М Г У П С - М И И Т
Инженерно-Экономический Факультет
Кафедра математики ИЭФ

Частные производные.

Дистанционный интерактивный обучающий комплекс для студентов ИЭФ

проф. В. Г. Кановей

13 мая 2013 г.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Целью настоящего обучающего комплекса является выработка у студентов ИЭФ МИИТ умения находить частные производные при помощи основных формул и правил дифференцирования, их численные значения, а также решать некоторые более сложные задачи, как, например, нахождение экстремума функции двух переменных, уравнений касательной и нормали, и т. п. Обучающий комплекс состоит из двух частей.

1. Обучающая часть, содержащая таблицу необходимых формул раздела «дифференцирование» (производные элементарных функций и правила дифференцирования более сложных функций), а также несколько примеров на использование этих формул с пошаговым объяснением решения.
2. 32 варианта индивидуальных заданий для студентов, из которых
   - вариант 0 с ответами дается как образец оформления работы;
   - варианты 1 – 31 предназначены для самостоятельной работы студентов. Каждый вариант содержит несколько отдельных (и не повторяющихся между вариантами) задач, для которых просчитаны ответы, а также просчитаны наиболее существенные промежуточные результаты вычислений;
   - дополнительно для преподавателя дается сводка всех ответов по каждому варианту.

Эти части сведены в три файла формата pdf, а именно:

1) файл для преподавателя **chast-full.pdf**, содержащий части 1, 2, 3 с ответами по всем вариантам;
2) файл для студентов **chast-stud.pdf**, содержащий части 1 и 2 и часть 3 со всеми вариантами, но без ответов (кроме варианта 0, который приведен с ответами);
3) краткий файл для преподавателя **chast-svodka.pdf**, содержащий часть 3 с ответами ко всем вариантам – его при необходимости можно распечатать для использования при проверке решенных заданий в аудитории традиционного типа вне доступа к компьютеру.

Особенностями настоящего обучающего комплекса является применение ориентированных на пользователя (студента) современных компьютерных технологий, таких, как:

— технологии **power point** / **beamer** в частях 1 и 2 комплекса, обеспечивающие современный стиль презентации как в варианте самостоятельной работы студента на компьютере, так и в варианте аудиторного занятия с проектором;
— технологии **hyperref** для облегчения просмотра пособия;
— интерактивные технологии заполняемых форм **JavaScript** для тестирования на тренажере и самостоятельной проверки студентами на компьютере результатов своих вычислений;
— технологии **forms data format** для отправки окончательных или промежуточных результатов выполнения задания на проверку, на адрес email по указанию преподавателя.

Дополнительным эффектом обучающего комплекса является отработка навыков работы с заполняемыми формами для проверки результатов, в частности, практика приведения математических данных (формулы, числа) к форме, принятой в языках программирования.

Самостоятельная работа с пособием и выполнение варианта предполагают доступ студента к современному компьютеру, содержащему стандартный инженерный калькулятор (или иную вычислительную программу) и программу Adobe Reader для чтения файлов формата pdf и заполнения форм для проверки результатов (имеется в бесплатном доступе для загрузки и установки).

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

Оглавление I

1 Практика дифференцирования

таблица 1: производные

таблица 2: дифференциалы

2 Частные производные

пример 1

пример 2

пример 3

3 Производные неявных функций

пример 4

пример 5

4 Уравнение касательной и нормали

пример 6

пример 7

5 **Указания для студентов**

6 Вариант 0

7 Вариант 1

8 Вариант 2

9 Вариант 3

10 Вариант 4

11 Вариант 5

12 Вариант 6

13 Вариант 7

14 Вариант 8

15 Вариант 9

16 Вариант 10

17 Вариант 11

18 Вариант 12

19 Вариант 13

20 Вариант 14

21 Вариант 15

22 Вариант 16

23 Вариант 17

24 Вариант 18

25 Вариант 19

26 Вариант 20

27 Вариант 21

28 Вариант 22

29 Вариант 23

30 Вариант 24

31 Вариант 25

32 Вариант 26

33 Вариант 27

34 Вариант 28

35 Вариант 29

36 Вариант 30

37 Вариант 31

возврат ⟹ огл ⟸

§ 1. Практика дифференцирования

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Дифференцированием называется действие нахождения производной

Правило 1 (производные)

Дифференцирование производится посредством последовательного перехода от исходной функции к ее всё более простым подфункциям при помощи таблицы 1, вплоть до независимого аргумента.

Производная функции $y = f(x)$ обозначается так:

$$\boldsymbol{y' = \frac{dy}{dx}}$$

Производные высших порядков имеют специальные обозначения:

$$\boldsymbol{y'' = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2f}{dx^2}}$$ — читается: **дэ два игрек по дэ икс дважды**

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

№	Простая функция		Сложная функция	
	функция	производная	функция	производная
1	$y = C$	$y' = 0$		
2	$y = x^n$	$y' = n \cdot x^{n-1}$	$y = u^n$	$y' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$
3	$y = x$	$y' = 1$		
4	$y = x^2$	$y' = 2\,x$	$y = u^2$	$y' = 2 \cdot u \cdot u'$
5	$y = x^3$	$y' = 3\,x^2$	$y = u^3$	$y' = 3 \cdot u^2 \cdot u'$
6	$y = \frac{1}{x}$	$y' = -\frac{1}{x^2}$	$y = \frac{1}{u}$	$y' = -\frac{u'}{u^2}$
7	$y = \sqrt{x}$	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$y = \sqrt{u}$	$y' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
8	$y = \sqrt[3]{x}$	$y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$	$y = \sqrt[3]{u}$	$y' = \frac{u'}{3\sqrt[3]{u^2}}$
9	$y = \sin x$	$y' = \cos x$	$y = \sin u$	$y' = \cos u \cdot u'$
10	$y = \cos x$	$y' = -\sin x$	$y = \cos u$	$y' = -\sin u \cdot u'$
11	$y = \operatorname{tg} x$	$y' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$y = \operatorname{tg} u$	$y' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
12	$y = e^x$	$y' = e^x$	$y = e^u$	$y' = e^u \cdot u'$
13	$y = a^x$	$y' = a^x \ln a$	$y = a^u$	$y' = a^u \ln a \cdot u'$
14	$y = \ln x$	$y' = \frac{1}{x}$	$y = \ln u$	$y' = \frac{u'}{u}$
15	$y = \arcsin x$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y = \arcsin u$	$y' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
16	$y = \arccos x$	$y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y = \arccos u$	$y' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
17	$y = \operatorname{arctg} x$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$	$y = \operatorname{arctg} u$	$y' = \frac{u'}{1+u^2}$
18			$y = u + v$	$y' = u' + v'$
19			$y = u - v$	$y' = u' - v'$
20			$y = uv$	$y' = u'\,v + v'\,u$
21	$y = Cx$	$y' = C$	$y = Cu$	$y' = Cu'$
22			$y = \frac{u}{v}$	$y' = \frac{u'\,v - v'\,u}{v^2}$
23			$y = u^v$	$y' = v \cdot u^{v-1} \cdot u' + u^v \cdot \ln u \cdot v'$

№	Простая функция		Сложная функция	
	функция	дифференциал	функция	дифференциал
1	$y=C$	$dy=0$		
2	$y=x^n$	$dy=n\,x^{n-1}\,dx$	$y=u^n$	$dy=n\,u^{n-1}\,du$
3	$y=x$	$dy=dx$		
4	$y=x^2$	$dy=2\,x\,dx$	$y=u^2$	$dy=2\,u\,du$
5	$y=x^3$	$dy=3\,x^2\,dx$	$y=u^3$	$dy=3\,u^2\,du$
6	$y=\frac{1}{x}$	$dy=-\frac{dx}{x^2}$	$y=\frac{1}{u}$	$dy=-\frac{du}{u^2}$
7	$y=\sqrt{x}$	$dy=\frac{dx}{2\sqrt{x}}$	$y=\sqrt{u}$	$dy=\frac{du}{2\sqrt{u}}$
8	$y=\sqrt[3]{x}$	$dy=\frac{dx}{3\sqrt[3]{x^2}}$	$y=\sqrt[3]{u}$	$dy=\frac{du}{3\sqrt[3]{u^2}}$
9	$y=\sin x$	$dy=\cos x\,dx$	$y=\sin u$	$dy=\cos u\cdot du$
10	$y=\cos x$	$dy=-\sin x\,dx$	$y=\cos u$	$dy=-\sin u\cdot du$
11	$y=\operatorname{tg}x$	$dy=\frac{dx}{\cos^2 x}$	$y=\operatorname{tg}u$	$dy=\frac{du}{\cos^2 u}$
12	$y=e^x$	$dy=e^x\,dx$	$y=e^u$	$dy=e^u\cdot du$
13	$y=a^x$	$dy=a^x\ln a\,dx$	$y=a^u$	$dy=a^u\ln a\cdot du$
14	$y=\ln x$	$dy=\frac{dx}{x}$	$y=\ln u$	$dy=\frac{du}{u}$
15	$y=\arcsin x$	$dy=\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$	$y=\arcsin u$	$dy=\frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$
16	$y=\arccos x$	$dy=-\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$	$y=\arccos u$	$dy=-\frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$
17	$y=\operatorname{arctg}x$	$dy=\frac{dx}{1+x^2}$	$y=\operatorname{arctg}u$	$dy=\frac{du}{1+u^2}$
18			$y=u+v$	$dy=du+dv$
19			$y=u-v$	$dy=du-dv$
20			$y=uv$	$dy=v\,du+u\,dv$
21	$y=Cx$	$dy=C\,dx$	$y=Cu$	$dy=C\,du$
22			$y=\frac{u}{v}$	$dy=\frac{v\,du-u\,dv}{v^2}$
23			$y=u^v$	$dy=v\,u^{v-1}\,du+u^v\,\ln u\,dv$

возврат ⟹ огл ⟸

§ 2. Частные производные

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Частными производными называются производные от функции нескольких (более одного) аргументов

Правило 2 (частные производные)

Чтобы найти частную производную функции нескольких аргументов, нужно принять, что все **пассивные** аргументы являются постоянными, и дифференцировать только по **активному** аргументу — т. е. тому, по которому и берется частная производная.

Частные производные функции $z = f(x, y)$ обозначаются так:

$$z'_x = \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad z'_y = \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial y}$$

Частные производные второго порядка имеют специальные обозначения:

$$z''_{xx} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$ — читается: **дэ два зет по дэ икс дважды**

$$z''_{yy} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$ — читается: **дэ два зет по дэ игрек дважды**

$$z''_{xy} = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$ — читается: **дэ два зет по дэ икс дэ игрек**

$$z''_{yx} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$ — читается: **дэ два зет по дэ игрек дэ икс**

Смешанные частные производные второго порядка z''_{xy} и z''_{yx} равны друг другу, т. е. порядок дифференцирования роли не играет:

$$z''_{xy} = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \quad = \quad z''_{yx} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = x^2 y + y^3 .$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = x^2 y + y^3 .$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = x^2 y + y^3.$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

$$\boxed{z'_x = (\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_x}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = x^2 y + y^3 .$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = (\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_x$$

последняя операция $u + v$, **18**

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = x^2 y + y^3 .$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \big(\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v}\big)'_x$$

$$\boxed{(u + v)' = u' + v'}$$

последняя операция $u + v$, 18

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = x^2y + y^3.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = (\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_x$$

$$(u+v)' = u' + v'$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= \overbrace{(x^2 y)'_x}^{u'} + \overbrace{(\ y^3\ )'_x}^{v'}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = x^2 y + y^3 .$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v}\Big)'_x$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= \left(x^2 y\right)'_x + \Big(\underbrace{y^3}_{C}\Big)'_x$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = x^2y + y^3.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = (\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_x$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2 y)'_x + (\underbrace{y^3}_{C})'_x$$

последняя операция C, 1

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = x^2y + y^3 .$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \big(\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v}\big)'_x$$

$$= \left(x^2 y\right)'_x + \big(\underbrace{y^3}_{C}\big)'_x$$

последняя операция $u + v$, 18

последняя операция C, 1

$$C' = 0$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = x^2 y + y^3 .$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = (\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_x$$

$$C' = 0$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2 y)'_x + (\underbrace{y^3}_{C})'_x$$

последняя операция C, 1

$$(\ x^2 \quad y\ )'_x + 0$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = x^2y + y^3 .$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v}\Big)'_x$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2 y)'_x + \Big(\underbrace{y^3}_{C}\Big)'_x$$

последняя операция C, 1

$$\Big(\underbrace{x^2}_{u}\ \underbrace{y}_{C}\Big)'_x + 0$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = x^2y + y^3 .$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = (\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_x$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2 y)'_x + (\underbrace{y^3}_{C})'_x$$

последняя операция C, 1

$$(\underbrace{x^2}_{u} \underbrace{y}_{C})'_x + 0$$

последняя операция Cu, 21

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = x^2y + y^3.$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \big(\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v}\big)'_x$$

$$(Cu)' = C \cdot u'$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2 y)'_x + \big(\underbrace{y^3}_{C}\big)'_x$$

последняя операция C, 1

$$\big(\underbrace{x^2}_{u}\underbrace{y}_{C}\big)'_x + 0$$

последняя операция Cu, 21

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ **оглавление** **табл. производных**

