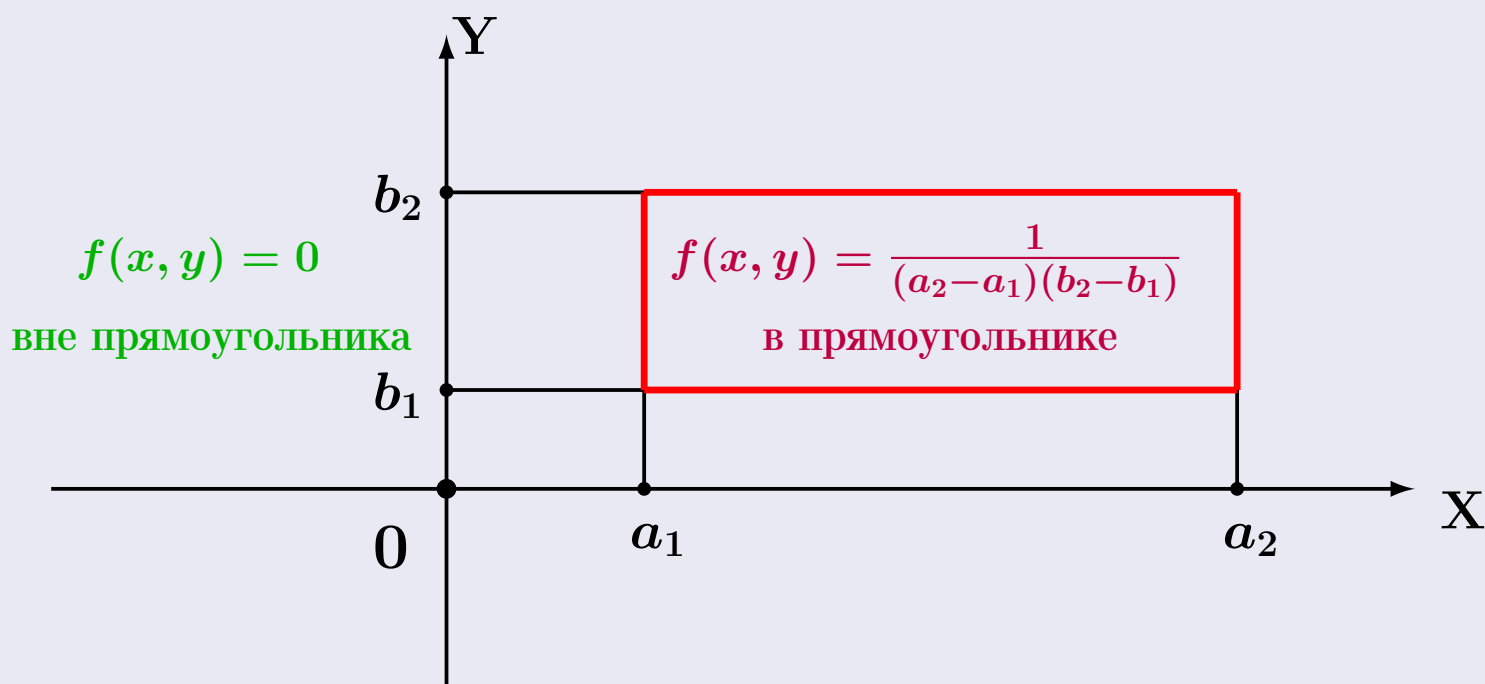


Рис.: Равномерное распределение на прямоугольнике.

Таблица 1: функция

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127

Таблица 1: продолжение

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0045
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Таблица 2:

функция

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2} dz$$

x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)
0,00	0,0000	0,32	0,1255	0,64	0,2389	0,96	0,3315
0,01	0,0040	0,33	0,1293	0,65	0,2422	0,97	0,3340
0,02	0,0080	0,34	0,1331	0,66	0,2454	0,98	0,3365
0,03	0,0120	0,35	0,1368	0,67	0,2486	0,99	0,3389
0,04	0,0160	0,36	0,1406	0,68	0,2517	1,00	0,3413
0,05	0,0199	0,37	0,1443	0,69	0,2549	1,01	0,3438
0,06	0,0239	0,38	0,1480	0,70	0,2580	1,02	0,3461
0,07	0,0279	0,39	0,1517	0,71	0,2611	1,03	0,3485
0,08	0,0319	0,40	0,1554	0,72	0,2642	1,04	0,3508
0,09	0,0359	0,41	0,1591	0,73	0,2673	1,05	0,3531
0,10	0,0398	0,42	0,1628	0,74	0,2703	1,06	0,3554
0,11	0,0438	0,43	0,1664	0,75	0,2734	1,07	0,3577
0,12	0,0478	0,44	0,1700	0,76	0,2764	1,08	0,3599
0,13	0,0517	0,45	0,1736	0,77	0,2794	1,09	0,3621
0,14	0,0557	0,46	0,1772	0,78	0,2823	1,10	0,3643
0,15	0,0596	0,47	0,1808	0,79	0,2852	1,11	0,3665
0,16	0,0636	0,48	0,1844	0,80	0,2881	1,12	0,3686
0,17	0,0675	0,49	0,1879	0,81	0,2910	1,13	0,3708
0,18	0,0714	0,50	0,1915	0,82	0,2939	1,14	0,3729
0,19	0,0753	0,51	0,1950	0,83	0,2967	1,15	0,3749
0,20	0,0793	0,52	0,1985	0,84	0,2995	1,16	0,3770
0,21	0,0832	0,53	0,2019	0,85	0,3023	1,17	0,3790
0,22	0,0871	0,54	0,2054	0,86	0,3051	1,18	0,3810
0,23	0,0910	0,55	0,2088	0,87	0,3078	1,19	0,3830
0,24	0,0948	0,56	0,2123	0,88	0,3106	1,20	0,3849
0,25	0,0987	0,57	0,2157	0,89	0,3133	1,21	0,3869
0,26	0,1026	0,58	0,2190	0,90	0,3159	1,22	0,3888
0,27	0,1064	0,59	0,2224	0,91	0,3186	1,23	0,3907
0,28	0,1103	0,60	0,2257	0,92	0,3212	1,24	0,3925
0,29	0,1141	0,61	0,2291	0,93	0,3238	1,25	0,3944
0,30	0,1179	0,62	0,2324	0,94	0,3264		
0,31	0,1217	0,63	0,2357	0,95	0,3289		

таблица 2: продолжение

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1,26	0,3962	1,59	0,4441	1,92	0,4726	2,50	0,4938
1,27	0,3980	1,60	0,4452	1,93	0,4732	2,52	0,4941
1,28	0,3997	1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945
1,29	0,4015	1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948
1,30	0,4032	1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951
1,31	0,4049	1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953
1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956
1,33	0,4082	1,66	0,4515	1,99	0,4767	2,64	0,4959
1,34	0,4099	1,67	0,4525	2,00	0,4772	2,66	0,4961
1,35	0,4115	1,68	0,4535	2,02	0,4783	2,68	0,4963
1,36	0,4131	1,69	0,4545	2,04	0,4793	2,70	0,4965
1,37	0,4147	1,70	0,4554	2,06	0,4803	2,72	0,4967
1,38	0,4162	1,71	0,4564	2,08	0,4812	2,74	0,4969
1,39	0,4177	1,72	0,4573	2,10	0,4821	2,76	0,4971
1,40	0,4192	1,73	0,4582	2,12	0,4830	2,78	0,4973
1,41	0,4207	1,74	0,4591	2,14	0,4838	2,80	0,4974
1,42	0,4222	1,75	0,4599	2,16	0,4846	2,82	0,4976
1,43	0,4236	1,76	0,4608	2,18	0,4854	2,84	0,4977
1,44	0,4251	1,77	0,4616	2,20	0,4861	2,86	0,4979
1,45	0,4265	1,78	0,4625	2,22	0,4868	2,88	0,4980
1,46	0,4279	1,79	0,4633	2,24	0,4875	2,90	0,4981
1,47	0,4292	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,92	0,4982
1,48	0,4306	1,81	0,4649	2,28	0,4887	2,94	0,4984
1,49	0,4319	1,82	0,4656	2,30	0,4893	2,96	0,4985
1,50	0,4332	1,83	0,4664	2,32	0,4898	2,98	0,4986
1,51	0,4345	1,84	0,4671	2,34	0,4904	3,00	0,49865
1,52	0,4357	1,85	0,4678	2,36	0,4909	3,20	0,49931
1,53	0,4370	1,86	0,4686	2,38	0,4913	3,40	0,49966
1,54	0,4382	1,87	0,4693	2,40	0,4918	3,60	0,499841
1,55	0,4394	1,88	0,4699	2,42	0,4922	3,80	0,499928
1,56	0,4406	1,89	0,4706	2,44	0,4927	4,00	0,499968
1,57	0,4418	1,90	0,4713	2,46	0,4931	4,50	0,499997
1,58	0,4429	1,91	0,4719	2,48	0,4934	5,00	0,499997

Внимание!!

В следующей таблице α использовано вместо λ

Значения $P_m = \frac{\alpha^m}{m!} e^{-\alpha}$ (распределение Пуассона)

m	$\alpha = 0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha = 0,3$	$\alpha = 0,4$	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,6$	$\alpha = 0,7$	$\alpha = 0,8$	$\alpha = 0,9$	
0	0,9018	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5458	0,4966	0,4493	0,4066	
1	0,0905	0,1638	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3595	0,3659	
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1217	0,1438	0,1647	
3	0,0002	0,0019	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494	
4		0,0001	0,0002	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111	
5				0,0001	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0020	
6							0,0001	0,0002	0,0003	
m	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$	$\alpha = 5$	$\alpha = 6$	$\alpha = 7$	$\alpha = 8$	$\alpha = 9$	$\alpha = 10$
0	0,3679	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0,0000
1	0,3679	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011	0,0005
2	0,1839	0,2707	0,2240	0,1465	0,0842	0,0446	0,0223	0,0107	0,0050	0,0023
3	0,0613	0,1804	0,2240	0,1954	0,1404	0,0892	0,0521	0,0286	0,0150	0,0076
4	0,0153	0,0902	0,1680	0,1954	0,1755	0,1339	0,0912	0,0572	0,0337	0,0189
5	0,0031	0,0361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607	0,0378
6	0,0005	0,0120	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911	0,0631
7	0,0001	0,0037	0,0216	0,0595	0,1044	0,1377	0,1490	0,1396	0,1171	0,0901
8		0,0009	0,0081	0,0298	0,0653	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318	0,1126
9		0,0002	0,0027	0,0132	0,0363	0,0688	0,1014	0,1241	0,1318	0,1251
10			0,0008	0,0053	0,0181	0,0413	0,0710	0,0993	0,1186	0,1251
11			0,0002	0,0019	0,0082	0,0225	0,0452	0,0722	0,0970	0,1137
12			0,0001	0,0006	0,0034	0,0126	0,0263	0,0481	0,0728	0,0948
13				0,0002	0,0013	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504	0,0729
14				0,0001	0,0005	0,0022	0,0071	0,0169	0,0324	0,0521
15					0,0002	0,0009	0,0033	0,0090	0,0194	0,0347
16						0,0003	0,0014	0,0045	0,0109	0,0217
17						0,0001	0,0006	0,0021	0,0058	0,0128
18							0,0002	0,0009	0,0029	0,0071
19							0,0001	0,0004	0,0014	0,0037
20								0,0002	0,0006	0,0019
21								0,0001	0,0003	0,0009
22									0,0001	0,0004
23										0,0002
24										0,0001

[возврат](#) ⇒

[ОГЛ](#) ⇐

§ 21. Указания для студентов

[возврат](#) ⇒

[ОГЛ](#) ⇐

[возврат](#) [огл](#) 

- 1 Студент должен использовать современный компьютер с программами Acrobat или Reader для чтения файлов PDF.
- 2 Студент должен иметь калькулятор для инженерных расчетов, либо как программу в компьютере либо как отдельное устройство. Если имеется доступ к интернету, то вычисления можно производить прямо в окошке поиска Google.
- 3 Проработать теоретический материал лекций по конспектам.
- 4 Разобрать вариант 0, дающий правильное оформление решения. При этом ознакомиться и освоить интерактивный метод проверки результатов.
- 5 Найти свой вариант.
- 6 Решить свой вариант.
- 7 Результаты оформляются, беря за образец вариант 0.
- 8 Те результаты, для которых имеется возможность интерактивной проверки, должны быть проверены.
- 9 **Каждый лист своего варианта с результатами проверки следует распечатать так, чтобы были видны отметки ВЕРНО или НЕВЕРНО, после чего заполнить пустые места по результатам решения.**
- 10 Дополнительно для сдачи работы, студент должен иметь при себе промежуточные вычисления по произвольной форме.
- 11 Вычисления производятся как минимум с 3 знаками после десятичной точки. Окончательные результаты для нецелых чисел представляются с двумя знаками.
- 12 Результаты для интерактивной проверки нецелых чисел представляются с двумя знаками после десятичной точки.

[возврат](#) [огл](#) 

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 0

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $5!$, A_{10}^4 , C_{10}^4 .

Решение

$$5! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 5 = 120 .$$

$$A_{10}^4 = \underbrace{10 \cdot 9 \cdot \dots \cdot 7}_{4 \text{ множителей}} = 5040 .$$

$$C_{10}^4 = \frac{10 \cdot 9 \cdot \dots \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 4} = 210 .$$



Выборочная проверка вариант 0 задача 1

формат $abcd$, $5! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{10}^4 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{10}^4 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 11 белых и 4 черных шаров. Наудачу извлекается 5 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 5 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 5$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 5 шаров из общего числа 15. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{15}^5 = \frac{15 \cdot \dots \cdot 11}{1 \cdot \dots \cdot 5} = 3003.$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = C_{11}^3 \cdot C_4^2 = 165 \cdot 6 = 990.$$

(извлекаем 3 шара из 11 белых и 2 из 4 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \frac{990}{3003} = 0.330.$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = 0.330 \text{ (см. п. 1),} \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \frac{C_{11}^2 \cdot C_4^3}{3003} = \frac{55 \cdot 4}{3003} = 0.073,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \frac{C_{11}^1 \cdot C_4^4}{3003} = \frac{11 \cdot 1}{3003} = 0.004,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 5 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 4).

Окончательно $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = 0.407$.

Выборочная проверка вариант 0 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 45 винтовок, из них 10 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.05. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найти вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найти вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \frac{10}{45} = 0.222, \quad \mathbb{P}(H_2) = \frac{0.6}{45} = 0.778,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = 0.01, \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = 0.05.$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= 0.01 * 0.222 + 0.05 * 0.778 = 0.041. \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \frac{0.01 * 0.222}{0.041} = 0.054.$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи

[Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 8 белых шаров и 7 черных;

2-й ящик: 6 белых шаров и 9 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \frac{N(H_1)}{N} = \frac{C_8^2}{C_{15}^2} = 0.267; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{C_8^2 \cdot C_9^2}{C_{17}^4} = 0.424;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \frac{N(H_2)}{N} = \frac{C_8^1 \cdot C_7^1}{C_{15}^2} = 0.533; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{C_7^2 \cdot C_{10}^2}{C_{17}^4} = 0.397;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \frac{N(H_3)}{N} = \frac{C_7^2}{C_{15}^2} = 0.200; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{C_6^2 \cdot C_{11}^2}{C_{17}^4} = 0.347;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= 0.424 \cdot 0.267 + 0.397 \cdot 0.533 + 0.347 \cdot 0.200 = 0.394. \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \frac{0.397 \cdot 0.533}{0.394} = 0.537$.

Выборочная проверка вариант 0 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи

[Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.400. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.400$, $q = 1 - p = 0.600$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 = 1 * 1.000 * 0.0778 = 0.078$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 = 5 * 0.4000 * 0.1296 = 0.259$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 = 10 * 0.1600 * 0.2160 = 0.346$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 = 10 * 0.0640 * 0.3600 = 0.230$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 = 5 * 0.0256 * 0.6000 = 0.077$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 = 1 * 0.0102 * 1.000 = 0.010$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность	0.078	0.259	0.346	0.230	0.077	0.010	1.000

По формуле правила [18](#), $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_n p_n =$
 $= 0 * 0.078 + 1 * 0.259 + 2 * 0.346 + 3 * 0.230 + 4 * 0.077 + 5 * 0.010 = 1.999$.

Точное значение по правилу [22](#) $M(X) = np = 5 * 0.400 = 2.000$.

По правилу [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (1.999)^2$, где
 $M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$
 $= 0 * 0.078 + 1 * 0.259 + 4 * 0.346 + 9 * 0.230 + 16 * 0.077 + 25 * 0.010 = 5.195$.

Значит, $D(X) = 5.195 - (1.999)^2 = 1.199$.

Точное значение по правилу [22](#): $D(X) = npq = 5 * 0.400 * 0.600 = 1.200$.

Выборочная проверка вариант 0 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.35. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3425 и 3604.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.35$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.65$, $k_1 = 3425$, $k_2 = 3604$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{3425 - 3500}{\sqrt{2275.0}} = \frac{-75}{47.697} = -1.572,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{3604 - 3500}{\sqrt{2275.0}} = 2.180.$$

Поэтому $P_{10000}(3425, 3604) = \Phi(2.180) - \Phi(-1.572) = \Phi(2.180) + \Phi(1.572)$. По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(2.180) = 0.4854 \quad \text{и} \quad \Phi(1.572) = 0.4418.$$

Окончательно, $P_{10000}(3425, 3604) = 0.4854 + 0.4418 = 0.9272$.

Выборочная проверка вариант 0 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0006. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 4 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0006 = 6.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0006$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 4$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_4 = \frac{6.0^4 \cdot e^{-6.0}}{4!} = \frac{1296.00 \cdot 0.002479}{24} = \mathbf{0.133866}.$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 7

формат 1.23, $P_4 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.390$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 365 и 415 (вероятность P_1)
- 2) между 353 и 427 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила **25**,

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила **22**, $\mathbb{M}(X) = np = 1000 * 0.390 = 390$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq = 1000 * 0.390 * (1 - 0.390) = 237.9.$$

1. Берем $\varepsilon = 390 - 365 = 415 - 390 = 25$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - 390| < 25) \geq 1 - \frac{237.9}{25^2} = \mathbf{0.619}.$$

2. Берем $\varepsilon = 390 - 353 = 427 - 390 = 37$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - 390| < 37) \geq 1 - \frac{237.9}{37^2} = \mathbf{0.826}.$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи

[Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	1	3	5	7	9	11	Σ
вероятность p_i	0.073	0.221	0.231	0.345	0.116	0.014	1.000

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$,
дисперсию $\mathbb{D}(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$\begin{aligned}\mathbb{M}(X) &= x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n = \\ &= 1 * 0.073 + 3 * 0.221 + 5 * 0.231 + 7 * 0.345 + 9 * 0.116 + 11 * 0.014 = \\ &= \mathbf{5.504}.\end{aligned}$$

По ф-ле правила [19](#), $\mathbb{D}(X) = \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = M(X^2) - (5.504)^2$, где

$$\begin{aligned}\mathbb{M}(X^2) &= x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n = \\ &= 1^2 * 0.073 + 3^2 * 0.221 + 5^2 * 0.231 + 7^2 * 0.345 + 9^2 * 0.116 + 11^2 * 0.014 = \\ &= 35.832.\end{aligned}$$

Значит,

$$\mathbb{D}(X) = \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = 35.832 - 5.504^2 = \mathbf{5.538},$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} = 2.353.$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 9

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $1.7 \leq x \leq 3.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.0)$ попадания в интервал $1.9 \leq x \leq 3.0$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 1.7$ и $b = 3.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1.7 \\ \frac{1}{2} & \text{при } 1.7 \leq x \leq 3.3 \\ 0 & \text{при } x > 3.3 \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1.7 \\ \frac{x-1.7}{1.6} & \text{при } 1.7 \leq x \leq 3.3 \\ 1 & \text{при } x > 3.3 \end{cases},$$

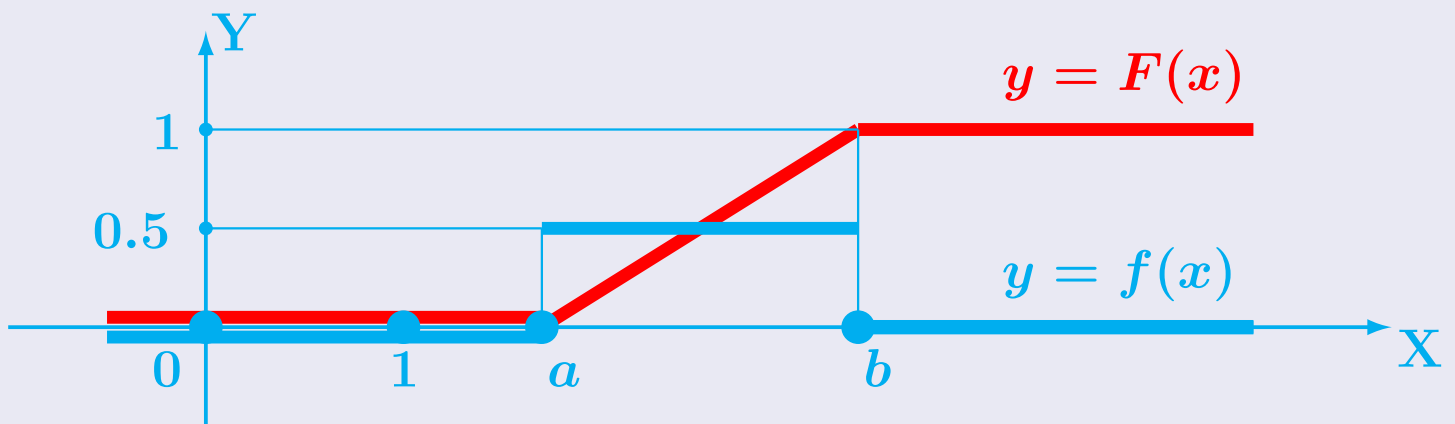


Рис.: Графики функций f и F :

$$\mathbb{M}(X) = \frac{3.3+1.7}{2} = \mathbf{2.50}, \quad \mathbb{D}(X) = \frac{(3.3-1.7)^2}{12} = \mathbf{0.213},$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} = 0.462,$$

$$\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.0) = F(3.0) - F(1.9) = \frac{3.0-1.7}{1.6} - \frac{1.9-1.7}{1.6} = 0.813 - 0.125 = \mathbf{0.688}.$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.0) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.7$, $\sigma = 0.8$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.8 \leq X \leq 3.2)$ попадания в интервал $1.8 \leq x \leq 3.2$.

Решение

Согласно правилу [36](#),

$$\text{плотность } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{0.8\sqrt{2\pi}} * e^{-\frac{(x-2.7)^2}{2*0.8^2}} = \frac{1}{0.8\sqrt{2\pi}} * e^{-\frac{(x-2.7)^2}{1.28}},$$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{0.8\sqrt{2\pi}} * e^{-\frac{(x-2.7)^2}{1.28}} dx,$$

$$\mathbb{M}(X) = a = 2.7, \quad \mathbb{D}(X) = \sigma^2 = 0.64.$$

Согласно правилу [37](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(1.8 \leq X \leq 3.2) &= \int_{1.8}^{3.2} f(x)dx = \int_{1.8}^{3.2} \frac{1}{0.8\sqrt{2\pi}} * e^{-\frac{(x-2.7)^2}{1.28}} dx = \\ &= \Phi\left(\underbrace{\frac{3.2-2.7}{0.8}}_{x_2}\right) - \Phi\left(\underbrace{\frac{1.8-2.7}{0.8}}_{x_1}\right) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1) = \Phi(0.63) - \Phi(-1.13), \end{aligned}$$

где $x_2 = 0.63$ и $x_1 = -1.13$. По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(0.63) = 0.2357 \quad \text{и} \quad \Phi(-1.13) = -\Phi(1.13) = -0.3708.$$

Поэтому $\mathbb{P}(1.8 \leq X \leq 3.2) = 0.2357 + 0.3708 = \mathbf{0.6065}$.

Выборочная проверка вариант 0 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи

[Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ $X \downarrow$ и $Y \rightarrow$	1	3	5	7
11	0.04	0.06	0.10	0.20
19	0.10	0.10	0.20	0.20

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	11	19
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	1	3	5	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} = 0.04 + 0.06 + 0.10 + 0.20 = 0.40$$

$$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} = 0.10 + 0.10 + 0.20 + 0.20 = 0.60$$

$$q_1 = p_{11} + p_{21} = 0.04 + 0.10 = 0.14, \quad q_2 = p_{12} + p_{22} = 0.06 + 0.10 = 0.16$$

$$q_3 = p_{13} + p_{23} = 0.10 + 0.20 = 0.30, \quad q_4 = p_{14} + p_{24} = 0.20 + 0.20 = 0.40$$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	11	19
вероятность p_i этого значения	0.40	0.60

значение y_j случайной величины Y	1	3	5	7
вероятность q_j этого значения	0.14	0.16	0.30	0.40

[возврат](#) →[ОГЛ](#) ←**Решение (продолжение)**

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = 11 * 0.40 + 19 * 0.60 = \mathbf{15.800},$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = 265.000 - (15.800)^2 = \mathbf{15.360},$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = 1 * 0.14 + 3 * 0.16 + 5 * 0.30 + 7 * 0.40 = \mathbf{4.920},$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = 28.680 - (4.920)^2 = \mathbf{4.474}.$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) →[ОГЛ](#) ←

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=11=x_1}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=11=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	11	19
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}} \text{ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.}$$

значение y_j случайной величины $Y _{X=11=x_1}$	1	3	5	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} \text{ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.}$$

$$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} = \frac{0.10}{0.10+0.20} = 0.333, \quad p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} = \frac{0.20}{0.10+0.20} = 0.667$$

$$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} = \frac{0.04}{0.04+0.06+0.10+0.20} = 0.100$$

$$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} = \frac{0.06}{0.04+0.06+0.10+0.20} = 0.150$$

$$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} = \frac{0.10}{0.04+0.06+0.10+0.20} = 0.250$$

$$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} = \frac{0.20}{0.04+0.06+0.10+0.20} = 0.500$$

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	11	19
вероятность p_i этого значения	0.333	0.667

значение y_j СВ $Y _{X=11=x_1}$	1	3	5	7
вероятность q_j этого значения	0.100	0.150	0.250	0.500

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

[возврат](#) [ОГЛ](#) **Решение (окончание)**

$$\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) = 11 * 0.333 + 19 * 0.667 = \mathbf{16.336},$$

$$\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) = 11^2 * 0.333 + 19^2 * 0.667 - (16.336)^2 = \mathbf{14.215},$$

$$\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) = 1 * 0.100 + 3 * 0.150 + 5 * 0.250 + 7 * 0.500 = \mathbf{5.300},$$

$$\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) = 1^2 * 0.100 + 3^2 * 0.150 + 5^2 * 0.250 + 7^2 * 0.500 - (5.300)^2 = \mathbf{4.110}.$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 13

формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

[возврат](#) →[ОГЛ](#) ←**Задача 14**

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи [11](#). Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла [29](#),

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) = 15.800$, $\mathbb{M}(Y) = 4.920$, $\mathbb{D}(X) = 15.360$, $\mathbb{D}(Y) = 4.474$ (см. решение задачи [11](#)), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= 11 * 1 * 0.04 + 11 * 3 * 0.06 + 11 * 5 * 0.10 + 11 * 7 * 0.20 + \\ &+ 19 * 1 * 0.10 + 19 * 3 * 0.10 + 19 * 5 * 0.20 + 19 * 7 * 0.20 = \\ &= \mathbf{76.520}. \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \frac{76.520 - 15.800 * 4.920}{\sqrt{15.360 * 4.474}} = \mathbf{-0.147}.$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи

[Клик](#)[возврат](#) →[ОГЛ](#) ←

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.4 \cdot x + 0.6 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила **43**, то есть

$$\int_1^3 \int_1^5 C(0.4 \cdot x + 0.6 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\begin{aligned} \int_1^3 \int_1^5 C(0.4x + 0.6y) dx dy &= C \int_1^3 \left(\int_1^5 (0.4x + 0.6y) dx \right) dy = \\ &= C \int_1^3 \left((0.4 \cdot \frac{x^2}{2} + 0.6 \cdot xy) \Big|_{x=1}^{x=5} \right) dy = \\ &= C \int_1^3 \left((0.4 \cdot \frac{5^2}{2} + 0.6 \cdot 5 \cdot y) - (0.4 \cdot \frac{1^2}{2} + 0.6 \cdot 1 \cdot y) \right) dy = \\ &= C \int_1^3 (5.00 + 3.00 \cdot y - 0.20 - 0.60 \cdot y) dy = C \int_1^3 (4.80 + 2.40 \cdot y) dy = \\ &= C \left(4.80y + \frac{2.40}{2} y^2 \right) \Big|_1^3 = C (4.80y + 1.200 y^2) \Big|_1^3 = \\ &= C \left((4.80 \cdot 3 + 1.200 \cdot 3^2) - (4.80 \cdot 1 + 1.200 \cdot 1^2) \right) = \\ &= C (25.200 - 6.000) = 19.200 C. \end{aligned}$$

Значит, $19.200 \cdot C = 1, C = \frac{1}{19.200} = \mathbf{0.0521}$,

$$f(x, y) = 0.0521 * (0.4 \cdot x + 0.6 \cdot y) = \underbrace{0.0208}_A x + \underbrace{0.0313}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} 0.0208 x + 0.0313 y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Выборочная проверка вариант 0 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $A =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $B =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} 0.0208x + 0.0313y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $1 \leq x \leq 5$, то

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \int_1^3 (0.0208 \cdot x + 0.0313 \cdot y) dy = \left(0.0208 \cdot x \cdot y + 0.0313 \cdot \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=1}^{y=3} = \\ &= 0.0208 \cdot x \cdot 3 + 0.0313 \cdot \frac{3^2}{2} - 0.0208 \cdot x \cdot 1 - 0.0313 \cdot \frac{1^2}{2} = 0.042 \cdot x + 0.125, \end{aligned}$$

и если $1 \leq y \leq 3$, то

$$\begin{aligned} f_2(y) &= \int_1^5 (0.0208 \cdot x + 0.0313 \cdot y) dx = \left(0.0208 \cdot \frac{x^2}{2} + 0.0313 \cdot x \cdot y \right) \Big|_{x=1}^{x=5} = \\ &= 0.0208 \cdot \frac{5^2}{2} + 0.0313 \cdot 5 \cdot y - 0.0208 \cdot \frac{1^2}{2} - 0.0313 \cdot 1 \cdot y = 0.125 \cdot y + 0.250. \end{aligned}$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{0.042}_{A_1} \cdot x + \underbrace{0.125}_{B_1}, & \text{если } 1 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{если } x < 1 \text{ или } x > 5, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{0.125}_{A_2} \cdot y + \underbrace{0.250}_{B_2}, & \text{если } 1 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{если } y < 1 \text{ или } y > 3. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи

[Клик](#)

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X) &= \int_1^5 x \cdot (0.042x + 0.125) dx = \int_1^5 (0.042x^2 + 0.125x) dx = \\ &= \left(0.042 \frac{x^3}{3} + 0.125 \frac{x^2}{2}\right) \Big|_1^5 = 3.313 - 0.077 = \mathbf{3.236}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(Y) &= \int_1^3 y \cdot (0.125y + 0.250) dy = \int_1^3 (0.125y^2 + 0.250y) dy = \\ &= \left(0.125 \frac{y^3}{3} + 0.250 \frac{y^2}{2}\right) \Big|_1^3 = 2.250 - 0.167 = \mathbf{2.083}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{D}(X) &= \int_1^5 x^2 \cdot (0.042x + 0.125) dx - (\mathbb{M}(X))^2 = \\ &= \int_1^5 (0.042x^3 + 0.125x^2) dx - 10.472 = \left(0.042 \frac{x^4}{4} + 0.125 \frac{x^3}{3}\right) \Big|_1^5 - 10.472 = \\ &= 11.771 - 0.052 - 10.472 = \mathbf{1.247}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{D}(Y) &= \int_1^3 y^2 \cdot (0.125y + 0.250) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 = \\ &= \int_1^3 (0.125y^3 + 0.250y^2) dy - 4.339 = \left(0.125 \frac{y^4}{4} + 0.250 \frac{y^3}{3}\right) \Big|_1^3 - 4.339 = \\ &= 4.781 - 0.115 - 4.339 = \mathbf{0.327}. \end{aligned}$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи

[Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи [15](#):

$$f(x, y) = \begin{cases} 0.0208 x + 0.0313 y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$\mathbb{M}(X) = 3.236, \quad \mathbb{M}(Y) = 2.083, \quad \mathbb{D}(X) = 1.247, \quad \mathbb{D}(Y) = 0.327$$

берем из задачи [15](#). Для вычисления корреляции используем правило [29](#).

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где, по формуле правила [42](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \int_1^3 \int_1^5 x \cdot y \cdot (0.0208 x + 0.0313 y) dx dy = \\ &= \int_1^3 \int_1^5 (0.0208 x^2 y + 0.0313 y^2 x) dx dy = \int_1^3 (0.0208 \frac{x^3}{3} y + 0.0313 y^2 \frac{x^2}{2}) \Big|_{x=1}^{x=5} dy = \\ &= \int_1^3 (0.0208 \frac{x^3}{3} y + 0.0313 y^2 \frac{x^2}{2}) \Big|_{x=1}^{x=5} dy = \int_1^3 (0.860 y + 0.375 y^2) dy = \\ &= (0.860 \cdot \frac{y^2}{2} + 0.375 \cdot \frac{y^3}{3}) \Big|_1^3 = 7.245 - 0.555 = \mathbf{6.690}. \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \frac{6.690 - 3.236 \cdot 2.083}{\sqrt{1.247 \cdot 0.327}} = \mathbf{-0.079}.$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 17

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $5! = 120.$ $A_{10}^4 = 5040.$ $C_{10}^4 = 210.$
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) = 0.330.$ $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = 0.407.$
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) = 0.041.$ $\mathbb{P}_A(H_1) = 0.054.$
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) = 0.394.$ $\mathbb{P}_A(H_2) = 0.537.$
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) = 1.999.$ $\mathbb{D}(X) = 1.199.$
- Задача 6. $x_1 = -1.572.$ $x_2 = 2.180.$ $P = 0.9272.$
- Задача 7. $P_4 = 0.133866.$
- Задача 8. $P_1 = 0.619.$ $P_2 = 0.826.$
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) = 5.504.$ $\mathbb{D}(X) = 5.538.$
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) = 2.50.$ $\mathbb{D}(X) = 0.213.$ $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.0) = 0.688.$
- Задача 11. $x_1 = -1.13.$ $x_2 = 0.63.$ $\mathbb{P}(1.8 \leq X \leq 3.2) = 0.6065.$
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) = 15.800.$ $\mathbb{M}(Y) = 4.920.$ $\mathbb{D}(X) = 15.360.$ $\mathbb{D}(Y) = 4.474.$
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) = 16.336.$ $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) = 5.300.$
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) = 14.215.$ $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) = 4.110.$
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = 76.520.$ $r(X \cdot Y) = -0.147.$
- Задача 15. $C = 0.0521,$ $f(x, y) = 0.0208 \cdot x + 0.0313.$
- Задача 16. $f_1(x) = 0.042 \cdot x + 0.125,$ $f_2(y) = 0.125 \cdot y + 0.250.$
 $\mathbb{M}(X) = 3.236,$ $\mathbb{M}(Y) = 2.083,$ $\mathbb{D}(X) = 1.247,$ $\mathbb{D}(Y) = 0.327.$
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = 6.690.$ $r(X \cdot Y) = -0.079.$

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 1

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $6!$, A_9^5 , C_9^5 .

Решение

$$6! =$$

$$A_9^5 =$$

$$C_9^5 =$$



Выборочная проверка вариант 1 задача 1

формат $abcd$, $6! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_9^5 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_9^5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 10 белых и 5 черных шаров. Наудачу извлекается 6 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 6 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 6$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 6 шаров из общего числа 15. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{15}^6 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 10 белых и 3 из 5 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 6 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 5).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 56 винтовок, из них 9 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.06. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 8 белых шаров и 7 черных;

2-й ящик: 6 белых шаров и 12 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 1 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Вариант 1 задача 5

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.360. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила 14 требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.360$, $q = 1 - p = 0.640$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила 18, $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
=

Точное значение по правилу 22 $M(X) = np =$

По правилу 19, $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу 22: $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 1 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.36. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3510 и 3695.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.36$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.64$, $k_1 = 3510$, $k_2 = 3695$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(3510, 3695) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{ и } \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(3510, 3695) = \quad$.