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = x^2 y + y^3 .$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v}\Big)'_x$$

$$(Cu)' = C \cdot u'$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= \left(x^2 y\right)'_x + \Big(\underbrace{y^3}_{C}\Big)'_x$$

последняя операция C, 1

$$\Big(\underbrace{x^2}_{u}\ \underbrace{y}_{C}\Big)'_x + 0$$

последняя операция Cu, 21

$$= \overbrace{y}^{C} \cdot \overbrace{\left(\ x^2\ \right)'_x}^{u'}$$

возврат $\Longrightarrow$ **оглавление** **табл. производных**

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = x^2y + y^3.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = (\underbrace{x^2y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_x$$

последняя операция $u+v$, 18

$$= (x^2y)'_x + (\underbrace{y^3}_{C})'_x$$

последняя операция C, 1

$$(\underbrace{x^2}_{u}\underbrace{y}_{C})'_x + 0$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot (\underbrace{x^2}_{x^2})'_x$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = x^2y + y^3 .$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = (\underbrace{x^2y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_x$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2y)'_x + (\underbrace{y^3}_{C})'_x$$

последняя операция C, 1

$$(\underbrace{x^2}_{u}\underbrace{y}_{C})'_x + 0$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot (\underbrace{x^2}_{x^2})'_x$$

последняя операция x^2, 4

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$\boxed{z = f(x,y) = x^2y + y^3}\,.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$\boldsymbol{z'_x = (\underbrace{x^2y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_x}$$

$$\boxed{\boldsymbol{(x^2)' = 2x}}$$

последняя операция $\boldsymbol{u+v}$, **18**

$$\boldsymbol{= (x^2y)'_x + (\underbrace{y^3}_{C})'_x}$$

последняя операция $\boldsymbol{C}$, **1**

$$\boldsymbol{(\underbrace{x^2}_{u}\underbrace{y}_{C})'_x + 0}$$

последняя операция $\boldsymbol{Cu}$, **21**

$$\boldsymbol{= y \cdot (\underbrace{x^2}_{x^2})'_x}$$

последняя операция $\boldsymbol{x^2}$, **4**

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = x^2 y + y^3.$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \big(\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v}\big)'_x$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2 y)'_x + \big(\underbrace{y^3}_{C}\big)'_x$$

последняя операция C, 1

$$\big(\underbrace{x^2}_{u} \underbrace{y}_{C}\big)'_x + 0$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot \big(\underbrace{x^2}_{x^2}\big)'_x$$

последняя операция x^2, 4

$$(x^2)' = 2x$$

$$= y \cdot 2x$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = x^2y + y^3.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{x^2y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v}\Big)'_x$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2y)'_x + \Big(\underbrace{y^3}_{C}\Big)'_x$$

последняя операция C, 1

$$\Big(\underbrace{x^2}_{u}\,\underbrace{y}_{C}\Big)'_x + 0$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot \Big(\underbrace{x^2}_{x^2}\Big)'_x$$

последняя операция x^2, 4

$$= y \cdot 2x$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Пример П1

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = x^2y + y^3 \,.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{x^2y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v}\Big)'_x$$

последняя операция $u+v$, 18

$$= (x^2y)'_x + \Big(\underbrace{y^3}_{C}\Big)'_x$$

последняя операция C, 1

$$\Big(\underbrace{x^2}_{u}\,\underbrace{y}_{C}\Big)'_x + 0$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot \Big(\underbrace{x^2}_{x^2}\Big)'_x$$

последняя операция x^2, 4

$$= y \cdot 2x$$

$$f'_x(x,y) = z'_x = 2xy$$

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$\boxed{z'_y = \big(\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v}\big)'_y}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \big(\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v}\big)'_y$$

последняя операция $u + v$, 18

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$\boldsymbol{z'_y = (\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_y}$$

$$\boldsymbol{(u + v)' = u' + v'}$$

последняя операция $\boldsymbol{u + v}$, 18

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_y$$

$$(u + v)' = u' + v'$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= \overbrace{(x^2 y)'_y}^{u'} + \overbrace{(\ y^3\ )'_y}^{v'}$$

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \big(\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v}\big)'_y$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2 y)'_y + \big(\underbrace{y^3}_{u^3}\big)'_y$$

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \big(\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v}\big)'_y$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2 y)'_y + \big(\underbrace{y^3}_{u^3}\big)'_y$$

последняя операция $u^3 = y^3$, 5

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_y$$

$$\boxed{(y^3)' = 3\,y^2}$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2 y)'_y + (\underbrace{y^3}_{u^3})'_y$$

последняя операция $u^3 = y^3$, 5

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_y$$

$$\boxed{(y^3)' = 3\,y^2}$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2 y)'_y + (\underbrace{y^3}_{u^3})'_y$$

последняя операция $u^3 = y^3$, 5

$$(\ x^2 \quad y\ )'_y + 3y^2$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \Big(\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v}\Big)'_y$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2 y)'_y + \Big(\underbrace{y^3}_{u^3}\Big)'_y$$

последняя операция $u^3 = y^3$, 5

$$\Big(\underbrace{x^2}_{C}\underbrace{y}_{u}\Big)'_y + 3y^2$$

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_y$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2 y)'_y + (\underbrace{y^3}_{u^3})'_y$$

последняя операция $u^3 = y^3$, 5

$$(\underbrace{x^2}_{C} \underbrace{y}_{u})'_y + 3y^2$$

последняя операция Cu, 21

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_y$$

$$(Cu)' = C \cdot u'$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2 y)'_y + (\underbrace{y^3}_{u^3})'_y$$

последняя операция $u^3 = y^3$, 5

$$(\underbrace{x^2}_{C} \underbrace{y}_{u})'_y + 3y^2$$

последняя операция Cu, 21

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x,y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_y$$

$$(Cu)' = C \cdot u'$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2 y)'_y + (\underbrace{y^3}_{u^3})'_y$$

последняя операция $u^3 = y^3$, 5

$$(\underbrace{x^2}_{C} \underbrace{y}_{u})'_y + 3y^2$$

последняя операция Cu, 21

$$= \overbrace{x^2}^{C} \cdot \overbrace{\underbrace{(y)'_y}_{=1}}^{u'} + 3y^2$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_y$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2 y)'_y + (\underbrace{y^3}_{u^3})'_y$$

последняя операция $u^3 = y^3$, 5

$$(\underbrace{x^2}_{C} \underbrace{y}_{u})'_y + 3y^2$$

последняя операция Cu, 21

$$= x^2 \cdot \underbrace{(y)'_y}_{=1} + 3y^2$$

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{x^2 y}_{u} + \underbrace{y^3}_{v})'_y$$

последняя операция $u + v$, 18

$$= (x^2 y)'_y + (\underbrace{y^3}_{u^3})'_y$$

последняя операция $u^3 = y^3$, 5

$$(\underbrace{x^2}_{C} \underbrace{y}_{u})'_y + 3y^2$$

последняя операция Cu, 21

$$= x^2 \cdot \underbrace{(y)'_y}_{=1} + 3y^2$$

$$f'_y(x, y) = z'_y = x^2 + 3y^2$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Окончание)

Шаг 3: находим численные значения частных производных.

$$f'_x(1,1) = -2 \cdot 1 \cdot \sin(1) = 2.000$$

$$f'_y(1,1) = \cos(1) - 1 \cdot 1 \cdot \sin(1) = 4.000$$

Ответ

$$\boldsymbol{z'_x = f'_x(x,y) = 2xy}$$

$$\boldsymbol{z'_y = f'_y(x,y) = x^2 + 3y^2}$$

$$\boldsymbol{f'_x(1,1) = 2 \cdot 1 \cdot 1 = 2.000}$$

$$\boldsymbol{f'_y(1,1) = 1^2 + 3 \cdot 1^2 = 4.000}$$

Контроль 2.000,4.000

Выборочная проверка

$f'_x(1,1)$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$f'_y(1,1)$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = y\cos(x^2 y).$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = y\cos(x^2 y).$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = y\cos(x^2 y).$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

$$\boxed{\boldsymbol{z'_x = (\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{\cos(x^2\, y)}_{u})'_x}}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = y\cos(x^2 y).$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$\boldsymbol{z'_x = (\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{\cos(x^2\,y)}_{u})'_x}$$

последняя операция Cu, 21

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = y\cos(x^2 y).$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{\cos(x^2 y)}_{u}\Big)'_x$$

$$\boxed{(Cu)' = C \cdot u'}$$

последняя операция Cu, 21

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = y\cos(x^2y).$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\underbrace{\cos(x^2y)}_{u}\Big)'_x$$

$$(Cu)' = C\cdot u'$$

последняя операция Cu, 21

$$= \overbrace{y}^{C}\cdot\overbrace{\big(\cos(x^2y)\big)'_x}^{u'}$$

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = y\cos(x^2 y).$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{\cos(x^2 y)}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, **21**

$$= \ y \cdot \big(\underbrace{\cos(x^2 y)}_{\cos u}\big)'_x$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = y\cos(x^2y)\,.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{\cos(x^2\,y)}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= \quad y \quad\cdot\ \Big(\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{\cos u}\Big)'_x$$

последняя операция $\cos u$, 10

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = y\cos(x^2 y).$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{\cos(x^2 y)}_{u}\Big)'_x$$

$$= \ y \ \cdot \Big(\underbrace{\cos(x^2 y)}_{\cos u}\Big)'_x$$

$$(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$$

последняя операция Cu, 21

последняя операция $\cos u$, 10

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = y\cos(x^2 y).$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = (\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{\cos(x^2 y)}_{u})'_x$$

$$(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot (\underbrace{\cos(x^2 y)}_{\cos u})'_x$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$= y \cdot \overbrace{(-\sin(x^2 y))}^{-\sin u} \cdot \overbrace{(x^2 y)'_x}^{u'}$$

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = y\cos(x^2 y).$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

$$\boldsymbol{z'_x = \big(\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{\cos(x^2\,y)}_{u}\big)'_x}$$

последняя операция Cu, 21

$$\boldsymbol{= \quad y \quad \cdot\ \big(\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{\cos u}\big)'_x}$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$\boldsymbol{= y \cdot (-\sin(x^2\,y)) \cdot \big(\underbrace{x^2}_{u}\ \underbrace{y}_{C}\big)'_x}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = y\cos(x^2 y).$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \big(\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{\cos(x^2 y)}_{u}\big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot \big(\underbrace{\cos(x^2 y)}_{\cos u}\big)'_x$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$= y \cdot (-\sin(x^2 y)) \cdot \big(\underbrace{x^2}_{u}\ \underbrace{y}_{C}\big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = y\cos(x^2y)\,.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{u}\Big)'_x$$

$$(Cu)' = C\cdot u'$$

последняя операция Cu, 21

$$= \quad y \quad\cdot\ \Big(\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{\cos u}\Big)'_x$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$= y\cdot(-\sin(x^2\,y))\cdot\Big(\underbrace{x^2}_{u}\,\underbrace{y}_{C}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

возврат ⟹ оглавление табл. производных

§ 2. Частные производные: Пример 2

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = y\cos(x^2y)\,.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$\boxed{(Cu)' = C\cdot u'}$$

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= \;y\;\cdot\Big(\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{\cos u}\Big)'_x$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$= y\cdot(-\sin(x^2\,y))\cdot\Big(\underbrace{x^2}_{u}\,\underbrace{y}_{C}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= -y\cdot\sin(x^2\,y)\cdot\overbrace{y}^{C}\cdot\overbrace{\big(\,x^2\,\big)'_x}^{u'}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = y\cos(x^2y).$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\underbrace{\cos(x^2y)}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot \Big(\underbrace{\cos(x^2y)}_{\cos u}\Big)'_x$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$= y\cdot(-\sin(x^2y))\cdot\Big(\underbrace{x^2}_{u}\underbrace{y}_{C}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= -y\cdot\sin(x^2y)\cdot y \cdot \Big(\underbrace{x^2}_{x^2}\Big)'_x$$

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = y\cos(x^2 y).$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{\cos(x^2 y)}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot \Big(\underbrace{\cos(x^2 y)}_{\cos u}\Big)'_x$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$= y\cdot(-\sin(x^2 y))\cdot\Big(\underbrace{x^2}_{u}\,\underbrace{y}_{C}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= -y\cdot\sin(x^2 y)\cdot y \cdot \Big(\underbrace{x^2}_{x^2}\Big)'_x$$

последняя операция x^2, 4

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = y\cos(x^2y).$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{\cos(x^2y)}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y\cdot\Big(\underbrace{\cos(x^2y)}_{\cos u}\Big)'_x$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$= y\cdot(-\sin(x^2y))\cdot\Big(\underbrace{x^2}_{u}\,\underbrace{y}_{C}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= -y\cdot\sin(x^2y)\cdot y\cdot\Big(\underbrace{x^2}_{x^2}\Big)'_x$$

последняя операция x^2, 4

$$\boxed{(x^2)' = 2x}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = y\cos(x^2 y).$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{\cos(x^2 y)}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot \big(\underbrace{\cos(x^2 y)}_{\cos u}\big)'_x$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$= y \cdot (-\sin(x^2 y)) \cdot \big(\underbrace{x^2}_{u}\ \underbrace{y}_{C}\big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= -y \cdot \sin(x^2 y) \cdot y \cdot \big(\underbrace{x^2}_{x^2}\big)'_x$$

последняя операция x^2, 4

$$(x^2)' = 2x$$

$$= -y^2 \cdot \sin(x^2 y) \cdot 2x$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = y\cos(x^2 y).$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{\cos(x^2 y)}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot \Big(\underbrace{\cos(x^2 y)}_{\cos u}\Big)'_x$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$= y \cdot (-\sin(x^2 y)) \cdot \Big(\underbrace{x^2}_{u}\ \underbrace{y}_{C}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= -y \cdot \sin(x^2 y) \cdot y \cdot \Big(\underbrace{x^2}_{x^2}\Big)'_x$$

последняя операция x^2, 4

$$= -y^2 \cdot \sin(x^2 y) \cdot 2x$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П2

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = y\cos(x^2 y).$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$\boxed{z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{\cos(x^2 y)}_{u}\Big)'_x}$$

последняя операция Cu, 21

$$\boxed{= \quad y \quad \cdot \ \Big(\underbrace{\cos(x^2 y)}_{\cos u}\Big)'_x}$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$\boxed{= y\cdot(-\sin(x^2 y))\cdot\Big(\underbrace{x^2}_{u}\,\underbrace{y}_{C}\Big)'_x}$$

последняя операция Cu, 21

$$\boxed{= -y\cdot\sin(x^2 y)\cdot \quad y \quad \cdot\Big(\underbrace{x^2}_{x^2}\Big)'_x}$$

последняя операция x^2, 4

$$\boxed{= -y^2\cdot\sin(x^2 y)\cdot 2x}$$

$$f'_x(x,y) = z'_x = -2x\cdot y^2\cdot\sin(x^2 y)$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$\boxed{z'_y = \Big(\underbrace{y}_{u}\underbrace{\cos(x^2 y)}_{v}\Big)'_y}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$\boldsymbol{z'_y = (\underbrace{y}_{u} \underbrace{\cos(x^2 y)}_{v})'_y}$$

последняя операция $\boldsymbol{uv}$, 20

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \big(\underbrace{y}_{u}\underbrace{\cos(x^2 y)}_{v}\big)'_y$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

последняя операция uv, 20

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \Big(\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{v}\Big)'_y$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{\overbrace{(y)'_y}^{u'}}_{=1} \cdot \overbrace{\cos(x^2\,y)}^{v} + \overbrace{y}^{u} \cdot \overbrace{\big(\cos(x^2\,y)\big)'_y}^{v'}$$

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \Big(\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{v}\Big)'_y$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1} \cdot \cos(x^2\,y) + y \cdot \Big(\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{\cos u}\Big)'_y$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x,y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \Big(\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{v}\Big)'_y$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1}\cdot\cos(x^2\,y) + \quad y \quad\cdot\Big(\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{\cos u}\Big)'_y$$

последняя операция $\cos u$, 10

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \Big(\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{v}\Big)'_y$$

$$(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1} \cdot \cos(x^2\,y) + y \cdot \Big(\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{\cos u}\Big)'_y$$

последняя операция $\cos u$, 10

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \Big(\underbrace{y}_{u}\ \underbrace{\cos(x^2\,y)}_{v}\Big)'_y$$

$$\boxed{(\cos u)' = -\sin u \cdot u'}$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1} \cdot \cos(x^2\,y) + y \cdot \Big(\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{\cos u}\Big)'_y$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$= 1 \cdot \cos(x^2\,y) + y \cdot \overbrace{(-\sin(x^2\,y))}^{-\sin u} \cdot \overbrace{\big(\ x^2\ \ y\ \big)'_y}^{u'}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \Big(\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{v}\Big)'_y$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1}\cdot\cos(x^2\,y) + y\cdot\Big(\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{\cos u}\Big)'_y$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$= 1\cdot\cos(x^2\,y) + y\cdot(-\sin(x^2\,y))\cdot\Big(\underbrace{x^2}_{C}\,\underbrace{y}_{u}\Big)'_y$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \Big(\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{v}\Big)'_y$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1}\cdot\cos(x^2\,y) + \ y\ \cdot\Big(\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{\cos u}\Big)'_y$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$= 1\cdot\cos(x^2\,y) + y\cdot(-\sin(x^2\,y))\cdot\Big(\underbrace{x^2}_{C}\,\underbrace{y}_{u}\Big)'_y$$

последняя операция Cu, 21

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{y}_{u}\underbrace{\cos(x^2 y)}_{v})'_y$$

$$(Cu)' = C \cdot u'$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1} \cdot \cos(x^2 y) + y \cdot (\underbrace{\cos(x^2 y)}_{\cos u})'_y$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$= 1 \cdot \cos(x^2 y) + y \cdot (-\sin(x^2 y)) \cdot (\underbrace{x^2}_{C}\underbrace{y}_{u})'_y$$

последняя операция Cu, 21

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ **оглавление** **табл. производных**

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \Big(\underbrace{y}_{u} \underbrace{\cos(x^2\, y)}_{v} \Big)'_y$$

$$(Cu)' = C \cdot u'$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1} \cdot \cos(x^2\, y) + \quad y \quad \cdot \Big(\underbrace{\cos(x^2\, y)}_{\cos u} \Big)'_y$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$= 1 \cdot \cos(x^2\, y) + y \cdot (-\sin(x^2\, y)) \cdot \Big(\underbrace{x^2}_{C} \underbrace{y}_{u} \Big)'_y$$

последняя операция Cu, 21

$$= \cos(x^2\, y) - y \cdot \sin(x^2\, y) \cdot \overbrace{x^2}^{C} \cdot \overbrace{\underbrace{(y)'_y}_{=1}}^{u'}$$

возврат $\Longrightarrow$ **оглавление** **табл. производных**

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{y}_{u}\underbrace{\cos(x^2 y)}_{v})'_y$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1} \cdot \cos(x^2 y) + y \cdot (\underbrace{\cos(x^2 y)}_{\cos u})'_y$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$= 1 \cdot \cos(x^2 y) + y \cdot (-\sin(x^2 y)) \cdot (\underbrace{x^2}_{C}\underbrace{y}_{u})'_y$$

последняя операция Cu, 21

$$= \cos(x^2 y) - y \cdot \sin(x^2 y) \cdot x^2 \cdot \underbrace{(y)'_y}_{=1}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{v})'_y$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1} \cdot \cos(x^2\,y) + y \cdot (\underbrace{\cos(x^2\,y)}_{\cos u})'_y$$

последняя операция $\cos u$, 10

$$= 1 \cdot \cos(x^2\,y) + y \cdot (-\sin(x^2\,y)) \cdot (\underbrace{x^2}_{C}\,\underbrace{y}_{u})'_y$$

последняя операция Cu, 21

$$= \cos(x^2\,y) - y \cdot \sin(x^2\,y) \cdot x^2 \cdot \underbrace{(y)'_y}_{=1}$$

$$f'_y(x, y) = z'_y = \cos(x^2\,y) - x^2 \cdot y \cdot \sin(x^2\,y)$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Окончание)

Шаг 3: находим численные значения частных производных.

$$f'_x(1,1) = -2 \cdot 1 \cdot \sin(1) = -1.683$$

$$f'_y(1,1) = \cos(1) - 1 \cdot 1 \cdot \sin(1) = -0.301$$

Ответ

$$\begin{aligned} z'_x &= f'_x(x,y) &&= -2x \cdot y^2 \cdot \sin(x^2\, y) \\ z'_y &= f'_y(x,y) &&= \cos(x^2\, y) - x^2 \cdot y \cdot \sin(x^2\, y) \\ & f'_x(1,1) &&= -2 \cdot 1 \cdot \sin(1) &&= -1.683 \\ & f'_y(1,1) &&= \cos(1) - 1 \cdot 1 \cdot \sin(1) &&= -0.301 \end{aligned}$$

Выборочная проверка

$f'_x(1,1)$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$f'_y(1,1)$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y \sin 2x}\ .$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = ye^{y \sin 2x} .$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = ye^{y \sin 2x} .$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

$$\boxed{\boldsymbol{z'_x = (\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u})'_x}}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x, y)$ *и* $z'_y = f'_y(x, y)$ *функции*

$$z = f(x, y) = ye^{y \sin 2x}\ .$$

Вычислить $f'_x(1, 1)$ *и* $f'_y(1, 1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x, y)$. Переменная y считается постоянной.

$$\boxed{z'_x = \big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{e^{y \sin 2x}}_{u}\big)'_x}$$

последняя операция Cu, 21

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = (\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u})'_x$$

$$(Cu)' = C \cdot u'$$

последняя операция Cu, 21

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}\,.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$\boldsymbol{z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u}\Big)'_x}$$

$$\boldsymbol{(Cu)' = C\cdot u'}$$

последняя операция Cu, 21

$$\boldsymbol{= \overbrace{y}^{C}\cdot\overbrace{\left(e^{y\sin 2x}\right)'_x}^{u'}}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$\boldsymbol{z'_x = (\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u})'_x}$$

последняя операция Cu, 21

$$\boldsymbol{= \quad y \quad \cdot\ (\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u})'_x}$$

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= \; y \cdot \Big(\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u}\Big)'_x$$

последняя операция e^u, 12

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u}\Big)'_x$$

$$(e^u)' = e^u \cdot u'$$

последняя операция Cu, 21

$$= \; y \cdot \Big(\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u}\Big)'_x$$

последняя операция e^u, 12

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = (\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u})'_x$$

$$(e^u)' = e^u \cdot u'$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot (\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u})'_x$$

последняя операция e^u, 12

$$= y \cdot \overbrace{e^{y\sin 2x}}^{e^u} \cdot \overbrace{(y \sin 2x)'_x}^{u'}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}\ .$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot \Big(\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u}\Big)'_x$$

последняя операция e^u, 12

$$= y\cdot e^{y\sin 2x}\cdot \Big(\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{\sin 2x}_{u}\Big)'_x$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}\,.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot \Big(\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u}\Big)'_x$$

последняя операция e^u, 12

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot \Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{\sin 2x}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u}\Big)'_x$$

$$(Cu)' = C \cdot u'$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot \Big(\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u}\Big)'_x$$

последняя операция e^u, 12

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot \Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{\sin 2x}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}\ .$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u}\Big)'_x$$

$$= \ y \ \cdot \Big(\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u}\Big)'_x$$

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot \Big(\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{\sin 2x}_{u}\Big)'_x$$

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot \overbrace{y}^{C} \cdot \overbrace{\big(\sin 2x\big)'_x}^{u'}$$

$$(Cu)' = C \cdot u'$$

последняя операция Cu, 21

последняя операция e^u, 12

последняя операция Cu, 21

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = (\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u})'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot (\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u})'_x$$

последняя операция e^u, 12

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot (\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{\sin 2x}_{u})'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot y \cdot (\underbrace{\sin 2x}_{\sin u})'_x$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot \Big(\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u}\Big)'_x$$

последняя операция e^u, 12

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot \Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{\sin 2x}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot y \cdot \Big(\underbrace{\sin 2x}_{\sin u}\Big)'_x$$

последняя операция $\sin u$, 9

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = (\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u})'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot (\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u})'_x$$

последняя операция e^u, 12

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot (\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{\sin 2x}_{u})'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot y \cdot (\underbrace{\sin 2x}_{\sin u})'_x$$

последняя операция $\sin u$, 9

$$\boxed{(\sin u)' = \cos u \cdot u'}$$

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u}\Big)'_x$$

$$= y \cdot \Big(\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u}\Big)'_x$$

$$= y\cdot e^{y\sin 2x}\cdot\Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{\sin 2x}_{u}\Big)'_x$$

$$= y\cdot e^{y\sin 2x}\cdot y \cdot\Big(\underbrace{\sin 2x}_{\sin u}\Big)'_x$$

$$= y\cdot e^{y\sin 2x}\cdot y\cdot \overbrace{\cos 2x}^{\cos u}\cdot \overbrace{\big(\,2x\,\big)'_x}^{u'}$$

$$(\sin u)' = \cos u \cdot u'$$

последняя операция Cu, 21

последняя операция e^u, 12

последняя операция Cu, 21

последняя операция $\sin u$, 9

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}\,.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = (\underbrace{y}_{C}\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u})'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot (\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u})'_x$$

последняя операция e^u, 12

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot (\underbrace{y}_{C}\underbrace{\sin 2x}_{u})'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot y \cdot (\underbrace{\sin 2x}_{\sin u})'_x$$

последняя операция $\sin u$, 9

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot y \cdot \cos 2x \cdot (\underbrace{2x}_{Cx})'_x$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}\ .$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = (\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u})'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot (\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u})'_x$$

последняя операция e^u, 12

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot (\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{\sin 2x}_{u})'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot y \cdot (\underbrace{\sin 2x}_{\sin u})'_x$$

последняя операция $\sin u$, 9

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot y \cdot \cos 2x \cdot (\underbrace{2x}_{Cx})'_x$$

последняя операция Cx, 21

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot \Big(\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u}\Big)'_x$$