Выборочная проверка вариант 1 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0007. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 5 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0007 = 7.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0007$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 5$ — число успехов.

Поэтому $P_5 = \frac{7.0^5 \cdot e^{-7.0}}{5!} =$.

Выборочная проверка вариант 1 задача 7

формат 1.23, $P_5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.400$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 375 и 425 (вероятность P_1)
- 2) между 361 и 439 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq = .$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	1	3	5	7	10	12	Σ
вероятность p_i	0.104	0.275	0.245	0.287	0.081	0.008	1.000

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$,
дисперсию $\mathbb{D}(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X) &= x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n = \\ &= \dots \end{aligned}$$

По ф-ле правила [19](#), $\mathbb{D}(X) = \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = M(X^2) - (5.069)^2$, где

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X^2) &= x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n = \\ &= \dots \end{aligned}$$

Значит,

$$\begin{aligned} \mathbb{D}(X) &= \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = \dots - \dots = \dots, \\ \sigma(X) &= \sqrt{\mathbb{D}(X)} = \dots \end{aligned}$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 9

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $0.7 \leq x \leq 3.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.0)$ попадания в интервал $1.2 \leq x \leq 3.0$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 0.7$ и $b = 3.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

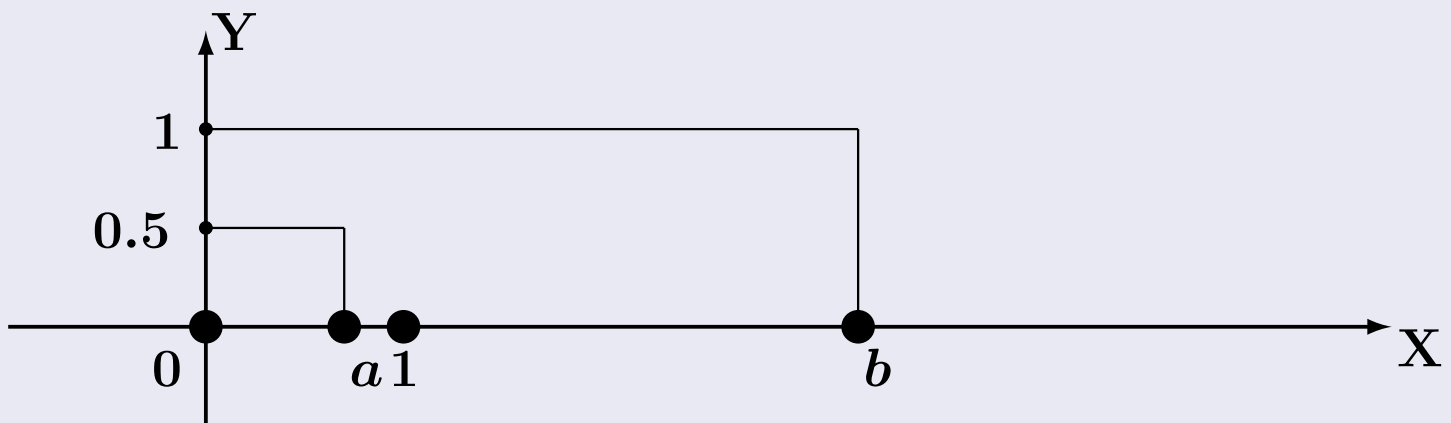


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.0) = F(3.0) - F(1.2) =$

Выборочная проверка вариант 1 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.0) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.7$, $\sigma = 1.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.1 \leq X \leq 3.2)$ попадания в интервал $1.1 \leq x \leq 3.2$.

Решение

Согласно правилу **36**,

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x dx,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу **37**,

$$\mathbb{P}(1.1 \leq X \leq 3.2) = \int_{1.1}^{3.2} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. **32**,

$\Phi() =$ и $\Phi() =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.1 \leq X \leq 3.2) =$.

Выборочная проверка вариант 1 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	2	3	5	7
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
12	0.06	0.04	0.10	0.20
19	0.10	0.10	0.20	0.20

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	12	19
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	2	3	5	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	12	19
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	2	3	5	7
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=5}$ и $Y|_{X=12}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=12=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	12	19
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=12=x_1}$	2	3	5	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	12	19
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=12=x_1}$	2	3	5	7
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$M(X|Y=5=y_3) =$

,

$D(X|Y=5=y_3) =$

,

$M(Y|X=12=x_1) =$

,

$D(Y|X=12=x_1) =$

.

Выборочная проверка вариант 1 задача 13

формат 1.23, $M(X|Y=5=y_3) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(X|Y=5=y_3) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $M(Y|X=12=x_1) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(Y|X=12=x_1) =$ введи

[Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_1^3 \int_2^5 C(0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_1^3 \int_2^5 C(0.4x + 1.1y) dx dy = C \int_1^3 \left(\int_2^5 (0.4x + 1.1y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_1^3 (0.2x^2 + 1.1xy) dy =$$

$$= C \left(0.2xy^2 + 0.55xy^2 \right) \Big|_1^3 =$$

$$= C \left(0.2 \cdot 3 \cdot 3^2 + 0.55 \cdot 3 \cdot 3^2 - 0.2 \cdot 1 \cdot 1^2 - 0.55 \cdot 1 \cdot 1^2 \right) =$$

$$= C \left(5.4 + 5.49 - 0.2 - 0.55 \right) =$$

$$= C \cdot 10.14 = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{10.14} \approx 0.0985$$

$$= 0.0985 \cdot (0.4x + 1.1y)$$

Значит, $f(x, y) = 0.0985 \cdot (0.4x + 1.1y)$

$$f(x, y) = 0.0985 \cdot (0.4x + 1.1y) = \underbrace{0.0394}_{A} x + \underbrace{0.1083}_{B} y$$

$$f(x, y) = \begin{cases} 0.0394x + 0.1083y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 1 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $2 \leq x \leq 5$, то

$$f_1(x) = \int_1^3 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=1}^{y=3} =$$

$$=$$

и если $1 \leq y \leq 3$, то

$$f_2(y) = \int_2^5 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=2}^{x=5} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{A_1}_{A_1} \cdot x + \underbrace{B_1}_{B_1}, & \text{если } 2 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{если } x < 2 \text{ или } x > 5, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{A_2}_{A_2} \cdot y + \underbrace{B_2}_{B_2}, & \text{если } 1 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{если } y < 1 \text{ или } y > 3. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$M(X) = \int_2^5 x \cdot (\quad x + \quad) dx = \int_2^5 (\quad x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$M(Y) = \int_1^3 y \cdot (\quad y + \quad) dy = \int_1^3 (\quad y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$D(X) = \int_2^5 x^2 \cdot (\quad x + \quad) dx - (M(X))^2 =$$

$$= \int_2^5 (\quad x^3 + \quad x^2) dx - = \left(\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^5 - =$$

=

,

$$D(Y) = \int_1^3 y^2 \cdot (\quad y + \quad) dy - (M(Y))^2 =$$

$$= \int_1^3 (\quad y^3 + \quad y^2) dy - = \left(\quad \frac{y^4}{4} + \quad \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^3 - =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 1 задача 16

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $M(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи [15](#):

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$\mathbb{M}(X) = \quad, \quad \mathbb{M}(Y) = \quad, \quad \mathbb{D}(X) = \quad, \quad \mathbb{D}(Y) =$$

берем из задачи [15](#). Для вычисления корреляции используем правило [29](#).

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где, по формуле правила [42](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \int_1^3 \int_2^5 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_1^3 \int_2^5 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_1^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=5} dy = \\ &= \int_1^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=5} dy = \int_1^3 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^3 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 17

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $6! =$. $A_9^5 =$. $C_9^5 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.0) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(1.1 \leq X \leq 3.2) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 2

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $5!$, A_{12}^5 , C_{12}^5 .

Решение

$$5! =$$

$$A_{12}^5 =$$

$$C_{12}^5 =$$



Выборочная проверка вариант 2 задача 1

формат $abcd$, $5! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{12}^5 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{12}^5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 13 белых и 5 черных шаров. Наудачу извлекается 6 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 6 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 6$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 6 шаров из общего числа 18. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{18}^6 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 13 белых и 3 из 5 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 6 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 5).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 55 винтовок, из них 12 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.06. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найти вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найти вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 8 белых шаров и 8 черных;

2-й ящик: 6 белых шаров и 11 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 2 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Вариант 2 задача 5

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.480. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила 14 требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.480$, $q = 1 - p = 0.520$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила 18, $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу 22 $M(X) = np =$

По правилу 19, $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу 22: $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 2 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.40. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3925 и 4125.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.40$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.60$, $k_1 = 3925$, $k_2 = 4125$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(3925, 4125) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(3925, 4125) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 2 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0007. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 5 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0007 = 7.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0007$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 5$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_5 = \frac{7.0^5 \cdot e^{-7.0}}{5!} =$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 7

формат 1.23, $P_5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.420$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 393 и 447 (вероятность P_1)
- 2) между 382 и 458 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq = .$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	1	3	5	8	9	11	Σ
вероятность p_i	0.025	0.106	0.175	0.449	0.207	0.038	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
 дисперсию $D(X)$,
 среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$\begin{aligned}
 M(X) &= x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n = \\
 &= \dots = \dots
 \end{aligned}$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (7.091)^2$, где

$$\begin{aligned}
 M(X^2) &= x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n = \\
 &= \dots = \dots
 \end{aligned}$$

Значит,

$$\begin{aligned}
 D(X) &= M(X^2) - (M(X))^2 = \dots - \dots = \dots, \\
 \sigma(X) &= \sqrt{D(X)} = \dots
 \end{aligned}$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $1.7 \leq x \leq 4.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.7)$ попадания в интервал $1.9 \leq x \leq 3.7$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 1.7$ и $b = 4.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

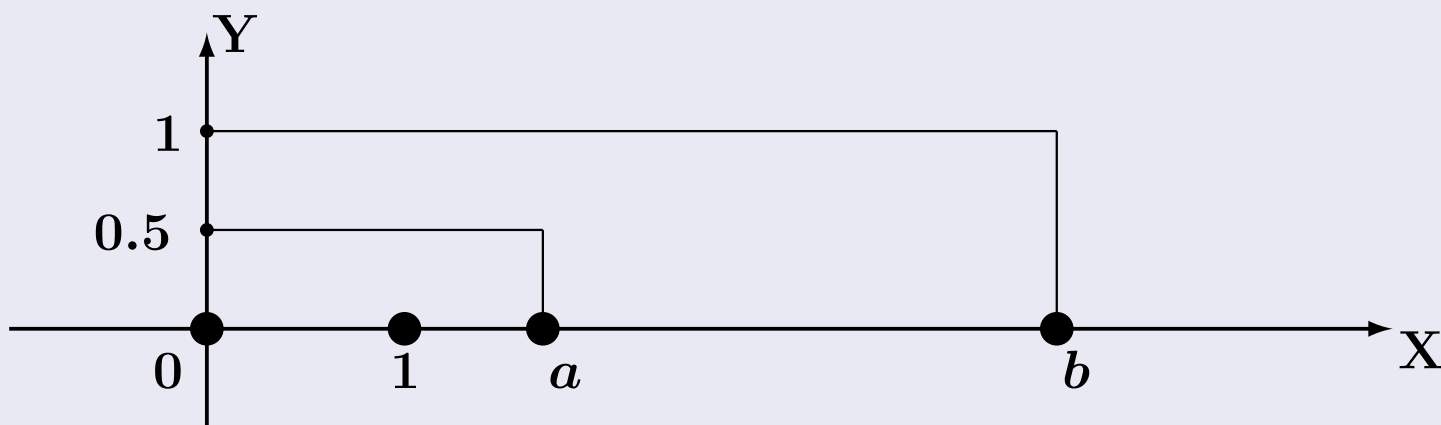


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.7) = F(3.7) - F(1.9) =$

Выборочная проверка вариант 2 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.7) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.7$, $\sigma = 1.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.5 \leq X \leq 3.9)$ попадания в интервал $1.5 \leq x \leq 3.9$.

Решение

Согласно правилу [36](#),

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \quad dx,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу [37](#),

$$\mathbb{P}(1.5 \leq X \leq 3.9) = \int_{1.5}^{3.9} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. [32](#),

$\Phi(\quad) =$ и $\Phi(\quad) =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.5 \leq X \leq 3.9) =$.

Выборочная проверка вариант 2 задача 11

[формат 1.23](#), $x_1 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $x_2 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	1	4	5	7
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
12	0.04	0.06	0.05	0.25
19	0.10	0.10	0.20	0.20

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	12	19
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	1	4	5	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	12	19
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	1	4	5	7
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=5}$ и $Y|_{X=12}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=12=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	12	19
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}} \text{ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.}$$

значение y_j случайной величины $Y _{X=12=x_1}$	1	4	5	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} \text{ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.}$$

$$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} = \quad , \quad p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$$

$$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$$

$$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$$

$$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$$

$$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$$

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	12	19
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=12=x_1}$	1	4	5	7
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ _____ .

Выборочная проверка вариант 2 задача 13

- формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи Клик

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_1^3 \int_1^6 C(0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_1^3 \int_1^6 C(0.4x + 1.1y) dx dy = C \int_1^3 \left(\int_1^6 (0.4x + 1.1y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_1^3 (0.2x^2 + 1.1xy) dy =$$

$$= C \left(0.2xy^2 + 0.55xy^2 \right) \Big|_1^3 =$$

$$= C \left(0.2 \cdot 3 \cdot 9 + 0.55 \cdot 3 \cdot 9 \right) - C \left(0.2 \cdot 1 \cdot 1 + 0.55 \cdot 1 \cdot 1 \right) =$$

$$= C \left(5.4 + 14.85 \right) - C \left(0.75 \right) =$$

$$= C \cdot 19.5 = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{19.5} = \frac{2}{39}$$

$$= \frac{2}{39} \cdot (0.4x + 1.1y) = \frac{2}{39} \cdot (0.4x + 1.1y)$$

Значит, $f(x, y) = \frac{2}{39} \cdot (0.4x + 1.1y)$, $C = \frac{2}{39}$,

$$f(x, y) = \frac{2}{39} \cdot (0.4x + 1.1y) = \underbrace{\frac{4}{39}}_A x + \underbrace{\frac{22}{39}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{4}{39}x + \frac{22}{39}y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 2 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $A =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $B =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила 41, если $1 \leq x \leq 6$, то

$$f_1(x) = \int_1^3 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=1}^{y=3} =$$

$$=$$

и если $1 \leq y \leq 3$, то

$$f_2(y) = \int_1^6 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=1}^{x=6} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_1} \cdot x + \underbrace{}_{B_1}, & \text{если } 1 \leq x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x < 1 \text{ или } x > 6, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_2} \cdot y + \underbrace{}_{B_2}, & \text{если } 1 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{если } y < 1 \text{ или } y > 3. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_1^6 x \cdot (x + \quad) dx = \int_1^6 (x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_1^3 y \cdot (y + \quad) dy = \int_1^3 (y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_1^6 x^2 \cdot (x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_1^6 (x^3 + \quad x^2) dx - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^6 -$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_1^3 y^2 \cdot (y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_1^3 (y^3 + \quad y^2) dy - \left(\frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^3 -$$

=

.

Выборочная проверка вариант 2 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи [15](#):

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$\mathbb{M}(X) = \quad, \quad \mathbb{M}(Y) = \quad, \quad \mathbb{D}(X) = \quad, \quad \mathbb{D}(Y) =$$

берем из задачи [15](#). Для вычисления корреляции используем правило [29](#).

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}}$$

где, по формуле правила [42](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \int_1^3 \int_1^6 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_1^3 \int_1^6 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_1^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=6} dy = \\ &= \int_1^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=6} dy = \int_1^3 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^3 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 17

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $5! = \dots$ $A_{12}^5 = \dots$ $C_{12}^5 = \dots$
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) = \dots$ $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \dots$
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_1) = \dots$
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_2) = \dots$
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$
- Задача 6. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $P = \dots$
- Задача 7. $P_4 = \dots$
- Задача 8. $P_1 = \dots$ $P_2 = \dots$
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.7) = \dots$
- Задача 11. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $\mathbb{P}(1.5 \leq X \leq 3.9) = \dots$
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{M}(Y) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(Y) = \dots$
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) = \dots$ $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) = \dots$
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) = \dots$ $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) = \dots$
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$
- Задача 15. $C = \dots$ $f(x, y) = \dots \cdot x + \dots$
- Задача 16. $f_1(x) = \dots \cdot x + \dots$ $f_2(y) = \dots \cdot y + \dots$
 $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{M}(Y) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(Y) = \dots$
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 3

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $6!$, A_{11}^6 , C_{11}^6 .

Решение

$$6! =$$

$$A_{11}^6 =$$

$$C_{11}^6 =$$



Выборочная проверка вариант 3 задача 1

формат $abcd$, $6! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{11}^6 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{11}^6 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 12 белых и 6 черных шаров. Наудачу извлекается 7 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 7 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 7$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 7 шаров из общего числа 18. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{18}^7 =$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) =$$

(извлекаем 3 шара из 12 белых и 4 из 6 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} =$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \quad (\text{см. п. 1}),$$

$$\mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} =$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} =$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 7 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 6).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 =$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 66 винтовок, из них 11 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.08. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 8 белых шаров и 8 черных;

2-й ящик: 6 белых шаров и 14 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 3 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.440. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила 14 требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.440$, $q = 1 - p = 0.560$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила 18, $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу 22 $M(X) = np =$

По правилу 19, $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу 22: $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 3 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.42. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 4110 и 4316.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.42$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.58$, $k_1 = 4110$, $k_2 = 4316$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(4110, 4316) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(4110, 4316) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 3 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0008. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 6 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0008 = 8.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0008$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 6$ — число успехов.

Поэтому $P_6 = \frac{8.0^6 \cdot e^{-8.0}}{6!} =$.

Выборочная проверка вариант 3 задача 7

формат 1.23, $P_6 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.430$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 403 и 457 (вероятность P_1)
- 2) между 390 и 470 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	1	3	5	8	10	12	Σ
вероятность p_i	0.047	0.164	0.207	0.401	0.158	0.023	1.000

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$,
 дисперсию $\mathbb{D}(X)$,
 среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X) &= x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n = \\ &= \dots \end{aligned}$$

По ф-ле правила [19](#), $\mathbb{D}(X) = \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = M(X^2) - (6.638)^2$, где

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X^2) &= x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n = \\ &= \dots \end{aligned}$$

Значит,

$$\begin{aligned} \mathbb{D}(X) &= \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = \dots - \dots = \dots, \\ \sigma(X) &= \sqrt{\mathbb{D}(X)} = \dots \end{aligned}$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 9

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $0.7 \leq x \leq 4.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.7)$ попадания в интервал $1.2 \leq x \leq 3.7$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 0.7$ и $b = 4.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

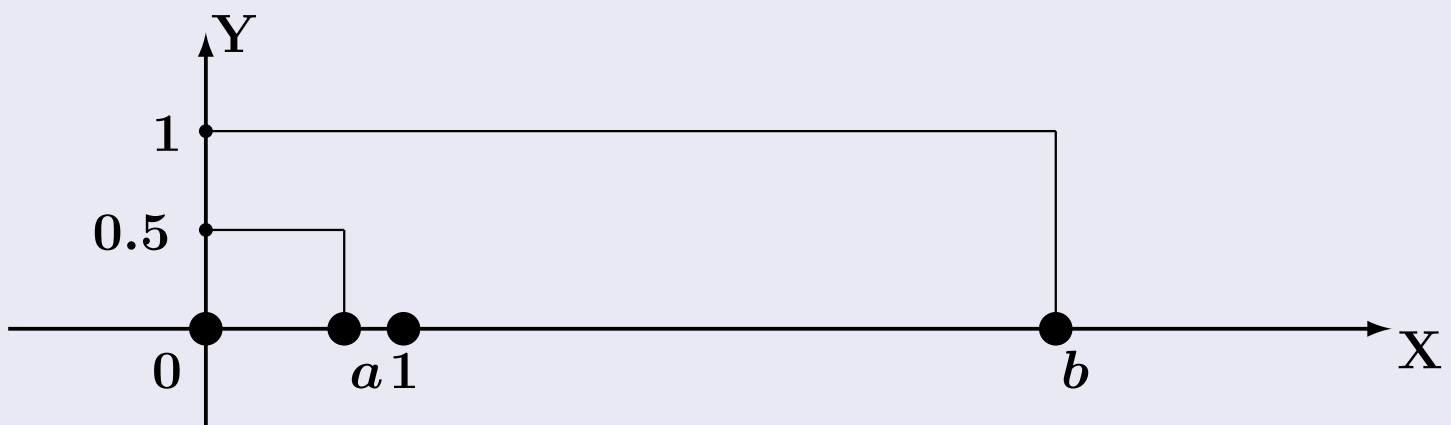


Рис.: Графики функций f и F :

$$\mathbb{M}(X) = \quad , \quad \mathbb{D}(X) = \quad ,$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} = \quad ,$$

$$\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.7) = F(3.7) - F(1.2) =$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.7) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.7$, $\sigma = 1.8$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(0.8 \leq X \leq 3.9)$ попадания в интервал $0.8 \leq x \leq 3.9$.

Решение

Согласно правилу **36**,

$$\text{плотность } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \quad dx,$$

$$\mathbb{M}(X) = \quad, \quad \mathbb{D}(X) = \quad.$$

Согласно правилу **37**,

$$\mathbb{P}(0.8 \leq X \leq 3.9) = \int_{0.8}^{3.9} f(x)dx =$$

$$=$$

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. **32**,

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad.$$

Поэтому $\mathbb{P}(0.8 \leq X \leq 3.9) =$.

Выборочная проверка вариант 3 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	2	4	5	7
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
13	0.06	0.04	0.05	0.25
19	0.10	0.10	0.20	0.20

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	13	19
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	2	4	5	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	13	19
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	2	4	5	7
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=5}$ и $Y|_{X=13}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=13=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	13	19
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=13=x_1}$	2	4	5	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	13	19
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=13=x_1}$	2	4	5	7
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$

$\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$

$\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$

$\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$

Выборочная проверка вариант 3 задача 13

формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.4 \cdot x + 1.6 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_1^3 \int_2^6 C(0.4 \cdot x + 1.6 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_1^3 \int_2^6 C(0.4x + 1.6y) dx dy = C \int_1^3 \left(\int_2^6 (0.4x + 1.6y) dx \right) dy =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

Значит, $C = 1, C =$

$$f(x, y) = * (0.4 \cdot x + 1.6 \cdot y) = \underbrace{\hspace{2cm}}_A x + \underbrace{\hspace{2cm}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 3 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $2 \leq x \leq 6$, то

$$f_1(x) = \int_1^3 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=1}^{y=3} =$$

$$=$$

и если $1 \leq y \leq 3$, то

$$f_2(y) = \int_2^6 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=2}^{x=6} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_1} \cdot x + \underbrace{}_{B_1}, & \text{если } 2 \leq x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x < 2 \text{ или } x > 6, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_2} \cdot y + \underbrace{}_{B_2}, & \text{если } 1 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{если } y < 1 \text{ или } y > 3. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_2^6 x \cdot (x + \quad) dx = \int_2^6 (x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_1^3 y \cdot (y + \quad) dy = \int_1^3 (y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_2^6 x^2 \cdot (x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_2^6 (x^3 + \quad x^2) dx - \quad = \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^6 - \quad =$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_1^3 y^2 \cdot (y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_1^3 (y^3 + \quad y^2) dy - \quad = \left(\frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^3 - \quad =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 3 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}}$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_1^3 \int_2^6 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_1^3 \int_2^6 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_1^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=6} dy = \\ &= \int_1^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=6} dy = \int_1^3 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^3 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 1. $6! = \dots$ $A_{11}^6 = \dots$ $C_{11}^6 = \dots$

Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) = \dots$ $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \dots$

Задача 3. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_1) = \dots$

Задача 4. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_2) = \dots$

Задача 5. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$

Задача 6. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $P = \dots$

Задача 7. $P_4 = \dots$

Задача 8. $P_1 = \dots$ $P_2 = \dots$

Задача 9. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$

Задача 10. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.7) = \dots$

Задача 11. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $\mathbb{P}(0.8 \leq X \leq 3.9) = \dots$

Задача 12. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{M}(Y) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(Y) = \dots$

Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) = \dots$ $\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) = \dots$
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) = \dots$ $\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) = \dots$

Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$

Задача 15. $C = \dots$, $f(x, y) = \dots \cdot x + \dots$

Задача 16. $f_1(x) = \dots \cdot x + \dots$, $f_2(y) = \dots \cdot y + \dots$
 $\mathbb{M}(X) = \dots$, $\mathbb{M}(Y) = \dots$, $\mathbb{D}(X) = \dots$, $\mathbb{D}(Y) = \dots$

Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 4

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $5!$, A_{10}^4 , C_{10}^4 .

Решение

$$5! =$$

$$A_{10}^4 =$$

$$C_{10}^4 =$$



Выборочная проверка вариант 4 задача 1

формат $abcd$, $5! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{10}^4 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{10}^4 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 11 белых и 4 черных шаров. Наудачу извлекается 5 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 5 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 5$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 5 шаров из общего числа 15. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{15}^5 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 11 белых и 2 из 4 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 5 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 4).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 45 винтовок, из них 10 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.05. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 10 белых шаров и 7 черных;

2-й ящик: 6 белых шаров и 9 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 4 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.400. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила 14 требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.400$, $q = 1 - p = 0.600$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила 18, $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу 22 $M(X) = np =$

По правилу 19, $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу 22: $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 4 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.35. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3425 и 3604.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.35$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.65$, $k_1 = 3425$, $k_2 = 3604$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(3425, 3604) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{ и } \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(3425, 3604) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 4 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0006. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 4 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0006 = 6.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0006$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 4$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_4 = \frac{6.0^4 \cdot e^{-6.0}}{4!} =$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 7

формат 1.23, $P_4 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.390$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 365 и 415 (вероятность P_1)
- 2) между 353 и 427 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	1	3	6	7	9	12	Σ
вероятность p_i	0.073	0.221	0.231	0.345	0.116	0.014	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (5.749)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$=$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $1.7 \leq x \leq 3.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.0)$ попадания в интервал $1.9 \leq x \leq 3.0$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 1.7$ и $b = 3.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

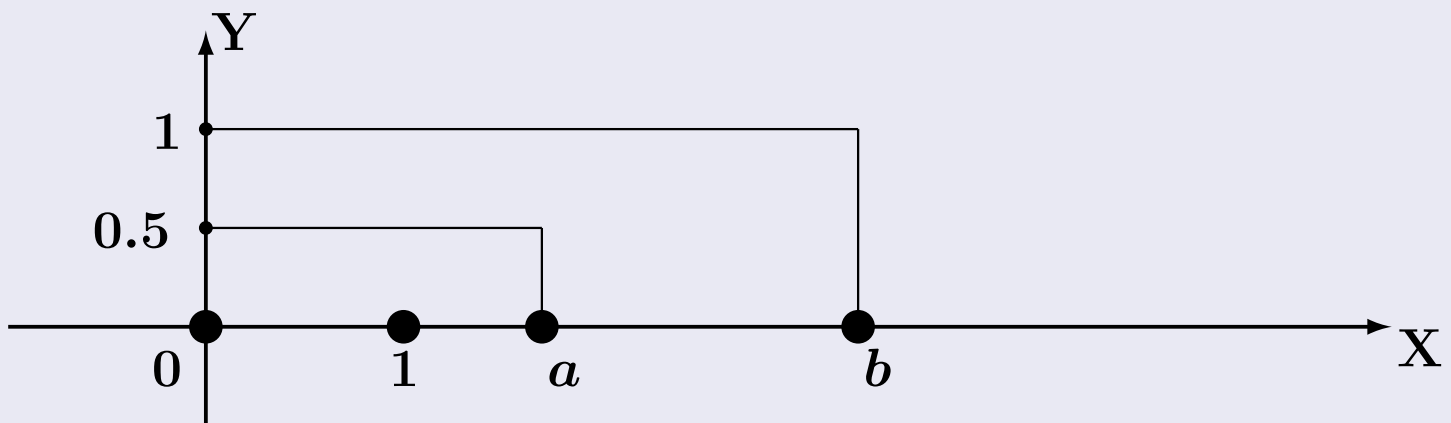


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.0) = F(3.0) - F(1.9) =$

Выборочная проверка вариант 4 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.0) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.7$, $\sigma = 0.8$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.8 \leq X \leq 3.2)$ попадания в интервал $1.8 \leq x \leq 3.2$.

Решение

Согласно правилу **36**,

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x dx,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу **37**,

$$\mathbb{P}(1.8 \leq X \leq 3.2) = \int_{1.8}^{3.2} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. **32**,

$\Phi() =$ и $\Phi() =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.8 \leq X \leq 3.2) =$.

Выборочная проверка вариант 4 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	1	3	6	7
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
11	0.04	0.06	0.10	0.20
19	0.14	0.06	0.20	0.20

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	11	19
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	1	3	6	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	11	19
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	1	3	6	7
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=11}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=11=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	11	19
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}} \text{ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.}$$

значение y_j случайной величины $Y _{X=11=x_1}$	1	3	6	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} \text{ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.}$$

$$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} = \quad , \quad p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$$

$$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$$

$$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$$

$$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$$

$$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$$

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	11	19
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=11=x_1}$	1	3	6	7
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$ _____ .

Выборочная проверка вариант 4 задача 13

- формат 1.23,** $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23,** $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23,** $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23,** $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$ введи [Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.4 \cdot x + 0.6 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_2^3 \int_1^5 C(0.4 \cdot x + 0.6 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_2^3 \int_1^5 C(0.4x + 0.6y) dx dy = C \int_2^3 \left(\int_1^5 (0.4x + 0.6y) dx \right) dy =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

Значит, $C = 1, C =$

$$f(x, y) = * (0.4 \cdot x + 0.6 \cdot y) = \underbrace{}_A x + \underbrace{}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 4 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $A =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $B =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила 41, если $1 \leq x \leq 5$, то

$$f_1(x) = \int_2^3 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=2}^{y=3} =$$

$$=$$

и если $2 \leq y \leq 3$, то

$$f_2(y) = \int_1^5 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=1}^{x=5} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{A_1}_{A_1} \cdot x + \underbrace{B_1}_{B_1}, & \text{если } 1 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{если } x < 1 \text{ или } x > 5, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{A_2}_{A_2} \cdot y + \underbrace{B_2}_{B_2}, & \text{если } 2 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{если } y < 2 \text{ или } y > 3. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_1^5 x \cdot (\quad x + \quad) dx = \int_1^5 (\quad x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_2^3 y \cdot (\quad y + \quad) dy = \int_2^3 (\quad y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_1^5 x^2 \cdot (\quad x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_1^5 (\quad x^3 + \quad x^2) dx - = \left(\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^5 - =$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_2^3 y^2 \cdot (\quad y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_2^3 (\quad y^3 + \quad y^2) dy - = \left(\quad \frac{y^4}{4} + \quad \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^3 - =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 4 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи [15](#):

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи [15](#). Для вычисления корреляции используем правило [29](#).

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}}$$

где, по формуле правила [42](#),

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_2^3 \int_1^5 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_2^3 \int_1^5 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_2^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=5} dy = \\ &= \int_2^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=5} dy = \int_2^3 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^3 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $5! =$. $A_{10}^4 =$. $C_{10}^4 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.0) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(1.8 \leq X \leq 3.2) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 5

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $6!$, A_9^5 , C_9^5 .

Решение

$$6! =$$

$$A_9^5 =$$

$$C_9^5 =$$



Выборочная проверка вариант 5 задача 1

формат $abcd$, $6! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_9^5 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_9^5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 10 белых и 5 черных шаров. Наудачу извлекается 6 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 6 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 6$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 6 шаров из общего числа 15. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{15}^6 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 10 белых и 3 из 5 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 6 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 5).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 56 винтовок, из них 9 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.06. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найти вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найти вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 10 белых шаров и 7 черных;

2-й ящик: 6 белых шаров и 12 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 5 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.360. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.360$, $q = 1 - p = 0.640$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу [22](#) $M(X) = np =$

По правилу [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 5 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.36. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3510 и 3695.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.36$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.64$, $k_1 = 3510$, $k_2 = 3695$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(3510, 3695) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(3510, 3695) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 5 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0007. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 5 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0007 = 7.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0007$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 5$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_5 = \frac{7.0^5 \cdot e^{-7.0}}{5!} =$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 7

формат 1.23, $P_5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.400$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 375 и 425 (вероятность P_1)
- 2) между 361 и 439 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq = .$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	1	3	6	7	10	13	Σ
вероятность p_i	0.104	0.275	0.245	0.287	0.081	0.008	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (5.322)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = \quad - \quad = \quad ,$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $0.7 \leq x \leq 3.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.0)$ попадания в интервал $1.2 \leq x \leq 3.0$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 0.7$ и $b = 3.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

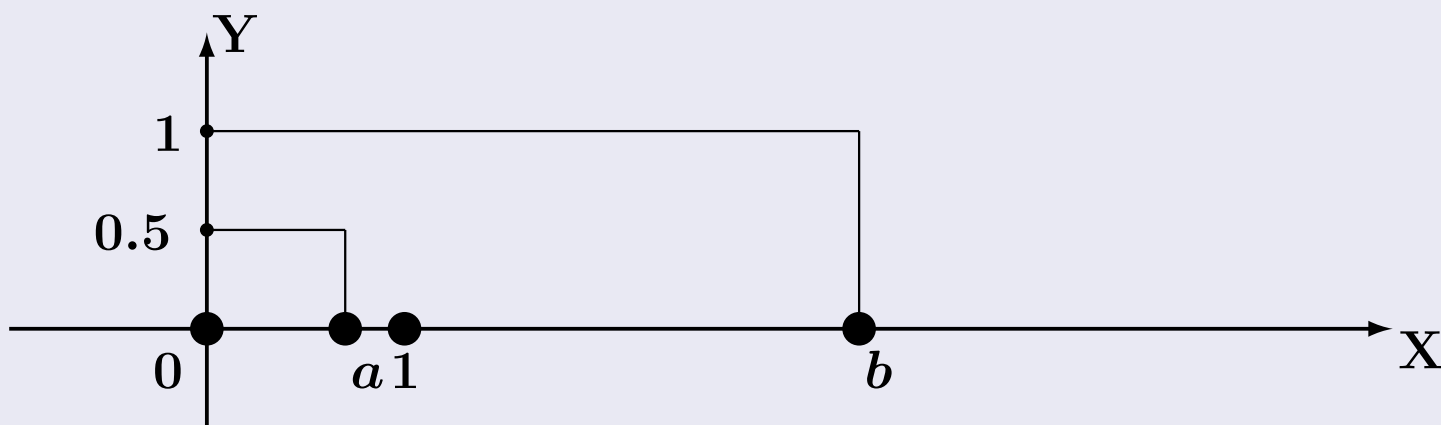


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.0) = F(3.0) - F(1.2) =$

Выборочная проверка вариант 5 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.0) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.7$, $\sigma = 1.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.1 \leq X \leq 3.2)$ попадания в интервал $1.1 \leq x \leq 3.2$.

Решение

Согласно правилу **36**,

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \quad dx ,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу **37**,

$$\mathbb{P}(1.1 \leq X \leq 3.2) = \int_{1.1}^{3.2} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. **32**,

$\Phi(\quad) =$ и $\Phi(\quad) =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.1 \leq X \leq 3.2) =$.

Выборочная проверка вариант 5 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	2	3	6	7
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
12	0.06	0.04	0.10	0.20
19	0.14	0.06	0.20	0.20

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	12	19
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	2	3	6	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	12	19
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	2	3	6	7
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=6}$ и $Y|_{X=12}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=12=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	12	19
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=12=x_1}$	2	3	6	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	12	19
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=12=x_1}$	2	3	6	7
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ _____ .