последняя операция e^u, 12

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot \Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{\sin 2x}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot y \cdot \Big(\underbrace{\sin 2x}_{\sin u}\Big)'_x$$

последняя операция $\sin u$, 9

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot y \cdot \cos 2x \cdot \Big(\underbrace{2x}_{Cx}\Big)'_x$$

последняя операция Cx, 21

$$(Cx)' = C$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$(Cx)' = C$$

$$z'_x = (\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u})'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot (\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u})'_x$$

последняя операция e^u, 12

$$= y\cdot e^{y\sin 2x}\cdot (\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{\sin 2x}_{u})'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y\cdot e^{y\sin 2x}\cdot\ y\ \cdot(\underbrace{\sin 2x}_{\sin u})'_x$$

последняя операция $\sin u$, 9

$$= y\cdot e^{y\sin 2x}\cdot y\cdot\cos 2x\cdot(\underbrace{2x}_{Cx})'_x$$

последняя операция Cx, 21

$$= y\cdot e^{y\sin 2x}\cdot y\cdot\cos 2x\cdot \overbrace{2}^{C}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot \Big(\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u}\Big)'_x$$

последняя операция e^u, 12

$$= y\cdot e^{y\sin 2x}\cdot\Big(\underbrace{y}_{C}\,\underbrace{\sin 2x}_{u}\Big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y\cdot e^{y\sin 2x}\cdot y\cdot\Big(\underbrace{\sin 2x}_{\sin u}\Big)'_x$$

последняя операция $\sin u$, 9

$$= y\cdot e^{y\sin 2x}\cdot y\cdot\cos 2x\cdot\Big(\underbrace{2x}_{Cx}\Big)'_x$$

последняя операция Cx, 21

$$= y\cdot e^{y\sin 2x}\cdot y\cdot\cos 2x\cdot 2$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П3

Найти частные производные $z'_x = f'_x(x,y)$ *и* $z'_y = f'_y(x,y)$ *функции*

$$z = f(x,y) = ye^{y\sin 2x}.$$

Вычислить $f'_x(1,1)$ *и* $f'_y(1,1)$

Решение

Шаг 1: находим частную производную $z'_x = f'_x(x,y)$. Переменная y считается постоянной.

$$z'_x = \big(\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{e^{y\sin 2x}}_{u}\big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot \big(\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u}\big)'_x$$

последняя операция e^u, 12

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot \big(\underbrace{y}_{C}\ \underbrace{\sin 2x}_{u}\big)'_x$$

последняя операция Cu, 21

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot y \cdot \big(\underbrace{\sin 2x}_{\sin u}\big)'_x$$

последняя операция $\sin u$, 9

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot y \cdot \cos 2x \cdot \big(\underbrace{2x}_{Cx}\big)'_x$$

последняя операция Cx, 21

$$= y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot y \cdot \cos 2x \cdot 2$$

$$f'_x(x,y) = z'_x = 2 \cdot y^2 \cdot \cos 2x \cdot e^{y\sin 2x}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x,y)$. Переменная x считается постоянной.

$$\boxed{\boldsymbol{z'_y = (\underbrace{y}_{u}\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{v})'_x}}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{v})'_x$$

последняя операция uv, 20

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Решение (продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \Big(\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{v}\Big)'_x$$

$$\boxed{(uv)' = u'v + uv'}$$

последняя операция uv, 20

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \Big(\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{v}\Big)'_x$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

последняя операция uv, 20

$$= \overbrace{(y)'_y \cdot e^{y\sin 2x}}^{u'v} + \overbrace{y \cdot \left(e^{y\sin 2x}\right)'_y}^{uv'}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \Big(\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{v}\Big)'_x$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1} \cdot e^{y\sin 2x} + y \cdot \Big(\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u}\Big)'_y$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{y}_{u}\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{v})'_x$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1} \cdot e^{y\sin 2x} + y \cdot (\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u})'_y$$

последняя операция e^u, 12

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x,y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \Big(\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{v}\Big)'_x$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1}\cdot e^{y\sin 2x} + y\cdot\Big(\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u}\Big)'_y$$

последняя операция e^u, 12

$$(e^u)' = e^u \cdot u'$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \Big(\underbrace{y}_{u}\ \underbrace{e^{y\sin 2x}}_{v}\Big)'_x$$

$$(e^u)' = e^u \cdot u'$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1} \cdot e^{y\sin 2x} + y \cdot \Big(\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u}\Big)'_y$$

последняя операция e^u, 12

$$= e^{y\sin 2x} + y \cdot \overbrace{e^{y\sin 2x}}^{e^u} \cdot \overbrace{\big(\ y\ \ \sin 2x\big)'_y}^{u'}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{v})'_x$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1} \cdot e^{y\sin 2x} + y \cdot (\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u})'_y$$

последняя операция e^u, 12

$$= e^{y\sin 2x} + y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot (\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{\sin 2x}_{C})'_y$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{y}_{u}\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{v})'_x$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1} \cdot e^{y\sin 2x} + y \cdot (\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u})'_y$$

последняя операция e^u, 12

$$= e^{y\sin 2x} + y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot (\underbrace{y}_{u}\underbrace{\sin 2x}_{C})'_y$$

последняя операция Cu, 21

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{v})'_x$$

$$(Cu)' = C \cdot u'$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1} \cdot e^{y\sin 2x} + y \cdot (\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u})'_y$$

последняя операция e^u, 12

$$= e^{y\sin 2x} + y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot (\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{\sin 2x}_{C})'_y$$

последняя операция Cu, 21

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{v})'_x$$

$$(Cu)' = C \cdot u'$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1} \cdot e^{y\sin 2x} + y \cdot (\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u})'_y$$

последняя операция e^u, 12

$$= e^{y\sin 2x} + y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot (\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{\sin 2x}_{C})'_y$$

последняя операция Cu, 21

$$= e^{y\sin 2x} + y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot \overbrace{\sin 2x}^{C} \cdot \overbrace{(y)'_y}^{u'}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \big(\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{v}\big)'_x$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1}\cdot e^{y\sin 2x} + y\cdot\big(\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u}\big)'_y$$

последняя операция e^u, 12

$$= e^{y\sin 2x} + y\cdot e^{y\sin 2x}\cdot\big(\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{\sin 2x}_{C}\big)'_y$$

последняя операция Cu, 21

$$= e^{y\sin 2x} + y\cdot e^{y\sin 2x}\cdot \sin 2x\cdot \underbrace{(y)'_y}_{=1}$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x, y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = (\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{v})'_x$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1} \cdot e^{y\sin 2x} + y \cdot (\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u})'_y$$

последняя операция e^u, 12

$$= e^{y\sin 2x} + y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot (\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{\sin 2x}_{C})'_y$$

последняя операция Cu, 21

$$= e^{y\sin 2x} + y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot \sin 2x \cdot \underbrace{(y)'_y}_{=1}$$

$$f'_y(x, y) = z'_y = e^{y\sin 2x} + y \cdot e^{y\sin 2x} \cdot \sin 2x$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (продолжение)

Шаг 2: находим частную производную $z'_y = f'_y(x,y)$. Переменная x считается постоянной.

$$z'_y = \Big(\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{v}\Big)'_x$$

последняя операция uv, 20

$$= \underbrace{(y)'_y}_{=1}\cdot e^{y\sin 2x} + y\cdot\Big(\underbrace{e^{y\sin 2x}}_{e^u}\Big)'_y$$

последняя операция e^u, 12

$$= e^{y\sin 2x} + y\cdot e^{y\sin 2x}\cdot\Big(\underbrace{y}_{u}\,\underbrace{\sin 2x}_{C}\Big)'_y$$

последняя операция Cu, 21

$$= e^{y\sin 2x} + y\cdot e^{y\sin 2x}\cdot \sin 2x\cdot \underbrace{(y)'_y}_{=1}$$

$$f'_y(x,y) = z'_y = e^{y\sin 2x} + y\cdot e^{y\sin 2x}\cdot\sin 2x$$

Шаг 3: находим численные значения частных производных.

$$f'_x(1,1) = 2\cdot 1\cdot\cos 2\cdot e^{\sin 2} = -2.066$$

$$f'_y(1,1) = e^{\sin 2} + 1\cdot e^{\sin 2}\cdot\sin 2 = 4.740$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Ответ

$$z'_x = f'_x(x,y) = 2 \cdot y^2 \cdot \cos 2x \cdot e^{y \sin 2x}$$

$$z'_y = f'_y(x,y) = e^{y \sin 2x} + y \cdot e^{y \sin 2x} \cdot \sin 2x$$

$$f'_x(1,1) = 2 \cdot 1 \cdot \cos 2 \cdot e^{\sin 2} = -2.066$$

$$f'_y(1,1) = e^{\sin 2} + 1 \cdot e^{\sin 2} \cdot \sin 2 = 4.740$$

Выборочная проверка

$f'_x(1,1)$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$f'_y(1,1)$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

§ 3. Производные неявных функций

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Функции могут быть заданы **явно**, т. е. прямым равенством

$$y = f(x)\,,$$

а могут быть заданы **неявно**, т. е. соотношением вида

$$F(x, y) = 0\,.$$

Случай 1: неявная функция допускает явное выражение. Например, пусть

$$\underbrace{4x^2 + 3y}_{F(x,y)} = 0\,.$$

Тогда $y = -\dfrac{4x^2}{3}$ есть **явное выражение** заданной неявной функции.

Случай 2: неявная функция допускает несколько явных выражений. Например, неявная функция, заданная равенством

$$\underbrace{4x^2 + y^2 - 1}_{F(x,y)} = 0\,,$$

допускает **два** явных выражения, $y_1 = +\sqrt{1 - 4x^2}$ и $y_2 = -\sqrt{1 - 4x^2}$.

Случай 3: неявная функция не допускает явных выражений. Например, неявная функция, заданная равенством

$$\underbrace{(x + y)\sin(xy) + x^2 y}_{F(x,y)} = 0\,,$$

не допускает явных выражений.

Правило 3 (производные неявных функций)

Если функция $y = f(x)$ задана **неявно** соотношением

$$F(x, y) = 0\,,$$

то производная вычисляется по формуле

$$\boldsymbol{y' = \frac{dy}{dx} = -\,\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}}$$

Таким образом, **производная неявной функции равна отношению частных производных со знаком «минус»** $-$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{x^2y - 2y^3 + 1}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=1}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \underbrace{\left(x^2y\right)'_x}_{2x\cdot y} - 2\underbrace{\left(y^3\right)'_x}_{0} = 2xy\,.$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \underbrace{\left(x^2y\right)'_y}_{x^2} - 2\underbrace{\left(y^3\right)'_y}_{3y^2} = x^2 - 6y^2\,.$$

Шаг 3. Согласно Правилу 3, $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = -\dfrac{2xy}{x^2-6y^2}$.

Шаг 4. Проверяем точку $(1,1)$:

$$F(1,1) = 1^2 \cdot 1 - 2 \cdot 1^3 = -1\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=1} = -\frac{2\cdot1\cdot1}{1^2-6\cdot1^2} = -\frac{2}{-5} = 0.4000$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=1}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П5

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{x^2 \cdot e^{xy} - 2y^2 \cdot \ln(x^2+y)}_{F(x,y)} = 1.33199$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=1}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \Big(\underbrace{x^2 e^{xy}}_{uv} - 2\underbrace{y^2 \ln(x^2+y)}_{Cu}\Big)'_x =$$

$$= \underbrace{(x^2)'_x \cdot e^{xy} + x^2 \cdot (e^{xy})'_x}_{(uv)'=u'v+v'u} - 2\underbrace{y^2 \cdot (\ln(x^2+y))'_x}_{(Cu)'=Cu'}$$

$$= \underbrace{(x^2)'_x}_{=2x} \cdot e^{xy} + x^2 \cdot (\underbrace{e^{xy}}_{e^u})'_x - 2y^2 \cdot (\underbrace{\ln(x^2+y)}_{\ln u})'_x$$

$$= 2x \cdot e^{xy} + x^2 \cdot \underbrace{e^{xy} \cdot (xy)'_x}_{(e^u)'=e^u \cdot u'} - 2y^2 \cdot \underbrace{\frac{1}{x^2+y} \cdot (x^2+y)'_x}_{(\ln u)'=\frac{1}{u}\cdot u'} =$$

$$= 2x \cdot e^{xy} + x^2 \cdot e^{xy} \cdot \underbrace{(xy)'_x}_{=y} - 2y^2 \cdot \frac{1}{x^2+y} \cdot \underbrace{(x^2+y)'_x}_{=2x+0} =$$

$$= 2x \cdot e^{xy} + x^2 \cdot e^{xy} \cdot y - 2y^2 \cdot \frac{1}{x^2+y} \cdot 2x = 2x \cdot e^{xy} + x^2 y \cdot e^{xy} - \frac{4xy^2}{x^2+y}.$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (продолжение)

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \Big(\underbrace{x^2 e^{xy}}_{Cu} - 2\,\underbrace{y^2 \ln(x^2+y)}_{uv}\Big)'_y =$$

$$= \underbrace{x^2 \cdot (e^{xy})'_y}_{(Cu)'=Cu'} - 2\,\underbrace{\Big((y^2)'_y \cdot \ln(x^2+y) + y^2 \cdot (\ln(x^2+y))'_y}_{(uv)'=u'v+v'u}$$

$$= x^2 \cdot (\underbrace{e^{xy}}_{e^u})'_y - 2\,\underbrace{(y^2)'_y}_{=2y} \cdot \ln(x^2+y) - 2y^2 \cdot (\underbrace{\ln(x^2+y)}_{\ln u})'_y$$

$$= x^2 \cdot \underbrace{e^{xy} \cdot (xy)'_y}_{(e^u)'=e^u \cdot u'} - 4y \cdot \ln(x^2+y) - 2\,\underbrace{y^2 \cdot \frac{1}{x^2+y} \cdot (x^2+y)'_y}_{(\ln u)'=\frac{1}{u}\cdot u'}$$

$$= x^2 \cdot e^{xy} \cdot \underbrace{(xy)'_y}_{=x} - 4y \cdot \ln(x^2+y) - 2y^2 \cdot \frac{1}{x^2+y} \cdot \underbrace{(x^2+y)'_y}_{=0+1} =$$

$$= x^3 \cdot e^{xy} - 4y \cdot \ln(x^2+y) - 2y^2 \cdot \frac{1}{x^2+y} = \boxed{x^3 \cdot e^{xy} - 4y \cdot \ln(x^2+y) - \frac{2y^2}{x^2+y}}\,.$$

Шаг 3. Согласно Правилу 3,

$$y' = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \boxed{-\frac{2x \cdot e^{xy} + x^2 y \cdot e^{xy} - \frac{4xy^2}{x^2+y}}{x^3 \cdot e^{xy} - 4y \cdot \ln(x^2+y) - \frac{2y^2}{x^2+y}}}$$

Шаг 4. Проверяем точку $(1,1)$:

$$F(1,1) = 1^2 \cdot e^{1 \cdot 1} - 2 \cdot 1^2 \cdot \ln(1^2+1) = 1.33199\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=1} = -\frac{2 \cdot e^1 + 1 \cdot e^1 - \frac{4}{1+1}}{1 \cdot e^1 - 4 \cdot \ln(1+1) - \frac{2}{1+1}} = -\frac{3 \cdot e - 2}{e - 4 \cdot \ln(2) - 1} = \boxed{-5.838}$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=1}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ огл ⟸

§ 4. Уравнение касательной и нормали

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ огл ⟸

Плоская кривая, заданная либо явным уравнением $y = f(x)$, либо неявным уравнением $F(x, y) = 0$, в каждой своей точке $M_0(x_0, y_0)$ имеет **касательную** и **нормаль** — две взаимно перпендикулярные линии, проходящие через M_0. Исключением являются **особые точки** M_0 кривой, т. е. те, в которых производная $y'_x\big|_{x=x_0,\, y=y_0}$ не существует.

Правило 4 (уравнение касательной и нормали)

Касательная и нормаль к кривой, заданной уравнением $y = f(x)$ либо $F(x, y) = 0$, в каждой точке $M_0(x_0, y_0)$ кривой задаются уравнениями:

касательная: $y - y_0 = k_{\text{кас}}(x - x_0)$;

нормаль: $y - y_0 = k_{\text{норм}}(x - x_0)$;

где $k_{\text{кас}} = y'_x\big|_{x=x_0,\, y=y_0}$ и $k_{\text{норм}} = \dfrac{1}{k_{\text{кас}}}$.

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \sqrt{2x+12}$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 2$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \sqrt{2x+12})' =$

$$= (x)' \cdot \sqrt{2x+12} + x \cdot (\sqrt{2x+12})' = 1 \cdot \sqrt{2x+12} + x \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2x+12}} \cdot 2 =$$

$$= \sqrt{2x+12} + \frac{x}{\sqrt{2x+12}} .$$

Шаг 2. Находим численное значение производной

$$y'\Big|_{x=2} = \sqrt{2 \cdot 2 + 12} + \frac{2}{\sqrt{2 \cdot 2 + 12}} = \sqrt{16} + \frac{2}{\sqrt{16}} = 4 + \frac{2}{4} = 4.5 .$$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0) ,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 = x_0 \cdot \sqrt{2x_0 + 12} = 2\sqrt{16} = 8$, $k_{\text{кас}} = y'\Big|_{x=2} = 4.5$. Получается

$$y - 6 = 4.5(x - 2) ,$$

$$y = 4.5x - 2 \cdot 4.5 + 6 ,$$

$$y = 4.5x - 3 .$$

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0) ,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 = 6$, $k_{\text{норм}} = -\frac{1}{k_{\text{кас}}} = -\frac{1}{4.5} = -\frac{2}{9}$. Получается

$$y - 6 = -\frac{2}{9} \cdot (x - 2) ,$$

$$y = -\frac{2}{9} \cdot x + 2 \cdot \frac{2}{9} + 6 ,$$

$$y = -\frac{2}{9} \cdot x + 6\frac{4}{9} .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Пример П7

Кривая задана уравнением $\underbrace{x^2\sqrt{x+y}+y^2-11}_{F(x,y)}=0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(1,3)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(1,3)$ принадлежит кривой.

$$\sqrt{1+3}+3^2-11=2+9-11=0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Мы имеем дело с неявной функцией. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x=-\frac{\partial F}{\partial x}\Big/\frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x}=\left(x^2\sqrt{x+y}+y^2-11\right)'_x=(x^2)'\cdot\sqrt{x+y}+x^2\cdot(\sqrt{x+y})'_x+(y^2-11)'_x=$$

$$=x^2\cdot\frac{1}{2\sqrt{x+y}}+0=2x\sqrt{x+y}+\frac{x^2}{2\sqrt{x+y}}\;;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}=\left(x^2\sqrt{x+y}+y^2-11\right)'_y=x^2\cdot(\sqrt{x+y})'_y+(y^2-11)'_y=$$

$$=x^2\cdot\frac{1}{2\sqrt{x+y}}+2y=\frac{x^2}{2\sqrt{x+y}}+2y\;;$$

$$y'_x=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}=-\frac{2x\sqrt{x+y}+\frac{x^2}{2\sqrt{x+y}}}{\frac{x^2}{2\sqrt{x+y}}+2y}=-\frac{4x(x+y)+x^2}{x^2+4y\sqrt{x+y}}\,.$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=1,y=3}=\frac{4\cdot1\cdot(1+3)+1^2}{1^2+4\cdot3\sqrt{1+3}}=\frac{17}{25}=0.68\,.$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\; y_0 = 3\,,\; k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=1, y=3} = \dfrac{17}{25} = 0.68$. Получается

$$y - 3 = 0.68(x - 1)\,,$$

$$y = 0.68x - 0.68 + 3\,,$$

$$\boxed{y = 0.68x + 2.32}\,.$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\; y_0 = 3\,,\; k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = -\dfrac{25}{17} = -1.4706$. Получается

$$y - 3 = -1.4706 \cdot (x - 1)\,,$$

$$y = -1.4706 \cdot x + 1.4706 + 3\,,$$

$$\boxed{y = -1.4706 \cdot x + 4.4706}\,.$$

□

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

§ 5. Указания для студентов

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

1 Для работы с Пособием, студент должен использовать современный компьютер с программами Acrobat или Reader для чтения файлов PDF.

2 Студент должен иметь калькулятор для инженерных расчетов, либо как программу в компьютере либо как отдельное устройство. Если имеется доступ к интернету, то вычисления можно производить прямо в окошке поиска Google.

3 Перед выполнением задания, студент должен

- проработать материал лекций и практических занятий по практике дифференцирования,
- освоить навигацию по пособию, включая **зеленые кнопки**

  оглавление, табл. производных, возврат,

  а также активные строки самого **оглавления**,
- внимательно разобрать пошаговое решение примеров 1 – 7 из § 1,
- разобрать вариант **0** дающий правильное оформление решения.

4 Далее следует найти и решить свой вариант, беря за образец вариант **0**

5 Те результаты, для которых имеется возможность интерактивной проверки, должны быть проверены.

6 **Закончив решение, следует еще раз ввести все ответы в формы последней страницы своего варианта, выполнить проверку так, чтобы были видны отметки ВЕРНО или НЕВЕРНО, после чего распечатать эту страницу с указанными отметками для сдачи преподавателю, либо же, по указанию преподавателя, отправить результаты электронной почтой через кнопку SUBMIT.**

7 Дополнительно для сдачи работы, студент должен иметь при себе промежуточные вычисления по произвольной форме.

8 Вычисления производятся как минимум с 3 знаками после десятичной точки. Окончательные результаты для нецелых чисел представляются с двумя знаками.

9 Результаты для интерактивной проверки нецелых чисел представляются с двумя знаками после десятичной точки.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 0

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x,y) = 2x^2y^3 + 3x^4\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
3) Найти численное значение $f'_x(1,2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(2x^2y^3 + 3x^4\right)'_x = \left(2x^2y^3\right)'_x + \left(3x^4\right)'_x =$$
$$= 2\cdot 2x\cdot y^3 + 3\cdot 4x^3 = \boxed{4xy^3 + 12x^3}$$

$$z''_{xy} = \left(4xy^3 + 12x^3\right)'_y = \left(4xy^3\right)'_y + \left(12x^3\right)'_y$$
$$= 4x\cdot 3y^2 + 12\cdot 0 = \boxed{12xy^2}$$

$$z'_y = \left(2x^2y^3 + 3x^4\right)'_y = \left(2x^2y^3\right)'_y + \left(3x^4\right)'_y =$$
$$= 2x^2\cdot 3y^2 + 3\cdot 0 = \boxed{6x^2y^2}$$

$$z''_{yx} = (6x^2y^2)'_x = 6\cdot 2x\cdot y^2 = \boxed{12xy^2}$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} = 12xy^2$.

Шаг 3.

$$f'_x(1,2) = 4\cdot 1\cdot 2^3 + 12\cdot 1^3 = \mathbf{44.000}$$

Контроль через отношение разностей **44.000**

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(1,2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x,y) = 2 \cdot x^3 \cdot \sin(3x+1y)\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
3) Найти численное значение $f'_x(1,2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \big(2 \cdot x^3 \cdot \sin(3x+1y)\big)'_x =$$
$$= 2 \cdot (x^3)'_x \cdot \sin(3x+1y) + 2 \cdot x^3 \cdot (\sin(3x+1y))'_x =$$
$$= 2 \cdot 3x^2 \cdot \sin(3x+1y) + 2 \cdot x^3 \cdot \cos(3x+1y)) \cdot (3x+1y)'_x =$$
$$= 2 \cdot 3x^2 \cdot \sin(3x+1y) + 2 \cdot x^3 \cdot \cos(3x+1y)) \cdot 3 =$$
$$= \boxed{6 \cdot x^2 \cdot \sin(3x+1y) + 6 \cdot x^3 \cdot \cos(3x+1y)}\,.$$

$$z''_{xy} = \big(6 \cdot x^2 \cdot \sin(3x+1y) + 6 \cdot x^3 \cdot \cos(3x+1y)\big)'_y =$$
$$= 6 \cdot x^2 \cdot \cos(3x+1y) \cdot 1 - 6 \cdot x^3 \cdot \sin(3x+1y) \cdot 1$$
$$= \boxed{6 \cdot x^2 \cdot \cos(3x+1y) - 6 \cdot x^3 \cdot \sin(3x+1y)}\,.$$

$$z'_y = \big(2 \cdot x^3 \cdot \sin(3x+1y)\big)'_y =$$
$$= 2 \cdot x^3 \cdot \cos(3x+1y) \cdot 1 = \boxed{2 \cdot x^3 \cdot \cos(3x+1y)}\,.$$

$$z''_{yx} = \big(2 \cdot x^3 \cdot \cos(3x+1y)\big)'_x =$$
$$= 2 \cdot (x^3)'_x \cdot \cos(3x+1y) + 2 \cdot x^3 \cdot (\cos(3x+1y))'_x =$$
$$= 2 \cdot 3x^2 \cdot \cos(3x+1y) - 2 \cdot x^3 \cdot \sin(3x+1y) \cdot 3 =$$
$$= \boxed{6 \cdot x^2 \cdot \cos(3x+1y) - 6 \cdot x^3 \cdot \sin(3x+1y)}\,.$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} = 6 \cdot x^2 \cdot \cos(3x+1y) - 6 \cdot x^3 \cdot \sin(3x+1y)\,.$

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(1, 2) = 6 \cdot 1^2 \cdot \sin(3 \cdot 1 + 1 \cdot 2) + 6 \cdot 1^3 \cdot \cos(3 \cdot 1 + 1 \cdot 2) = \mathbf{-4.052}.$$

Контроль через отношение разностей $\mathbf{-4.052}$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(1, 2)$ введи ____ Клик

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x,y) = \frac{\sin(2x+3y)}{\operatorname{arctg}(2x^2)}.$$