Выборочная проверка вариант 5 задача 13

- формат 1.23,** $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23,** $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23,** $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23,** $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи [Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_2^3 \int_2^5 C(0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_2^3 \int_2^5 C(0.4x + 1.1y) dx dy = C \int_2^3 \left(\int_2^5 (0.4x + 1.1y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_2^3 (0.2x^2 + 1.1xy) dy =$$

$$= C \left(0.2xy^2 + 0.55xy^2 \right) \Big|_2^3 =$$

$$= C \left(0.2 \cdot 3 \cdot 3^2 + 0.55 \cdot 3 \cdot 3^2 - 0.2 \cdot 2 \cdot 2^2 - 0.55 \cdot 2 \cdot 2^2 \right) =$$

$$= C \left(5.4 + 5.925 - 0.8 - 2.2 \right) =$$

$$= C \cdot 8.525 = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{8.525} = \frac{100}{852.5} = \frac{200}{1705} = \frac{40}{341}$$

$$= \frac{40}{341} \cdot (0.4x + 1.1y) =$$

Значит, $f(x, y) = \frac{40}{341} \cdot (0.4x + 1.1y)$,

$$f(x, y) = \frac{40}{341} \cdot (0.4x + 1.1y) = \underbrace{\frac{16}{341}}_A x + \underbrace{\frac{44}{341}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{16}{341} x + \frac{44}{341} y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 5 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $2 \leq x \leq 5$, то

$$f_1(x) = \int_2^3 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=2}^{y=3} =$$

$$=$$

и если $2 \leq y \leq 3$, то

$$f_2(y) = \int_2^5 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=2}^{x=5} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_1} \cdot x + \underbrace{}_{B_1}, & \text{если } 2 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{если } x < 2 \text{ или } x > 5, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_2} \cdot y + \underbrace{}_{B_2}, & \text{если } 2 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{если } y < 2 \text{ или } y > 3. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_2^5 x \cdot (x + \quad) dx = \int_2^5 (x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_2^3 y \cdot (y + \quad) dy = \int_2^3 (y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_2^5 x^2 \cdot (x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_2^5 (x^3 + \quad x^2) dx - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^5 =$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_2^3 y^2 \cdot (y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_2^3 (y^3 + \quad y^2) dy - \left(\frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^3 =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 5 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}}$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_2^3 \int_2^5 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_2^3 \int_2^5 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_2^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=5} dy = \\ &= \int_2^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=5} dy = \int_2^3 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^3 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 1. $6! = \dots$ $A_9^5 = \dots$ $C_9^5 = \dots$

Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) = \dots$ $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \dots$

Задача 3. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_1) = \dots$

Задача 4. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_2) = \dots$

Задача 5. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$

Задача 6. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $P = \dots$

Задача 7. $P_4 = \dots$

Задача 8. $P_1 = \dots$ $P_2 = \dots$

Задача 9. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$

Задача 10. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.0) = \dots$

Задача 11. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $\mathbb{P}(1.1 \leq X \leq 3.2) = \dots$

Задача 12. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{M}(Y) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(Y) = \dots$

Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) = \dots$ $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) = \dots$
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) = \dots$ $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) = \dots$

Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$

Задача 15. $C = \dots$ $f(x, y) = \dots \cdot x + \dots$

Задача 16. $f_1(x) = \dots \cdot x + \dots$ $f_2(y) = \dots \cdot y + \dots$
 $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{M}(Y) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(Y) = \dots$

Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 6

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $5!$, A_{12}^5 , C_{12}^5 .

Решение

$$5! =$$

$$A_{12}^5 =$$

$$C_{12}^5 =$$



Выборочная проверка вариант 6 задача 1

формат $abcd$, $5! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{12}^5 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{12}^5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 13 белых и 5 черных шаров. Наудачу извлекается 6 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 6 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 6$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 6 шаров из общего числа 18. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{18}^6 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 13 белых и 3 из 5 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 6 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 5).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 55 винтовок, из них 12 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.06. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найти вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найти вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 10 белых шаров и 8 черных;

2-й ящик: 6 белых шаров и 11 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 6 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.480. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.480$, $q = 1 - p = 0.520$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу [22](#) $M(X) = np =$

По правилу [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 6 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.40. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3925 и 4125.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.40$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.60$, $k_1 = 3925$, $k_2 = 4125$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(3925, 4125) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{ и } \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(3925, 4125) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 6 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0007. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 5 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0007 = 7.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0007$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 5$ — число успехов.

Поэтому $P_5 = \frac{7.0^5 \cdot e^{-7.0}}{5!} =$.

Выборочная проверка вариант 6 задача 7

формат 1.23, $P_5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.420$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 393 и 447 (вероятность P_1)
- 2) между 382 и 458 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	1	3	6	8	9	12	Σ
вероятность p_i	0.025	0.106	0.175	0.449	0.207	0.038	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (7.304)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $1.7 \leq x \leq 4.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.7)$ попадания в интервал $1.9 \leq x \leq 3.7$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 1.7$ и $b = 4.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

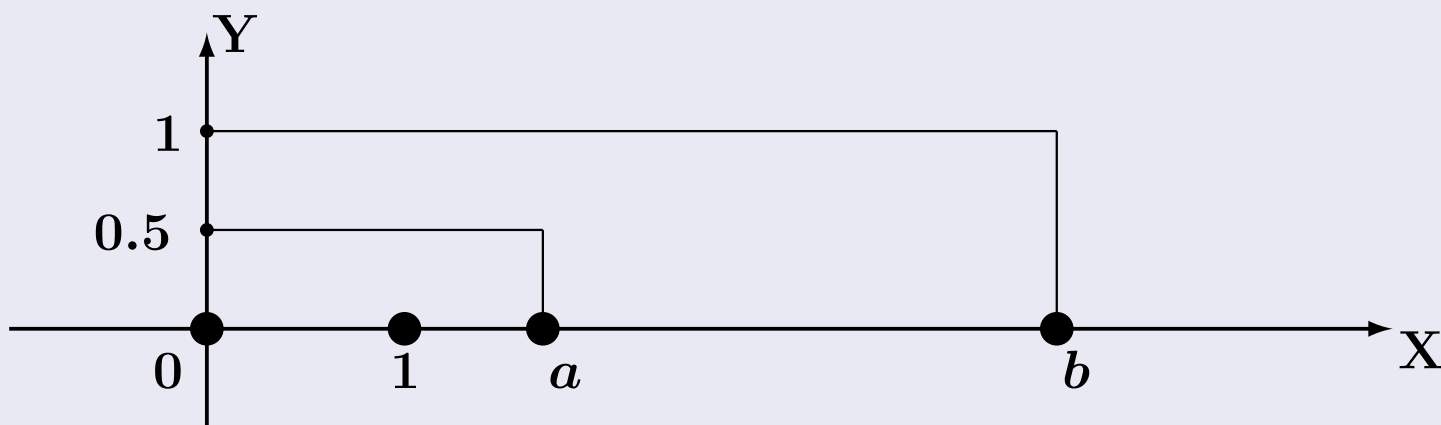


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.7) = F(3.7) - F(1.9) =$

Выборочная проверка вариант 6 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.7) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.7$, $\sigma = 1.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.5 \leq X \leq 3.9)$ попадания в интервал $1.5 \leq x \leq 3.9$.

Решение

Согласно правилу [36](#),

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \quad dx,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу [37](#),

$$\mathbb{P}(1.5 \leq X \leq 3.9) = \int_{1.5}^{3.9} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. [32](#),

$\Phi(\quad) =$ и $\Phi(\quad) =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.5 \leq X \leq 3.9) =$.

Выборочная проверка вариант 6 задача 11

[формат 1.23](#), $x_1 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $x_2 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	1	4	6	7
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
12	0.04	0.06	0.05	0.25
19	0.14	0.06	0.20	0.20

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	12	19
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	1	4	6	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	12	19
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	1	4	6	7
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=6}$ и $Y|_{X=12}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=12=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	12	19
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=12=x_1}$	1	4	6	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	12	19
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=12=x_1}$	1	4	6	7
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$$\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$$

,

$$\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$$

,

$$\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$$

,

$$\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$$

.

Выборочная проверка вариант 6 задача 13

формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_2^3 \int_1^6 C(0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_2^3 \int_1^6 C(0.4x + 1.1y) dx dy = C \int_2^3 \left(\int_1^6 (0.4x + 1.1y) dx \right) dy =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

Значит, $C = 1, C =$

$$f(x, y) = * (0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y) = \underbrace{}_A x + \underbrace{}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 6 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $1 \leq x \leq 6$, то

$$f_1(x) = \int_2^3 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=2}^{y=3} =$$

$$=$$

и если $2 \leq y \leq 3$, то

$$f_2(y) = \int_1^6 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=1}^{x=6} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_1} \cdot x + \underbrace{}_{B_1}, & \text{если } 1 \leq x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x < 1 \text{ или } x > 6, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_2} \cdot y + \underbrace{}_{B_2}, & \text{если } 2 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{если } y < 2 \text{ или } y > 3. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_1^6 x \cdot (x + \quad) dx = \int_1^6 (x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_2^3 y \cdot (y + \quad) dy = \int_2^3 (y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_1^6 x^2 \cdot (x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_1^6 (x^3 + \quad x^2) dx - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^6 -$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_2^3 y^2 \cdot (y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_2^3 (y^3 + \quad y^2) dy - \left(\frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^3 -$$

=

.

Выборочная проверка вариант 6 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи [15](#):

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$\mathbb{M}(X) = \quad, \quad \mathbb{M}(Y) = \quad, \quad \mathbb{D}(X) = \quad, \quad \mathbb{D}(Y) =$$

берем из задачи [15](#). Для вычисления корреляции используем правило [29](#).

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}}$$

где, по формуле правила [42](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \int_2^3 \int_1^6 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_2^3 \int_1^6 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_2^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=6} dy = \\ &= \int_2^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=6} dy = \int_2^3 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^3 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 17

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $5! =$. $A_{12}^5 =$. $C_{12}^5 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.7) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(1.5 \leq X \leq 3.9) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 7

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $6!$, A_{11}^6 , C_{11}^6 .

Решение

$$6! =$$

$$A_{11}^6 =$$

$$C_{11}^6 =$$



Выборочная проверка вариант 7 задача 1

формат $abcd$, $6! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{11}^6 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{11}^6 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 12 белых и 6 черных шаров. Наудачу извлекается 7 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 7 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 7$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 7 шаров из общего числа 18. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{18}^7 =$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) =$$

(извлекаем 3 шара из 12 белых и 4 из 6 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} =$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \quad (\text{см. п. 1}),$$

$$\mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} =$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} =$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 7 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 6).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 =$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 66 винтовок, из них 11 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.08. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 10 белых шаров и 8 черных;

2-й ящик: 6 белых шаров и 14 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 7 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.440. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.440$, $q = 1 - p = 0.560$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
=

Точное значение по правилу [22](#) $M(X) = np =$

По правилу [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 7 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.42. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 4110 и 4316.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.42$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.58$, $k_1 = 4110$, $k_2 = 4316$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(4110, 4316) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(4110, 4316) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 7 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0008. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 6 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0008 = 8.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0008$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 6$ — число успехов.

Поэтому $P_6 = \frac{8.0^6 \cdot e^{-8.0}}{6!} =$.

Выборочная проверка вариант 7 задача 7

формат 1.23, $P_6 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.430$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 403 и 457 (вероятность P_1)
- 2) между 390 и 470 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	1	3	6	8	10	13	Σ
вероятность p_i	0.047	0.164	0.207	0.401	0.158	0.023	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (6.868)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $0.7 \leq x \leq 4.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.7)$ попадания в интервал $1.2 \leq x \leq 3.7$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 0.7$ и $b = 4.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

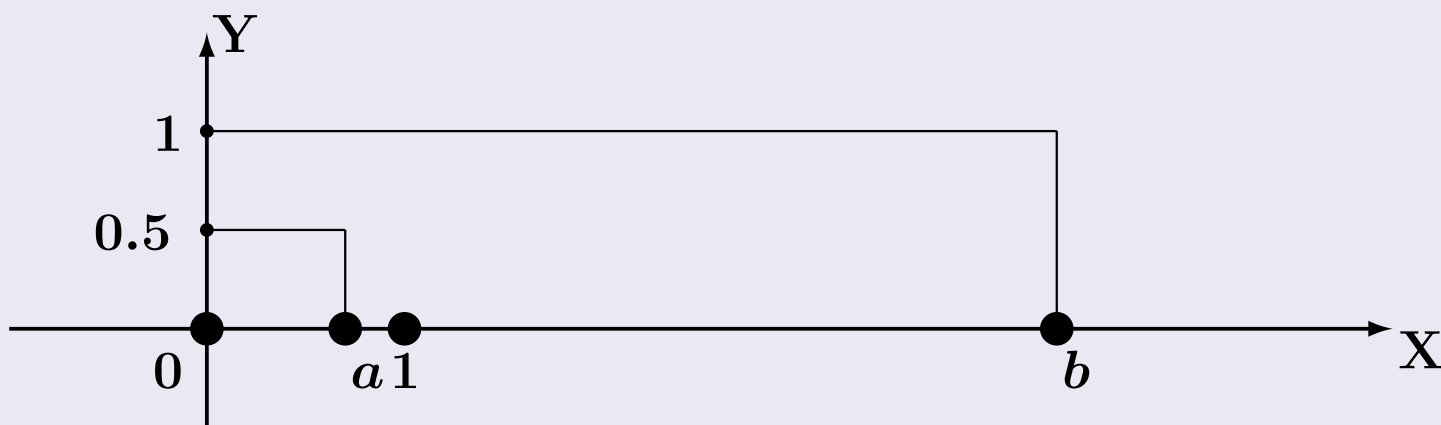


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.7) = F(3.7) - F(1.2) =$

Выборочная проверка вариант 7 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.7) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.7$, $\sigma = 1.8$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(0.8 \leq X \leq 3.9)$ попадания в интервал $0.8 \leq x \leq 3.9$.

Решение

Согласно правилу [36](#),

$$\text{плотность } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \quad dx,$$

$$\mathbb{M}(X) = \quad , \quad \mathbb{D}(X) = \quad .$$

Согласно правилу [37](#),

$$\mathbb{P}(0.8 \leq X \leq 3.9) = \int_{0.8}^{3.9} f(x)dx =$$

$$=$$

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad .$$

Поэтому $\mathbb{P}(0.8 \leq X \leq 3.9) =$.

Выборочная проверка вариант 7 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	2	4	6	7
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
13	0.06	0.04	0.05	0.25
19	0.14	0.06	0.20	0.20

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	13	19
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	2	4	6	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	13	19
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	2	4	6	7
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=6}$ и $Y|_{X=13}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=13=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	13	19
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}} \text{ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.}$$

значение y_j случайной величины $Y _{X=13=x_1}$	2	4	6	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} \text{ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.}$$

$$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} = \quad , \quad p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$$

$$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$$

$$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$$

$$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$$

$$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$$

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	13	19
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=13=x_1}$	2	4	6	7
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$

$\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$

$\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$

$\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$

Выборочная проверка вариант 7 задача 13

формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.4 \cdot x + 1.6 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_2^3 \int_2^6 C(0.4 \cdot x + 1.6 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_2^3 \int_2^6 C(0.4x + 1.6y) dx dy = C \int_2^3 \left(\int_2^6 (0.4x + 1.6y) dx \right) dy =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

Значит, $C = 1, C =$

$$f(x, y) = * (0.4 \cdot x + 1.6 \cdot y) = \underbrace{\hspace{2cm}}_A x + \underbrace{\hspace{2cm}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Выборочная проверка вариант 7 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $A =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $B =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) →

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $2 \leq x \leq 6$, то

$$f_1(x) = \int_2^3 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=2}^{y=3} =$$

$$=$$

и если $2 \leq y \leq 3$, то

$$f_2(y) = \int_2^6 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=2}^{x=6} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{x}_{A_1} + \underbrace{y}_{B_1}, & \text{если } 2 \leq x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x < 2 \text{ или } x > 6, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{x}_{A_2} + \underbrace{y}_{B_2}, & \text{если } 2 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{если } y < 2 \text{ или } y > 3. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_2^6 x \cdot (x + \quad) dx = \int_2^6 (x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_2^3 y \cdot (y + \quad) dy = \int_2^3 (y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_2^6 x^2 \cdot (x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_2^6 (x^3 + \quad x^2) dx - \quad = \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^6 - \quad =$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_2^3 y^2 \cdot (y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_2^3 (y^3 + \quad y^2) dy - \quad = \left(\frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^3 - \quad =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 7 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.4 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи [15](#):

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$\mathbb{M}(X) = \quad, \quad \mathbb{M}(Y) = \quad, \quad \mathbb{D}(X) = \quad, \quad \mathbb{D}(Y) =$$

берем из задачи [15](#). Для вычисления корреляции используем правило [29](#).

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где, по формуле правила [42](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \int_2^3 \int_2^6 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_2^3 \int_2^6 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_2^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=6} dy = \\ &= \int_2^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=6} dy = \int_2^3 (y + y^2) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^3 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 17

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 1. $6! = \dots$ $A_{11}^6 = \dots$ $C_{11}^6 = \dots$

Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) = \dots$ $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \dots$

Задача 3. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_1) = \dots$

Задача 4. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_2) = \dots$

Задача 5. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$

Задача 6. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $P = \dots$

Задача 7. $P_4 = \dots$

Задача 8. $P_1 = \dots$ $P_2 = \dots$

Задача 9. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$

Задача 10. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.7) = \dots$

Задача 11. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $\mathbb{P}(0.8 \leq X \leq 3.9) = \dots$

Задача 12. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{M}(Y) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(Y) = \dots$

Задача 13. $\mathbb{M}(X|Y=6=y_3) = \dots$ $\mathbb{M}(Y|X=13=x_1) = \dots$
 $\mathbb{D}(X|Y=6=y_3) = \dots$ $\mathbb{D}(Y|X=13=x_1) = \dots$

Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$

Задача 15. $C = \dots$ $f(x, y) = \dots \cdot x + \dots$

Задача 16. $f_1(x) = \dots \cdot x + \dots$ $f_2(y) = \dots \cdot y + \dots$

$\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{M}(Y) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(Y) = \dots$

Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 8

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $5!$, A_{11}^4 , C_{11}^4 .

Решение

$$5! =$$

$$A_{11}^4 =$$

$$C_{11}^4 =$$



Выборочная проверка вариант 8 задача 1

формат $abcd$, $5! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{11}^4 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{11}^4 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 12 белых и 4 черных шаров. Наудачу извлекается 5 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 5 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 5$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 5 шаров из общего числа 16. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{16}^5 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 12 белых и 2 из 4 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 5 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 4).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 45 винтовок, из них 11 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.05. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найти вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найти вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 8 белых шаров и 9 черных;

2-й ящик: 8 белых шаров и 9 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [18](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 8 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.440. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.440$, $q = 1 - p = 0.560$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу [22](#) $M(X) = np =$

По правилу [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 8 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.36. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3525 и 3714.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.36$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.64$, $k_1 = 3525$, $k_2 = 3714$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(3525, 3714) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(3525, 3714) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 8 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0007. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 4 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0007 = 7.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0007$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 4$ — число успехов.

Поэтому $P_4 = \frac{7.0^4 \cdot e^{-7.0}}{4!} =$.

Выборочная проверка вариант 8 задача 7

формат 1.23, $P_4 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.400$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 374 и 426 (вероятность P_1)
- 2) между 363 и 437 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	1	4	5	7	9	11	Σ
вероятность p_i	0.047	0.164	0.207	0.401	0.158	0.023	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (6.220)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $1.7 \leq x \leq 3.3$.
 Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.
 Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.
 Найти вероятность $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.0)$ попадания в интервал $1.9 \leq x \leq 3.0$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 1.7$ и $b = 3.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

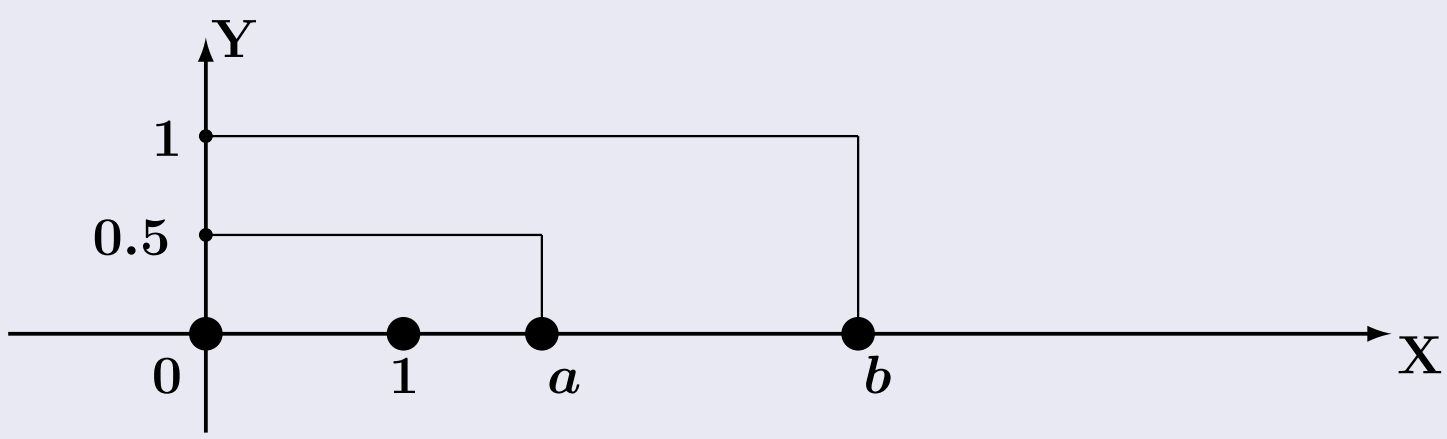


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.0) = F(3.0) - F(1.9) =$

Выборочная проверка вариант 8 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.0) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.7$, $\sigma = 0.8$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.8 \leq X \leq 3.2)$ попадания в интервал $1.8 \leq x \leq 3.2$.

Решение

Согласно правилу [36](#),

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \quad dx ,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу [37](#),

$$\mathbb{P}(1.8 \leq X \leq 3.2) = \int_{1.8}^{3.2} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. [32](#),

$\Phi(\quad) =$ и $\Phi(\quad) =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.8 \leq X \leq 3.2) =$.

Выборочная проверка вариант 8 задача 11

[формат 1.23](#), $x_1 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $x_2 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	1	3	5	8
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
11	0.04	0.06	0.10	0.20
18	0.10	0.10	0.20	0.20

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	11	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	1	3	5	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	11	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	1	3	5	8
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=11}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=11=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	11	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=11=x_1}$	1	3	5	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	11	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=11=x_1}$	1	3	5	8
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$,
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$,
 $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$,
 $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$.

Выборочная проверка вариант 8 задача 13

- формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$ введи [Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_1^4 \int_1^5 C(0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_1^4 \int_1^5 C(0.9x + 0.6y) dx dy = C \int_1^4 \left(\int_1^5 (0.9x + 0.6y) dx \right) dy =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

Значит, $C = 1, C =$

$$f(x, y) = * (0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y) = \underbrace{\hspace{2cm}}_A x + \underbrace{\hspace{2cm}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 8 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $1 \leq x \leq 5$, то

$$f_1(x) = \int_1^4 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=1}^{y=4} =$$

$$=$$

и если $1 \leq y \leq 4$, то

$$f_2(y) = \int_1^5 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=1}^{x=5} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{x}_{A_1} + \underbrace{y}_{B_1}, & \text{если } 1 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{если } x < 1 \text{ или } x > 5, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{y}_{A_2} + \underbrace{x}_{B_2}, & \text{если } 1 \leq y \leq 4, \\ 0, & \text{если } y < 1 \text{ или } y > 4. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_1^5 x \cdot (x + \quad) dx = \int_1^5 (x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_1^4 y \cdot (y + \quad) dy = \int_1^4 (y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_1^5 x^2 \cdot (x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_1^5 (x^3 + \quad x^2) dx - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^5 =$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_1^4 y^2 \cdot (y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_1^4 (y^3 + \quad y^2) dy - \left(\frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^4 =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 8 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$\mathbb{M}(X) = \quad, \quad \mathbb{M}(Y) = \quad, \quad \mathbb{D}(X) = \quad, \quad \mathbb{D}(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}}$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \int_1^4 \int_1^5 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_1^4 \int_1^5 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_1^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=5} dy = \\ &= \int_1^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=5} dy = \int_1^4 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^4 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 17

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $5! = \dots$ $A_{11}^4 = \dots$ $C_{11}^4 = \dots$
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) = \dots$ $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \dots$
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_1) = \dots$
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_2) = \dots$
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$
- Задача 6. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $P = \dots$
- Задача 7. $P_4 = \dots$
- Задача 8. $P_1 = \dots$ $P_2 = \dots$
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.0) = \dots$
- Задача 11. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $\mathbb{P}(1.8 \leq X \leq 3.2) = \dots$
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{M}(Y) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(Y) = \dots$
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) = \dots$ $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) = \dots$
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) = \dots$ $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) = \dots$
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$
- Задача 15. $C = \dots$ $f(x, y) = \dots \cdot x + \dots$
- Задача 16. $f_1(x) = \dots \cdot x + \dots$ $f_2(y) = \dots \cdot y + \dots$
 $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{M}(Y) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(Y) = \dots$
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 9

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $6!$, A_{10}^5 , C_{10}^5 .

Решение

$$6! =$$

$$A_{10}^5 =$$

$$C_{10}^5 =$$



Выборочная проверка вариант 9 задача 1

формат $abcd$, $6! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{10}^5 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{10}^5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 11 белых и 5 черных шаров. Наудачу извлекается 6 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 6 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 6$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 6 шаров из общего числа 16. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{16}^6 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 11 белых и 3 из 5 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 6 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 5).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 56 винтовок, из них 10 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.06. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 8 белых шаров и 9 черных;

2-й ящик: 8 белых шаров и 12 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 9 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.400. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.400$, $q = 1 - p = 0.600$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
=

Точное значение по правилу [22](#) $M(X) = np =$

По правилу [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 9 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.38. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3710 и 3905.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.38$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.62$, $k_1 = 3710$, $k_2 = 3905$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(3710, 3905) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{ и } \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(3710, 3905) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 9 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0007. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 5 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0007 = 7.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0007$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 5$ — число успехов.

Поэтому $P_5 = \frac{7.0^5 \cdot e^{-7.0}}{5!} =$.

Выборочная проверка вариант 9 задача 7

формат 1.23, $P_5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.410$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 384 и 436 (вероятность P_1)
- 2) между 371 и 449 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	1	4	5	7	10	12	Σ
вероятность p_i	0.073	0.221	0.231	0.345	0.116	0.014	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
 дисперсию $D(X)$,
 среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$\begin{aligned}
 M(X) &= x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n = \\
 &= \dots = \dots
 \end{aligned}$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (5.855)^2$, где

$$\begin{aligned}
 M(X^2) &= x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n = \\
 &= \dots = \dots
 \end{aligned}$$

Значит,

$$\begin{aligned}
 D(X) &= M(X^2) - (M(X))^2 = \dots - \dots = \dots, \\
 \sigma(X) &= \sqrt{D(X)} = \dots
 \end{aligned}$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $0.7 \leq x \leq 3.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.0)$ попадания в интервал $1.2 \leq x \leq 3.0$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 0.7$ и $b = 3.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

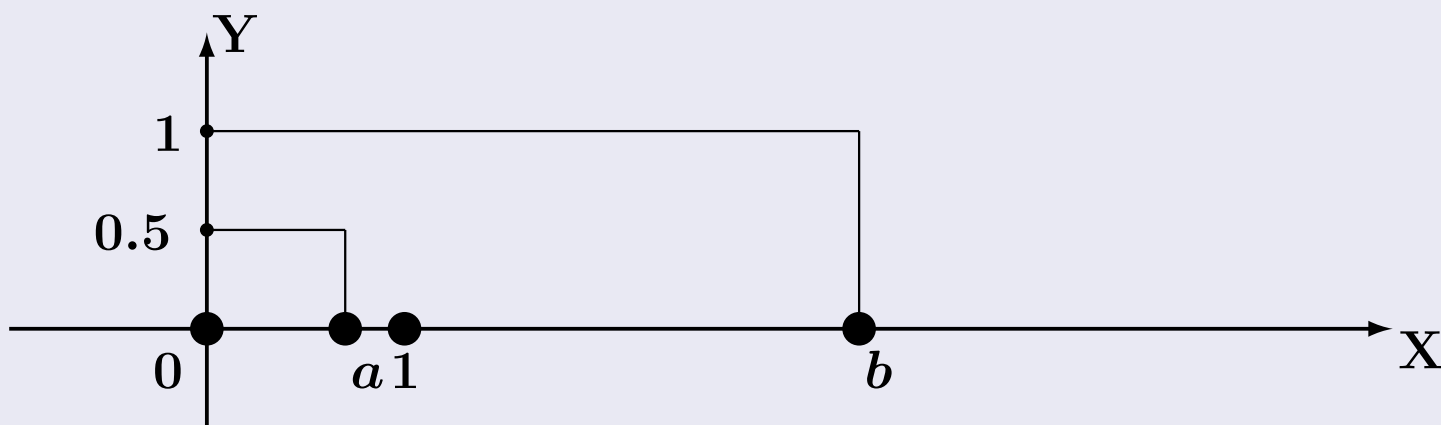


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.0) = F(3.0) - F(1.2) =$

Выборочная проверка вариант 9 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.0) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.7$, $\sigma = 1.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.1 \leq X \leq 3.2)$ попадания в интервал $1.1 \leq x \leq 3.2$.

Решение

Согласно правилу **36**,

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \quad dx ,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу **37**,

$$\mathbb{P}(1.1 \leq X \leq 3.2) = \int_{1.1}^{3.2} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. **32**,

$\Phi(\quad) =$ и $\Phi(\quad) =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.1 \leq X \leq 3.2) =$.

Выборочная проверка вариант 9 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	2	3	5	8
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
12	0.06	0.04	0.10	0.20
18	0.10	0.10	0.20	0.20

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	12	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	2	3	5	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	12	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	2	3	5	8
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=5}$ и $Y|_{X=12}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=12=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	12	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=12=x_1}$	2	3	5	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	12	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=12=x_1}$	2	3	5	8
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$

$\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$

$\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$

$\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$

Выборочная проверка вариант 9 задача 13

формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_1^4 \int_2^5 C(0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_1^4 \int_2^5 C(0.9x + 1.1y) dx dy = C \int_1^4 \left(\int_2^5 (0.9x + 1.1y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_1^4 (0.9 \cdot \frac{x^2}{2} + 1.1xy) \Big|_2^5 dy =$$

$$= C \int_1^4 (0.9 \cdot \frac{25}{2} + 1.1 \cdot 5y - 0.9 \cdot \frac{4}{2} - 1.1 \cdot 2y) dy =$$

$$= C \int_1^4 (9.45 + 5.5y - 1.8 - 2.2y) dy = C \int_1^4 (7.65 + 3.3y) dy =$$

$$= C (7.65y + 1.65y^2) \Big|_1^4 = C (7.65 \cdot 4 + 1.65 \cdot 16 - 7.65 - 1.65) =$$

$$= C (30.6 + 26.4 - 9 - 1.65) = C \cdot 56.45 = 1.$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{56.45} = \frac{100}{5645} = \frac{20}{1129}.$$

Значит, $f(x, y) = \frac{20}{1129} \cdot C = 1, C = \frac{1129}{20},$

$$f(x, y) = \frac{1129}{20} * (0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y) = \underbrace{\frac{1129}{20} \cdot 0.9}_{A} x + \underbrace{\frac{1129}{20} \cdot 1.1}_{B} y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1129}{20} \cdot 0.9 x + \frac{1129}{20} \cdot 1.1 y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Выборочная проверка вариант 9 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $A =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $B =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) →

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $2 \leq x \leq 5$, то

$$f_1(x) = \int_1^4 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=1}^{y=4} =$$

$$=$$

и если $1 \leq y \leq 4$, то

$$f_2(y) = \int_2^5 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=2}^{x=5} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{x}_{A_1} + \underbrace{y}_{B_1}, & \text{если } 2 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{если } x < 2 \text{ или } x > 5, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{y}_{A_2} + \underbrace{x}_{B_2}, & \text{если } 1 \leq y \leq 4, \\ 0, & \text{если } y < 1 \text{ или } y > 4. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_2^5 x \cdot (x + \quad) dx = \int_2^5 (x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_1^4 y \cdot (y + \quad) dy = \int_1^4 (y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_2^5 x^2 \cdot (x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_2^5 (x^3 + \quad x^2) dx - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^5 =$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_1^4 y^2 \cdot (y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_1^4 (y^3 + \quad y^2) dy - \left(\frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^4 =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 9 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи [15](#):

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$\mathbb{M}(X) = \quad, \quad \mathbb{M}(Y) = \quad, \quad \mathbb{D}(X) = \quad, \quad \mathbb{D}(Y) =$$

берем из задачи [15](#). Для вычисления корреляции используем правило [29](#).

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где, по формуле правила [42](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \int_1^4 \int_2^5 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_1^4 \int_2^5 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_1^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=5} dy = \\ &= \int_1^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=5} dy = \int_1^4 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^4 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 17

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $6! = \dots$ $A_{10}^5 = \dots$ $C_{10}^5 = \dots$
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) = \dots$ $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \dots$
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_1) = \dots$
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_2) = \dots$
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$
- Задача 6. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $P = \dots$
- Задача 7. $P_4 = \dots$
- Задача 8. $P_1 = \dots$ $P_2 = \dots$
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.0) = \dots$
- Задача 11. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $\mathbb{P}(1.1 \leq X \leq 3.2) = \dots$
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{M}(Y) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(Y) = \dots$
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) = \dots$ $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) = \dots$
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) = \dots$ $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) = \dots$
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$
- Задача 15. $C = \dots$ $f(x, y) = \dots \cdot x + \dots$
- Задача 16. $f_1(x) = \dots \cdot x + \dots$ $f_2(y) = \dots \cdot y + \dots$
 $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{M}(Y) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(Y) = \dots$
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 10

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $5!$, A_{13}^5 , C_{13}^5 .

Решение

$$5! =$$

$$A_{13}^5 =$$

$$C_{13}^5 =$$



Выборочная проверка вариант 10 задача 1

формат $abcd$, $5! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{13}^5 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{13}^5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 14 белых и 5 черных шаров. Наудачу извлекается 6 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 6 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 6$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 6 шаров из общего числа 19. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{19}^6 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 14 белых и 3 из 5 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 6 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 5).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 55 винтовок, из них 13 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.06. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 8 белых шаров и 10 черных;

2-й ящик: 8 белых шаров и 11 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 10 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.520. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $\mathbb{M}(X)$ и $\mathbb{D}(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.520$, $q = 1 - p = 0.480$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $\mathbb{M}(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу [22](#) $\mathbb{M}(X) = np =$

По правилу [19](#), $\mathbb{D}(X) = \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$\mathbb{M}(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

$=$
 Значит, $\mathbb{D}(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $\mathbb{D}(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 10 задача 5

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.42. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 4125 и 4335.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.42$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.58$, $k_1 = 4125$, $k_2 = 4335$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(4125, 4335) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(4125, 4335) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 10 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0008. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 5 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0008 = 8.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0008$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 5$ — число успехов.

Поэтому $P_5 = \frac{8.0^5 \cdot e^{-8.0}}{5!} =$.

Выборочная проверка вариант 10 задача 7

формат 1.23, $P_5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.430$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 402 и 458 (вероятность P_1)
- 2) между 392 и 468 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	1	4	5	8	9	11	Σ
вероятность p_i	0.013	0.069	0.150	0.474	0.244	0.050	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$\begin{aligned}
 M(X) &= x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n = \\
 &= \dots = \dots
 \end{aligned}$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (7.577)^2$, где

$$\begin{aligned}
 M(X^2) &= x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n = \\
 &= \dots = \dots
 \end{aligned}$$

Значит,

$$\begin{aligned}
 D(X) &= M(X^2) - (M(X))^2 = \dots - \dots = \dots, \\
 \sigma(X) &= \sqrt{D(X)} = \dots
 \end{aligned}$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $1.7 \leq x \leq 4.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.7)$ попадания в интервал $1.9 \leq x \leq 3.7$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 1.7$ и $b = 4.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

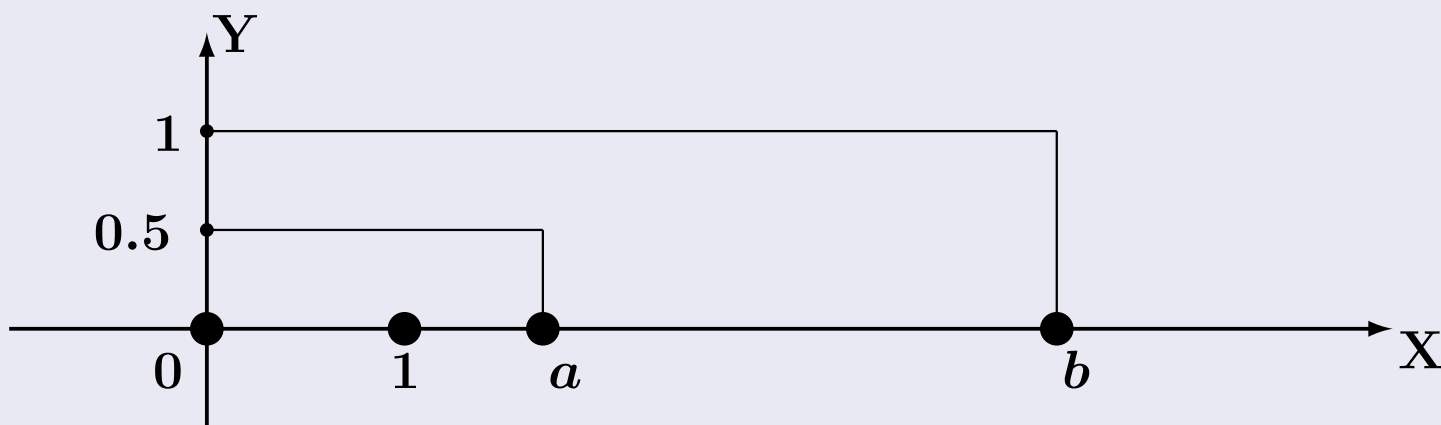


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.7) = F(3.7) - F(1.9) =$

Выборочная проверка вариант 10 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.7) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.7$, $\sigma = 1.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.5 \leq X \leq 3.9)$ попадания в интервал $1.5 \leq x \leq 3.9$.

Решение

Согласно правилу [36](#),

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \quad dx ,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу [37](#),

$$\mathbb{P}(1.5 \leq X \leq 3.9) = \int_{1.5}^{3.9} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. [32](#),

$\Phi(\quad) =$ и $\Phi(\quad) =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.5 \leq X \leq 3.9) =$.

Выборочная проверка вариант 10 задача 11

[формат 1.23](#), $x_1 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $x_2 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	1	4	5	8
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
12	0.04	0.06	0.05	0.25
18	0.10	0.10	0.20	0.20

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	12	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	1	4	5	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	12	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	1	4	5	8
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=5}$ и $Y|_{X=12}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=12=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	12	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=12=x_1}$	1	4	5	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	12	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=12=x_1}$	1	4	5	8
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$

$\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$

$\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$

$\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$

Выборочная проверка вариант 10 задача 13

формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_1^4 \int_1^6 C(0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_1^4 \int_1^6 C(0.9x + 1.1y) dx dy = C \int_1^4 \left(\int_1^6 (0.9x + 1.1y) dx \right) dy =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

Значит, $C = 1, C =$

$$f(x, y) = * (0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y) = \underbrace{\hspace{2cm}}_A x + \underbrace{\hspace{2cm}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 10 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $1 \leq x \leq 6$, то

$$f_1(x) = \int_1^4 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=1}^{y=4} =$$

$$=$$

и если $1 \leq y \leq 4$, то

$$f_2(y) = \int_1^6 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=1}^{x=6} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{x}_{A_1} + \underbrace{y}_{B_1}, & \text{если } 1 \leq x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x < 1 \text{ или } x > 6, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{x}_{A_2} + \underbrace{y}_{B_2}, & \text{если } 1 \leq y \leq 4, \\ 0, & \text{если } y < 1 \text{ или } y > 4. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_1^6 x \cdot (x + \quad) dx = \int_1^6 (x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_1^4 y \cdot (y + \quad) dy = \int_1^4 (y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_1^6 x^2 \cdot (x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_1^6 (x^3 + \quad x^2) dx - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^6 -$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_1^4 y^2 \cdot (y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_1^4 (y^3 + \quad y^2) dy - \left(\frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^4 -$$

=

.

Выборочная проверка вариант 10 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$\mathbb{M}(X) = \quad, \quad \mathbb{M}(Y) = \quad, \quad \mathbb{D}(X) = \quad, \quad \mathbb{D}(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \int_1^4 \int_1^6 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_1^4 \int_1^6 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_1^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=6} dy = \\ &= \int_1^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=6} dy = \int_1^4 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^4 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 17

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 1. $5! = \dots$ $A_{13}^5 = \dots$ $C_{13}^5 = \dots$

Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) = \dots$ $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \dots$

Задача 3. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_1) = \dots$

Задача 4. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_2) = \dots$

Задача 5. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$

Задача 6. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $P = \dots$

Задача 7. $P_4 = \dots$

Задача 8. $P_1 = \dots$ $P_2 = \dots$

Задача 9. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$

Задача 10. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.7) = \dots$

Задача 11. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $\mathbb{P}(1.5 \leq X \leq 3.9) = \dots$

Задача 12. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{M}(Y) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(Y) = \dots$

Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) = \dots$ $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) = \dots$
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) = \dots$ $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) = \dots$

Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$

Задача 15. $C = \dots$ $f(x, y) = \dots \cdot x + \dots$

Задача 16. $f_1(x) = \dots \cdot x + \dots$ $f_2(y) = \dots \cdot y + \dots$

$\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{M}(Y) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(Y) = \dots$

Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 11

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $6!$, A_{12}^6 , C_{12}^6 .

Решение

$$6! =$$

$$A_{12}^6 =$$

$$C_{12}^6 =$$



Выборочная проверка вариант 11 задача 1

формат $abcd$, $6! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{12}^6 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{12}^6 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 13 белых и 6 черных шаров. Наудачу извлекается 7 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 7 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 7$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 7 шаров из общего числа 19. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{19}^7 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 13 белых и 4 из 6 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 7 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 6).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 66 винтовок, из них 12 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.08. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 8 белых шаров и 10 черных;

2-й ящик: 8 белых шаров и 14 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 11 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Вариант 11 задача 5

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.480. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $\mathbb{M}(X)$ и $\mathbb{D}(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.480$, $q = 1 - p = 0.520$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $\mathbb{M}(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
=

Точное значение по правилу [22](#) $\mathbb{M}(X) = np =$

По правилу [19](#), $\mathbb{D}(X) = \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$\mathbb{M}(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $\mathbb{D}(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $\mathbb{D}(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 11 задача 5

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.44. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 4310 и 4526.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.44$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.56$, $k_1 = 4310$, $k_2 = 4526$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(4310, 4526) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{ и } \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(4310, 4526) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 11 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0008. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 6 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0008 = 8.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0008$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 6$ — число успехов.

Поэтому $P_6 = \frac{8.0^6 \cdot e^{-8.0}}{6!} =$.

Выборочная проверка вариант 11 задача 7

формат 1.23, $P_6 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.440$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 412 и 468 (вероятность P_1)
- 2) между 400 и 480 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	1	4	5	8	10	12	Σ
вероятность p_i	0.025	0.106	0.175	0.449	0.207	0.038	1.000

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$,
дисперсию $\mathbb{D}(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X) &= x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n = \\ &= \dots \end{aligned}$$

По ф-ле правила [19](#), $\mathbb{D}(X) = \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = M(X^2) - (7.442)^2$, где

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X^2) &= x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n = \\ &= \dots \end{aligned}$$

Значит,

$$\begin{aligned} \mathbb{D}(X) &= \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = \dots - \dots = \dots, \\ \sigma(X) &= \sqrt{\mathbb{D}(X)} = \dots \end{aligned}$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 9

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $0.7 \leq x \leq 4.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.7)$ попадания в интервал $1.2 \leq x \leq 3.7$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 0.7$ и $b = 4.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

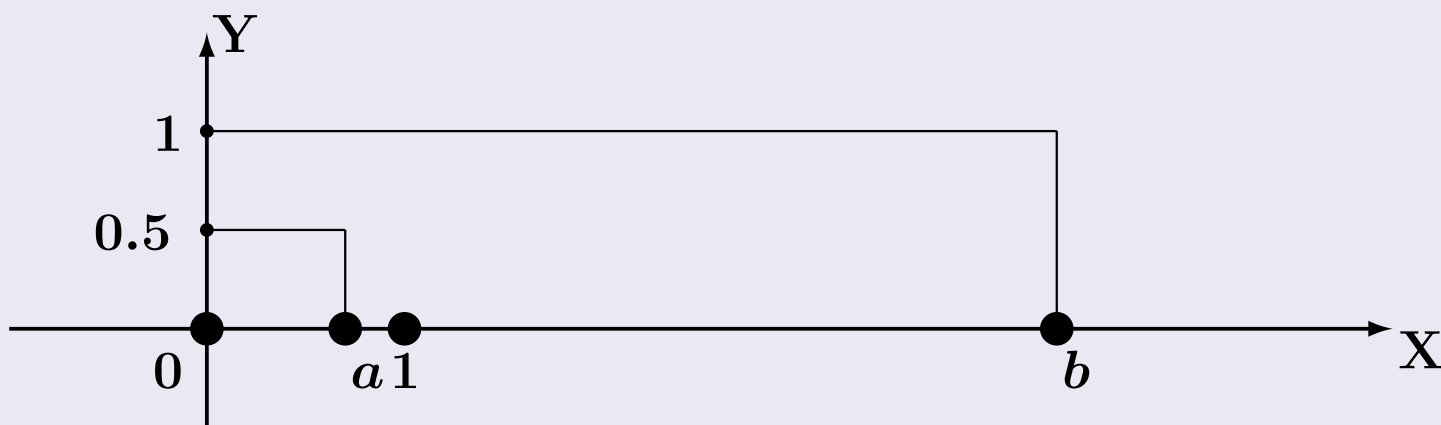


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.7) = F(3.7) - F(1.2) =$

Выборочная проверка вариант 11 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.7) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.7$, $\sigma = 1.8$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(0.8 \leq X \leq 3.9)$ попадания в интервал $0.8 \leq x \leq 3.9$.

Решение

Согласно правилу **36**,

$$\text{плотность } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x dx,$$

$$\mathbb{M}(X) = , \quad \mathbb{D}(X) = .$$

Согласно правилу **37**,

$$\mathbb{P}(0.8 \leq X \leq 3.9) = \int_{0.8}^{3.9} f(x)dx =$$

$$= ,$$

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. **32**,

$$\Phi() = \quad \text{и} \quad \Phi() = .$$

Поэтому $\mathbb{P}(0.8 \leq X \leq 3.9) =$.

Выборочная проверка вариант 11 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	2	4	5	8
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
13	0.06	0.04	0.05	0.25
18	0.10	0.10	0.20	0.20

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	13	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	2	4	5	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	13	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	2	4	5	8
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=5}$ и $Y|_{X=13}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=13=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	13	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=13=x_1}$	2	4	5	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	13	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=13=x_1}$	2	4	5	8
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$

$\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$

$\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$

$\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$

Выборочная проверка вариант 11 задача 13

формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_1^4 \int_2^6 C(0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_1^4 \int_2^6 C(0.9x + 1.6y) dx dy = C \int_1^4 \left(\int_2^6 (0.9x + 1.6y) dx \right) dy =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

Значит, $C = 1, C =$

$$f(x, y) = * (0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y) = \underbrace{\hspace{2cm}}_A x + \underbrace{\hspace{2cm}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 11 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $2 \leq x \leq 6$, то

$$f_1(x) = \int_1^4 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=1}^{y=4} =$$

$$=$$

и если $1 \leq y \leq 4$, то

$$f_2(y) = \int_2^6 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=2}^{x=6} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_1} \cdot x + \underbrace{}_{B_1}, & \text{если } 2 \leq x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x < 2 \text{ или } x > 6, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_2} \cdot y + \underbrace{}_{B_2}, & \text{если } 1 \leq y \leq 4, \\ 0, & \text{если } y < 1 \text{ или } y > 4. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_2^6 x \cdot (x + \quad) dx = \int_2^6 (x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_1^4 y \cdot (y + \quad) dy = \int_1^4 (y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_2^6 x^2 \cdot (x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_2^6 (x^3 + \quad x^2) dx - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^6 -$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_1^4 y^2 \cdot (y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_1^4 (y^3 + \quad y^2) dy - \left(\frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^4 -$$

=

.

Выборочная проверка вариант 11 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}},$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_1^4 \int_2^6 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_1^4 \int_2^6 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_1^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=6} dy = \\ &= \int_1^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=6} dy = \int_1^4 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^4 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 1. $6! = \dots$ $A_{12}^6 = \dots$ $C_{12}^6 = \dots$

Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) = \dots$ $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \dots$

Задача 3. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_1) = \dots$

Задача 4. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_2) = \dots$

Задача 5. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$

Задача 6. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $P = \dots$

Задача 7. $P_4 = \dots$

Задача 8. $P_1 = \dots$ $P_2 = \dots$

Задача 9. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$

Задача 10. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.7) = \dots$

Задача 11. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $\mathbb{P}(0.8 \leq X \leq 3.9) = \dots$

Задача 12. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{M}(Y) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(Y) = \dots$

Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) = \dots$ $\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) = \dots$
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) = \dots$ $\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) = \dots$

Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$

Задача 15. $C = \dots$, $f(x, y) = \dots \cdot x + \dots$

Задача 16. $f_1(x) = \dots \cdot x + \dots$, $f_2(y) = \dots \cdot y + \dots$

$\mathbb{M}(X) = \dots$, $\mathbb{M}(Y) = \dots$, $\mathbb{D}(X) = \dots$, $\mathbb{D}(Y) = \dots$

Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 12

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $5!$, A_{11}^4 , C_{11}^4 .

Решение

$$5! =$$

$$A_{11}^4 =$$

$$C_{11}^4 =$$



Выборочная проверка вариант 12 задача 1

формат $abcd$, $5! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{11}^4 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{11}^4 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 12 белых и 4 черных шаров. Наудачу извлекается 5 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 5 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 5$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 5 шаров из общего числа 16. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{16}^5 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 12 белых и 2 из 4 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 5 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 4).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 45 винтовок, из них 11 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.05. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 10 белых шаров и 9 черных;

2-й ящик: 8 белых шаров и 9 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 12 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.440. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила 14 требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.440$, $q = 1 - p = 0.560$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила 18, $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу 22 $M(X) = np =$

По правилу 19, $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу 22: $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 12 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.36. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3525 и 3714.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.36$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.64$, $k_1 = 3525$, $k_2 = 3714$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(3525, 3714) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{ и } \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(3525, 3714) = \quad$.

Выборочная проверка вариант 12 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0007. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 4 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0007 = 7.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0007$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 4$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_4 = \frac{7.0^4 \cdot e^{-7.0}}{4!} =$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 7

формат 1.23, $P_4 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.400$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 374 и 426 (вероятность P_1)
- 2) между 363 и 437 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	1	4	6	7	9	12	Σ
вероятность p_i	0.047	0.164	0.207	0.401	0.158	0.023	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (6.450)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $1.7 \leq x \leq 3.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.0)$ попадания в интервал $1.9 \leq x \leq 3.0$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 1.7$ и $b = 3.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

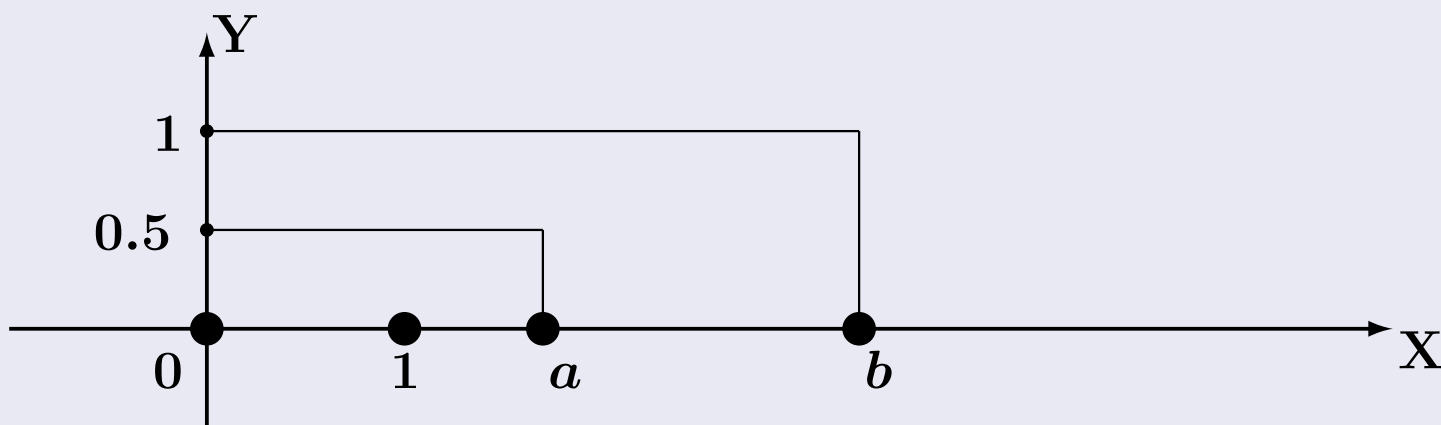


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.0) = F(3.0) - F(1.9) =$

Выборочная проверка вариант 12 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.0) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.7$, $\sigma = 0.8$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.8 \leq X \leq 3.2)$ попадания в интервал $1.8 \leq x \leq 3.2$.

Решение

Согласно правилу **36**,

$$\text{плотность } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x dx,$$

$$\mathbb{M}(X) = , \quad \mathbb{D}(X) = .$$

Согласно правилу **37**,

$$\mathbb{P}(1.8 \leq X \leq 3.2) = \int_{1.8}^{3.2} f(x)dx =$$

$$= ,$$

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. **32**,

$$\Phi() = \quad \text{и} \quad \Phi() = .$$

Поэтому $\mathbb{P}(1.8 \leq X \leq 3.2) =$.

Выборочная проверка вариант 12 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	1	3	6	8
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
11	0.04	0.06	0.10	0.20
18	0.14	0.06	0.20	0.20

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	11	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	1	3	6	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	11	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	1	3	6	8
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=11=x_1}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=11=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	11	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=11=x_1}$	1	3	6	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	11	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=11=x_1}$	1	3	6	8
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$ _____ .

Выборочная проверка вариант 12 задача 13

- формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$ введи Клик

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_2^4 \int_1^5 C(0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_2^4 \int_1^5 C(0.9x + 0.6y) dx dy = C \int_2^4 \left(\int_1^5 (0.9x + 0.6y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_2^4 (0.9 \cdot \frac{x^2}{2} + 0.6xy) \Big|_1^5 dy =$$

$$= C \int_2^4 (0.9 \cdot \frac{25-1}{2} + 0.6y(5-1)) dy =$$

$$= C \int_2^4 (9 + 2.4y) dy = C \left(9y + 1.2y^2 \right) \Big|_2^4 =$$

$$= C (9 \cdot 4 + 1.2 \cdot 16 - 9 \cdot 2 - 1.2 \cdot 4) = C (36 + 19.2 - 18 - 4.8) =$$

$$= C (33.4) = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{33.4} = \frac{10}{334} = \frac{5}{167}$$

$$= \frac{5}{167} \cdot (0.9x + 0.6y)$$

Значит, $f(x, y) = \frac{5}{167} \cdot (0.9x + 0.6y)$, $C = \frac{5}{167}$,

$$f(x, y) = \frac{5}{167} * (0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y) = \underbrace{\frac{45}{167}}_A x + \underbrace{\frac{30}{167}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{45}{167} x + \frac{30}{167} y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 12 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $A =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $B =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $1 \leq x \leq 5$, то

$$f_1(x) = \int_2^4 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=2}^{y=4} =$$

$$=$$

и если $2 \leq y \leq 4$, то

$$f_2(y) = \int_1^5 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=1}^{x=5} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_1} \cdot x + \underbrace{}_{B_1}, & \text{если } 1 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{если } x < 1 \text{ или } x > 5, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_2} \cdot y + \underbrace{}_{B_2}, & \text{если } 2 \leq y \leq 4, \\ 0, & \text{если } y < 2 \text{ или } y > 4. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$M(X) = \int_1^5 x \cdot (\quad x + \quad) dx = \int_1^5 (\quad x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$M(Y) = \int_2^4 y \cdot (\quad y + \quad) dy = \int_2^4 (\quad y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$D(X) = \int_1^5 x^2 \cdot (\quad x + \quad) dx - (M(X))^2 =$$

$$= \int_1^5 (\quad x^3 + \quad x^2) dx - = (\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3}) \Big|_1^5 - =$$

=

,

$$D(Y) = \int_2^4 y^2 \cdot (\quad y + \quad) dy - (M(Y))^2 =$$

$$= \int_2^4 (\quad y^3 + \quad y^2) dy - = (\quad \frac{y^4}{4} + \quad \frac{y^3}{3}) \Big|_2^4 - =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 12 задача 16

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $M(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}},$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_2^4 \int_1^5 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_2^4 \int_1^5 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_2^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=5} dy = \\ &= \int_2^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=5} dy = \int_2^4 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^4 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $5! =$. $A_{11}^4 =$. $C_{11}^4 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.0) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(1.8 \leq X \leq 3.2) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 13

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $6!$, A_{10}^5 , C_{10}^5 .

Решение

$$6! =$$

$$A_{10}^5 =$$

$$C_{10}^5 =$$



Выборочная проверка вариант 13 задача 1

формат abcd, $6! =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $A_{10}^5 =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $C_{10}^5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 11 белых и 5 черных шаров. Наудачу извлекается 6 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 6 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 6$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 6 шаров из общего числа 16. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{16}^6 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 11 белых и 3 из 5 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 6 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 5).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 56 винтовок, из них 10 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.06. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи

[Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 10 белых шаров и 9 черных;

2-й ящик: 8 белых шаров и 12 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 13 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.400. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $\mathbb{M}(X)$ и $\mathbb{D}(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.400$, $q = 1 - p = 0.600$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $\mathbb{M}(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу [22](#) $\mathbb{M}(X) = np =$

По правилу [19](#), $\mathbb{D}(X) = \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$\mathbb{M}(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

$=$
 Значит, $\mathbb{D}(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $\mathbb{D}(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 13 задача 5

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.38. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3710 и 3905.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.38$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.62$, $k_1 = 3710$, $k_2 = 3905$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(3710, 3905) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(3710, 3905) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 13 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0007. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 5 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0007 = 7.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0007$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 5$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_5 = \frac{7.0^5 \cdot e^{-7.0}}{5!} =$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 7

формат 1.23, $P_5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.410$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 384 и 436 (вероятность P_1)
- 2) между 371 и 449 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	1	4	6	7	10	13	Σ
вероятность p_i	0.073	0.221	0.231	0.345	0.116	0.014	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (6.100)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = \quad - \quad = \quad ,$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $0.7 \leq x \leq 3.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $P(1.2 \leq X \leq 3.0)$ попадания в интервал $1.2 \leq x \leq 3.0$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 0.7$ и $b = 3.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

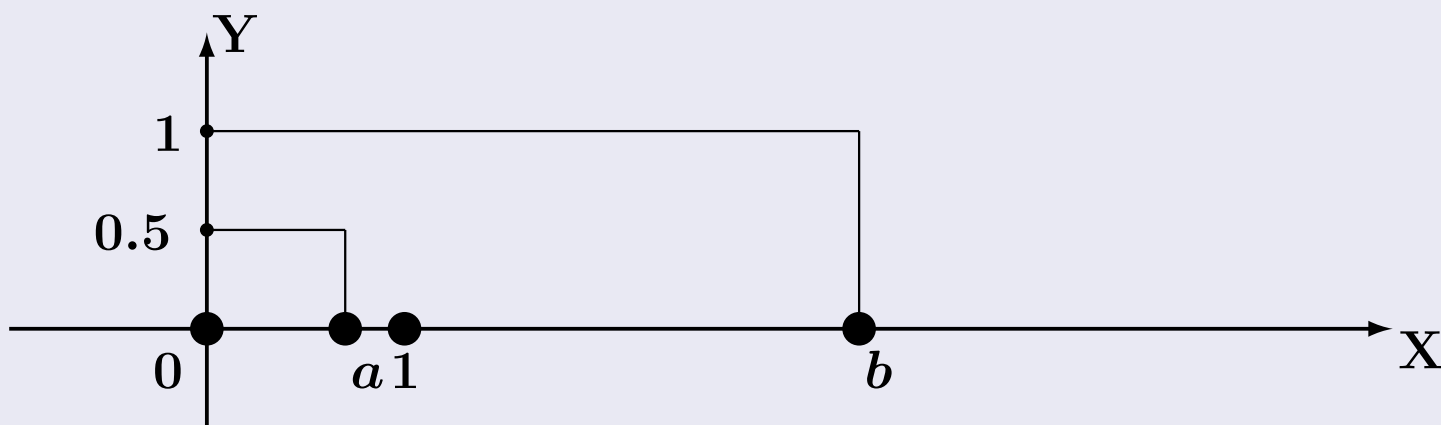


Рис.: Графики функций f и F :

$$M(X) = \quad , \quad D(X) = \quad ,$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \quad ,$$

$$P(1.2 \leq X \leq 3.0) = F(3.0) - F(1.2) =$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 10

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P(1.2 \leq X \leq 3.0) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.7$, $\sigma = 1.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.1 \leq X \leq 3.2)$ попадания в интервал $1.1 \leq x \leq 3.2$.

Решение

Согласно правилу **36**,

$$\text{плотность } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x dx,$$

$$\mathbb{M}(X) = , \quad \mathbb{D}(X) = .$$

Согласно правилу **37**,

$$\mathbb{P}(1.1 \leq X \leq 3.2) = \int_{1.1}^{3.2} f(x)dx =$$

$$= ,$$

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. **32**,

$$\Phi() = \quad \text{и} \quad \Phi() = .$$

Поэтому $\mathbb{P}(1.1 \leq X \leq 3.2) =$.

Выборочная проверка вариант 13 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	2	3	6	8
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
12	0.06	0.04	0.10	0.20
18	0.14	0.06	0.20	0.20

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	12	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	2	3	6	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	12	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	2	3	6	8
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=6}$ и $Y|_{X=12}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=12=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	12	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=12=x_1}$	2	3	6	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	12	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=12=x_1}$	2	3	6	8
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ _____ .

Выборочная проверка вариант 13 задача 13

- формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи Клик

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_2^4 \int_2^5 C(0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_2^4 \int_2^5 C(0.9x + 1.1y) dx dy = C \int_2^4 \left(\int_2^5 (0.9x + 1.1y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_2^4 (0.9 \cdot \frac{x^2}{2} + 1.1xy) \Big|_2^5 dy =$$

$$= C \int_2^4 (0.9 \cdot \frac{25}{2} + 1.1 \cdot 5y - 0.9 \cdot \frac{4}{2} - 1.1 \cdot 2y) dy =$$

$$= C \int_2^4 (9.025 + 5.5y - 1.8 - 2.2y) dy = C \int_2^4 (7.225 + 3.3y) dy =$$

$$= C (7.225y + 1.65y^2) \Big|_2^4 = C (7.225 \cdot 4 + 1.65 \cdot 16 - 7.225 \cdot 2 - 1.65 \cdot 4) =$$

$$= C (28.9 + 26.4 - 14.45 - 6.6) = C \cdot 34.25 = 1.$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{34.25} = \frac{4}{137}.$$

Значит, $f(x, y) = \frac{4}{137} \cdot C = 1, C = \frac{4}{137},$

$$f(x, y) = \frac{4}{137} * (0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y) = \underbrace{\frac{3.6}{137}}_A x + \underbrace{\frac{4.4}{137}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3.6}{137} x + \frac{4.4}{137} y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 13 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $2 \leq x \leq 5$, то

$$f_1(x) = \int_2^4 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=2}^{y=4} =$$

$$=$$

и если $2 \leq y \leq 4$, то

$$f_2(y) = \int_2^5 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=2}^{x=5} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_1} \cdot x + \underbrace{}_{B_1}, & \text{если } 2 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{если } x < 2 \text{ или } x > 5, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_2} \cdot y + \underbrace{}_{B_2}, & \text{если } 2 \leq y \leq 4, \\ 0, & \text{если } y < 2 \text{ или } y > 4. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$M(X) = \int_2^5 x \cdot (\quad x + \quad) dx = \int_2^5 (\quad x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$M(Y) = \int_2^4 y \cdot (\quad y + \quad) dy = \int_2^4 (\quad y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$D(X) = \int_2^5 x^2 \cdot (\quad x + \quad) dx - (M(X))^2 =$$

$$= \int_2^5 (\quad x^3 + \quad x^2) dx - = (\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3}) \Big|_2^5 - =$$

=

,

$$D(Y) = \int_2^4 y^2 \cdot (\quad y + \quad) dy - (M(Y))^2 =$$

$$= \int_2^4 (\quad y^3 + \quad y^2) dy - = (\quad \frac{y^4}{4} + \quad \frac{y^3}{3}) \Big|_2^4 - =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 13 задача 16

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $M(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}}$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_2^4 \int_2^5 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_2^4 \int_2^5 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_2^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=5} dy = \\ &= \int_2^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=5} dy = \int_2^4 (y + y^2) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^4 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $6! =$. $A_{10}^5 =$. $C_{10}^5 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.0) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(1.1 \leq X \leq 3.2) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $5!$, A_{13}^5 , C_{13}^5 .

Решение

$$5! =$$

$$A_{13}^5 =$$

$$C_{13}^5 =$$



Выборочная проверка вариант 14 задача 1

формат abcd, $5! =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $A_{13}^5 =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $C_{13}^5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 14 белых и 5 черных шаров. Наудачу извлекается 6 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 6 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 6$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 6 шаров из общего числа 19. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{19}^6 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 14 белых и 3 из 5 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 6 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 5).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 55 винтовок, из них 13 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.06. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 10 белых шаров и 10 черных;

2-й ящик: 8 белых шаров и 11 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 14 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Вариант 14 задача 5

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.520. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.520$, $q = 1 - p = 0.480$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
=

Точное значение по правилу [22](#) $M(X) = np =$

По правилу [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 14 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.42. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 4125 и 4335.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.42$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.58$, $k_1 = 4125$, $k_2 = 4335$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(4125, 4335) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{ и } \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(4125, 4335) = \quad$.

Выборочная проверка вариант 14 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0008. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 5 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0008 = 8.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0008$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 5$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_5 = \frac{8.0^5 \cdot e^{-8.0}}{5!} =$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 7

формат 1.23, $P_5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.430$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 402 и 458 (вероятность P_1)
- 2) между 392 и 468 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq = .$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	1	4	6	8	9	12	Σ
вероятность p_i	0.013	0.069	0.150	0.474	0.244	0.050	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (7.777)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$=$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $1.7 \leq x \leq 4.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.7)$ попадания в интервал $1.9 \leq x \leq 3.7$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 1.7$ и $b = 4.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

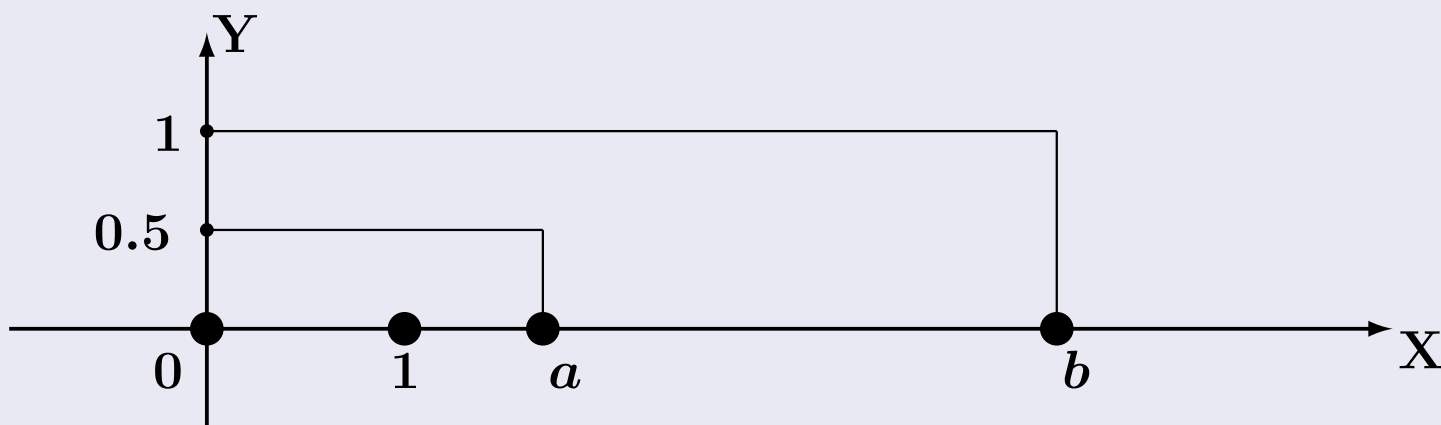


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.7) = F(3.7) - F(1.9) =$

Выборочная проверка вариант 14 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.7) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.7$, $\sigma = 1.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.5 \leq X \leq 3.9)$ попадания в интервал $1.5 \leq x \leq 3.9$.

Решение

Согласно правилу [36](#),

$$\text{плотность } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x dx,$$

$$\mathbb{M}(X) = , \quad \mathbb{D}(X) = .$$

Согласно правилу [37](#),

$$\mathbb{P}(1.5 \leq X \leq 3.9) = \int_{1.5}^{3.9} f(x)dx =$$

$$= ,$$

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. [32](#),

$$\Phi() = \quad \text{и} \quad \Phi() = .$$

Поэтому $\mathbb{P}(1.5 \leq X \leq 3.9) =$.

Выборочная проверка вариант 14 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ $X \downarrow$ и $Y \rightarrow$	1	4	6	8
12	0.04	0.06	0.05	0.25
18	0.14	0.06	0.20	0.20

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	12	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	1	4	6	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$$

$$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$$

$$q_1 = p_{11} + p_{21} = \quad , \quad q_2 = p_{12} + p_{22} =$$

$$q_3 = p_{13} + p_{23} = \quad , \quad q_4 = p_{14} + p_{24} =$$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	12	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	1	4	6	8
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=6}$ и $Y|_{X=12}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=12=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	12	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=12=x_1}$	1	4	6	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	12	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=12=x_1}$	1	4	6	8
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$

$\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$

$\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$

$\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$

Выборочная проверка вариант 14 задача 13

формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_2^4 \int_1^6 C(0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_2^4 \int_1^6 C(0.9x + 1.1y) dx dy = C \int_2^4 \left(\int_1^6 (0.9x + 1.1y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_2^4 (0.9 \cdot \frac{x^2}{2} + 1.1y \cdot x) \Big|_1^6 dy =$$

$$= C \int_2^4 (0.9 \cdot \frac{35}{2} + 1.1y \cdot 5) dy =$$

$$= C \int_2^4 (15.75 + 5.5y) dy =$$

$$= C \left(15.75y + 2.75y^2 \right) \Big|_2^4 =$$

$$= C (15.75 \cdot 2 + 2.75 \cdot 16 - 15.75 \cdot 4 - 2.75 \cdot 4) =$$

$$= C (31.5 + 44 - 63 - 11) = C \cdot 2.0 = 1.$$

Значит, $C = 0.5$, $C = 0.5$,

$$f(x, y) = 0.5 \cdot (0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y) = \underbrace{0.45}_{A} x + \underbrace{0.55}_{B} y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} 0.45x + 0.55y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Выборочная проверка вариант 14 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $1 \leq x \leq 6$, то

$$f_1(x) = \int_2^4 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=2}^{y=4} =$$

$$=$$

и если $2 \leq y \leq 4$, то

$$f_2(y) = \int_1^6 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=1}^{x=6} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_1} \cdot x + \underbrace{}_{B_1}, & \text{если } 1 \leq x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x < 1 \text{ или } x > 6, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_2} \cdot y + \underbrace{}_{B_2}, & \text{если } 2 \leq y \leq 4, \\ 0, & \text{если } y < 2 \text{ или } y > 4. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_1^6 x \cdot (x + \quad) dx = \int_1^6 (x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_2^4 y \cdot (y + \quad) dy = \int_2^4 (y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_1^6 x^2 \cdot (x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_1^6 (x^3 + \quad x^2) dx - \quad = \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^6 - \quad =$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_2^4 y^2 \cdot (y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_2^4 (y^3 + \quad y^2) dy - \quad = \left(\frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^4 - \quad =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 14 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи [15](#):

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$\mathbb{M}(X) = \quad, \quad \mathbb{M}(Y) = \quad, \quad \mathbb{D}(X) = \quad, \quad \mathbb{D}(Y) =$$

берем из задачи [15](#). Для вычисления корреляции используем правило [29](#).