2) Найти численное значение $f'_y(1,2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\sin(2x+3y)}{\operatorname{arctg}(2x^2)}\right)'_x =$$

$$= \frac{(\sin(2x+3y))'_x \cdot \operatorname{arctg}(2x^2) - \sin(2x+3y) \cdot (\operatorname{arctg}(2x^2))'_x}{\operatorname{arctg}^2(2x^2)} =$$

$$= \frac{\cos(2x+3y) \cdot 2 \cdot \operatorname{arctg}(2x^2) - \sin(2x+3y) \cdot \frac{1}{1+(2x^2)^2} \cdot (2x^2)'_x}{\operatorname{arctg}^2(2x^2)} =$$

$$= \frac{\cos(2x+3y) \cdot 2 \cdot \operatorname{arctg}(2x^2) - \sin(2x+3y) \cdot \frac{1}{1+(2x^2)^2} \cdot 2 \cdot 2x}{\operatorname{arctg}^2(2x^2)} =$$

$$= \frac{2\cdot\cos(2x+3y)\cdot\operatorname{arctg}(2x^2) - 4\cdot\sin(2x+3y)\cdot\frac{x}{1+(2x^2)^2}}{\operatorname{arctg}^2(2x^2)}.$$

$$z'_y = \left(\frac{\sin(2x+3y)}{\operatorname{arctg}(2x^2)}\right)'_y = \frac{(\sin(2x+3y))'_y}{\operatorname{arctg}(2x^2)} =$$

$$= \frac{\cos(2x+3y) \cdot (2x+3y)'_y}{\operatorname{arctg}(2x^2)} = \frac{3\cdot\cos(2x+3y)}{\operatorname{arctg}(2x^2)}.$$

Шаг 2. $f'_y(1,2) = \dfrac{3\cdot\cos(2\cdot1+3\cdot2)}{\operatorname{arctg}(2\cdot1^2)} = \mathbf{-0.394}$. □

Контроль через отношение разностей **−0.394**

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(1,2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{2x^3y - 3y^2 - (-8)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=2}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \underbrace{\left(2x^3y\right)'_x}_{=2\cdot 3x^2\cdot y} - \underbrace{\left(3y^2-(-8)\right)'_x}_{=0} = 6x^2y\,.$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \underbrace{\left(2x^3y\right)'_y}_{=2\cdot x^3\cdot 1} - \underbrace{\left(3y^2-(-8)\right)'_y}_{=3\cdot 2y} = 2x^3 - 6y\,.$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = -\dfrac{6x^2y}{2x^3-6y}$.

Шаг 4. Проверяем точку $(1, 2)$:

$$F(1,2) = 2\cdot 1^3\cdot 2 - 3\cdot 2^2 - (-8) = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=2} = -\frac{6\cdot 1^2\cdot 2}{2\cdot 1^3 - 6\cdot 2} = -\frac{12}{-10} = 1.200$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{xye^{2x-3y} - (2)e^{-4}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=2}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \underbrace{(x)'_x \cdot ye^{2x-3y} + \left(e^{2x-3y}\right)'_x \cdot xy}_{u'v+v'u} - \underbrace{\left((2)e^{-4}\right)'_x}_{=0} =$$

$$= ye^{2x-3y} + e^{2x-3y} \cdot \underbrace{(2x-3y)'_x}_{=2} \cdot xy = ye^{2x-3y} + 2xy \cdot e^{2x-3y}.$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \underbrace{(y)'_y \cdot xe^{2x-3y} + \left(e^{2x-3y}\right)'_y \cdot xy}_{u'v+v'u} - \underbrace{\left((2)e^{-4}\right)'_y}_{=0} =$$

$$= xe^{2x-3y} + e^{2x-3y} \cdot \underbrace{(2x-3y)'_y}_{=-3} \cdot xy = xe^{2x-3y} - 3xy \cdot e^{2x-3y}.$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = -\dfrac{ye^{2x-3y} + 2xy \cdot e^{2x-3y}}{xe^{2x-3y} - 3xy \cdot e^{2x-3y}} = -\dfrac{y + 2xy}{x - 3xy}$.

Шаг 4. Проверяем точку $(1, 2)$:

$$F(1,2) = 1 \cdot 2 \cdot e^{2\cdot 1 - 3\cdot 2} - (2) \cdot e^{-4} = 0,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=2} = -\frac{2 + 2\cdot 1\cdot 2}{1 - 3\cdot 1\cdot 2} = -\frac{6}{-5} = 1.200$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=2}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \sin(2x^2 + 3)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 1$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \sin(2x^2 + 3))' =$

$$= (x)' \cdot \sin(2x^2 + 3) + x \cdot (\sin(2x^2 + 3))' = \sin(2x^2 + 3) + x \cdot \cos(2x^2 + 3) \cdot (2x^2 + 3)' =$$

$$= \sin(2x^2 + 3) + x \cdot \cos(2x^2 + 3) \cdot 2 \cdot 2x = \sin(2x^2 + 3) + 4x^2 \cos(2x^2 + 3).$$

Шаг 2. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=1} = \sin(2 \cdot 1^2 + 3) + 4 \cdot 1^2 \cdot \cos(2 \cdot 1^2 + 3) = \sin(5) + 4 \cdot \cos(5) = 0.176.$$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 1$, $y_0 = 1 \cdot \sin(2 \cdot 1^2 + 3) = -0.959$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=1} = 0.176$. Получается

$$y - (-0.959) = 0.176(x - 1),$$

$$y = 0.176x - (0.176) \cdot 1 + (-0.959), \quad y = \underbrace{0.176}_{k_{\text{кас}}} x + (\underbrace{-1.135}_{b_{\text{кас}}}).$$

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 2$, $y_0 = -0.959$, $k_{\text{норм}} = -\frac{1}{k_{\text{кас}}} = -\frac{1}{0.176} = -5.682$. Получается

$$y - (-0.959) = -5.682(x - 1),$$

$$y = -5.682x - (-5.682) \cdot 1 + (-0.959), \quad y = \underbrace{-5.682}_{k_{\text{норм}}} x + (\underbrace{4.723}_{b_{\text{норм}}}).$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\sqrt{2x^3y+3xy^2+(-12)}-2=0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(1,2)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(1,2)$ принадлежит кривой.

$$\sqrt{2\cdot 1^3\cdot 2+3\cdot 1\cdot 2^2+(-12)}-2=\sqrt{16+(-12)}-2=\sqrt{4}-2=0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x=-\frac{\partial F}{\partial x}/\frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x}=\left(\sqrt{2x^3y+3xy^2+(-12)}-2\right)'_x=\frac{(2x^3y+3xy^2)'_x}{2\cdot\sqrt{2x^3y+3xy^2+(-12)}}=$$

$$\frac{2\cdot 3x^2\cdot y+3\cdot y^2}{2\cdot\sqrt{2x^3y+3xy^2+(-12)}}=\frac{6x^2y+3y^2}{2\cdot\sqrt{2x^3y+3xy^2+(-12)}}\;;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}=\left(\sqrt{2x^3y+3xy^2+(-12)}-2\right)'_y=\frac{(2x^3y+3xy^2)'_y}{2\cdot\sqrt{2x^3y+3xy^2+(-12)}}=$$

$$\frac{2\cdot x^3+6\cdot x\cdot y^1}{2\cdot\sqrt{2x^3y+3xy^2+(-12)}}=\frac{2x^3+6xy^1}{2\cdot\sqrt{2x^3y+3xy^2+(-12)}}\;;$$

$$y'_x=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}=-\frac{6x^2y+3y^2}{2x^3+6xy^1}\,.$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=1,y=2}=-\frac{6\cdot 1^2\cdot 2+3\cdot 2^2}{2\cdot 1^3+6\cdot 1\cdot 2^1}=-1.714\,.$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\ y_0 = 2\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=1} = -1.714$. Получается

$$y - 2 = -1.714(x - 1)\,,$$

$$y = -1.714x - (-1.714)\cdot 1 + 2\,,$$

$$y = \underbrace{-1.714}_{k_{\text{кас}}}x + (\underbrace{3.714}_{b_{\text{кас}}})\,.$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\ y_0 = 2\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = -\dfrac{1}{-1.714} = 0.583$. Получается

$$y - 2 = 0.583(x - 1)\,,$$

$$y = 0.583x - (0.583)\cdot 1 + 2\,,$$

$$y = \underbrace{0.583}_{k_{\text{норм}}}x + (\underbrace{1.417}_{b_{\text{норм}}})\,.$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 2x^2y^3 + 3x^4$, $z'_x = 4xy^3 + 12x^3$, $z'_y = 6x^2y^2$

$z''_{xy} = 12xy^2$, $z''_{yx} = 12xy^2$, $f'_x(1,2) = 4 \cdot 1 \cdot 2^3 + 12 \cdot 1^3 = \mathbf{44.000}$

(формат 1.234): $f'_x(1,2)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 2 \cdot x^3 \cdot \sin(3x + 1y)$,

$z'_x = 6 \cdot x^2 \cdot \sin(3x + 1y) + 6 \cdot x^3 \cdot \cos(3x + 1y)$,

$z'_y = 2 \cdot x^3 \cdot \cos(3x + 1y)$

$z''_{xy} = 6 \cdot x^2 \cdot \cos(3x + 1y) - 6 \cdot x^3 \cdot \sin(3x + 1y)$,

$z''_{yx} = 6 \cdot x^2 \cdot \cos(3x + 1y) - 6 \cdot x^3 \cdot \sin(3x + 1y)$,

$f'_x(1,2) = 6 \cdot 1^2 \cdot \sin(3 \cdot 1 + 1 \cdot 2) + 6 \cdot 1^3 \cdot \cos(3 \cdot 1 + 1 \cdot 2) = \mathbf{-4.052}$

(формат 1.234): $f'_x(1,2)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\sin(2x+3y)}{\operatorname{arctg}(2x^2)}$,

$z'_x = \frac{2 \cdot \cos(2x+3y) \cdot \operatorname{arctg}(2x^2) - 4 \cdot \sin(2x+3y) \cdot \frac{x}{1+(2x^2)^2}}{\operatorname{arctg}^2(2x^2)}$,

$z'_y = \frac{3 \cdot \cos(2x+3y)}{\operatorname{arctg}(2x^2)}$,

$f'_y(1,2) = \frac{3 \cdot \cos(2 \cdot 1 + 3 \cdot 2)}{\operatorname{arctg}(2 \cdot 1^2)} = \mathbf{-0.394}$

(формат 1.234): $f'_y(1,2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$2x^3y - 3y^2 - (2) = 0\,,$

$y' = -\,\frac{6x^2y}{2x^3-6y}\,;$ $y'|_{x=1,y=2} = \mathbf{1.200}$

$y'|_{x=1,y=2}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{2x-3y} - (2)e^{-4} = 0\,,$

$y' = -\,\frac{y + 2xy}{x - 3xy}\,;$ $y'|_{x=1,y=2} = \mathbf{1.200}$

$y'|_{x=1,y=2}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \sin\left(2x^2 + 3\right),$

$y' = \sin\left(2x^2 + 3\right) + 4x^2 \cos\left(2x^2 + 3\right);$ $y'|_{x=1} = \mathbf{0.176}$

Касательная $y = 0.176x + (-1.135)\,;$

Нормаль $y = -5.682x + (4.723)\,.$

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$\sqrt{2x^3y+3xy^2+(-12)}-2=0\,,$

$y' = -\frac{6x^2y+3y^2}{2x^3+6xy^1}\,;$ $y'|_{x=1} = \mathbf{-1.714}$

Касательная $y=-1.714x+(3.714)\,;$

Нормаль $y=0.583x+(1.417)\,.$

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 1

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x,y) = 3x^3y^2 + 4y^4\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(1,2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3x^3y^2 + 4y^4\right)'_x =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{xy} = \qquad = \qquad = $$

$$z'_y = \left(3x^3y^2 + 4y^4\right)'_y =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = $$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(1,2) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(1,2)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3 \cdot x^4 \cdot \cos(4x + 1y)\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(1, 2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3 \cdot x^4 \cdot \cos(4x + 1y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$.$$

$$z''_{xy} = \qquad '_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(3 \cdot x^4 \cdot \cos(4x + 1y)\right)'_y =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(1,2) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(1,2)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{\cos(3x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}.$$

2) Найти численное значение $f'_y(1, 2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\cos(3x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\cos(3x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}\right)'_y = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(1, 2) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(1, 2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{3xy^4 - 4x^2 - (44)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=2}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad\qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad\qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(1, 2)$:

$$F(1,2) = \qquad\qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=2} = \qquad = \qquad = \qquad$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{xye^{4y-3x}-(2)e^{5}}_{F(x,y)}=0$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=2}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y}= \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y'=-\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(1,2)$:

$$F(1,2)= \qquad =0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=2}= \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \cos(3x^2+4)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 1$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \cos(3x^2+4))' =$

$= (x)' \cdot \cos(3x^2+4) + x \cdot (\cos(3x^2+4))' =$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=1} =$ $=$ $=$.