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где, по формуле правила [42](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \int_2^4 \int_1^6 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_2^4 \int_1^6 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_2^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=6} dy = \\ &= \int_2^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=6} dy = \int_2^4 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^4 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 17

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 1. $5! = \dots$ $A_{13}^5 = \dots$ $C_{13}^5 = \dots$

Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) = \dots$ $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \dots$

Задача 3. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_1) = \dots$

Задача 4. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_2) = \dots$

Задача 5. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$

Задача 6. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $P = \dots$

Задача 7. $P_4 = \dots$

Задача 8. $P_1 = \dots$ $P_2 = \dots$

Задача 9. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$

Задача 10. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.7) = \dots$

Задача 11. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $\mathbb{P}(1.5 \leq X \leq 3.9) = \dots$

Задача 12. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{M}(Y) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(Y) = \dots$

Задача 13. $\mathbb{M}(X|Y=6=y_3) = \dots$ $\mathbb{M}(Y|X=12=x_1) = \dots$
 $\mathbb{D}(X|Y=6=y_3) = \dots$ $\mathbb{D}(Y|X=12=x_1) = \dots$

Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$

Задача 15. $C = \dots$, $f(x, y) = \dots \cdot x + \dots$

Задача 16. $f_1(x) = \dots \cdot x + \dots$, $f_2(y) = \dots \cdot y + \dots$

$\mathbb{M}(X) = \dots$, $\mathbb{M}(Y) = \dots$, $\mathbb{D}(X) = \dots$, $\mathbb{D}(Y) = \dots$

Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 15

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $6!$, A_{12}^6 , C_{12}^6 .

Решение

$$6! =$$

$$A_{12}^6 =$$

$$C_{12}^6 =$$



Выборочная проверка вариант 15 задача 1

формат $abcd$, $6! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{12}^6 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{12}^6 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 13 белых и 6 черных шаров. Наудачу извлекается 7 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 7 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 7$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 7 шаров из общего числа 19. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{19}^7 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 13 белых и 4 из 6 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 7 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 6).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 66 винтовок, из них 12 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.08. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 10 белых шаров и 10 черных;

2-й ящик: 8 белых шаров и 14 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 15 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.480. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.480$, $q = 1 - p = 0.520$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
=

Точное значение по правилу [22](#) $M(X) = np =$

По правилу [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 15 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.44. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 4310 и 4526.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.44$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.56$, $k_1 = 4310$, $k_2 = 4526$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(4310, 4526) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(4310, 4526) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 15 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0008. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 6 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0008 = 8.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0008$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 6$ — число успехов.

Поэтому $P_6 = \frac{8.0^6 \cdot e^{-8.0}}{6!} =$.

Выборочная проверка вариант 15 задача 7

формат 1.23, $P_6 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.440$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 412 и 468 (вероятность P_1)
- 2) между 400 и 480 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq = .$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	1	4	6	8	10	13	Σ
вероятность p_i	0.025	0.106	0.175	0.449	0.207	0.038	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
 дисперсию $D(X)$,
 среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (7.655)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = \quad - \quad = \quad ,$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $0.7 \leq x \leq 4.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.7)$ попадания в интервал $1.2 \leq x \leq 3.7$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 0.7$ и $b = 4.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

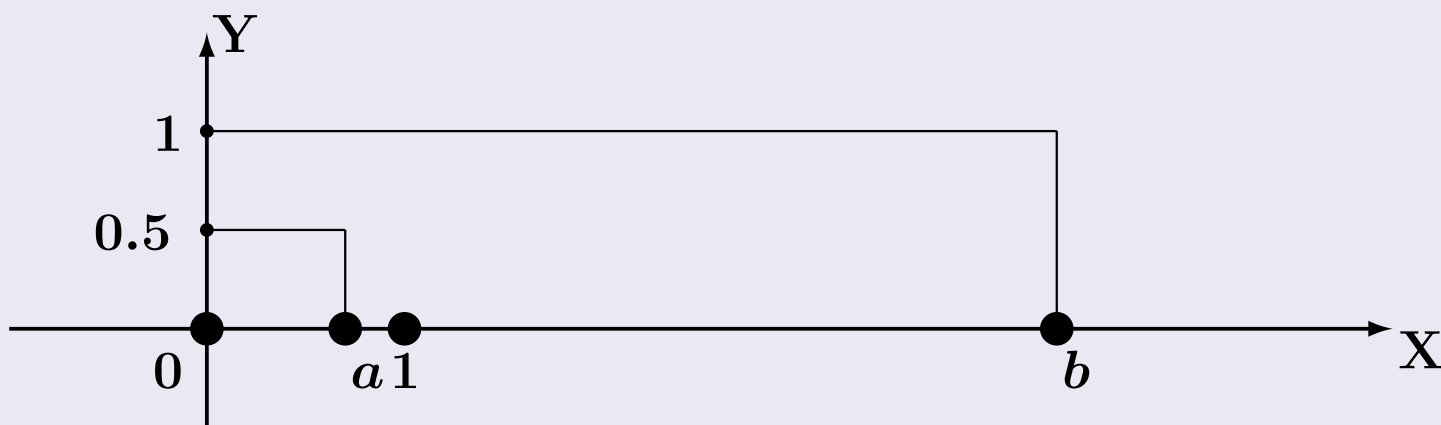


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.7) = F(3.7) - F(1.2) =$

Выборочная проверка вариант 15 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.7) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.7$, $\sigma = 1.8$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(0.8 \leq X \leq 3.9)$ попадания в интервал $0.8 \leq x \leq 3.9$.

Решение

Согласно правилу [36](#),

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x dx,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу [37](#),

$$\mathbb{P}(0.8 \leq X \leq 3.9) = \int_{0.8}^{3.9} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. [32](#),

$\Phi() =$ и $\Phi() =$.

Поэтому $\mathbb{P}(0.8 \leq X \leq 3.9) =$.

Выборочная проверка вариант 15 задача 11

[формат 1.23](#), $x_1 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $x_2 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	2	4	6	8
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
13	0.06	0.04	0.05	0.25
18	0.14	0.06	0.20	0.20

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	13	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	2	4	6	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	13	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	2	4	6	8
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=6}$ и $Y|_{X=13}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=13=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	13	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}} \text{ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.}$$

значение y_j случайной величины $Y _{X=13=x_1}$	2	4	6	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} \text{ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.}$$

$$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} = \quad , \quad p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$$

$$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$$

$$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$$

$$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$$

$$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$$

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	13	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=13=x_1}$	2	4	6	8
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$

$\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$

$\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$

$\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$

Выборочная проверка вариант 15 задача 13

формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_2^4 \int_2^6 C(0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_2^4 \int_2^6 C(0.9x + 1.6y) dx dy = C \int_2^4 \left(\int_2^6 (0.9x + 1.6y) dx \right) dy =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

Значит, $C = 1, C =$

$$f(x, y) = * (0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y) = \underbrace{\hspace{2cm}}_A x + \underbrace{\hspace{2cm}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 15 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $2 \leq x \leq 6$, то

$$f_1(x) = \int_2^4 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=2}^{y=4} =$$

$$=$$

и если $2 \leq y \leq 4$, то

$$f_2(y) = \int_2^6 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=2}^{x=6} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_1} \cdot x + \underbrace{}_{B_1}, & \text{если } 2 \leq x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x < 2 \text{ или } x > 6, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_2} \cdot y + \underbrace{}_{B_2}, & \text{если } 2 \leq y \leq 4, \\ 0, & \text{если } y < 2 \text{ или } y > 4. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_2^6 x \cdot (x + \quad) dx = \int_2^6 (x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_2^4 y \cdot (y + \quad) dy = \int_2^4 (y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_2^6 x^2 \cdot (x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_2^6 (x^3 + \quad x^2) dx - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^6 -$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_2^4 y^2 \cdot (y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_2^4 (y^3 + \quad y^2) dy - \left(\frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^4 -$$

=

.

Выборочная проверка вариант 15 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}}$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_2^4 \int_2^6 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_2^4 \int_2^6 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_2^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=6} dy = \\ &= \int_2^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=6} dy = \int_2^4 (y + y^2) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^4 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $6! =$. $A_{12}^6 =$. $C_{12}^6 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.7) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(0.8 \leq X \leq 3.9) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 16

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $6!$, A_{10}^4 , C_{10}^4 .

Решение

$$6! =$$

$$A_{10}^4 =$$

$$C_{10}^4 =$$



Выборочная проверка вариант 16 задача 1

формат $abcd$, $6! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{10}^4 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{10}^4 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 11 белых и 4 черных шаров. Наудачу извлекается 5 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 5 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 5$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 5 шаров из общего числа 15. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{15}^5 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 11 белых и 2 из 4 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 5 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 4).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 46 винтовок, из них 10 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.05. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 11 белых шаров и 7 черных;

2-й ящик: 8 белых шаров и 9 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 16 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.400. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.400$, $q = 1 - p = 0.600$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу [22](#) $M(X) = np =$

По правилу [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 16 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.36. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3510 и 3704.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.36$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.64$, $k_1 = 3510$, $k_2 = 3704$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(3510, 3704) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(3510, 3704) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 16 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0007. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 4 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0007 = 7.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0007$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 4$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_4 = \frac{7.0^4 \cdot e^{-7.0}}{4!} =$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 7

формат 1.23, $P_4 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.400$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 374 и 426 (вероятность P_1)
- 2) между 362 и 438 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq = .$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	2	3	5	7	9	12	Σ
вероятность p_i	0.073	0.221	0.231	0.345	0.116	0.014	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (5.591)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $1.8 \leq x \leq 3.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.0)$ попадания в интервал $2.0 \leq x \leq 3.0$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 1.8$ и $b = 3.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

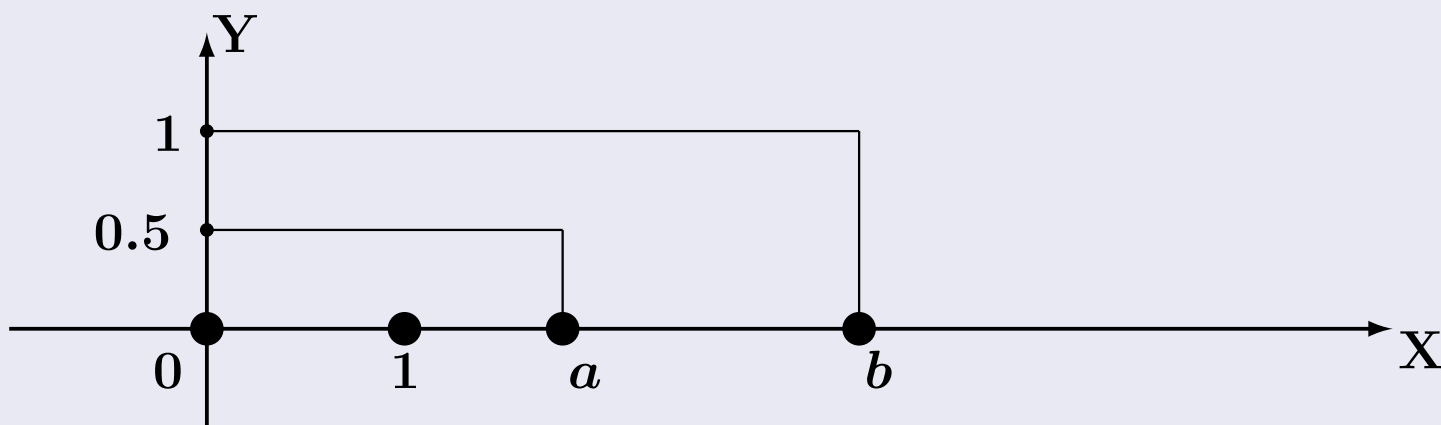


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.0) = F(3.0) - F(2.0) =$

Выборочная проверка вариант 16 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.0) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.8$, $\sigma = 0.8$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.2)$ попадания в интервал $1.9 \leq x \leq 3.2$.

Решение

Согласно правилу **36**,

$$\text{плотность } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x dx,$$

$$\mathbb{M}(X) = , \quad \mathbb{D}(X) = .$$

Согласно правилу **37**,

$$\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.2) = \int_{1.9}^{3.2} f(x)dx =$$

$$= ,$$

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. **32**,

$$\Phi() = \quad \text{и} \quad \Phi() = .$$

Поэтому $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.2) =$.

Выборочная проверка вариант 16 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	1	3	5	7
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
11	0.04	0.06	0.10	0.20
18	0.10	0.10	0.10	0.30

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	11	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	1	3	5	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	11	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	1	3	5	7
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=11=x_1}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=11=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	11	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=11=x_1}$	1	3	5	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	11	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=11=x_1}$	1	3	5	7
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$ _____ .

Выборочная проверка вариант 16 задача 13

- формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$ введи Клик

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_1^3 \int_1^5 C(0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_1^3 \int_1^5 C(0.9x + 0.6y) dx dy = C \int_1^3 \left(\int_1^5 (0.9x + 0.6y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_1^3 (0.9 \cdot \frac{x^2}{2} + 0.6xy) \Big|_1^5 dy =$$

$$= C \int_1^3 (0.9 \cdot \frac{25}{2} + 0.6 \cdot 5y - 0.9 \cdot \frac{1}{2} - 0.6 \cdot 1y) dy =$$

$$= C \int_1^3 (11.25 + 3y - 0.45 - 0.6y) dy = C \int_1^3 (10.8 + 2.4y) dy =$$

$$= C (10.8y + 1.2y^2) \Big|_1^3 = C (10.8 \cdot 3 + 1.2 \cdot 9 - 10.8 \cdot 1 - 1.2 \cdot 1) =$$

$$= C (32.4 + 10.8 - 10.8 - 1.2) = C \cdot 31.2 = 1.$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{31.2} = \frac{10}{312} = \frac{5}{156}.$$

Значит, $f(x, y) = \frac{5}{156} \cdot C = 1, C = \frac{5}{156},$

$$f(x, y) = \frac{5}{156} * (0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y) = \underbrace{\frac{5}{156} \cdot 0.9}_{A} x + \underbrace{\frac{5}{156} \cdot 0.6}_{B} y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{5}{156} \cdot 0.9 x + \frac{5}{156} \cdot 0.6 y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 16 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила 41, если $1 \leq x \leq 5$, то

$$f_1(x) = \int_1^3 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=1}^{y=3} =$$

$$=$$

и если $1 \leq y \leq 3$, то

$$f_2(y) = \int_1^5 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=1}^{x=5} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{A_1}_{A_1} \cdot x + \underbrace{B_1}_{B_1}, & \text{если } 1 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{если } x < 1 \text{ или } x > 5, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{A_2}_{A_2} \cdot y + \underbrace{B_2}_{B_2}, & \text{если } 1 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{если } y < 1 \text{ или } y > 3. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$M(X) = \int_1^5 x \cdot (\quad x + \quad) dx = \int_1^5 (\quad x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$M(Y) = \int_1^3 y \cdot (\quad y + \quad) dy = \int_1^3 (\quad y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$D(X) = \int_1^5 x^2 \cdot (\quad x + \quad) dx - (M(X))^2 =$$

$$= \int_1^5 (\quad x^3 + \quad x^2) dx - = \left(\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^5 - =$$

=

,

$$D(Y) = \int_1^3 y^2 \cdot (\quad y + \quad) dy - (M(Y))^2 =$$

$$= \int_1^3 (\quad y^3 + \quad y^2) dy - = \left(\quad \frac{y^4}{4} + \quad \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^3 - =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 16 задача 16

формат 1.23, $M(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $M(Y) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(Y) =$ введи

[Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}}$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_1^3 \int_1^5 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_1^3 \int_1^5 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_1^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=5} dy = \\ &= \int_1^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=5} dy = \int_1^3 (y + y^2) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^3 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $6! =$. $A_{10}^4 =$. $C_{10}^4 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.0) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.2) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

возврат 

ОГЛ 

Вариант 17

возврат 

ОГЛ 

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $7!$, A_9^5 , C_9^5 .

Решение

$$7! =$$

$$A_9^5 =$$

$$C_9^5 =$$



Выборочная проверка вариант 17 задача 1

формат abcd, $7! =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $A_9^5 =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $C_9^5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 10 белых и 5 черных шаров. Наудачу извлекается 6 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 6 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 6$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 6 шаров из общего числа 15. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{15}^6 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 10 белых и 3 из 5 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 6 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 5).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 57 винтовок, из них 9 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.06. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 11 белых шаров и 7 черных;

2-й ящик: 8 белых шаров и 12 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 17 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.360. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $\mathbb{M}(X)$ и $\mathbb{D}(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.360$, $q = 1 - p = 0.640$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $\mathbb{M}(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу [22](#) $\mathbb{M}(X) = np =$

По правилу [19](#), $\mathbb{D}(X) = \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$\mathbb{M}(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

$=$
 Значит, $\mathbb{D}(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $\mathbb{D}(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 17 задача 5

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.38. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3695 и 3895.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.38$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.62$, $k_1 = 3695$, $k_2 = 3895$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(3695, 3895) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{ и } \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(3695, 3895) = \quad$.

Выборочная проверка вариант 17 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0007. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 5 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0007 = 7.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0007$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 5$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_5 = \frac{7.0^5 \cdot e^{-7.0}}{5!} =$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 7

формат 1.23, $P_5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.410$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 384 и 436 (вероятность P_1)
- 2) между 370 и 450 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq = .$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	2	3	5	7	10	13	Σ
вероятность p_i	0.104	0.275	0.245	0.287	0.081	0.008	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (5.181)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $0.8 \leq x \leq 3.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.0)$ попадания в интервал $1.3 \leq x \leq 3.0$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 0.8$ и $b = 3.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

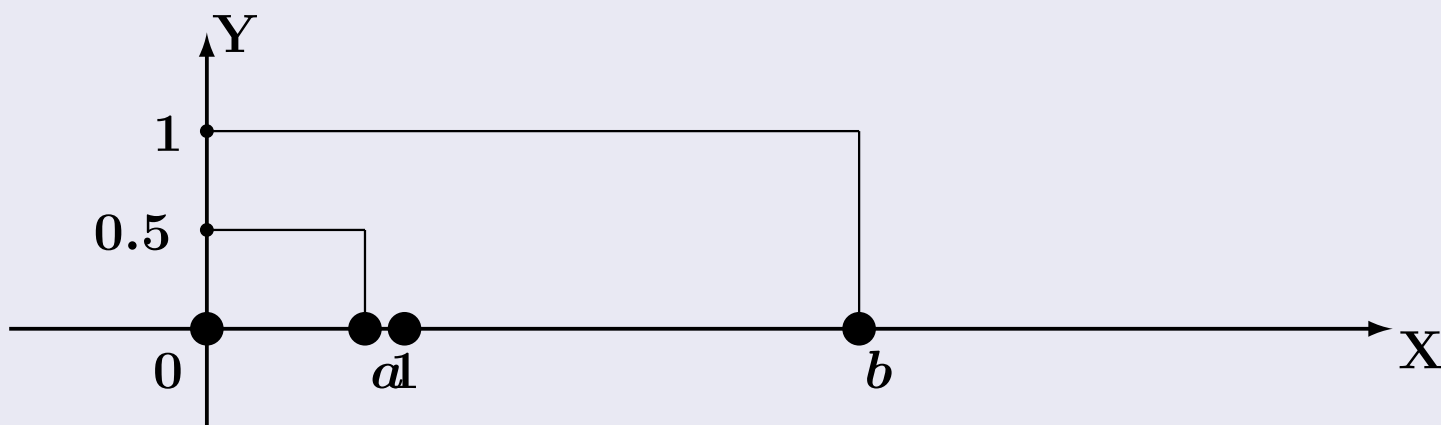


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.0) = F(3.0) - F(1.3) =$

Выборочная проверка вариант 17 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.0) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.8$, $\sigma = 1.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.2)$ попадания в интервал $1.2 \leq x \leq 3.2$.

Решение

Согласно правилу [36](#),

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \quad dx ,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу [37](#),

$$\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.2) = \int_{1.2}^{3.2} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. [32](#),

$\Phi(\quad) =$ и $\Phi(\quad) =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.2) =$.

Выборочная проверка вариант 17 задача 11

[формат 1.23](#), $x_1 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $x_2 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	2	3	5	7
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
12	0.06	0.04	0.10	0.20
18	0.10	0.10	0.10	0.30

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	12	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	2	3	5	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	12	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	2	3	5	7
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=5}$ и $Y|_{X=12}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=12=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	12	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=12=x_1}$	2	3	5	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	12	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=12=x_1}$	2	3	5	7
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$

,

$\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$

,

$\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$

,

$\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$

.

Выборочная проверка вариант 17 задача 13

формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} &= \\ &= &+ \\ &+ &= \\ &= & \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_1^3 \int_2^5 C(0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_1^3 \int_2^5 C(0.9x + 1.1y) dx dy = C \int_1^3 \left(\int_2^5 (0.9x + 1.1y) dx \right) dy =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

Значит, $C = 1, C =$

$$f(x, y) = * (0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y) = \underbrace{\hspace{1cm}}_A x + \underbrace{\hspace{1cm}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 17 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $2 \leq x \leq 5$, то

$$f_1(x) = \int_1^3 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=1}^{y=3} =$$

$$=$$

и если $1 \leq y \leq 3$, то

$$f_2(y) = \int_2^5 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=2}^{x=5} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{x}_{A_1} + \underbrace{y}_{B_1}, & \text{если } 2 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{если } x < 2 \text{ или } x > 5, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{y}_{A_2} + \underbrace{x}_{B_2}, & \text{если } 1 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{если } y < 1 \text{ или } y > 3. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$M(X) = \int_2^5 x \cdot (\quad x + \quad) dx = \int_2^5 (\quad x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$M(Y) = \int_1^3 y \cdot (\quad y + \quad) dy = \int_1^3 (\quad y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$D(X) = \int_2^5 x^2 \cdot (\quad x + \quad) dx - (M(X))^2 =$$

$$= \int_2^5 (\quad x^3 + \quad x^2) dx - = \left(\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^5 - =$$

=

,

$$D(Y) = \int_1^3 y^2 \cdot (\quad y + \quad) dy - (M(Y))^2 =$$

$$= \int_1^3 (\quad y^3 + \quad y^2) dy - = \left(\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^3 - =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 17 задача 16

формат 1.23, $M(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $M(Y) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(Y) =$ введи

[Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}},$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_1^3 \int_2^5 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_1^3 \int_2^5 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_1^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=5} dy = \\ &= \int_1^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=5} dy = \int_1^3 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^3 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $7! =$. $A_9^5 =$. $C_9^5 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.0) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.2) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 18

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $6!$, A_{12}^5 , C_{12}^5 .

Решение

$$6! =$$

$$A_{12}^5 =$$

$$C_{12}^5 =$$



Выборочная проверка вариант 18 задача 1

формат $abcd$, $6! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{12}^5 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{12}^5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 13 белых и 5 черных шаров. Наудачу извлекается 6 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 6 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 6$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 6 шаров из общего числа 18. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{18}^6 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 13 белых и 3 из 5 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 6 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 5).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 56 винтовок, из них 12 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.06. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 11 белых шаров и 8 черных;

2-й ящик: 8 белых шаров и 11 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 18 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.480. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.480$, $q = 1 - p = 0.520$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу [22](#) $M(X) = np =$

По правилу [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

$=$
 Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 18 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.42. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 4110 и 4325.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.42$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.58$, $k_1 = 4110$, $k_2 = 4325$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(4110, 4325) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(4110, 4325) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 18 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0008. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 5 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0008 = 8.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0008$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 5$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_5 = \frac{8.0^5 \cdot e^{-8.0}}{5!} =$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 7

формат 1.23, $P_5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.430$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 402 и 458 (вероятность P_1)
- 2) между 391 и 469 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq = .$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	2	3	5	8	9	12	Σ
вероятность p_i	0.025	0.106	0.175	0.449	0.207	0.038	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (7.154)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $1.8 \leq x \leq 4.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.7)$ попадания в интервал $2.0 \leq x \leq 3.7$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 1.8$ и $b = 4.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

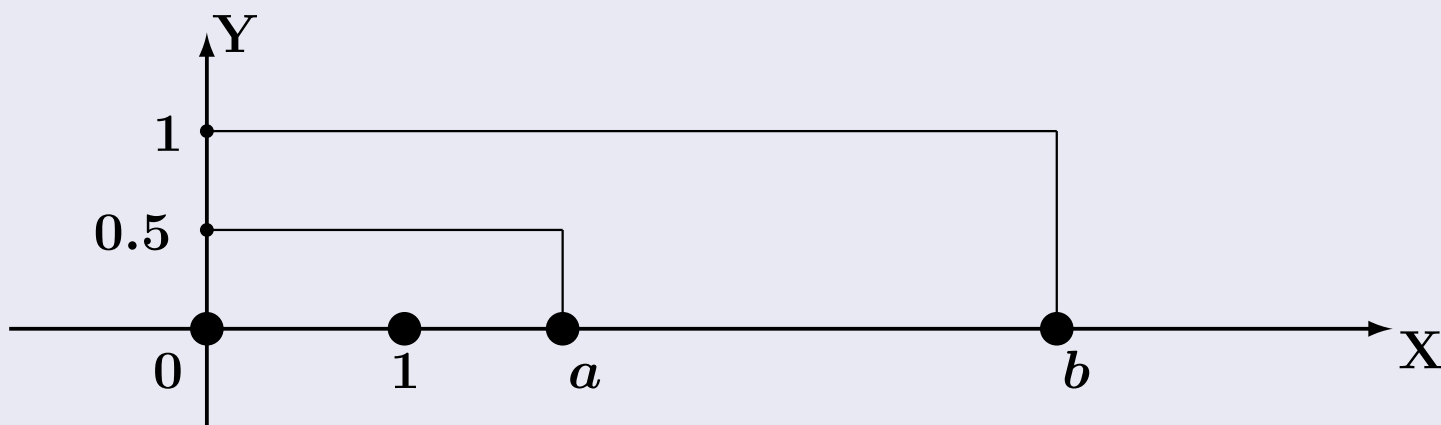


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.7) = F(3.7) - F(2.0) =$

Выборочная проверка вариант 18 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.7) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.8$, $\sigma = 1.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.6 \leq X \leq 3.9)$ попадания в интервал $1.6 \leq x \leq 3.9$.

Решение

Согласно правилу [36](#),

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \quad dx ,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу [37](#),

$$\mathbb{P}(1.6 \leq X \leq 3.9) = \int_{1.6}^{3.9} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. [32](#),

$\Phi(\quad) =$ и $\Phi(\quad) =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.6 \leq X \leq 3.9) =$.

Выборочная проверка вариант 18 задача 11

[формат 1.23](#), $x_1 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $x_2 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	1	4	5	7
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
12	0.04	0.06	0.05	0.25
18	0.10	0.10	0.10	0.30

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	12	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	1	4	5	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	12	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	1	4	5	7
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=5}$ и $Y|_{X=12}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=12=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	12	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=12=x_1}$	1	4	5	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	12	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=12=x_1}$	1	4	5	7
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ _____ .

Выборочная проверка вариант 18 задача 13

- формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи Клик

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_1^3 \int_1^6 C(0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_1^3 \int_1^6 C(0.9x + 1.1y) dx dy = C \int_1^3 \left(\int_1^6 (0.9x + 1.1y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_1^3 (0.9 \cdot \frac{x^2}{2} + 1.1y \cdot x) \Big|_1^6 dy =$$

$$= C \int_1^3 (0.9 \cdot \frac{35}{2} + 1.1y \cdot 5) dy =$$

$$= C \int_1^3 (15.75 + 5.5y) dy =$$

$$= C \left(15.75y + 2.75y^2 \right) \Big|_1^3 =$$

$$= C (15.75 \cdot 3 + 2.75 \cdot 9 - 15.75 - 2.75) =$$

$$= C (15 + 24.75 - 13 = 26.75) = 1.$$

Значит, $C = \frac{1}{26.75} = \frac{4}{107}$, $C = \frac{4}{107}$,

$$f(x, y) = \frac{4}{107} * (0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y) = \underbrace{\frac{36}{107}}_A x + \underbrace{\frac{44}{107}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{36}{107} x + \frac{44}{107} y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 18 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $1 \leq x \leq 6$, то

$$f_1(x) = \int_1^3 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=1}^{y=3} =$$

$$=$$

и если $1 \leq y \leq 3$, то

$$f_2(y) = \int_1^6 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=1}^{x=6} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{x}_{A_1} + \underbrace{y}_{B_1}, & \text{если } 1 \leq x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x < 1 \text{ или } x > 6, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{y}_{A_2} + \underbrace{x}_{B_2}, & \text{если } 1 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{если } y < 1 \text{ или } y > 3. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_1^6 x \cdot (\quad x + \quad) dx = \int_1^6 (\quad x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_1^3 y \cdot (\quad y + \quad) dy = \int_1^3 (\quad y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_1^6 x^2 \cdot (\quad x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_1^6 (\quad x^3 + \quad x^2) dx - = (\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3}) \Big|_1^6 - =$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_1^3 y^2 \cdot (\quad y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_1^3 (\quad y^3 + \quad y^2) dy - = (\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3}) \Big|_1^3 - =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 18 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}}$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_1^3 \int_1^6 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_1^3 \int_1^6 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_1^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=6} dy = \\ &= \int_1^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=6} dy = \int_1^3 (y + y^2) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^3 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 1. $6! = \dots$ $A_{12}^5 = \dots$ $C_{12}^5 = \dots$

Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) = \dots$ $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \dots$

Задача 3. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_1) = \dots$

Задача 4. $\mathbb{P}(A) = \dots$ $\mathbb{P}_A(H_2) = \dots$

Задача 5. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$

Задача 6. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $P = \dots$

Задача 7. $P_4 = \dots$

Задача 8. $P_1 = \dots$ $P_2 = \dots$

Задача 9. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$

Задача 10. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.7) = \dots$

Задача 11. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $\mathbb{P}(1.6 \leq X \leq 3.9) = \dots$

Задача 12. $\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{M}(Y) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(Y) = \dots$

Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) = \dots$ $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) = \dots$
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) = \dots$ $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) = \dots$

Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$

Задача 15. $C = \dots$ $f(x, y) = \dots \cdot x + \dots$

Задача 16. $f_1(x) = \dots \cdot x + \dots$ $f_2(y) = \dots \cdot y + \dots$

$\mathbb{M}(X) = \dots$ $\mathbb{M}(Y) = \dots$ $\mathbb{D}(X) = \dots$ $\mathbb{D}(Y) = \dots$

Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) = \dots$ $r(X \cdot Y) = \dots$

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 19

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $7!$, A_{11}^6 , C_{11}^6 .

Решение

$$7! =$$

$$A_{11}^6 =$$

$$C_{11}^6 =$$



Выборочная проверка вариант 19 задача 1

формат abcd, $7! =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $A_{11}^6 =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $C_{11}^6 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 12 белых и 6 черных шаров. Наудачу извлекается 7 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 7 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 7$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 7 шаров из общего числа 18. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{18}^7 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 12 белых и 4 из 6 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 7 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 6).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 67 винтовок, из них 11 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.08. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 11 белых шаров и 8 черных;

2-й ящик: 8 белых шаров и 14 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 19 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.440. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.440$, $q = 1 - p = 0.560$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу [22](#) $M(X) = np =$

По правилу [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 19 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.44. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 4295 и 4516.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.44$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.56$, $k_1 = 4295$, $k_2 = 4516$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(4295, 4516) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{ и } \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(4295, 4516) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 19 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0008. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 6 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0008 = 8.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0008$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 6$ — число успехов.

Поэтому $P_6 = \frac{8.0^6 \cdot e^{-8.0}}{6!} =$.

Выборочная проверка вариант 19 задача 7

формат 1.23, $P_6 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.440$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 412 и 468 (вероятность P_1)
- 2) между 399 и 481 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq = .$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	2	3	5	8	10	13	Σ
вероятность p_i	0.047	0.164	0.207	0.401	0.158	0.023	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (6.708)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $0.8 \leq x \leq 4.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.7)$ попадания в интервал $1.3 \leq x \leq 3.7$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 0.8$ и $b = 4.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

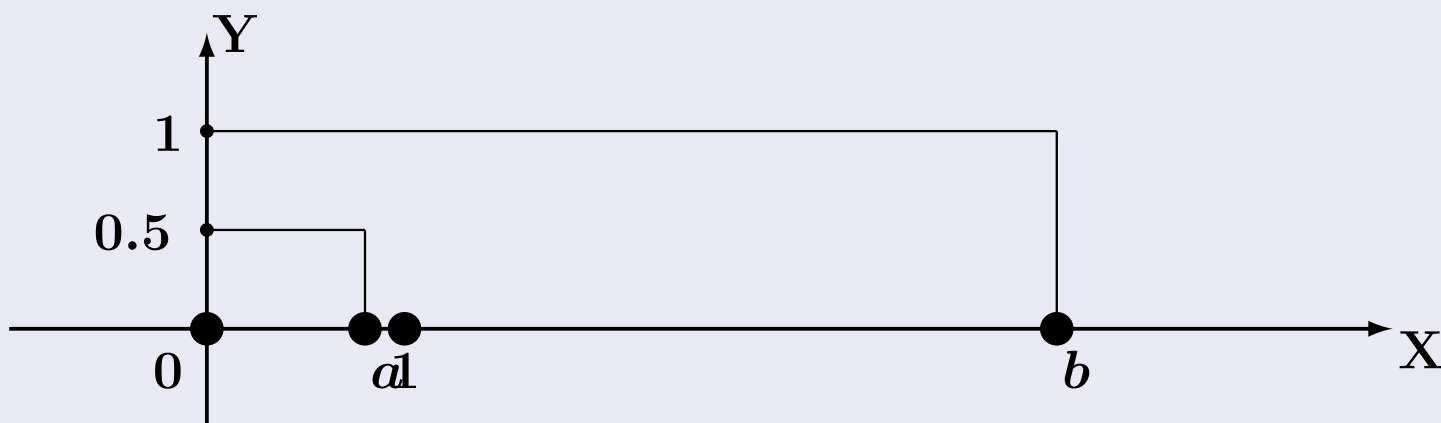


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.7) = F(3.7) - F(1.3) =$

Выборочная проверка вариант 19 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.7) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.8$, $\sigma = 1.8$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(0.9 \leq X \leq 3.9)$ попадания в интервал $0.9 \leq x \leq 3.9$.

Решение

Согласно правилу **36**,

$$\text{плотность } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x dx,$$

$$\mathbb{M}(X) = , \quad \mathbb{D}(X) = .$$

Согласно правилу **37**,

$$\mathbb{P}(0.9 \leq X \leq 3.9) = \int_{0.9}^{3.9} f(x)dx =$$

$$= ,$$

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. **32**,

$$\Phi() = \quad \text{и} \quad \Phi() = .$$

Поэтому $\mathbb{P}(0.9 \leq X \leq 3.9) =$.

Выборочная проверка вариант 19 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	2	4	5	7
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
13	0.06	0.04	0.05	0.25
18	0.10	0.10	0.10	0.30

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	13	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	2	4	5	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	13	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	2	4	5	7
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=5}$ и $Y|_{X=13}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=13=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	13	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=13=x_1}$	2	4	5	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	13	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=13=x_1}$	2	4	5	7
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$ _____ .

Выборочная проверка вариант 19 задача 13

- формат 1.23,** $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23,** $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23,** $\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23,** $\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$ введи [Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_1^3 \int_2^6 C(0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_1^3 \int_2^6 C(0.9x + 1.6y) dx dy = C \int_1^3 \left(\int_2^6 (0.9x + 1.6y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_1^3 (0.9 \cdot \frac{x^2}{2} + 1.6xy) \Big|_2^6 dy =$$

$$= C \int_1^3 (0.9 \cdot \frac{36}{2} + 1.6 \cdot 6y - 0.9 \cdot \frac{4}{2} - 1.6 \cdot 2y) dy =$$

$$= C \int_1^3 (16.2 + 9.6y - 1.8 - 3.2y) dy = C \int_1^3 (14.4 + 6.4y) dy =$$

$$= C \left(14.4y + 3.2y^2 \right) \Big|_1^3 = C (14.4 \cdot 3 + 3.2 \cdot 9 - 14.4 \cdot 1 - 3.2 \cdot 1) =$$

$$= C (43.2 + 28.8 - 14.4 - 3.2) = C \cdot 54.4 = 1.$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{54.4} = \frac{1}{544} \cdot 10 = \frac{10}{544} = \frac{5}{272}.$$

Значит, $f(x, y) = \frac{5}{272} \cdot C = 1, C = \frac{5}{272}$,

$$f(x, y) = \frac{5}{272} * (0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y) = \underbrace{\frac{45}{272}}_A x + \underbrace{\frac{8}{17}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{45}{272} x + \frac{8}{17} y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 19 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $2 \leq x \leq 6$, то

$$f_1(x) = \int_1^3 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=1}^{y=3} =$$

$$=$$

и если $1 \leq y \leq 3$, то

$$f_2(y) = \int_2^6 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=2}^{x=6} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_1} \cdot x + \underbrace{}_{B_1}, & \text{если } 2 \leq x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x < 2 \text{ или } x > 6, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_2} \cdot y + \underbrace{}_{B_2}, & \text{если } 1 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{если } y < 1 \text{ или } y > 3. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_2^6 x \cdot (x + \quad) dx = \int_2^6 (x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_1^3 y \cdot (y + \quad) dy = \int_1^3 (y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_2^6 x^2 \cdot (x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_2^6 (x^3 + \quad x^2) dx - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^6 -$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_1^3 y^2 \cdot (y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_1^3 (y^3 + \quad y^2) dy - \left(\frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^3 -$$

=

.

Выборочная проверка вариант 19 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи [15](#):

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$\mathbb{M}(X) = \quad, \quad \mathbb{M}(Y) = \quad, \quad \mathbb{D}(X) = \quad, \quad \mathbb{D}(Y) =$$

берем из задачи [15](#). Для вычисления корреляции используем правило [29](#).

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где, по формуле правила [42](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \int_1^3 \int_2^6 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_1^3 \int_2^6 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_1^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=6} dy = \\ &= \int_1^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=6} dy = \int_1^3 (y + y^2) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^3 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 17

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $7! =$. $A_{11}^6 =$. $C_{11}^6 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.7) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(0.9 \leq X \leq 3.9) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 20

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $6!$, A_{10}^4 , C_{10}^4 .

Решение

$$6! =$$

$$A_{10}^4 =$$

$$C_{10}^4 =$$



Выборочная проверка вариант 20 задача 1

формат $abcd$, $6! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{10}^4 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{10}^4 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 11 белых и 4 черных шаров. Наудачу извлекается 5 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 5 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 5$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 5 шаров из общего числа 15. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{15}^5 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 11 белых и 2 из 4 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 5 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 4).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 46 винтовок, из них 10 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.05. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 13 белых шаров и 7 черных;

2-й ящик: 8 белых шаров и 9 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 20 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.400. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.400$, $q = 1 - p = 0.600$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу [22](#) $M(X) = np =$

По правилу [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 20 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.36. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3510 и 3704.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.36$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.64$, $k_1 = 3510$, $k_2 = 3704$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(3510, 3704) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{ и } \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(3510, 3704) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 20 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0007. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 4 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0007 = 7.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0007$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 4$ — число успехов.

Поэтому $P_4 = \frac{7.0^4 \cdot e^{-7.0}}{4!} =$.

Выборочная проверка вариант 20 задача 7

формат 1.23, $P_4 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.400$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 374 и 426 (вероятность P_1)
- 2) между 362 и 438 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	2	3	6	7	9	13	Σ
вероятность p_i	0.073	0.221	0.231	0.345	0.116	0.014	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (5.836)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$=$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $1.8 \leq x \leq 3.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.0)$ попадания в интервал $2.0 \leq x \leq 3.0$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 1.8$ и $b = 3.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

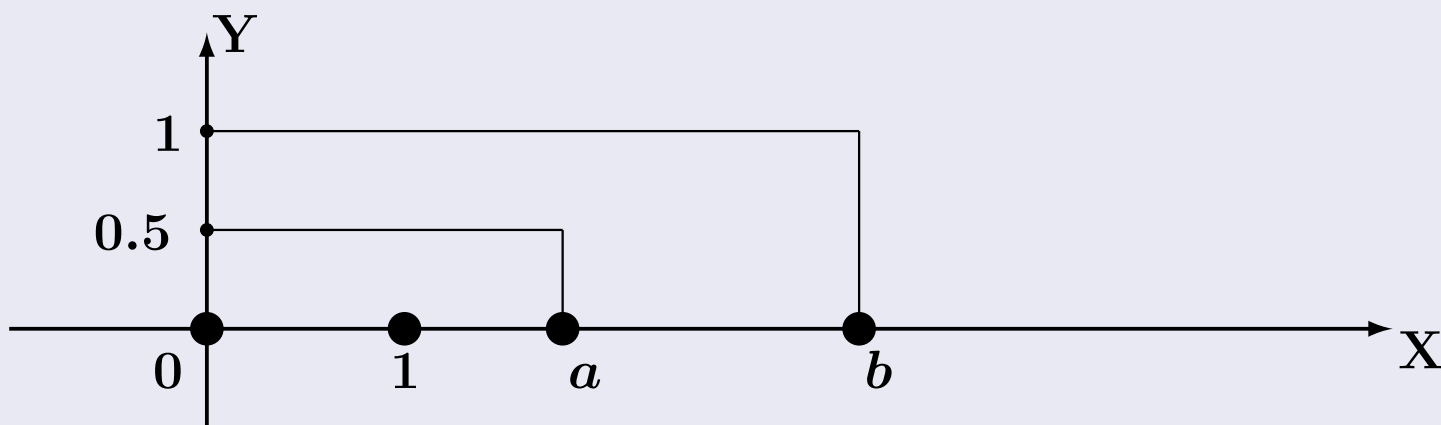


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.0) = F(3.0) - F(2.0) =$

Выборочная проверка вариант 20 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.0) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.8$, $\sigma = 0.8$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.2)$ попадания в интервал $1.9 \leq x \leq 3.2$.

Решение

Согласно правилу [36](#),

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \quad dx ,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу [37](#),

$$\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.2) = \int_{1.9}^{3.2} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. [32](#),

$\Phi(\quad) =$ и $\Phi(\quad) =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.2) =$.

Выборочная проверка вариант 20 задача 11

[формат 1.23](#), $x_1 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $x_2 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	1	3	6	7
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
11	0.04	0.06	0.10	0.20
18	0.14	0.06	0.10	0.30

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	11	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	1	3	6	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	11	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	1	3	6	7
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=6}$ и $Y|_{X=11}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=11=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	11	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=11=x_1}$	1	3	6	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	11	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=11=x_1}$	1	3	6	7
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$,
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$,
 $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$,
 $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$.

Выборочная проверка вариант 20 задача 13

- формат 1.23,** $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23,** $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23,** $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23,** $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$ введи [Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_2^3 \int_1^5 C(0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_2^3 \int_1^5 C(0.9x + 0.6y) dx dy = C \int_2^3 \left(\int_1^5 (0.9x + 0.6y) dx \right) dy =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

Значит, $C = 1, C =$

$$f(x, y) = * (0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y) = \underbrace{\hspace{2cm}}_A x + \underbrace{\hspace{2cm}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Выборочная проверка вариант 20 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $A =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $B =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) →

← [ОГЛ](#) ←

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $1 \leq x \leq 5$, то

$$f_1(x) = \int_2^3 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=2}^{y=3} =$$

$$=$$

и если $2 \leq y \leq 3$, то

$$f_2(y) = \int_1^5 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=1}^{x=5} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{x}_{A_1} + \underbrace{y}_{B_1}, & \text{если } 1 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{если } x < 1 \text{ или } x > 5, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{y}_{A_2} + \underbrace{x}_{B_2}, & \text{если } 2 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{если } y < 2 \text{ или } y > 3. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$M(X) = \int_1^5 x \cdot (\quad x + \quad) dx = \int_1^5 (\quad x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$M(Y) = \int_2^3 y \cdot (\quad y + \quad) dy = \int_2^3 (\quad y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$D(X) = \int_1^5 x^2 \cdot (\quad x + \quad) dx - (M(X))^2 =$$

$$= \int_1^5 (\quad x^3 + \quad x^2) dx - = (\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3}) \Big|_1^5 - =$$

=

,

$$D(Y) = \int_2^3 y^2 \cdot (\quad y + \quad) dy - (M(Y))^2 =$$

$$= \int_2^3 (\quad y^3 + \quad y^2) dy - = (\quad \frac{y^4}{4} + \quad \frac{y^3}{3}) \Big|_2^3 - =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 20 задача 16

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $M(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи [15](#):

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$\mathbb{M}(X) = \quad, \quad \mathbb{M}(Y) = \quad, \quad \mathbb{D}(X) = \quad, \quad \mathbb{D}(Y) =$$

берем из задачи [15](#). Для вычисления корреляции используем правило [29](#).

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}}$$

где, по формуле правила [42](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \int_2^3 \int_1^5 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_2^3 \int_1^5 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_2^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=5} dy = \\ &= \int_2^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=5} dy = \int_2^3 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^3 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 17

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $6! =$. $A_{10}^4 =$. $C_{10}^4 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.0) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.2) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $7!$, A_9^5 , C_9^5 .

Решение

$$7! =$$

$$A_9^5 =$$

$$C_9^5 =$$



Выборочная проверка вариант 21 задача 1

формат abcd, $7! =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $A_9^5 =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $C_9^5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 10 белых и 5 черных шаров. Наудачу извлекается 6 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 6 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 6$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 6 шаров из общего числа 15. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{15}^6 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 10 белых и 3 из 5 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 6 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 5).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 57 винтовок, из них 9 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.06. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 13 белых шаров и 7 черных;

2-й ящик: 8 белых шаров и 12 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 21 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.360. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила 14 требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.360$, $q = 1 - p = 0.640$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила 18, $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
=

Точное значение по правилу 22 $M(X) = np =$

По правилу 19, $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу 22: $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 21 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.38. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3695 и 3895.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.38$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.62$, $k_1 = 3695$, $k_2 = 3895$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(3695, 3895) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{ и } \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(3695, 3895) = \quad$.

Выборочная проверка вариант 21 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0007. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 5 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0007 = 7.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0007$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 5$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_5 = \frac{7.0^5 \cdot e^{-7.0}}{5!} =$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 7

формат 1.23, $P_5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.410$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 384 и 436 (вероятность P_1)
- 2) между 370 и 450 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq = .$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	2	3	6	7	10	14	Σ
вероятность p_i	0.104	0.275	0.245	0.287	0.081	0.008	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$\begin{aligned}
 M(X) &= x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n = \\
 &= \dots = \dots
 \end{aligned}$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (5.434)^2$, где

$$\begin{aligned}
 M(X^2) &= x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n = \\
 &= \dots = \dots
 \end{aligned}$$

Значит,

$$\begin{aligned}
 D(X) &= M(X^2) - (M(X))^2 = \dots - \dots = \dots, \\
 \sigma(X) &= \sqrt{D(X)} = \dots
 \end{aligned}$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $0.8 \leq x \leq 3.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.0)$ попадания в интервал $1.3 \leq x \leq 3.0$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 0.8$ и $b = 3.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

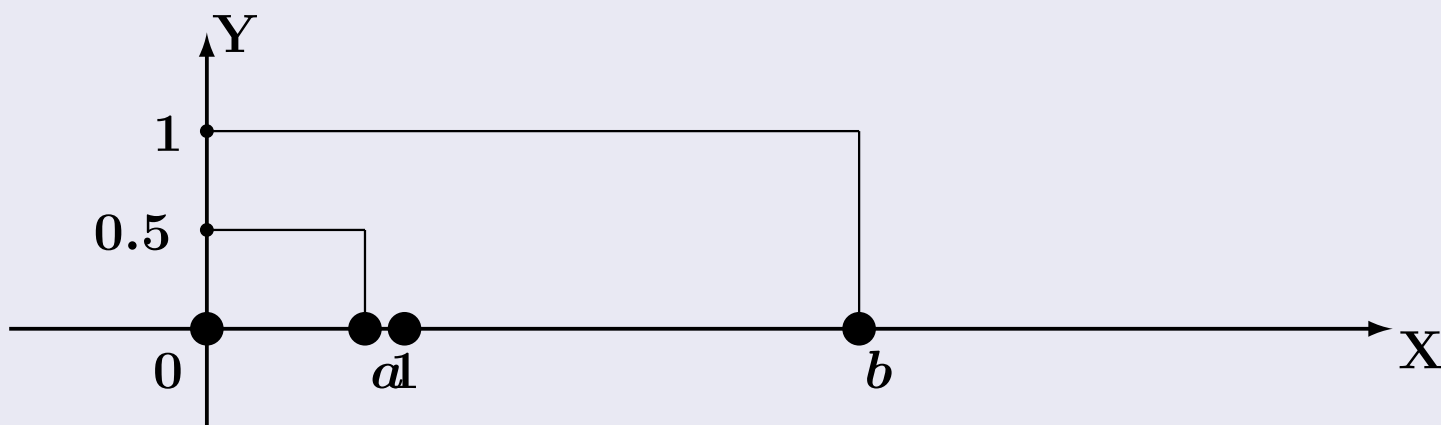


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$ _____, $\mathbb{D}(X) =$ _____,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$ _____,

$\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.0) = F(3.0) - F(1.3) =$ _____

Выборочная проверка вариант 21 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.0) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.8$, $\sigma = 1.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.2)$ попадания в интервал $1.2 \leq x \leq 3.2$.

Решение

Согласно правилу **36**,

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x dx,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу **37**,

$$\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.2) = \int_{1.2}^{3.2} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. **32**,

$\Phi() =$ и $\Phi() =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.2) =$.

Выборочная проверка вариант 21 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	2	3	6	7
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
12	0.06	0.04	0.10	0.20
18	0.14	0.06	0.10	0.30

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	12	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	2	3	6	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$$

$$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$$

$$q_1 = p_{11} + p_{21} = \quad , \quad q_2 = p_{12} + p_{22} =$$

$$q_3 = p_{13} + p_{23} = \quad , \quad q_4 = p_{14} + p_{24} =$$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	12	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	2	3	6	7
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=6}$ и $Y|_{X=12}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=12=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	12	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=12=x_1}$	2	3	6	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	12	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=12=x_1}$	2	3	6	7
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$

,

$\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$

,

$\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$

,

$\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$

.

Выборочная проверка вариант 21 задача 13

формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_2^3 \int_2^5 C(0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_2^3 \int_2^5 C(0.9x + 1.1y) dx dy = C \int_2^3 \left(\int_2^5 (0.9x + 1.1y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_2^3 (0.9 \cdot \frac{x^2}{2} + 1.1xy) \Big|_2^5 dy =$$

$$= C \int_2^3 (0.9 \cdot \frac{25-4}{2} + 1.1y(5-2)) dy =$$

$$= C \int_2^3 (0.9 \cdot 10.5 + 3.3y) dy =$$

$$= C (0.9 \cdot 10.5y + 1.65y^2) \Big|_2^3 =$$

$$= C (0.9 \cdot 10.5(3-2) + 1.65(3^2-2^2)) =$$

$$= C (0.9 \cdot 10.5 + 1.65 \cdot 5) =$$

Значит, $C \cdot 11.55 = 1, C = \frac{1}{11.55} = \frac{10}{115.5} = \frac{2}{23.1}$,

$$f(x, y) = \frac{2}{23.1} * (0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y) = \underbrace{\frac{2 \cdot 0.9}{23.1}}_A x + \underbrace{\frac{2 \cdot 1.1}{23.1}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{23.1} (0.9x + 1.1y), & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 21 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила 41, если $2 \leq x \leq 5$, то

$$f_1(x) = \int_2^3 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=2}^{y=3} =$$

$$=$$

и если $2 \leq y \leq 3$, то

$$f_2(y) = \int_2^5 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=2}^{x=5} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{x}_{A_1} + \underbrace{y}_{B_1}, & \text{если } 2 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{если } x < 2 \text{ или } x > 5, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{y}_{A_2} + \underbrace{x}_{B_2}, & \text{если } 2 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{если } y < 2 \text{ или } y > 3. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$M(X) = \int_2^5 x \cdot (\quad x + \quad) dx = \int_2^5 (\quad x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$M(Y) = \int_2^3 y \cdot (\quad y + \quad) dy = \int_2^3 (\quad y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$D(X) = \int_2^5 x^2 \cdot (\quad x + \quad) dx - (M(X))^2 =$$

$$= \int_2^5 (\quad x^3 + \quad x^2) dx - = \left(\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^5 - =$$

=

,

$$D(Y) = \int_2^3 y^2 \cdot (\quad y + \quad) dy - (M(Y))^2 =$$

$$= \int_2^3 (\quad y^3 + \quad y^2) dy - = \left(\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^3 - =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 21 задача 16

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $M(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}}$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_2^3 \int_2^5 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_2^3 \int_2^5 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_2^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=5} dy = \\ &= \int_2^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=5} dy = \int_2^3 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^3 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $7! =$. $A_9^5 =$. $C_9^5 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.0) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.2) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 22

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $6!$, A_{12}^5 , C_{12}^5 .

Решение

$$6! =$$

$$A_{12}^5 =$$

$$C_{12}^5 =$$



Выборочная проверка вариант 22 задача 1

формат $abcd$, $6! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{12}^5 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{12}^5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 13 белых и 5 черных шаров. Наудачу извлекается 6 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 6 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 6$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 6 шаров из общего числа 18. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{18}^6 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 13 белых и 3 из 5 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 6 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 5).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 56 винтовок, из них 12 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.06. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найти вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найти вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 13 белых шаров и 8 черных;

2-й ящик: 8 белых шаров и 11 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 22 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.480. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.480$, $q = 1 - p = 0.520$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу [22](#) $M(X) = np =$

По правилу [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 22 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.42. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 4110 и 4325.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.42$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.58$, $k_1 = 4110$, $k_2 = 4325$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(4110, 4325) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(4110, 4325) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 22 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0008. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 5 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0008 = 8.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0008$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 5$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_5 = \frac{8.0^5 \cdot e^{-8.0}}{5!} =$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 7

формат 1.23, $P_5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.430$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 402 и 458 (вероятность P_1)
- 2) между 391 и 469 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	2	3	6	8	9	13	Σ
вероятность p_i	0.025	0.106	0.175	0.449	0.207	0.038	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (7.367)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $1.8 \leq x \leq 4.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.7)$ попадания в интервал $2.0 \leq x \leq 3.7$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 1.8$ и $b = 4.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

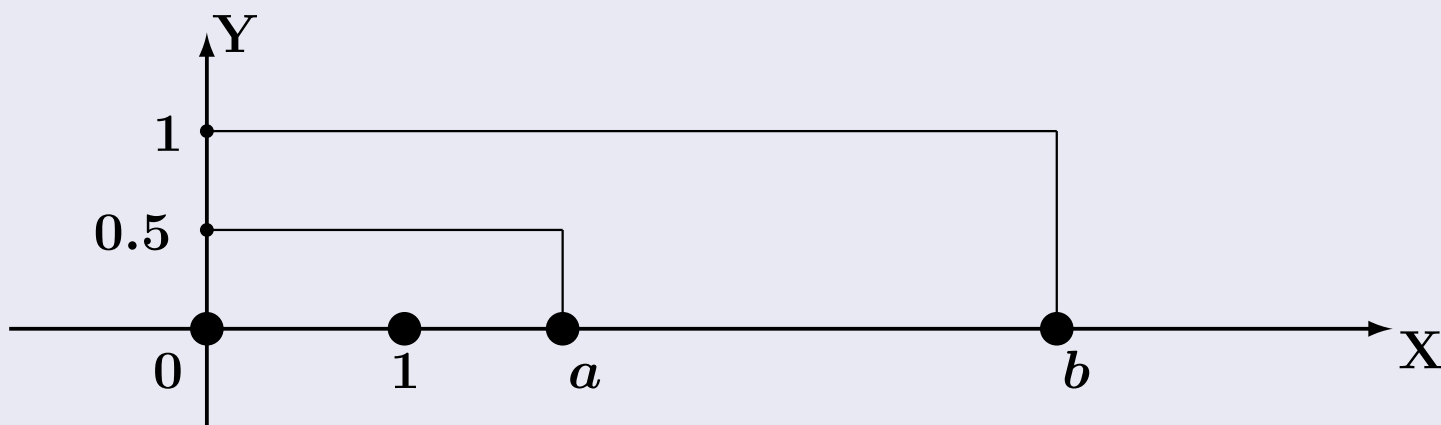


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.7) = F(3.7) - F(2.0) =$

Выборочная проверка вариант 22 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.7) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.8$, $\sigma = 1.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.6 \leq X \leq 3.9)$ попадания в интервал $1.6 \leq x \leq 3.9$.

Решение

Согласно правилу [36](#),

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x dx,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу [37](#),

$$\mathbb{P}(1.6 \leq X \leq 3.9) = \int_{1.6}^{3.9} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. [32](#),

$\Phi() =$ и $\Phi() =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.6 \leq X \leq 3.9) =$.

Выборочная проверка вариант 22 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	1	4	6	7
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
12	0.04	0.06	0.05	0.25
18	0.14	0.06	0.10	0.30

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	12	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	1	4	6	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	12	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	1	4	6	7
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=6}$ и $Y|_{X=12}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=12=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	12	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=12=x_1}$	1	4	6	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	12	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=12=x_1}$	1	4	6	7
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$$\mathbb{M}(X|Y=6=y_3) =$$

,

$$\mathbb{D}(X|Y=6=y_3) =$$

,

$$\mathbb{M}(Y|X=12=x_1) =$$

,

$$\mathbb{D}(Y|X=12=x_1) =$$

.

Выборочная проверка вариант 22 задача 13

формат 1.23, $\mathbb{M}(X|Y=6=y_3) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X|Y=6=y_3) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|X=12=x_1) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|X=12=x_1) =$ введи

[Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_2^3 \int_1^6 C(0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_2^3 \int_1^6 C(0.9x + 1.1y) dx dy = C \int_2^3 \left(\int_1^6 (0.9x + 1.1y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_2^3 (0.9 \cdot \frac{x^2}{2} + 1.1y \cdot x) \Big|_1^6 dy =$$

$$= C \int_2^3 (0.9 \cdot \frac{35}{2} + 1.1y \cdot 5) dy =$$

$$= C \int_2^3 (15.75 + 5.5y) dy =$$

$$= C \left(15.75y + 2.75y^2 \right) \Big|_2^3 =$$

$$= C (15.75 \cdot 3 + 2.75 \cdot 9 - 15.75 \cdot 2 - 2.75 \cdot 4) =$$

$$= C (47.25 + 24.75 - 31.5 - 11) = C \cdot 30.$$

Значит, $C \cdot 30 = 1, C = \frac{1}{30}$,

$$f(x, y) = \frac{1}{30} * (0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y) = \underbrace{\frac{1}{30} \cdot 0.9}_{A} x + \underbrace{\frac{1}{30} \cdot 1.1}_{B} y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{30} \cdot 0.9 x + \frac{1}{30} \cdot 1.1 y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 22 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $1 \leq x \leq 6$, то

$$f_1(x) = \int_2^3 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=2}^{y=3} =$$

$$=$$

и если $2 \leq y \leq 3$, то

$$f_2(y) = \int_1^6 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=1}^{x=6} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_1} \cdot x + \underbrace{}_{B_1}, & \text{если } 1 \leq x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x < 1 \text{ или } x > 6, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_2} \cdot y + \underbrace{}_{B_2}, & \text{если } 2 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{если } y < 2 \text{ или } y > 3. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_1^6 x \cdot (\quad x + \quad) dx = \int_1^6 (\quad x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_2^3 y \cdot (\quad y + \quad) dy = \int_2^3 (\quad y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_1^6 x^2 \cdot (\quad x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_1^6 (\quad x^3 + \quad x^2) dx - = (\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3}) \Big|_1^6 - =$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_2^3 y^2 \cdot (\quad y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_2^3 (\quad y^3 + \quad y^2) dy - = (\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3}) \Big|_2^3 - =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 22 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи

[Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$\mathbb{M}(X) = \quad, \quad \mathbb{M}(Y) = \quad, \quad \mathbb{D}(X) = \quad, \quad \mathbb{D}(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \int_2^3 \int_1^6 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_2^3 \int_1^6 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_2^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=6} dy = \\ &= \int_2^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=6} dy = \int_2^3 (y + y^2) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^3 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 17

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $6! =$. $A_{12}^5 =$. $C_{12}^5 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.7) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(1.6 \leq X \leq 3.9) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 23

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $7!$, A_{11}^6 , C_{11}^6 .

Решение

$$7! =$$

$$A_{11}^6 =$$

$$C_{11}^6 =$$



Выборочная проверка вариант 23 задача 1

формат $abcd$, $7! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{11}^6 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{11}^6 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 12 белых и 6 черных шаров. Наудачу извлекается 7 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 7 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 7$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 7 шаров из общего числа 18. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{18}^7 =$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) =$$

(извлекаем 3 шара из 12 белых и 4 из 6 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} =$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \quad (\text{см. п. 1}),$$

$$\mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} =$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} =$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 7 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 6).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 =$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 67 винтовок, из них 11 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.08. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найти вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найти вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 13 белых шаров и 8 черных;

2-й ящик: 8 белых шаров и 14 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 23 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.440. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.440$, $q = 1 - p = 0.560$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу [22](#) $M(X) = np =$

По правилу [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 23 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.44. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 4295 и 4516.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.44$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.56$, $k_1 = 4295$, $k_2 = 4516$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(4295, 4516) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{ и } \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(4295, 4516) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 23 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0008. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 6 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0008 = 8.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0008$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 6$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_6 = \frac{8.0^6 \cdot e^{-8.0}}{6!} =$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 7

формат 1.23, $P_6 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.440$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 412 и 468 (вероятность P_1)
- 2) между 399 и 481 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила 25,

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила 22, $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq = .$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	2	3	6	8	10	14	Σ
вероятность p_i	0.047	0.164	0.207	0.401	0.158	0.023	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (6.938)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$=$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $0.8 \leq x \leq 4.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.7)$ попадания в интервал $1.3 \leq x \leq 3.7$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 0.8$ и $b = 4.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

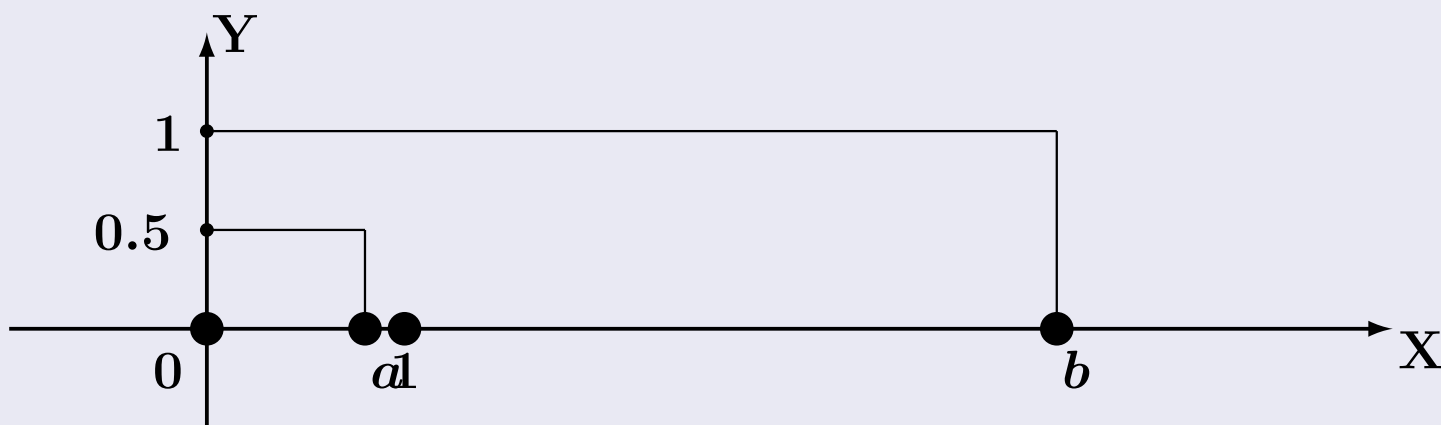


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.7) = F(3.7) - F(1.3) =$

Выборочная проверка вариант 23 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.7) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.8$, $\sigma = 1.8$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(0.9 \leq X \leq 3.9)$ попадания в интервал $0.9 \leq x \leq 3.9$.

Решение

Согласно правилу [36](#),

$$\text{плотность } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x dx,$$

$$\mathbb{M}(X) = , \quad \mathbb{D}(X) = .$$

Согласно правилу [37](#),

$$\mathbb{P}(0.9 \leq X \leq 3.9) = \int_{0.9}^{3.9} f(x)dx =$$

$$= ,$$

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. [32](#),

$$\Phi() = \quad \text{и} \quad \Phi() = .$$

Поэтому $\mathbb{P}(0.9 \leq X \leq 3.9) =$.

Выборочная проверка вариант 23 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	2	4	6	7
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
13	0.06	0.04	0.05	0.25
18	0.14	0.06	0.10	0.30

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	13	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	2	4	6	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$$

$$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$$

$$q_1 = p_{11} + p_{21} = \quad , \quad q_2 = p_{12} + p_{22} =$$

$$q_3 = p_{13} + p_{23} = \quad , \quad q_4 = p_{14} + p_{24} =$$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	13	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	2	4	6	7
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=6}$ и $Y|_{X=13}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=13=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	13	18
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=13=x_1}$	2	4	6	7
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	13	18
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=13=x_1}$	2	4	6	7
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|Y=6=y_3) =$,
 $\mathbb{D}(X|Y=6=y_3) =$,
 $\mathbb{M}(Y|X=13=x_1) =$,
 $\mathbb{D}(Y|X=13=x_1) =$.

Выборочная проверка вариант 23 задача 13

- формат 1.23, $\mathbb{M}(X|Y=6=y_3) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23, $\mathbb{D}(X|Y=6=y_3) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|X=13=x_1) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|X=13=x_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_2^3 \int_2^6 C(0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_2^3 \int_2^6 C(0.9x + 1.6y) dx dy = C \int_2^3 \left(\int_2^6 (0.9x + 1.6y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_2^3 (0.9 \cdot \frac{x^2}{2} + 1.6xy) \Big|_2^6 dy =$$

$$= C \int_2^3 (0.9 \cdot \frac{32}{2} + 1.6 \cdot 6y - 0.9 \cdot \frac{4}{2} - 1.6 \cdot 2y) dy =$$

$$= C \int_2^3 (14.4 + 9.6y - 1.8 - 3.2y) dy = C \int_2^3 (12.6 + 6.4y) dy =$$

$$= C (12.6y + 3.2y^2) \Big|_2^3 = C (12.6 \cdot 3 + 3.2 \cdot 9 - 12.6 \cdot 2 - 3.2 \cdot 4) =$$

$$= C (37.8 + 28.8 - 25.2 - 12.8) = C \cdot 38.6 = 1.$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{38.6} = \frac{10}{386} = \frac{5}{193}.$$

Значит, $f(x, y) = \frac{5}{193} \cdot C = 1, C = \frac{5}{193},$

$$f(x, y) = \frac{5}{193} * (0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y) = \underbrace{\frac{4.5}{193}}_A x + \underbrace{\frac{8}{193}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{4.5}{193} x + \frac{8}{193} y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 23 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила 41, если $2 \leq x \leq 6$, то

$$f_1(x) = \int_2^3 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=2}^{y=3} =$$

$$=$$

и если $2 \leq y \leq 3$, то

$$f_2(y) = \int_2^6 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=2}^{x=6} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_1} \cdot x + \underbrace{}_{B_1}, & \text{если } 2 \leq x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x < 2 \text{ или } x > 6, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_2} \cdot y + \underbrace{}_{B_2}, & \text{если } 2 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{если } y < 2 \text{ или } y > 3. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила [34](#):

$$\mathbb{M}(X) = \int_2^6 x \cdot (x + \quad) dx = \int_2^6 (x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_2^3 y \cdot (y + \quad) dy = \int_2^3 (y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_2^6 x^2 \cdot (x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_2^6 (x^3 + \quad x^2) dx - \quad = \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^6 - \quad =$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_2^3 y^2 \cdot (y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_2^3 (y^3 + \quad y^2) dy - \quad = \left(\frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^3 - \quad =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 23 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 3$ пропорционально $0.9 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}},$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_2^3 \int_2^6 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_2^3 \int_2^6 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_2^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=6} dy = \\ &= \int_2^3 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=6} dy = \int_2^3 (y + y^2) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^3 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $7! =$. $A_{11}^6 =$. $C_{11}^6 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.7) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(0.9 \leq X \leq 3.9) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 24

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $6!$, A_{11}^4 , C_{11}^4 .

Решение

$$6! =$$

$$A_{11}^4 =$$

$$C_{11}^4 =$$



Выборочная проверка вариант 24 задача 1

формат $abcd$, $6! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{11}^4 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{11}^4 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 12 белых и 4 черных шаров. Наудачу извлекается 5 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 5 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 5$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 5 шаров из общего числа 16. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{16}^5 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 12 белых и 2 из 4 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 5 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 4).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 46 винтовок, из них 11 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.05. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 11 белых шаров и 9 черных;

2-й ящик: 10 белых шаров и 9 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 24 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.440. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $\mathbb{M}(X)$ и $\mathbb{D}(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.440$, $q = 1 - p = 0.560$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $\mathbb{M}(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
=

Точное значение по правилу [22](#) $\mathbb{M}(X) = np =$

По правилу [19](#), $\mathbb{D}(X) = \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$\mathbb{M}(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $\mathbb{D}(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $\mathbb{D}(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 24 задача 5

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.38. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3710 и 3914.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.38$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.62$, $k_1 = 3710$, $k_2 = 3914$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(3710, 3914) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(3710, 3914) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 24 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0007. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 4 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0007 = 7.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0007$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 4$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_4 = \frac{7.0^4 \cdot e^{-7.0}}{4!} =$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 7

формат 1.23, $P_4 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.410$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 383 и 437 (вероятность P_1)
- 2) между 372 и 448 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	2	4	5	7	9	12	Σ
вероятность p_i	0.047	0.164	0.207	0.401	0.158	0.023	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (6.290)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $1.8 \leq x \leq 3.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.0)$ попадания в интервал $2.0 \leq x \leq 3.0$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 1.8$ и $b = 3.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

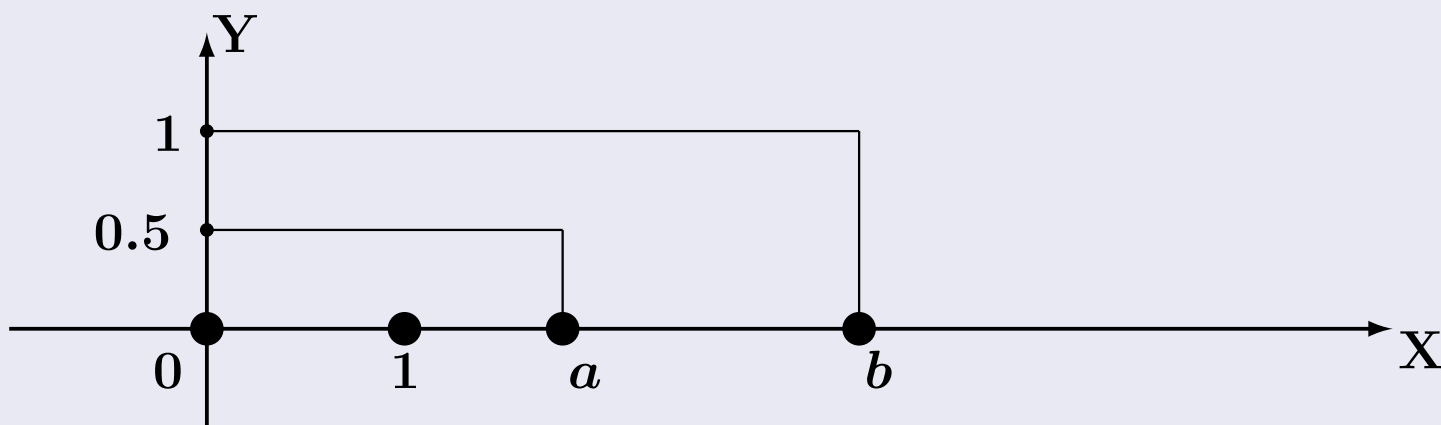


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.0) = F(3.0) - F(2.0) =$

Выборочная проверка вариант 24 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.0) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.8$, $\sigma = 0.8$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.2)$ попадания в интервал $1.9 \leq x \leq 3.2$.