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=1} =$.
Получается

,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\sin(3x^4y + 4xy^3) - \sin(38) = 0$.
Составить уравнение касательной и нормали в точке $M_0(1,2)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(1,2)$ принадлежит кривой.

$$\sin(3\cdot 1^4\cdot 2 + 4\cdot 1\cdot 2^3) - \sin(38) = \qquad = 0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е.
$y'_x = -\frac{\partial F}{\partial x}\Big/\frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$y'_x = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=1,y=2} = \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\ y_0 = 2\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=1} =$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\ y_0 = 2\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 3x^3y^2 + 4y^4$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(1,2) =$

(формат 1.234): $f'_x(1,2)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 3 \cdot x^4 \cdot \cos(4x + 1y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(1,2) =$

(формат 1.234): $f'_x(1,2)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\cos(3x+4y)}{\text{arctg}(3x^2)}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(1,2) =$

(формат 1.234): $f'_y(1,2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$3x^3y - 4y^2 - (2) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1,y=2} =$

$y'|_{x=1,y=2}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{4y-3x} - (2)e^5 = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1,y=2} =$

$y'|_{x=1,y=2}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \cos\left(3x^2 + 4\right),$

$y' =$; $y'|_{x=1} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$\sin(3x^4y + 4xy^3) - \sin(38) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹
огл ⟸

Вариант 2

возврат ⟹
огл ⟸

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3x^3y^4 + 3x^5 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3x^3y^4 + 3x^5\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z''_{xy} =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z'_y = \left(3x^3y^4 + 3x^5\right)'_y =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(2, 2) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2, 2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x,y) = 3 \cdot x^2 \cdot e^{-3x+2y}.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2,2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3 \cdot x^2 \cdot e^{-3x+2y}\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad {}'_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(3 \cdot x^2 \cdot e^{-3x+2y}\right)'_y = \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} = \qquad .$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(2,2) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2,2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) *Найти частные производные* z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{e^{-3x+2y}}{\operatorname{tg}(4\sqrt{x})}.$$

2) *Найти численное значение* $f'_y(2, 2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{e^{-3x+2y}}{\operatorname{tg}(4\sqrt{x})}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{e^{-3x+2y}}{\operatorname{tg}(4\sqrt{x})}\right)'_y = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(2, 2) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(2, 2)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{3x^3y - 3y^2 - (36)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=2}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \quad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \quad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \quad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,2)$:

$$F(2,2) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=2} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{xye^{3x-3y} - (4)e^{0}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=2}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,2)$:

$$F(2,2) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=2} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=2}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \operatorname{arctg}(3x^2+3)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 2$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \operatorname{arctg}(3x^2+3))' =$

$= (x)' \cdot \operatorname{arctg}(3x^2+3) + x \cdot (\operatorname{arctg}(3x^2+3))' = \qquad =$

$= \qquad = \qquad .$

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=2} = \qquad = \qquad = \qquad .$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 = \qquad = \qquad$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} = \qquad$.
Получается ,

$y = \qquad$, $y = \qquad$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 = \qquad$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$y = \qquad$, $y = \qquad$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\cos(3x^4y + 3xy^2) - \cos(120) = 0$.
Составить уравнение касательной и нормали в точке $M_0(2,2)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(2,2)$ принадлежит кривой.

$$\cos(3 \cdot 2^4 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 2^2) - \cos(120) = \qquad = 0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е.
$y'_x = -\frac{\partial F}{\partial x} \Big/ \frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad$$

$$y'_x = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=2,y=2} = \qquad = \qquad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 2$, $y_0 = 2$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 2$, $y_0 = 2$, $k_{\text{норм}} = -\frac{1}{k_{\text{кас}}} = \quad = \quad$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 3x^3y^4 + 3x^5$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(2,2) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,2)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 3 \cdot x^2 \cdot e^{-3x+2y}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(2,2) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,2)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \dfrac{e^{-3x+2y}}{\operatorname{tg}(4\sqrt{x})}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(2,2) =$

(формат 1.234): $f'_y(2,2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$3x^3y - 3y^2 - (4) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=2} =$

$y'|_{x=2,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 5.

$xye^{3x-3y} - (4)e^0 = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=2} =$

$y'|_{x=2,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \operatorname{arctg}(3x^2 + 3)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7.

$\cos(3x^4y + 3xy^2) - \cos(120) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 3

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4x^4y^3 + 4y^5\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
3) Найти численное значение $f'_x(2, 2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4x^4y^3 + 4y^5\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z''_{xy} = \qquad = \qquad = $$

$$z'_y = \left(4x^4y^3 + 4y^5\right)'_y =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad = $$

$$= \qquad\qquad = $$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} = \qquad .$

Шаг 3.

$$f'_x(2, 2) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2, 2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные $z'_x\,,\quad z'_y\,,\quad z''_{xy}\,,\quad z''_{yx}$ *функции:*

$$z = f(x, y) = 4 \cdot x^3 \cdot \ln(4x + 2y)\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4 \cdot x^3 \cdot \ln(4x + 2y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$.

$$z''_{xy} = \quad {}'_y =$$

$$= \quad =$$

$$=$$.

$$z'_y = \left(4 \cdot x^3 \cdot \ln(4x + 2y)\right)'_y = \quad =$$.

$$z''_{yx} = \quad = \quad =$$

$$= \quad =$$

$$=$$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(2,2) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2,2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x,y) = \frac{\sqrt{4x+2y}}{e^{3\sin x}}\,.$$

2) Найти численное значение $f'_y(2,2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\sqrt{4x+2y}}{e^{3\sin x}}\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\sqrt{4x+2y}}{e^{3\sin x}}\right)'_y = \qquad = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(2,2) =$ □

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(2,2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{4xy^4 - 4x^2 - (112)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=2}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2, 2)$:

$$F(2,2) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=2} = \qquad = \qquad = \qquad$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{xye^{4y-4x} - (4)e^{0}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=2}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,2)$:

$$F(2,2) = \qquad = 0,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=2} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=2}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \sin(4x^2+4)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 2$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \sin(4x^2+4))' =$

$= (x)' \cdot \sin(4x^2+4) + x \cdot (\sin(4x^2+4))' =$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=2} =$ $=$ $=$.

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$.
Получается

,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\operatorname{arctg}(4x^5y + 4xy^3) - \operatorname{arctg}(320) = 0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(2,2)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(2,2)$ принадлежит кривой.

$$\operatorname{arctg}(4 \cdot 2^5 \cdot 2 + 4 \cdot 2 \cdot 2^3) - \operatorname{arctg}(320) = \qquad = 0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x = -\frac{\partial F}{\partial x} \Big/ \frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$y'_x = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=2,y=2} = \qquad = \qquad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 2\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$. Получается

,

$$y = \quad ,$$

$$y = \quad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 2\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \quad = \quad$. Получается

,

$$y = \quad ,$$

$$y = \quad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 4 \cdot x^4 y^3 + 4y^5$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(2,2) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,2)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 4 \cdot x^3 \cdot \ln(4x + 2y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(2,2) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,2)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\sqrt{4x+2y}}{e^{3\sin x}}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(2,2) =$

(формат 1.234): $f'_y(2,2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$4x^3y - 4y^2 - (4) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=2} =$

$y'|_{x=2,y=2}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{4y-4x} - (4)e^0 = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=2} =$

$y'|_{x=2,y=2}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \sin\left(4x^2 + 4\right),$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$\mathrm{arctg}(4x^5y + 4xy^3) - \mathrm{arctg}(320) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 4

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 2x^2y^3 + 4x^4 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(1, 2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(2x^2y^3 + 4x^4\right)'_x =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{xy} =$$

$$= \qquad = $$

$$z'_y = \left(2x^2y^3 + 4x^4\right)'_y =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad = $$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(1, 2) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(1, 2)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x , z'_y , z''_{xy} , z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 2 \cdot x^3 \cdot \sin(4x + 1y) .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(1, 2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(2 \cdot x^3 \cdot \sin(4x + 1y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad '_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(2 \cdot x^3 \cdot \sin(4x + 1y)\right)'_y =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad '_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(1,2) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(1,2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{\sin(2x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}\,.$$

2) Найти численное значение $f'_y(1, 2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\sin(2x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\sin(2x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}\right)'_y = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(1, 2) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(1, 2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{2x^3y - 4y^2 - (-12)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=2}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(1, 2)$:

$$F(1, 2) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=2} = \qquad = \qquad = \qquad$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{xye^{2x-4y} - (2)e^{-6}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=2}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad\qquad =$$

$$= \qquad\qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad\qquad =$$

$$= \qquad\qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(1,2)$:

$$F(1,2) = \qquad\qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=2} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=2}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \cos\left(2x^2+4\right)$ *. Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$ *, где* $x_0 = 1$ *.*

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = \left(x \cdot \cos\left(2x^2+4\right)\right)' =$

$= (x)' \cdot \cos\left(2x^2+4\right) + x \cdot \left(\cos\left(2x^2+4\right)\right)' =$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=1} =$ $=$ $=$.

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=1} =$.
Получается

,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\sqrt{2x^3y+4xy^3+(-32)}-2=0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(1,2)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(1,2)$ принадлежит кривой.

$$\sqrt{2\cdot 1^3\cdot 2+4\cdot 1\cdot 2^3+(-32)}-2= \qquad = \qquad =0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x=-\frac{\partial F}{\partial x}\Big/\frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}=\left(\sqrt{2x^3y+4xy^3+(-32)}-2\right)'_y= \qquad =$$

$$= \qquad ;$$

$$y'_x=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=1,y=2}= \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\ y_0 = 2\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=1} =$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\ y_0 = 2\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 2x^2y^3 + 4x^4$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(1,2) =$

(формат 1.234): $f'_x(1,2)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 2 \cdot x^3 \cdot \sin(4x + 1y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(1,2) =$

(формат 1.234): $f'_x(1,2)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\sin(2x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(1,2) =$

(формат 1.234): $f'_y(1,2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$2x^3y - 4y^2 - (2) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1,y=2} =$

$y'|_{x=1,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 5.

$xye^{2x-4y} - (2)e^{-6} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1,y=2} =$

$y'|_{x=1,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \cos(2x^2 + 4)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7.

$\sqrt{2x^3y+4xy^3+(-32)}-2=0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 5

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3x^3y^2 + 5y^4 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(1, 2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3x^3y^2 + 5y^4\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z''_{xy} = \qquad = \qquad = $$

$$z'_y = \left(3x^3y^2 + 5y^4\right)'_y =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad = $$

$$= \qquad\qquad = $$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(1, 2) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(1, 2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3 \cdot x^4 \cdot \cos(5x + 1y) .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
3) Найти численное значение $f'_x(1, 2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3 \cdot x^4 \cdot \cos(5x + 1y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$.$$

$$z''_{xy} = \qquad {}'_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(3 \cdot x^4 \cdot \cos(5x + 1y)\right)'_y =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(1,2) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(1,2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{\cos(3x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}.$$

2) Найти численное значение $f'_y(1, 2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\cos(3x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\cos(3x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}\right)'_y = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(1, 2) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(1, 2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{3xy^4 - 5x^2 - (43)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=2}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(1, 2)$:

$$F(1, 2) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=2} = \qquad = \qquad = \qquad$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{xye^{5y-3x} - (2)e^{7}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=2}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(1,2)$:

$$F(1,2) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=2} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=2}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \operatorname{arctg}(3x^2+5)$ *. Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$ *, где* $x_0 = 1$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \operatorname{arctg}(3x^2+5))' =$

$= (x)' \cdot \operatorname{arctg}(3x^2+5) + x \cdot (\operatorname{arctg}(3x^2+5))' =$ $=$

$= \qquad = \qquad .$

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=1} = \qquad = \qquad = \qquad .$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 1$, $y_0 = \qquad = \qquad$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=1} = \qquad .$
Получается ,

$y = \qquad , \quad y = \qquad .$

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 2$, $y_0 = \qquad$, $k_{\text{норм}} = -\frac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$y = \qquad , \quad y = \qquad .$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\sin(3x^4y+5xy^4)-\sin(86)=0$.
Составить уравнение касательной и нормали в точке $M_0(1,2)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(1,2)$ принадлежит кривой.

$$\sin(3\cdot 1^4\cdot 2+5\cdot 1\cdot 2^4)-\sin(86)= \qquad =0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е.
$y'_x=-\dfrac{\partial F}{\partial x}\Big/\dfrac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$y'_x=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=1,y=2}= \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\ y_0 = 2\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=1} =$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\ y_0 = 2\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 1.

$z = 3x^3y^2 + 5y^4$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(1,2) =$

(формат 1.234): $f'_x(1,2)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 3 \cdot x^4 \cdot \cos(5x + 1y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(1,2) =$

(формат 1.234): $f'_x(1,2)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\cos(3x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(1,2) =$

(формат 1.234): $f'_y(1,2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$3x^3y - 5y^2 - (2) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1,y=2} =$

$y'|_{x=1,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 5.

$xye^{5y-3x} - (2)e^7 = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1,y=2} =$

$y'|_{x=1,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \operatorname{arctg}(3x^2 + 5)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7.