Решение

Согласно правилу **36**,

$$\text{плотность } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x dx,$$

$$\mathbb{M}(X) = , \quad \mathbb{D}(X) = .$$

Согласно правилу **37**,

$$\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.2) = \int_{1.9}^{3.2} f(x)dx =$$

$$= ,$$

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. **32**,

$$\Phi() = \quad \text{и} \quad \Phi() = .$$

Поэтому $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.2) =$.

Выборочная проверка вариант 24 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	1	3	5	8
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
11	0.04	0.06	0.10	0.20
17	0.10	0.10	0.10	0.30

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	11	17
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	1	3	5	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$$

$$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$$

$$q_1 = p_{11} + p_{21} = \quad , \quad q_2 = p_{12} + p_{22} =$$

$$q_3 = p_{13} + p_{23} = \quad , \quad q_4 = p_{14} + p_{24} =$$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	11	17
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	1	3	5	8
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=11=x_1}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=11=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	11	17
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=11=x_1}$	1	3	5	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	11	17
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=11=x_1}$	1	3	5	8
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

[возврат](#) [ОГЛ](#) **Решение (окончание)**

$$\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$$

,

$$\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$$

,

$$\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$$

,

$$\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$$

.

Выборочная проверка вариант 24 задача 13формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи[Клик](#)формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи[Клик](#)формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$ введи[Клик](#)формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$ введи[Клик](#)[возврат](#)  [ОГЛ](#) 

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(1.4 \cdot x + 0.6 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_1^4 \int_1^5 C(1.4 \cdot x + 0.6 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_1^4 \int_1^5 C(1.4x + 0.6y) dx dy = C \int_1^4 \left(\int_1^5 (1.4x + 0.6y) dx \right) dy =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

Значит, $C = 1, C =$

$$f(x, y) = * (1.4 \cdot x + 0.6 \cdot y) = \underbrace{\hspace{1cm}}_A x + \underbrace{\hspace{1cm}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 24 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $1 \leq x \leq 5$, то

$$f_1(x) = \int_1^4 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=1}^{y=4} =$$

$$=$$

и если $1 \leq y \leq 4$, то

$$f_2(y) = \int_1^5 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=1}^{x=5} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{x}_{A_1} + \underbrace{y}_{B_1}, & \text{если } 1 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{если } x < 1 \text{ или } x > 5, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{y}_{A_2} + \underbrace{x}_{B_2}, & \text{если } 1 \leq y \leq 4, \\ 0, & \text{если } y < 1 \text{ или } y > 4. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_1^5 x \cdot (\quad x + \quad) dx = \int_1^5 (\quad x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_1^4 y \cdot (\quad y + \quad) dy = \int_1^4 (\quad y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_1^5 x^2 \cdot (\quad x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_1^5 (\quad x^3 + \quad x^2) dx - = (\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3}) \Big|_1^5 - =$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_1^4 y^2 \cdot (\quad y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_1^4 (\quad y^3 + \quad y^2) dy - = (\quad \frac{y^4}{4} + \quad \frac{y^3}{3}) \Big|_1^4 - =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 24 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}},$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_1^4 \int_1^5 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_1^4 \int_1^5 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_1^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=5} dy = \\ &= \int_1^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=5} dy = \int_1^4 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^4 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $6! =$. $A_{11}^4 =$. $C_{11}^4 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.0) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.2) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 25

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Задача 2

В ящике 11 белых и 5 черных шаров. Наудачу извлекается 6 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 6 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 6$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 6 шаров из общего числа 16. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{16}^6 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 11 белых и 3 из 5 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 6 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 5).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 57 винтовок, из них 10 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.06. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 11 белых шаров и 9 черных;

2-й ящик: 10 белых шаров и 12 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 25 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.400. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $\mathbb{M}(X)$ и $\mathbb{D}(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.400$, $q = 1 - p = 0.600$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $\mathbb{M}(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу [22](#) $\mathbb{M}(X) = np =$

По правилу [19](#), $\mathbb{D}(X) = \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$\mathbb{M}(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $\mathbb{D}(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $\mathbb{D}(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 25 задача 5

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.40. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3895 и 4105.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.40$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.60$, $k_1 = 3895$, $k_2 = 4105$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(3895, 4105) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(3895, 4105) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 25 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0007. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 5 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0007 = 7.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0007$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 5$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_5 = \frac{7.0^5 \cdot e^{-7.0}}{5!} =$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 7

формат 1.23, $P_5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.420$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 393 и 447 (вероятность P_1)
- 2) между 380 и 460 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	2	4	5	7	10	13	Σ
вероятность p_i	0.073	0.221	0.231	0.345	0.116	0.014	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (5.942)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $0.8 \leq x \leq 3.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $P(1.3 \leq X \leq 3.0)$ попадания в интервал $1.3 \leq x \leq 3.0$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 0.8$ и $b = 3.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

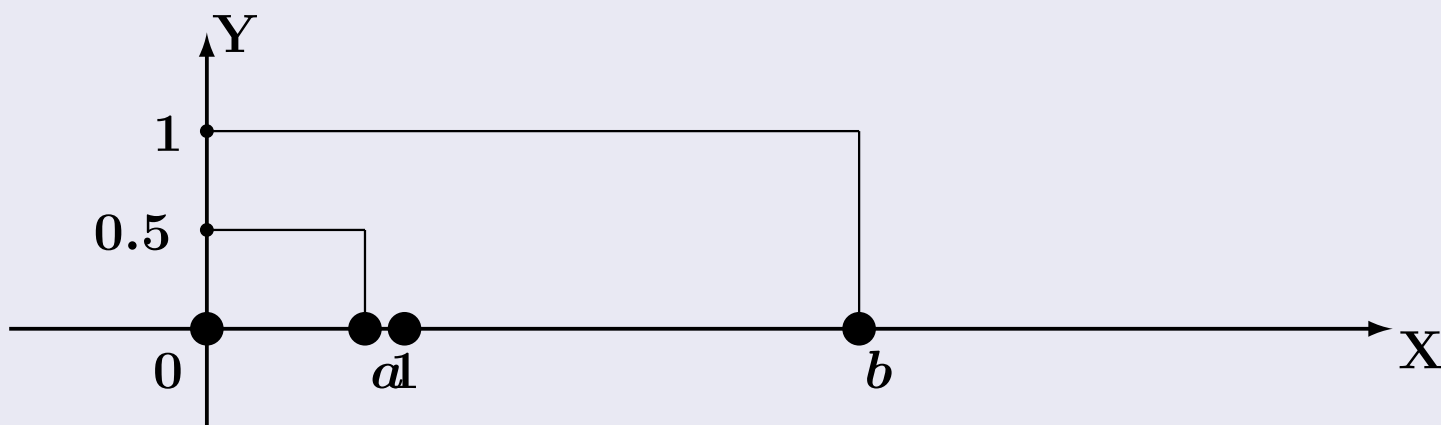


Рис.: Графики функций f и F :

$M(X) =$, $D(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$,

$P(1.3 \leq X \leq 3.0) = F(3.0) - F(1.3) =$

Выборочная проверка вариант 25 задача 10

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P(1.3 \leq X \leq 3.0) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.8$, $\sigma = 1.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.2)$ попадания в интервал $1.2 \leq x \leq 3.2$.

Решение

Согласно правилу [36](#),

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \quad dx ,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу [37](#),

$$\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.2) = \int_{1.2}^{3.2} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. [32](#),

$\Phi(\quad) =$ и $\Phi(\quad) =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.2) =$.

Выборочная проверка вариант 25 задача 11

[формат 1.23](#), $x_1 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $x_2 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	2	3	5	8
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
12	0.06	0.04	0.10	0.20
17	0.10	0.10	0.10	0.30

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	12	17
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	2	3	5	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$$

$$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$$

$$q_1 = p_{11} + p_{21} = \quad , \quad q_2 = p_{12} + p_{22} =$$

$$q_3 = p_{13} + p_{23} = \quad , \quad q_4 = p_{14} + p_{24} =$$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	12	17
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	2	3	5	8
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=5}$ и $Y|_{X=12}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=12=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	12	17
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=12=x_1}$	2	3	5	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	12	17
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=12=x_1}$	2	3	5	8
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$

$\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$

$\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$

$\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$

Выборочная проверка вариант 25 задача 13

формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_1^4 \int_2^5 C(1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_1^4 \int_2^5 C(1.4x + 1.1y) dx dy = C \int_1^4 \left(\int_2^5 (1.4x + 1.1y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_1^4 (1.4 \cdot \frac{x^2}{2} + 1.1xy) \Big|_2^5 dy =$$

$$= C \int_1^4 (1.4 \cdot \frac{25}{2} + 1.1 \cdot 5y - 1.4 \cdot \frac{4}{2} - 1.1 \cdot 4y) dy =$$

$$= C \int_1^4 (1.4 \cdot 12.5 + 5.5y - 2.8 - 4.4y) dy =$$

$$= C \int_1^4 (0.6 + 1.1y) dy =$$

$$= C \left(0.6y + 0.55y^2 \right) \Big|_1^4 =$$

$$= C \cdot (0.6 \cdot 4 + 0.55 \cdot 16 - 0.6 \cdot 1 - 0.55 \cdot 1) =$$

Значит, $C \cdot 1.9 = 1, C = \frac{1}{1.9}$,

$$f(x, y) = \frac{1}{1.9} * (1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y) = \underbrace{\frac{1.4}{1.9}}_A x + \underbrace{\frac{1.1}{1.9}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1.4}{1.9} x + \frac{1.1}{1.9} y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Выборочная проверка вариант 25 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $A =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $B =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) →

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $2 \leq x \leq 5$, то

$$f_1(x) = \int_1^4 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=1}^{y=4} =$$

$$=$$

и если $1 \leq y \leq 4$, то

$$f_2(y) = \int_2^5 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=2}^{x=5} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_1} \cdot x + \underbrace{}_{B_1}, & \text{если } 2 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{если } x < 2 \text{ или } x > 5, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_2} \cdot y + \underbrace{}_{B_2}, & \text{если } 1 \leq y \leq 4, \\ 0, & \text{если } y < 1 \text{ или } y > 4. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи [15](#):

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$\mathbb{M}(X) = \quad, \quad \mathbb{M}(Y) = \quad, \quad \mathbb{D}(X) = \quad, \quad \mathbb{D}(Y) =$$

берем из задачи [15](#). Для вычисления корреляции используем правило [29](#).

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где, по формуле правила [42](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \int_1^4 \int_2^5 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_1^4 \int_2^5 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_1^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=5} dy = \\ &= \int_1^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=5} dy = \int_1^4 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^4 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 17

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $7! =$. $A_{10}^5 =$. $C_{10}^5 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.0) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.2) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $6!$, A_{13}^5 , C_{13}^5 .

Решение

$$6! =$$

$$A_{13}^5 =$$

$$C_{13}^5 =$$



Выборочная проверка вариант 26 задача 1

формат $abcd$, $6! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{13}^5 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{13}^5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 14 белых и 5 черных шаров. Наудачу извлекается 6 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 6 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 6$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 6 шаров из общего числа 19. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{19}^6 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 14 белых и 3 из 5 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 6 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 5).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 56 винтовок, из них 13 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.06. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 11 белых шаров и 10 черных;

2-й ящик: 10 белых шаров и 11 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 26 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.520. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.520$, $q = 1 - p = 0.480$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
=

Точное значение по правилу [22](#) $M(X) = np =$

По правилу [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 26 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.44. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 4310 и 4535.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.44$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.56$, $k_1 = 4310$, $k_2 = 4535$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(4310, 4535) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(4310, 4535) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 26 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0008. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 5 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0008 = 8.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0008$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 5$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_5 = \frac{8.0^5 \cdot e^{-8.0}}{5!} =$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 7

формат 1.23, $P_5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.440$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 411 и 469 (вероятность P_1)
- 2) между 401 и 479 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	2	4	5	8	9	12	Σ
вероятность p_i	0.013	0.069	0.150	0.474	0.244	0.050	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (7.640)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $1.8 \leq x \leq 4.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.7)$ попадания в интервал $2.0 \leq x \leq 3.7$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 1.8$ и $b = 4.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

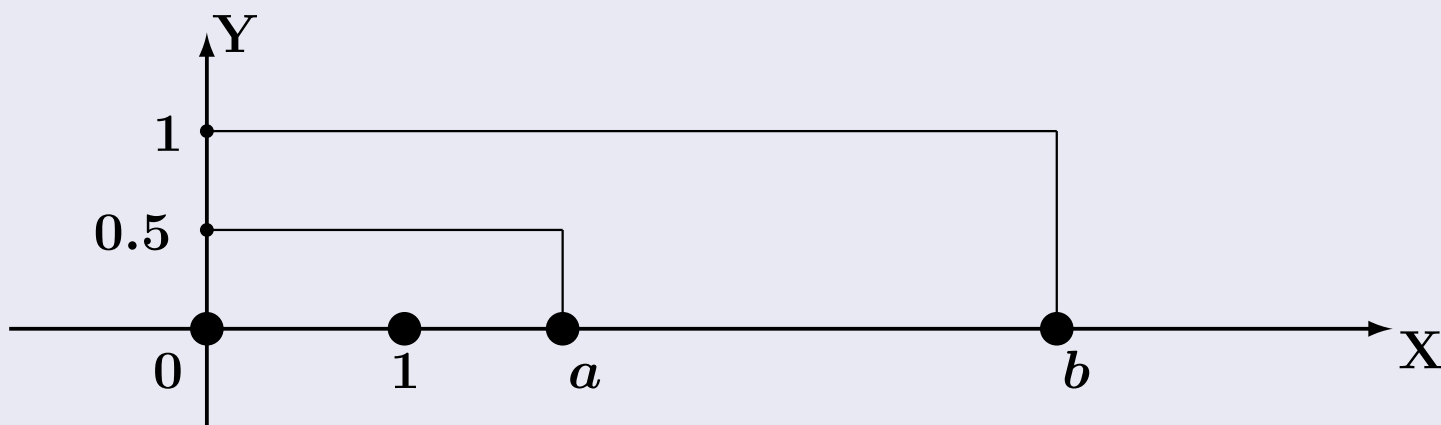


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.7) = F(3.7) - F(2.0) =$

Выборочная проверка вариант 26 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.7) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.8$, $\sigma = 1.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.6 \leq X \leq 3.9)$ попадания в интервал $1.6 \leq x \leq 3.9$.

Решение

Согласно правилу [36](#),

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \quad dx ,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу [37](#),

$$\mathbb{P}(1.6 \leq X \leq 3.9) = \int_{1.6}^{3.9} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. [32](#),

$\Phi(\quad) =$ и $\Phi(\quad) =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.6 \leq X \leq 3.9) =$.

Выборочная проверка вариант 26 задача 11

[формат 1.23](#), $x_1 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $x_2 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	1	4	5	8
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
12	0.04	0.06	0.05	0.25
17	0.10	0.10	0.10	0.30

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	12	17
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	1	4	5	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	12	17
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	1	4	5	8
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=5}$ и $Y|_{X=12}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=12=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	12	17
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=12=x_1}$	1	4	5	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	12	17
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=12=x_1}$	1	4	5	8
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$

$\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$

$\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$

$\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$

Выборочная проверка вариант 26 задача 13

формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_1^4 \int_1^6 C(1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_1^4 \int_1^6 C(1.4x + 1.1y) dx dy = C \int_1^4 \left(\int_1^6 (1.4x + 1.1y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_1^4 (1.4 \cdot \frac{x^2}{2} + 1.1y \cdot x) \Big|_1^6 dy =$$

$$= C \int_1^4 (1.4 \cdot \frac{35}{2} + 1.1y \cdot 5) dy =$$

$$= C \int_1^4 (24.5 + 5.5y) dy =$$

$$= C (24.5y + 2.75y^2) \Big|_1^4 =$$

$$= C (24.5 \cdot 3 + 2.75 \cdot 15) =$$

$$= C (73.5 + 41.25) = C \cdot 114.75 = 1.$$

Значит, $C = \frac{1}{114.75} = \frac{4}{459}$, $C = \frac{4}{459}$,

$$f(x, y) = \frac{4}{459} * (1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y) = \underbrace{\frac{5.6}{459}}_A x + \underbrace{\frac{4.4}{459}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{5.6}{459} x + \frac{4.4}{459} y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 26 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $1 \leq x \leq 6$, то

$$f_1(x) = \int_1^4 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=1}^{y=4} =$$

$$=$$

и если $1 \leq y \leq 4$, то

$$f_2(y) = \int_1^6 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=1}^{x=6} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{x}_{A_1} + \underbrace{y}_{B_1}, & \text{если } 1 \leq x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x < 1 \text{ или } x > 6, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{y}_{A_2} + \underbrace{x}_{B_2}, & \text{если } 1 \leq y \leq 4, \\ 0, & \text{если } y < 1 \text{ или } y > 4. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_1^6 x \cdot (x + \quad) dx = \int_1^6 (x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_1^4 y \cdot (y + \quad) dy = \int_1^4 (y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_1^6 x^2 \cdot (x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_1^6 (x^3 + \quad x^2) dx - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^6 -$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_1^4 y^2 \cdot (y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_1^4 (y^3 + \quad y^2) dy - \left(\frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^4 -$$

=

.

Выборочная проверка вариант 26 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}}$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_1^4 \int_1^6 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_1^4 \int_1^6 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_1^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=6} dy = \\ &= \int_1^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=6} dy = \int_1^4 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^4 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $6! =$. $A_{13}^5 =$. $C_{13}^5 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.7) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(1.6 \leq X \leq 3.9) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 27

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $7!$, A_{12}^6 , C_{12}^6 .

Решение

$$7! =$$

$$A_{12}^6 =$$

$$C_{12}^6 =$$



Выборочная проверка вариант 27 задача 1

формат abcd, $7! =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $A_{12}^6 =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $C_{12}^6 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 13 белых и 6 черных шаров. Наудачу извлекается 7 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 7 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 7$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 7 шаров из общего числа 19. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{19}^7 =$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) =$$

(извлекаем 3 шара из 13 белых и 4 из 6 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} =$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \quad (\text{см. п. 1}),$$

$$\mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} =$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} =$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 7 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 6).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 =$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 67 винтовок, из них 12 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.08. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 11 белых шаров и 10 черных;

2-й ящик: 10 белых шаров и 14 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 27 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.480. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $\mathbb{M}(X)$ и $\mathbb{D}(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.480$, $q = 1 - p = 0.520$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $\mathbb{M}(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу [22](#) $\mathbb{M}(X) = np =$

По правилу [19](#), $\mathbb{D}(X) = \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$\mathbb{M}(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $\mathbb{D}(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $\mathbb{D}(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 27 задача 5

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.45. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 4395 и 4626.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.45$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.55$, $k_1 = 4395$, $k_2 = 4626$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(4395, 4626) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(4395, 4626) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 27 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0008. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 6 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0008 = 8.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0008$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 6$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_6 = \frac{8.0^6 \cdot e^{-8.0}}{6!} =$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 7

формат 1.23, $P_6 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.450$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 421 и 479 (вероятность P_1)
- 2) между 409 и 491 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq = .$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq .$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	2	4	5	8	10	13	Σ
вероятность p_i	0.025	0.106	0.175	0.449	0.207	0.038	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$\begin{aligned}
 M(X) &= x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n = \\
 &= \dots = \dots
 \end{aligned}$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (7.505)^2$, где

$$\begin{aligned}
 M(X^2) &= x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n = \\
 &= \dots = \dots
 \end{aligned}$$

Значит,

$$\begin{aligned}
 D(X) &= M(X^2) - (M(X))^2 = \dots - \dots = \dots, \\
 \sigma(X) &= \sqrt{D(X)} = \dots
 \end{aligned}$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $0.8 \leq x \leq 4.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.7)$ попадания в интервал $1.3 \leq x \leq 3.7$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 0.8$ и $b = 4.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

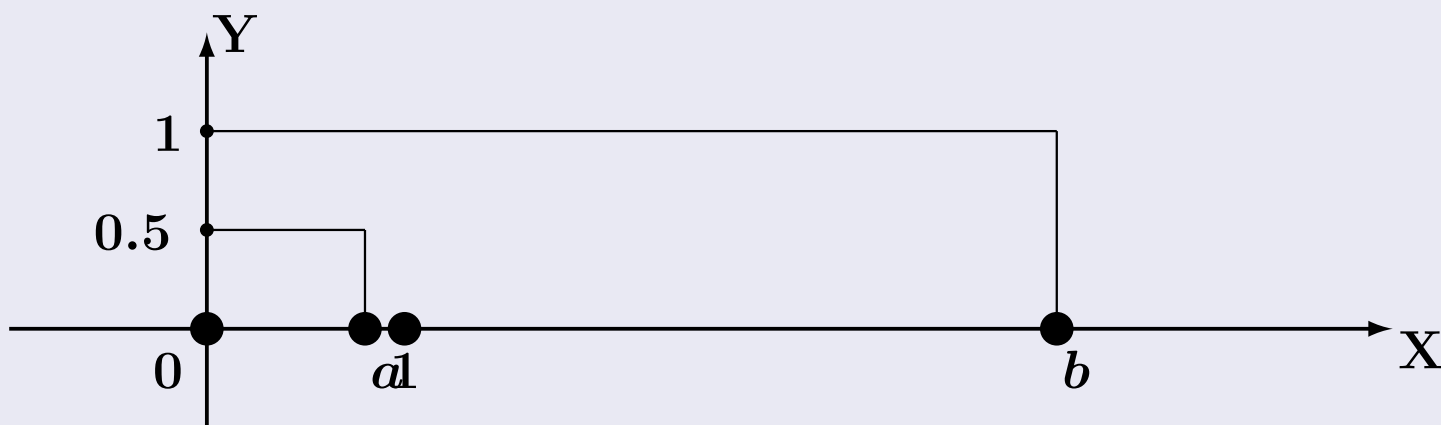


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.7) = F(3.7) - F(1.3) =$

Выборочная проверка вариант 27 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.7) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.8$, $\sigma = 1.8$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(0.9 \leq X \leq 3.9)$ попадания в интервал $0.9 \leq x \leq 3.9$.

Решение

Согласно правилу **36**,

$$\text{плотность } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x dx,$$

$$\mathbb{M}(X) = , \quad \mathbb{D}(X) = .$$

Согласно правилу **37**,

$$\mathbb{P}(0.9 \leq X \leq 3.9) = \int_{0.9}^{3.9} f(x)dx =$$

$$= ,$$

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. **32**,

$$\Phi() = \quad \text{и} \quad \Phi() = .$$

Поэтому $\mathbb{P}(0.9 \leq X \leq 3.9) =$.

Выборочная проверка вариант 27 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	2	4	5	8
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
13	0.06	0.04	0.05	0.25
17	0.10	0.10	0.10	0.30

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	13	17
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	2	4	5	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$$

$$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$$

$$q_1 = p_{11} + p_{21} = \quad , \quad q_2 = p_{12} + p_{22} =$$

$$q_3 = p_{13} + p_{23} = \quad , \quad q_4 = p_{14} + p_{24} =$$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	13	17
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	2	4	5	8
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=5}$ и $Y|_{X=13}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=5=y_3}$ и $Y|_{X=13=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	13	17
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=13=x_1}$	2	4	5	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=5=y_3}$	13	17
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=13=x_1}$	2	4	5	8
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$

$\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$

$\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$

$\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$

Выборочная проверка вариант 27 задача 13

формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(1.4 \cdot x + 1.6 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_1^4 \int_2^6 C(1.4 \cdot x + 1.6 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_1^4 \int_2^6 C(1.4x + 1.6y) dx dy = C \int_1^4 \left(\int_2^6 (1.4x + 1.6y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_1^4 (1.4 \cdot \frac{1}{2} x^2 + 1.6y \cdot x) \Big|_2^6 dy =$$

$$= C \int_1^4 (1.4 \cdot \frac{1}{2} (6^2 - 2^2) + 1.6y \cdot (6 - 2)) dy =$$

$$= C \int_1^4 (1.4 \cdot 16 + 6.4y) dy = C \int_1^4 (22.4 + 6.4y) dy =$$

$$= C (22.4y + 3.2y^2) \Big|_1^4 = C (22.4 \cdot 4 + 3.2 \cdot 16 - 22.4 - 3.2) =$$

$$= C (91.2 + 51.2 - 25.6 - 3.2) = C (113.6) = 1.$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{113.6} = \frac{1}{11.36} = \frac{1}{1.136} = \frac{1000}{1136} = \frac{125}{142}.$$

Значит, $f(x, y) = \frac{125}{142} \cdot C = 1, C = \frac{1}{11.36},$

$$f(x, y) = \frac{125}{142} * (1.4 \cdot x + 1.6 \cdot y) = \underbrace{\frac{125}{142} \cdot 1.4}_{A} x + \underbrace{\frac{125}{142} \cdot 1.6}_{B} y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{125}{142} \cdot (1.4x + 1.6y), & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 27 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $2 \leq x \leq 6$, то

$$f_1(x) = \int_1^4 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=1}^{y=4} =$$

$$=$$

и если $1 \leq y \leq 4$, то

$$f_2(y) = \int_2^6 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=2}^{x=6} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{x}_{A_1} + \underbrace{y}_{B_1}, & \text{если } 2 \leq x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x < 2 \text{ или } x > 6, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{y}_{A_2} + \underbrace{x}_{B_2}, & \text{если } 1 \leq y \leq 4, \\ 0, & \text{если } y < 1 \text{ или } y > 4. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) \Rightarrow

[ОГЛ](#) \Leftarrow

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила [34](#):

$$\mathbb{M}(X) = \int_2^6 x \cdot (\quad x + \quad) dx = \int_2^6 (\quad x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_1^4 y \cdot (\quad y + \quad) dy = \int_1^4 (\quad y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_2^6 x^2 \cdot (\quad x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_2^6 (\quad x^3 + \quad x^2) dx - = (\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3}) \Big|_2^6 - =$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_1^4 y^2 \cdot (\quad y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_1^4 (\quad y^3 + \quad y^2) dy - = (\quad \frac{y^4}{4} + \quad \frac{y^3}{3}) \Big|_1^4 - =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 27 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}}$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_1^4 \int_2^6 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_1^4 \int_2^6 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_1^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=6} dy = \\ &= \int_1^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=6} dy = \int_1^4 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^4 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $7! =$. $A_{12}^6 =$. $C_{12}^6 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.7) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(0.9 \leq X \leq 3.9) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=5=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=5=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 28

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $6!$, A_{11}^4 , C_{11}^4 .

Решение

$$6! =$$

$$A_{11}^4 =$$

$$C_{11}^4 =$$



Выборочная проверка вариант 28 задача 1

формат $abcd$, $6! =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $A_{11}^4 =$ введи

[Клик](#)

формат $abcd$, $C_{11}^4 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 12 белых и 4 черных шаров. Наудачу извлекается 5 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 5 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 5$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 5 шаров из общего числа 16. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{16}^5 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 12 белых и 2 из 4 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 5 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 4).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 46 винтовок, из них 11 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.05. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 13 белых шаров и 9 черных;

2-й ящик: 10 белых шаров и 9 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 28 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.440. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила 14 требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.440$, $q = 1 - p = 0.560$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила 18, $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу 22 $M(X) = np =$

По правилу 19, $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу 22: $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 28 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.38. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3710 и 3914.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.38$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.62$, $k_1 = 3710$, $k_2 = 3914$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(3710, 3914) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{ и } \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(3710, 3914) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 28 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0007. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 4 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0007 = 7.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0007$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 4$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_4 = \frac{7.0^4 \cdot e^{-7.0}}{4!} =$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 7

формат 1.23, $P_4 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.410$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 383 и 437 (вероятность P_1)
- 2) между 372 и 448 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	2	4	6	7	9	13	Σ
вероятность p_i	0.047	0.164	0.207	0.401	0.158	0.023	1.000

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$,
дисперсию $\mathbb{D}(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X) &= x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n = \\ &= \dots \end{aligned}$$

По ф-ле правила [19](#), $\mathbb{D}(X) = \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = M(X^2) - (6.520)^2$, где

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X^2) &= x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n = \\ &= \dots \end{aligned}$$

Значит,

$$\begin{aligned} \mathbb{D}(X) &= \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = \dots - \dots = \dots, \\ \sigma(X) &= \sqrt{\mathbb{D}(X)} = \dots \end{aligned}$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 9

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $1.8 \leq x \leq 3.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.0)$ попадания в интервал $2.0 \leq x \leq 3.0$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 1.8$ и $b = 3.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

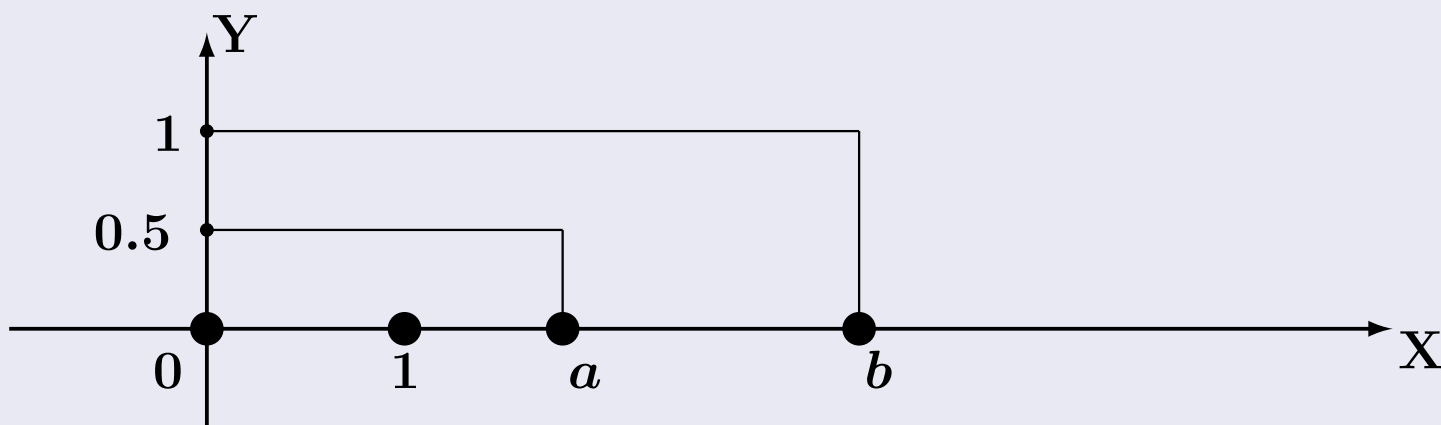


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.0) = F(3.0) - F(2.0) =$

Выборочная проверка вариант 28 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.0) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.8$, $\sigma = 0.8$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.2)$ попадания в интервал $1.9 \leq x \leq 3.2$.

Решение

Согласно правилу **36**,

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x dx,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу **37**,

$$\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.2) = \int_{1.9}^{3.2} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. **32**,

$\Phi() =$ и $\Phi() =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.2) =$.

Выборочная проверка вариант 28 задача 11

формат **1.23**, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат **1.23**, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат **1.23**, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	1	3	6	8
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
11	0.04	0.06	0.10	0.20
17	0.14	0.06	0.10	0.30

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	11	17
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	1	3	6	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	11	17
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	1	3	6	8
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=11=x_1}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=11=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	11	17
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=11=x_1}$	1	3	6	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	11	17
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=11=x_1}$	1	3	6	8
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$

$\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$

$\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$

$\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$

Выборочная проверка вариант 28 задача 13

формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(1.4 \cdot x + 0.6 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_2^4 \int_1^5 C(1.4 \cdot x + 0.6 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_2^4 \int_1^5 C(1.4x + 0.6y) dx dy = C \int_2^4 \left(\int_1^5 (1.4x + 0.6y) dx \right) dy =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

Значит, $C = 1, C =$

$$f(x, y) = * (1.4 \cdot x + 0.6 \cdot y) = \underbrace{\hspace{2cm}}_A x + \underbrace{\hspace{2cm}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Выборочная проверка вариант 28 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила 41, если $1 \leq x \leq 5$, то

$$f_1(x) = \int_2^4 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=2}^{y=4} =$$

$$=$$

и если $2 \leq y \leq 4$, то

$$f_2(y) = \int_1^5 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=1}^{x=5} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{A_1}_{A_1} \cdot x + \underbrace{B_1}_{B_1}, & \text{если } 1 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{если } x < 1 \text{ или } x > 5, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{A_2}_{A_2} \cdot y + \underbrace{B_2}_{B_2}, & \text{если } 2 \leq y \leq 4, \\ 0, & \text{если } y < 2 \text{ или } y > 4. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$M(X) = \int_1^5 x \cdot (\quad x + \quad) dx = \int_1^5 (\quad x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$M(Y) = \int_2^4 y \cdot (\quad y + \quad) dy = \int_2^4 (\quad y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$D(X) = \int_1^5 x^2 \cdot (\quad x + \quad) dx - (M(X))^2 =$$

$$= \int_1^5 (\quad x^3 + \quad x^2) dx - = (\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3}) \Big|_1^5 - =$$

=

,

$$D(Y) = \int_2^4 y^2 \cdot (\quad y + \quad) dy - (M(Y))^2 =$$

$$= \int_2^4 (\quad y^3 + \quad y^2) dy - = (\quad \frac{y^4}{4} + \quad \frac{y^3}{3}) \Big|_2^4 - =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 28 задача 16

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $M(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 0.6 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}}$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_2^4 \int_1^5 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_2^4 \int_1^5 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_2^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=5} dy = \\ &= \int_2^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=5} dy = \int_2^4 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^4 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $6! =$. $A_{11}^4 =$. $C_{11}^4 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.0) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(1.9 \leq X \leq 3.2) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=11=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=11=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 29

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $7!$, A_{10}^5 , C_{10}^5 .

Решение

$$7! =$$

$$A_{10}^5 =$$

$$C_{10}^5 =$$



Выборочная проверка вариант 29 задача 1

формат abcd, $7! =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $A_{10}^5 =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $C_{10}^5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 11 белых и 5 черных шаров. Наудачу извлекается 6 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 6 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 6$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 6 шаров из общего числа 16. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{16}^6 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 11 белых и 3 из 5 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 6 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 5).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 57 винтовок, из них 10 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.06. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 13 белых шаров и 9 черных;

2-й ящик: 10 белых шаров и 12 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 29 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.400. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $\mathbb{M}(X)$ и $\mathbb{D}(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.400$, $q = 1 - p = 0.600$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $\mathbb{M}(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу [22](#) $\mathbb{M}(X) = np =$

По правилу [19](#), $\mathbb{D}(X) = \mathbb{M}(X^2) - (\mathbb{M}(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$\mathbb{M}(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $\mathbb{D}(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $\mathbb{D}(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 29 задача 5

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.40. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 3895 и 4105.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.40$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.60$, $k_1 = 3895$, $k_2 = 4105$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(3895, 4105) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{и} \quad \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(3895, 4105) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 29 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0007. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 5 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0007 = 7.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0007$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 5$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_5 = \frac{7.0^5 \cdot e^{-7.0}}{5!} =$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 7

формат 1.23, $P_5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.420$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 393 и 447 (вероятность P_1)
- 2) между 380 и 460 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	2	4	6	7	10	14	Σ
вероятность p_i	0.073	0.221	0.231	0.345	0.116	0.014	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (6.187)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$=$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $0.8 \leq x \leq 3.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $P(1.3 \leq X \leq 3.0)$ попадания в интервал $1.3 \leq x \leq 3.0$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 0.8$ и $b = 3.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

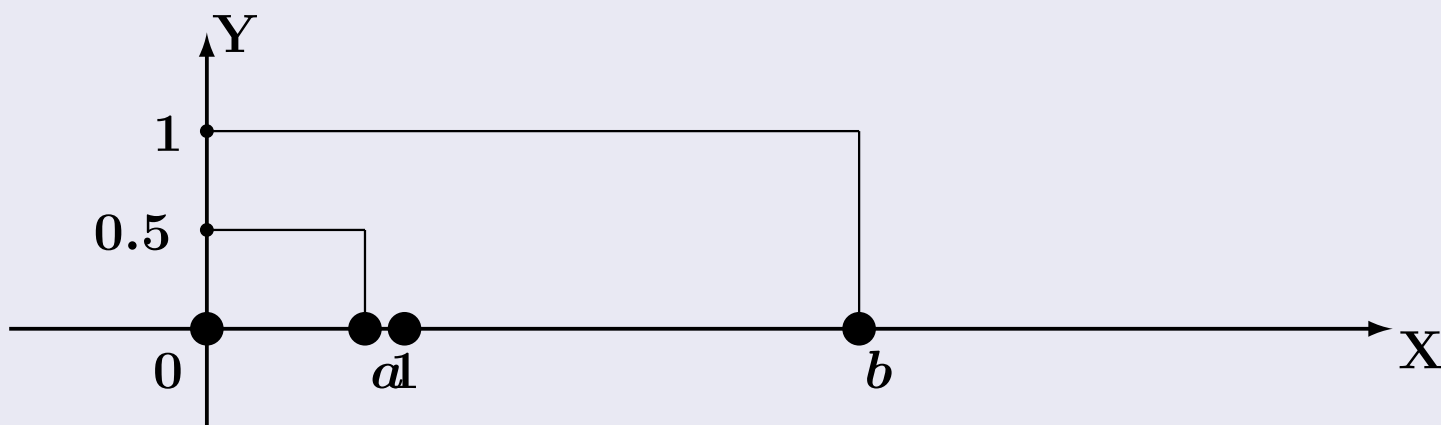


Рис.: Графики функций f и F :

$M(X) =$, $D(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$,

$P(1.3 \leq X \leq 3.0) = F(3.0) - F(1.3) =$

Выборочная проверка вариант 29 задача 10

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P(1.3 \leq X \leq 3.0) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.8$, $\sigma = 1.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.2)$ попадания в интервал $1.2 \leq x \leq 3.2$.

Решение

Согласно правилу [36](#),

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \quad dx ,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу [37](#),

$$\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.2) = \int_{1.2}^{3.2} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. [32](#),

$\Phi(\quad) =$ и $\Phi(\quad) =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.2) =$.

Выборочная проверка вариант 29 задача 11

[формат 1.23](#), $x_1 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $x_2 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	2	3	6	8
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
12	0.06	0.04	0.10	0.20
17	0.14	0.06	0.10	0.30

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	12	17
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	2	3	6	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	12	17
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	2	3	6	8
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=6}$ и $Y|_{X=12}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=12=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	12	17
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=12=x_1}$	2	3	6	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	12	17
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=12=x_1}$	2	3	6	8
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$

$\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$

$\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$

$\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$

Выборочная проверка вариант 29 задача 13

формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи

[Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_2^4 \int_2^5 C(1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_2^4 \int_2^5 C(1.4x + 1.1y) dx dy = C \int_2^4 \left(\int_2^5 (1.4x + 1.1y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_2^4 (1.4 \cdot \frac{x^2}{2} + 1.1xy) \Big|_2^5 dy =$$

$$= C \int_2^4 (1.4 \cdot \frac{25-4}{2} + 1.1y(5-2)) dy =$$

$$= C \int_2^4 (1.4 \cdot 10.5 + 3.3y) dy =$$

$$= C \left(1.4 \cdot 10.5y + 1.65y^2 \right) \Big|_2^4 =$$

$$= C (1.4 \cdot 10.5 \cdot 2 + 1.65 \cdot 16 - 1.4 \cdot 10.5 \cdot 2 - 1.65 \cdot 4) =$$

$$= C (33 - 6.6) = 26.4C.$$

Значит, $26.4C = 1, C = \frac{1}{26.4} = \frac{10}{264} = \frac{5}{132}$,

$$f(x, y) = \frac{5}{132} * (1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y) = \underbrace{\frac{5}{132} \cdot 1.4}_{A} x + \underbrace{\frac{5}{132} \cdot 1.1}_{B} y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{5}{132} \cdot 1.4 x + \frac{5}{132} \cdot 1.1 y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Выборочная проверка вариант 29 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $A =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $B =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила 41, если $2 \leq x \leq 5$, то

$$f_1(x) = \int_2^4 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=2}^{y=4} =$$

$$=$$

и если $2 \leq y \leq 4$, то

$$f_2(y) = \int_2^5 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=2}^{x=5} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_1} \cdot x + \underbrace{}_{B_1}, & \text{если } 2 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{если } x < 2 \text{ или } x > 5, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_2} \cdot y + \underbrace{}_{B_2}, & \text{если } 2 \leq y \leq 4, \\ 0, & \text{если } y < 2 \text{ или } y > 4. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$M(X) = \int_2^5 x \cdot (\quad x + \quad) dx = \int_2^5 (\quad x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$M(Y) = \int_2^4 y \cdot (\quad y + \quad) dy = \int_2^4 (\quad y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$D(X) = \int_2^5 x^2 \cdot (\quad x + \quad) dx - (M(X))^2 =$$

$$= \int_2^5 (\quad x^3 + \quad x^2) dx - = (\quad \frac{x^4}{4} + \quad \frac{x^3}{3}) \Big|_2^5 - =$$

=

,

$$D(Y) = \int_2^4 y^2 \cdot (\quad y + \quad) dy - (M(Y))^2 =$$

$$= \int_2^4 (\quad y^3 + \quad y^2) dy - = (\quad \frac{y^4}{4} + \quad \frac{y^3}{3}) \Big|_2^4 - =$$

=

.

Выборочная проверка вариант 29 задача 16

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $M(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}}$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_2^4 \int_2^5 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_2^4 \int_2^5 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_2^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=5} dy = \\ &= \int_2^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=5} dy = \int_2^4 \left(y + y^2 \right) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^4 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $7! =$. $A_{10}^5 =$. $C_{10}^5 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.0) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(1.2 \leq X \leq 3.2) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 30

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $6!$, A_{13}^5 , C_{13}^5 .

Решение

$$6! =$$

$$A_{13}^5 =$$

$$C_{13}^5 =$$



Выборочная проверка вариант 30 задача 1

формат abcd, $6! =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $A_{13}^5 =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $C_{13}^5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 14 белых и 5 черных шаров. Наудачу извлекается 6 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 6 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 6$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 6 шаров из общего числа 19. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{19}^6 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 14 белых и 3 из 5 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 6 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 5).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 56 винтовок, из них 13 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.06. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 13 белых шаров и 10 черных;

2-й ящик: 10 белых шаров и 11 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 30 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.520. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила [14](#) требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.520$, $q = 1 - p = 0.480$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила [18](#), $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу [22](#) $M(X) = np =$

По правилу [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

$=$
 Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу [22](#): $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 30 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.44. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 4310 и 4535.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.44$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.56$, $k_1 = 4310$, $k_2 = 4535$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(4310, 4535) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{ и } \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(4310, 4535) = \quad .$

Выборочная проверка вариант 30 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0008. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 5 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0008 = 8.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0008$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 5$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_5 = \frac{8.0^5 \cdot e^{-8.0}}{5!} =$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 7

формат 1.23, $P_5 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.440$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 411 и 469 (вероятность P_1)
- 2) между 401 и 479 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	2	4	6	8	9	13	Σ
вероятность p_i	0.013	0.069	0.150	0.474	0.244	0.050	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (7.840)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $1.8 \leq x \leq 4.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $P(2.0 \leq X \leq 3.7)$ попадания в интервал $2.0 \leq x \leq 3.7$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 1.8$ и $b = 4.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

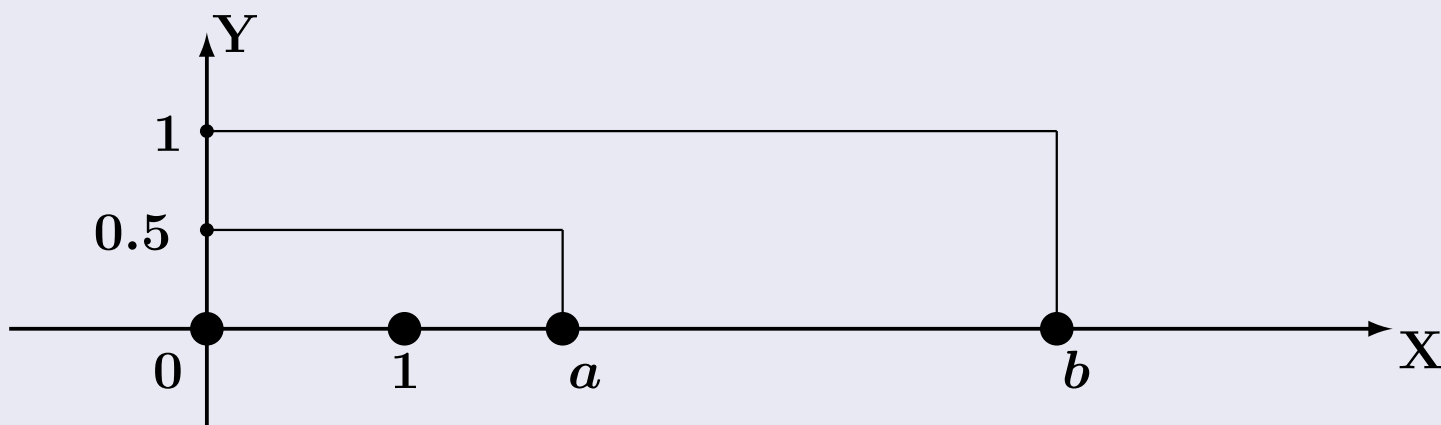


Рис.: Графики функций f и F :

$M(X) =$, $D(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$,

$P(2.0 \leq X \leq 3.7) = F(3.7) - F(2.0) =$

Выборочная проверка вариант 30 задача 10

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P(2.0 \leq X \leq 3.7) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.8$, $\sigma = 1.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.6 \leq X \leq 3.9)$ попадания в интервал $1.6 \leq x \leq 3.9$.

Решение

Согласно правилу [36](#),

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \quad dx ,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу [37](#),

$$\mathbb{P}(1.6 \leq X \leq 3.9) = \int_{1.6}^{3.9} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. [32](#),

$\Phi(\quad) =$ и $\Phi(\quad) =$.

Поэтому $\mathbb{P}(1.6 \leq X \leq 3.9) =$.

Выборочная проверка вариант 30 задача 11

[формат 1.23](#), $x_1 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $x_2 =$ введи [Клик](#)

[формат 1.23](#), $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	1	4	6	8
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
12	0.04	0.06	0.05	0.25
17	0.14	0.06	0.10	0.30

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	12	17
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	1	4	6	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	12	17
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	1	4	6	8
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=6}$ и $Y|_{X=12}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=12=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	12	17
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=12=x_1}$	1	4	6	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	12	17
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=12=x_1}$	1	4	6	8
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$,
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$,
 $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$,
 $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$.

Выборочная проверка вариант 30 задача 13

- формат 1.23,** $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23,** $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23,** $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи [Клик](#)
- формат 1.23,** $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$ введи [Клик](#)

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}},$$

где $M(X) =$, $M(Y) =$, $D(X) =$, $D(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 14

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_2^4 \int_1^6 C(1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_2^4 \int_1^6 C(1.4x + 1.1y) dx dy = C \int_2^4 \left(\int_1^6 (1.4x + 1.1y) dx \right) dy =$$

$$= C \int_2^4 (0.7x^2 + 1.1xy) dy =$$

$$= C \left(0.7xy + 0.55xy^2 \right) \Big|_2^4 =$$

$$= C \left(0.7 \cdot 4 \cdot 4 + 0.55 \cdot 4 \cdot 4^2 \right) - C \left(0.7 \cdot 2 \cdot 2 + 0.55 \cdot 2 \cdot 2^2 \right) =$$

$$= C \left(11.2 + 70.4 - 2.8 - 4.4 \right) = C \cdot 74.4 =$$

$$= 74.4 \cdot C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{74.4} = \frac{10}{744} = \frac{5}{372}$$

$$= \frac{5}{372} \cdot (1.4x + 1.1y)$$

Значит, $f(x, y) = \frac{5}{372} \cdot (1.4x + 1.1y)$, $C = \frac{5}{372}$,

$$f(x, y) = \frac{5}{372} \cdot (1.4x + 1.1y) = \underbrace{\frac{7}{372}}_A x + \underbrace{\frac{11}{372}}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{7}{372} x + \frac{11}{372} y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 30 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

Клик

формат 1.234, $A =$ введи

Клик

формат 1.234, $B =$ введи

Клик

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $1 \leq x \leq 6$, то

$$f_1(x) = \int_2^4 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=2}^{y=4} =$$

$$=$$

и если $2 \leq y \leq 4$, то

$$f_2(y) = \int_1^6 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=1}^{x=6} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_1} \cdot x + \underbrace{}_{B_1}, & \text{если } 1 \leq x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x < 1 \text{ или } x > 6, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_2} \cdot y + \underbrace{}_{B_2}, & \text{если } 2 \leq y \leq 4, \\ 0, & \text{если } y < 2 \text{ или } y > 4. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_1^6 x \cdot (x + \quad) dx = \int_1^6 (x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_2^4 y \cdot (y + \quad) dy = \int_2^4 (y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_1^6 x^2 \cdot (x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_1^6 (x^3 + \quad x^2) dx - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^6 -$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_2^4 y^2 \cdot (y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_2^4 (y^3 + \quad y^2) dy - \left(\frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^4 -$$

=

.

Выборочная проверка вариант 30 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $1 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.1 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}}$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_2^4 \int_1^6 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_2^4 \int_1^6 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_2^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=6} dy = \\ &= \int_2^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=1}^{x=6} dy = \int_2^4 (y + y^2) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^4 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

- Задача 1. $6! =$. $A_{13}^5 =$. $C_{13}^5 =$.
- Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.
- Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.
- Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.
- Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.
- Задача 7. $P_4 =$.
- Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.
- Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.
- Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(2.0 \leq X \leq 3.7) =$.
- Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(1.6 \leq X \leq 3.9) =$.
- Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 13. $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{M}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$. $\mathbb{D}(Y|_{X=12=x_1}) =$.
- Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.
- Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.
- Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.
 $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.
- Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

Вариант 31

возврат ⇒

ОГЛ ⇐

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 1

Найти $7!$, A_{12}^6 , C_{12}^6 .

Решение

$$7! =$$

$$A_{12}^6 =$$

$$C_{12}^6 =$$



Выборочная проверка вариант 31 задача 1

формат abcd, $7! =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $A_{12}^6 =$ введи

[Клик](#)

формат abcd, $C_{12}^6 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Задача 2

В ящике 13 белых и 6 черных шаров. Наудачу извлекается 7 шаров. Найти вероятность того, что

- 1 среди извлеченных шаров – ровно 3 белых,
- 2 не более 3 белых.

Решение

1. Через A_k обозначим событие:

среди 7 извлеченных шаров оказалось ровно k белых,

$k = 0, 1, 2, \dots, 7$. Нас интересует событие A_3 и вероятность $\mathbb{P}(A_3)$.

Всего извлекается 7 шаров из общего числа 19. Поэтому общее число равновероятных исходов равно

$$N = C_{19}^7 = \dots$$

Число благоприятных исходов равно

$$N(A_3) = \dots$$

(извлекаем 3 шара из 13 белых и 4 из 6 черных). Теперь по правилу **3**

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{N(A_3)}{N} = \dots$$

2. Данное событие $A_{\leq 3} = A_0 + A_1 + A_2 + A_3$, причем события A_0, A_1, A_2, A_3 попарно несовместны. Поэтому $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_0) + \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$.

$$\mathbb{P}(A_3) = \dots \quad (\text{см. п. 1}), \quad \mathbb{P}(A_2) = \frac{N(A_2)}{N} = \dots,$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{N(A_1)}{N} = \dots,$$

$\mathbb{P}(A_0) = 0$, так как среди 7 извлеченных шаров обязательно есть хотя бы один белый (черных шаров всего 6).

$$\text{Окончательно } \mathbb{P}(A_{\leq 3}) = \mathbb{P}(A_3) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_1) + 0 = \dots$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 2

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_3) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_2) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_1) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$ введи [Клик](#)

Задача 3

В тире имеется 67 винтовок, из них 12 современных, остальные устаревшие. Вероятность осечки для современной винтовки равна 0.01, для устаревшей 0.08. Стрелок берет наудачу винтовку и делает выстрел.

- 1 Найдите вероятность осечки.
- 2 Осечка произошла. Найдите вероятность того, что была взята современная винтовка.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 — взята современная винтовка,

H_2 — взята устаревшая винтовка,

A — произошла осечка.

По условию,

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad , \quad \mathbb{P}(H_2) = \quad ,$$

$$\mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad , \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad .$$

По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) * \mathbb{P}(H_2) = \\ &= \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По формуле Байеса правила [13](#),

$$\mathbb{P}_A(H_1) = \frac{\mathbb{P}_{H_1}(A) * \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 3

формат 1.234, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $\mathbb{P}_A(H_1) =$ введи [Клик](#)

Задача 4

Два ящика с шарами содержат:

1-й ящик: 13 белых шаров и 10 черных;

2-й ящик: 10 белых шаров и 14 черных.

Из 1-го ящика наудачу извлекаются 2 шара и перекладываются во второй ящик. Затем из 2-го ящика наудачу извлекаются 4 шара.

- 1 Найти вероятность того, что среди этих 4-х шаров ровно 2 белых.
- 2 Среди этих 4х шаров оказалось ровно 2 белых. Найти вероятность того, что из 2-х перемещенных шаров один был белый а другой черный.

Решение

1. Обозначим события:

H_1 : оба перемещенных шара — белые,

H_2 : из 2-х перемещенных шаров один белый а другой черный,

H_3 : оба перемещенных шара — черные,

A : среди 4-х шаров, извлеченных из 2-го ящика, ровно 2 белых.

Требуется найти $\mathbb{P}(A)$ и $\mathbb{P}_A(H_2)$.

Вычисляем вспомогательные вероятности, по методу задачи [2](#).

$$\mathbb{P}(H_1) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_1}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_2) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_2}(A) = \quad ;$$

$$\mathbb{P}(H_3) = \quad ; \quad \mathbb{P}_{H_3}(A) = \quad ;$$

1. По формуле полной вероятности правила [12](#),

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}_{H_1}(A) \cdot \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2) + \mathbb{P}_{H_3}(A) \cdot \mathbb{P}(H_3) = \\ &= \quad + \quad + \quad = \quad . \end{aligned}$$

2. По ф-ле Байеса правила [13](#), $\mathbb{P}_A(H_2) = \frac{\mathbb{P}_{H_2}(A) \cdot \mathbb{P}(H_2)}{\mathbb{P}(A)} = \quad .$

Выборочная проверка вариант 31 задача 4

формат 1.23, $\mathbb{P}(A) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}_A(H_2) =$ введи [Клик](#)

Задача 5

Вероятность отказа прибора в ходе испытания равна 0.480. Производится 5 испытаний. По формуле Бернулли, составить ряд распределения случайной величины X , равной числу отказов прибора. Найти $M(X)$ и $D(X)$ из ряда распределения и сравнить с теоретическими значениями.

Решение

По формуле правила 14 требуется вычислить значения $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ для $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, где $n = 5$, $p = 0.480$, $q = 1 - p = 0.520$.

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 =$$

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 =$$

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 =$$

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 =$$

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 =$$

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 =$$

значение	0	1	2	3	4	5	Σ
вероятность							

По формуле правила 18, $M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n =$
 $=$

Точное значение по правилу 22 $M(X) = np =$

По правилу 19, $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (\quad)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + \dots + x_n^2p_n =$$

Значит, $D(X) = \quad - (\quad)^2 =$

Точное значение по правилу 22: $D(X) = npq =$

Выборочная проверка вариант 31 задача 5

формат 1.23, $M(X) =$ введи

[Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи

[Клик](#)

Задача 6

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.45. По формуле Лапласа, найти вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено между 4395 и 4626.

Решение

По интегральной формуле Лапласа правила [16](#), $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, где $n = 10000$ — число независимых испытаний, $p = 0.45$ — вероятность успеха в одном испытании, $q = 1 - p = 0.55$, $k_1 = 4395$, $k_2 = 4626$, и

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \quad ,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \quad .$$

Поэтому $P_{10000}(4395, 4626) = \Phi(\quad) - \Phi(\quad) = \Phi(\quad) + \Phi(\quad)$.

По таблице стр. [32](#),

$$\Phi(\quad) = \quad \text{ и } \Phi(\quad) = \quad .$$

Окончательно, $P_{10000}(4395, 4626) = \quad$.

Выборочная проверка вариант 31 задача 6

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 7

Партия содержит 10 000 деталей. Вероятность брака равна 0.0008. По формуле распределения Пуассона, найти вероятность того, что партия содержит ровно 6 бракованных деталей.

Решение

По формуле правила [23](#), $P_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где

$$\lambda = np = 10000 \cdot 0.0008 = 8.0,$$

$n = 10000$ — число независимых испытаний,

$p = 0.0008$ — вероятность успеха в одном испытании,

$k = 6$ — число успехов.

$$\text{Поэтому } P_6 = \frac{8.0^6 \cdot e^{-8.0}}{6!} =$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 7

формат 1.23, $P_6 =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) [ОГЛ](#) 

Задача 8

Партия содержит 1000 деталей. Вероятность брака равна $p = 0.450$. По формуле Чебышева, оценить вероятность того, что число бракованных деталей будет заключено:

- 1) между 421 и 479 (вероятность P_1)
- 2) между 409 и 491 (вероятность P_2).

Решение

Через X обозначим случайную величину числа бракованных деталей. По формуле правила [25](#),

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{M}(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbb{D}(X)}{\varepsilon^2}.$$

По формуле правила [22](#), $\mathbb{M}(X) = np =$ и

$$\mathbb{D}(X) = npq =$$

1. Берем $\varepsilon =$.

$$P_1 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

2. Берем $\varepsilon =$.

$$P_2 = \mathbb{P}(|X - \quad | < \quad) \geq$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 8

формат 1.23, $P_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $P_2 =$ введи [Клик](#)

Задача 9

Случайная величина X задана рядом распределения

значение x_i	2	4	6	8	10	14	Σ
вероятность p_i	0.025	0.106	0.175	0.449	0.207	0.038	1.000

Найти математическое ожидание $M(X)$,
дисперсию $D(X)$,
среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Решение

По формуле правила [18](#),

$$M(X) = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3 + \dots + x_n * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

По ф-ле правила [19](#), $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = M(X^2) - (7.718)^2$, где

$$M(X^2) = x_1^2 * p_1 + x_2^2 * p_2 + x_3^2 * p_3 + \dots + x_n^2 * p_n =$$

$$=$$

$$=$$

Значит,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} =$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 9

формат 1.23, $M(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $D(X) =$ введи [Клик](#)

Задача 10

Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $0.8 \leq x \leq 4.3$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить графики этих функций.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.7)$ попадания в интервал $1.3 \leq x \leq 3.7$.

Решение

По формулам правила [35](#), где $a = 0.8$ и $b = 4.3$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \frac{1}{2} & \text{при} \\ 0 & \text{при} \end{cases}, \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \\ \text{при} \\ 1 & \text{при} \end{cases},$$

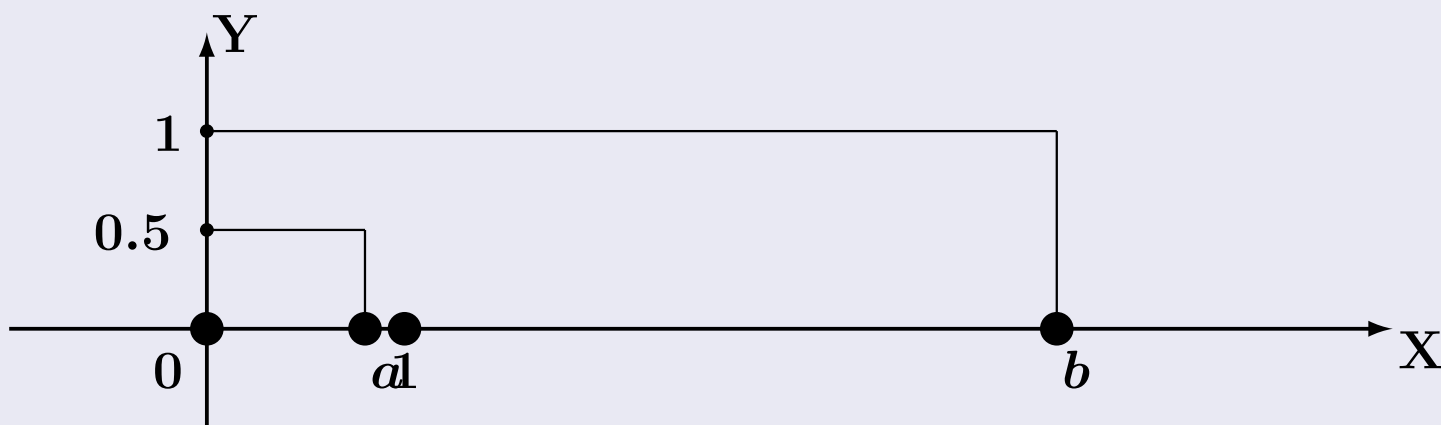


Рис.: Графики функций f и F :

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$,

$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)} =$,

$\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.7) = F(3.7) - F(1.3) =$

Выборочная проверка вариант 31 задача 10

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.7) =$ введи [Клик](#)

Задача 11

Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 2.8$, $\sigma = 1.8$. Определить плотность $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, и построить график функции $y = f(x)$.

Найти математическое ожидание $\mathbb{M}(X)$, дисперсию $\mathbb{D}(X)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$.

Найти вероятность $\mathbb{P}(0.9 \leq X \leq 3.9)$ попадания в интервал $0.9 \leq x \leq 3.9$.

Решение

Согласно правилу **36**,

плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} =$

функция распределения

$$F(x) = \int_{-\infty}^x dx,$$

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{D}(X) =$.

Согласно правилу **37**,

$$\mathbb{P}(0.9 \leq X \leq 3.9) = \int_{0.9}^{3.9} f(x)dx =$$

$=$,

где $x_2 =$ и $x_1 =$. По таблице стр. **32**,

$\Phi() =$ и $\Phi() =$.

Поэтому $\mathbb{P}(0.9 \leq X \leq 3.9) =$.

Выборочная проверка вариант 31 задача 11

формат 1.23, $x_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $x_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{P} =$ введи [Клик](#)

Задача 12

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей

значения СВ	2	4	6	8
$X \downarrow$ и $Y \rightarrow$				
13	0.06	0.04	0.05	0.25
17	0.14	0.06	0.10	0.30

Определить ряды распределения для самих СВ X и Y , найти M и D .

Решение

По правилу 27, ряды распределения для X и Y вычисляются так.

значение x_i случайной величины X	13	17
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}$ – сумма по строке i таблицы.

значение y_j случайной величины Y	2	4	6	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = p_{1k} + p_{2k}$ – сумма по столбцу k таблицы.

$p_1 = p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} =$

$p_2 = p_{21} + p_{22} + p_{23} + p_{24} =$

$q_1 = p_{11} + p_{21} =$, $q_2 = p_{12} + p_{22} =$

$q_3 = p_{13} + p_{23} =$, $q_4 = p_{14} + p_{24} =$

Окончательно заполняем таблицы

значение x_i случайной величины X	13	17
вероятность p_i этого значения		

значение y_j случайной величины Y	2	4	6	8
вероятность q_j этого значения				

Решение (продолжение)

\mathbb{M} и \mathbb{D} вычисляем по формулам правил [18](#), [20](#):

$$\mathbb{M}(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(X) = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 - (\mathbb{M}(X))^2 = \quad ,$$

$$\mathbb{M}(Y) = y_1 \cdot q_1 + y_2 \cdot q_2 + y_3 \cdot q_3 + y_4 \cdot q_4 = \quad ,$$

$$\mathbb{D}(Y) = y_1^2 \cdot q_1 + y_2^2 \cdot q_2 + y_3^2 \cdot q_3 + y_4^2 \cdot q_4 - (\mathbb{M}(Y))^2 = \quad .$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 12

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 13

Система 2х дискретных случайных величин задана таблицей задачи 11. Определить ряды распределения для случайных величин $X|_{Y=6}$ и $Y|_{X=13}$, найти M и D .

Решение

По правилу 28, ряды условных распределений для случайных величин $X|_{Y=6=y_3}$ и $Y|_{X=13=x_1}$ вычисляются так:

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	13	17
вероятность p_i этого значения	p_1	p_2

$p_i = \frac{p_{i3}}{p_{13}+p_{23}}$ — в знаменателе сумма по столбцу 3 табл. задачи 11.

значение y_j случайной величины $Y _{X=13=x_1}$	2	4	6	8
вероятность q_j этого значения	q_1	q_2	q_3	q_4

$q_k = \frac{p_{1k}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}}$ — в знаменателе сумма по строке 1 таблицы.

$p_1 = \frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} =$, $p_2 = \frac{p_{23}}{p_{13}+p_{23}} =$

$q_1 = \frac{p_{11}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_2 = \frac{p_{12}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_3 = \frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

$q_4 = \frac{p_{14}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}+p_{14}} =$

значение x_i случайной величины $X _{Y=6=y_3}$	13	17
вероятность p_i этого значения		

значение y_j СВ $Y _{X=13=x_1}$	2	4	6	8
вероятность q_j этого значения				

M и D вычисляем по формулам правил 18, 20 (см. след. стр.).

Решение (окончание)

$\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ _____ ,
 $\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$ _____ ,
 $\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$ _____ .

Выборочная проверка вариант 31 задача 13

- формат 1.23, $\mathbb{M}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{D}(X|_{Y=6=y_3}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{M}(Y|_{X=13=x_1}) =$ введи Клик
- формат 1.23, $\mathbb{D}(Y|_{X=13=x_1}) =$ введи Клик

Задача 14

Система двух дискретных случайных величин X, Y задана таблицей задачи 11. Определить коэффициент корреляции X и Y .

Решение

По формуле правла 29,

$$r(X, Y) = \frac{\mathbb{M}(X \cdot Y) - \mathbb{M}(X)\mathbb{M}(Y)}{\sqrt{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}},$$

где $\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$ (см. решение задачи 11), а

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(X \cdot Y) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i \cdot y_j \cdot p_{ij} && = \\ &= && + \\ &+ && = \\ &= && . \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = .$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 14

формат 1.23, $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X, Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 15

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить двумерную плотность распределения $f(x, y)$.

Решение

По условию $f(x, y) = C(1.4 \cdot x + 1.6 \cdot y)$, где C — постоянная, которую мы найдем из формулы правила 43, то есть

$$\int_2^4 \int_2^6 C(1.4 \cdot x + 1.6 \cdot y) dx dy = 1.$$

Вычисляем:

$$\int_2^4 \int_2^6 C(1.4x + 1.6y) dx dy = C \int_2^4 \left(\int_2^6 (1.4x + 1.6y) dx \right) dy =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

Значит, $C = 1, C =$

$$f(x, y) = * (1.4 \cdot x + 1.6 \cdot y) = \underbrace{}_A x + \underbrace{}_B y.$$

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

[возврат](#) 

[ОГЛ](#) 

Выборочная проверка вариант 31 задача 15

формат 1.234, $C =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $A =$ введи

[Клик](#)

формат 1.234, $B =$ введи

[Клик](#)

[возврат](#) 

 [ОГЛ](#) 

Задача 16

Система $2x$ непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить плотности распределения для составляющих X и Y , найти M и D .

Решение

Функция двумерной плотности см. задача **15**:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника.} \end{cases}$$

Согласно формулам правила **41**, если $2 \leq x \leq 6$, то

$$f_1(x) = \int_2^4 (x + y) dy = \left(x \cdot y + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=2}^{y=4} =$$

$$=$$

и если $2 \leq y \leq 4$, то

$$f_2(y) = \int_2^6 (x + y) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \cdot y \right) \Big|_{x=2}^{x=6} =$$

$$=$$

Окончательно,

$$f_1(x) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_1} \cdot x + \underbrace{}_{B_1}, & \text{если } 2 \leq x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x < 2 \text{ или } x > 6, \end{cases}$$

$$f_2(y) = \begin{cases} \underbrace{}_{A_2} \cdot y + \underbrace{}_{B_2}, & \text{если } 2 \leq y \leq 4, \\ 0, & \text{если } y < 2 \text{ или } y > 4. \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 16

формат 1.234, $A_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_1 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $A_2 =$ введи [Клик](#)

формат 1.234, $B_2 =$ введи [Клик](#)

[возврат](#) →

[ОГЛ](#) ←

Решение (окончание)

Математические ожидания и дисперсии находим по формуле правила **34**:

$$\mathbb{M}(X) = \int_2^6 x \cdot (x + \quad) dx = \int_2^6 (x^2 + \quad x) dx =$$

,

$$\mathbb{M}(Y) = \int_2^4 y \cdot (y + \quad) dy = \int_2^4 (y^2 + \quad y) dy =$$

=

,

$$\mathbb{D}(X) = \int_2^6 x^2 \cdot (x + \quad) dx - (\mathbb{M}(X))^2 =$$

$$= \int_2^6 (x^3 + \quad x^2) dx - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^6 -$$

=

,

$$\mathbb{D}(Y) = \int_2^4 y^2 \cdot (y + \quad) dy - (\mathbb{M}(Y))^2 =$$

$$= \int_2^4 (y^3 + \quad y^2) dy - \left(\frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^4 -$$

=

.

Выборочная проверка вариант 31 задача 16

формат 1.23, $\mathbb{M}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{M}(Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(X) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $\mathbb{D}(Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 17

Система 2х непрерывных СВ X, Y распределена на прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 4$ пропорционально $1.4 \cdot x + 1.6 \cdot y$. Определить корреляцию.

Решение

Функцию двумерной плотности берем из задачи 15:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{если точка } (x, y) \text{ в прямоугольнике,} \\ 0, & \text{если точка } (x, y) \text{ вне прямоугольника,} \end{cases}$$

а значения

$$M(X) = \quad, \quad M(Y) = \quad, \quad D(X) = \quad, \quad D(Y) =$$

берем из задачи 15. Для вычисления корреляции используем правило 29.

$$r(X, Y) = \frac{M(X \cdot Y) - M(X)M(Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}},$$

где, по формуле правила 42,

$$\begin{aligned} M(X \cdot Y) &= \int_2^4 \int_2^6 x \cdot y \cdot (x + y) dx dy = \\ &= \int_2^4 \int_2^6 (x^2 y + y^2 x) dx dy = \int_2^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=6} dy = \\ &= \int_2^4 \left(\frac{x^3}{3} y + y^2 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{x=2}^{x=6} dy = \int_2^4 (y + y^2) dy = \\ &= \left(\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_2^4 = \dots \end{aligned}$$

Поэтому

$$r(X, Y) = \dots$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 17

формат 1.23, $M(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

формат 1.23, $r(X \cdot Y) =$ введи [Клик](#)

Задача 20

Составить сводку полученных результатов.

Решение

Задача 1. $7! =$. $A_{12}^6 =$. $C_{12}^6 =$.

Задача 2. $\mathbb{P}(A_3) =$. $\mathbb{P}(A_{\leq 3}) =$.

Задача 3. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_1) =$.

Задача 4. $\mathbb{P}(A) =$. $\mathbb{P}_A(H_2) =$.

Задача 5. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.

Задача 6. $x_1 =$. $x_2 =$. $P =$.

Задача 7. $P_4 =$.

Задача 8. $P_1 =$. $P_2 =$.

Задача 9. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$.

Задача 10. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{P}(1.3 \leq X \leq 3.7) =$.

Задача 11. $x_1 =$. $x_2 =$. $\mathbb{P}(0.9 \leq X \leq 3.9) =$.

Задача 12. $\mathbb{M}(X) =$. $\mathbb{M}(Y) =$. $\mathbb{D}(X) =$. $\mathbb{D}(Y) =$.

Задача 13. $\mathbb{M}(X|Y=6=y_3) =$. $\mathbb{M}(Y|X=13=x_1) =$.
 $\mathbb{D}(X|Y=6=y_3) =$. $\mathbb{D}(Y|X=13=x_1) =$.

Задача 14. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.

Задача 15. $C =$, $f(x, y) =$. $x +$.

Задача 16. $f_1(x) =$. $x +$, $f_2(y) =$. $y +$.

$\mathbb{M}(X) =$, $\mathbb{M}(Y) =$, $\mathbb{D}(X) =$, $\mathbb{D}(Y) =$.

Задача 17. $\mathbb{M}(X \cdot Y) =$. $r(X \cdot Y) =$.