$\sin(3x^4y + 5xy^4) - \sin(86) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 6

возврат ⟹ огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3x^3y^4 + 4x^5 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
3) Найти численное значение $f'_x(2, 2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3x^3y^4 + 4x^5\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z''_{xy} =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z'_y = \left(3x^3y^4 + 4x^5\right)'_y =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad = $$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(2, 2) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2, 2)$ введи Клик

возврат $\Longrightarrow$ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x , z'_y , z''_{xy} , z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3 \cdot x^2 \cdot e^{-4x+2y} .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3 \cdot x^2 \cdot e^{-4x+2y}\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad '_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(3 \cdot x^2 \cdot e^{-4x+2y}\right)'_y = \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(2,2) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2,2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{e^{-3x+2y}}{\operatorname{tg}(5\sqrt{x})}.$$

2) Найти численное значение $f'_y(2,2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{e^{-3x+2y}}{\operatorname{tg}(5\sqrt{x})}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{e^{-3x+2y}}{\operatorname{tg}(5\sqrt{x})}\right)'_y = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(2,2) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(2,2)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{3x^3y - 4y^2 - (32)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=2}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,2)$:

$$F(2,2) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=2} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{xye^{3x-4y} - (4)e^{-2}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=2}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2, 2)$:

$$F(2, 2) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=2} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \sin\left(3x^2 + 4\right)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 2$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = \left(x \cdot \sin\left(3x^2 + 4\right)\right)' =$

$= (x)' \cdot \sin\left(3x^2 + 4\right) + x \cdot \left(\sin\left(3x^2 + 4\right)\right)' =$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=2} =$ $=$ $=$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$.
Получается

,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\cos(3x^4y + 4xy^3) - \cos(160) = 0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(2,2)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(2,2)$ принадлежит кривой.

$$\cos(3 \cdot 2^4 \cdot 2 + 4 \cdot 2 \cdot 2^3) - \cos(160) = \qquad = 0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x = -\frac{\partial F}{\partial x} \Big/ \frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$y'_x = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=2,y=2} = \qquad = \qquad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 2\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 2\,,\ k_{\text{норм}} = -\frac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 3x^3y^4 + 4x^5$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(2,2) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,2)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 3 \cdot x^2 \cdot e^{-4x+2y}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(2,2) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,2)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \dfrac{e^{-3x+2y}}{\mathrm{tg}(5\sqrt{x})}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(2,2) =$

(формат 1.234): $f'_y(2,2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$3x^3y - 4y^2 - (4) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=2} =$

$y'|_{x=2,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 5.

$xye^{3x-4y} - (4)e^{-2} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=2} =$

$y'|_{x=2,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \sin(3x^2 + 4)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7.

$\cos(3x^4y + 4xy^3) - \cos(160) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 7

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4x^4y^3 + 5y^5 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4x^4y^3 + 5y^5\right)'_x =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{xy} = \qquad = \qquad =$$

$$z'_y = \left(4x^4y^3 + 5y^5\right)'_y =$$

$$= \qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(2, 2) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2, 2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4 \cdot x^3 \cdot \ln(5x + 2y).$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4 \cdot x^3 \cdot \ln(5x + 2y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad '_y =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(4 \cdot x^3 \cdot \ln(5x + 2y)\right)'_y = \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(2,2) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2,2)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x , z'_y *функции:*

$$z = f(x,y) = \frac{\sqrt{4x+2y}}{e^{4\sin x}} .$$

2) Найти численное значение $f'_y(2,2)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\sqrt{4x+2y}}{e^{4\sin x}}\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\sqrt{4x+2y}}{e^{4\sin x}}\right)'_y = \qquad = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(2,2) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(2,2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{4xy^4 - 5x^2 - (108)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=2}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2, 2)$:

$$F(2, 2) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=2} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=2}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{xye^{5y-4x}-(4)e^{2}}_{F(x,y)}=0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=2}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y}= \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y'=-\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,2)$:

$$F(2,2)= \qquad =0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=2}= \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=2}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \cos(4x^2+5)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 2$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \cos(4x^2+5))' =$

$= (x)' \cdot \cos(4x^2+5) + x \cdot (\cos(4x^2+5))' =$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=2} =$ $=$ $=$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$.
Получается

,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\operatorname{arctg}(4x^5y + 5xy^4) - \operatorname{arctg}(416) = 0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(2,2)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(2,2)$ принадлежит кривой.

$$\operatorname{arctg}(4\cdot 2^5\cdot 2 + 5\cdot 2\cdot 2^4) - \operatorname{arctg}(416) = \qquad = 0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x = -\frac{\partial F}{\partial x}\Big/\frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$y'_x = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=2,y=2} = \qquad = \qquad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\; y_0 = 2\,,\; k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\; y_0 = 2\,,\; k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 4 \cdot x^4 y^3 + 5y^5$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(2,2) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,2)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 4 \cdot x^3 \cdot \ln(5x + 2y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(2,2) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,2)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\sqrt{4x+2y}}{e^{4\sin x}}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(2,2) =$

(формат 1.234): $f'_y(2,2)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$4x^3y - 5y^2 - (4) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=2} =$

$y'|_{x=2,y=2}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{5y-4x} - (4)e^2 = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=2} =$

$y'|_{x=2,y=2}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \cos\left(4x^2 + 5\right),$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$\mathrm{arctg}(4x^5y + 5xy^4) - \mathrm{arctg}(416) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 8

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3x^2y^3 + 3x^4\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3x^2y^3 + 3x^4\right)'_x =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{xy} =$$

$$= \qquad =$$

$$z'_y = \left(3x^2y^3 + 3x^4\right)'_y =$$

$$= \qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(2, 3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2, 3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3 \cdot x^3 \cdot \sin(3x + 2y)\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3 \cdot x^3 \cdot \sin(3x + 2y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad '_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(3 \cdot x^3 \cdot \sin(3x + 2y)\right)'_y =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad '_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(2,3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x,y) = \frac{\sin(3x+3y)}{\operatorname{arctg}(2x^2)}\,.$$

2) Найти численное значение $f'_y(2,3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\sin(3x+3y)}{\operatorname{arctg}(2x^2)}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\sin(3x+3y)}{\operatorname{arctg}(2x^2)}\right)'_y = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(2,3) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(2,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{3x^3y - 3y^2 - (45)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,3)$:

$$F(2,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad = \qquad$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{xye^{3x-3y} - (6)e^{-3}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,3)$:

$$F(2,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \operatorname{arctg}(3x^2+3)$ *. Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$ *, где* $x_0 = 2$ *.*

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \operatorname{arctg}(3x^2+3))' =$

$= (x)' \cdot \operatorname{arctg}(3x^2+3) + x \cdot (\operatorname{arctg}(3x^2+3))' = \qquad =$

$= \qquad = \qquad .$

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=2} = \qquad = \qquad = \qquad .$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 = \qquad = \qquad$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} = \qquad$.
Получается ,

$y = \qquad$, $y = \qquad$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 = \qquad$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$y = \qquad$, $y = \qquad$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\sqrt{3x^3y + 3xy^2 + (-117)} - 3 = 0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(2,3)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(2,3)$ принадлежит кривой.

$$\sqrt{3 \cdot 2^3 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \cdot 3^2 + (-117)} - 3 = \qquad = \qquad = 0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x = -\frac{\partial F}{\partial x} / \frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \left(\sqrt{3x^3y + 3xy^2 + (-117)} - 3\right)'_y = \qquad =$$

$$= \qquad ;$$

$$y'_x = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 3x^2y^3 + 3x^4$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 3 \cdot x^3 \cdot \sin(3x + 2y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\sin(3x+3y)}{\mathrm{arctg}(2x^2)}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_y(2,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$3x^3y - 3y^2 - (6) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=3} =$

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 5.

$xye^{3x-3y} - (6)e^{-3} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=3} =$

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \operatorname{arctg}(3x^2 + 3)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7.

$$\sqrt{3x^3y + 3xy^2 + (-117)} - 3 = 0\,,$$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 9

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4x^3y^2 + 4y^4 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
3) Найти численное значение $f'_x(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4x^3y^2 + 4y^4\right)'_x =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{xy} = \qquad = \qquad =$$

$$z'_y = \left(4x^3y^2 + 4y^4\right)'_y =$$

$$= \qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(2, 3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2, 3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4 \cdot x^4 \cdot \cos(4x + 2y)\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4 \cdot x^4 \cdot \cos(4x + 2y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

.

$$z''_{xy} = \qquad '_y =$$

$$=$$

$$=$$

.

$$z'_y = \left(4 \cdot x^4 \cdot \cos(4x + 2y)\right)'_y =$$

$$= \qquad =$$

.

$$z''_{yx} = \qquad =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

.

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(2,3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{\cos(4x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}.$$

2) Найти численное значение $f'_y(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\cos(4x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\cos(4x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}\right)'_y = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(2, 3) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(2, 3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{4xy^4 - 4x^2 - (632)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,3)$:

$$F(2,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{xye^{4y-4x} - (6)e^4}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,3)$:

$$F(2,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \sin(4x^2+4)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 2$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \sin(4x^2+4))' =$

$= (x)' \cdot \sin(4x^2+4) + x \cdot (\sin(4x^2+4))' =$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=2} =$ $=$ $=$.

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$.
Получается

,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\sin(4x^4y+4xy^3)-\sin(408)=0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(2,3)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(2,3)$ принадлежит кривой.

$$\sin(4\cdot 2^4\cdot 3+4\cdot 2\cdot 3^3)-\sin(408)= \qquad =0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x=-\frac{\partial F}{\partial x}\Big/\frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$y'_x=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\Big|_{x=2,y=3}= \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{норм}} = -\frac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 4x^3y^2 + 4y^4$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 4 \cdot x^4 \cdot \cos(4x + 2y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\cos(4x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_y(2,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$4x^3y - 4y^2 - (6) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=3} =$

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{4y-4x} - (6)e^4 = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=3} =$

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \sin\left(4x^2 + 4\right),$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$\sin(4x^4y + 4xy^3) - \sin(408) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 10

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4x^3y^4 + 3x^5 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(3, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4x^3y^4 + 3x^5\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z''_{xy} =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z'_y = \left(4x^3y^4 + 3x^5\right)'_y =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(3, 3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(3, 3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x,y) = 4 \cdot x^2 \cdot e^{-3x+3y}\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(3,3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4 \cdot x^2 \cdot e^{-3x+3y}\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad '_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(4 \cdot x^2 \cdot e^{-3x+3y}\right)'_y = \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} = \qquad .$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(3,3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(3,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{e^{-4x+3y}}{\mathrm{tg}(4\sqrt{x})}.$$

2) Найти численное значение $f'_y(3, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{e^{-4x+3y}}{\mathrm{tg}(4\sqrt{x})}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{e^{-4x+3y}}{\mathrm{tg}(4\sqrt{x})}\right)'_y = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(3, 3) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(3, 3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{4x^3y - 3y^2 - (297)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=3,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(3,3)$:

$$F(3,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=3,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=3,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{xye^{4x-3y} - (9)e^3}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=3,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(3, 3)$:

$$F(3, 3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=3,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=3,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \cos(4x^2 + 3)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 3$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \cos(4x^2 + 3))' =$

$= (x)' \cdot \cos(4x^2 + 3) + x \cdot (\cos(4x^2 + 3))' =$

$= \qquad = \qquad .$

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=3} = \qquad = \qquad =$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 3$, $y_0 = \qquad = \qquad$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=3} = \qquad$.
Получается

,

$y = \qquad$, $y = \qquad$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 2$, $y_0 = \qquad$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$y = \qquad$, $y = \qquad$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\cos(4x^4y + 3xy^2) - \cos(1053) = 0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(3,3)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(3,3)$ принадлежит кривой.

$$\cos(4 \cdot 3^4 \cdot 3 + 3 \cdot 3 \cdot 3^2) - \cos(1053) = \qquad = 0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x = -\frac{\partial F}{\partial x} \Big/ \frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad$$

$$y'_x = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=3,y=3} = \qquad = \qquad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=3} =$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 4x^3y^4 + 3x^5$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(3,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(3,3)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 4 \cdot x^2 \cdot e^{-3x+3y}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(3,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(3,3)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \dfrac{e^{-4x+3y}}{\mathrm{tg}(4\sqrt{x})}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(3,3) =$

(формат 1.234): $f'_y(3,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$4x^3y - 3y^2 - (9) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3,y=3} =$

$y'|_{x=3,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{4x-3y} - (9)e^3 = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3,y=3} =$

$y'|_{x=3,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \cos(4x^2 + 3)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$\cos(4x^4y + 3xy^2) - \cos(1053) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 11

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 5x^4y^3 + 4y^5 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(3, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(5x^4y^3 + 4y^5\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z''_{xy} = \qquad = \qquad = $$

$$z'_y = \left(5x^4y^3 + 4y^5\right)'_y =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad = $$

$$= \qquad\qquad = $$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(3, 3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(3, 3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 5 \cdot x^3 \cdot \ln(4x + 3y).$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(3, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(5 \cdot x^3 \cdot \ln(4x + 3y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \quad .$$

$$z''_{xy} = \qquad {}'_y =$$

$$= \qquad =$$

$$= \quad .$$

$$z'_y = \left(5 \cdot x^3 \cdot \ln(4x + 3y)\right)'_y = \qquad = \quad .$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \quad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(3,3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(3,3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{\sqrt{5x + 3y}}{e^{3\sin x}}\,.$$

2) Найти численное значение $f'_y(3, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\sqrt{5x + 3y}}{e^{3\sin x}}\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\sqrt{5x + 3y}}{e^{3\sin x}}\right)'_y = \qquad = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(3, 3) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(3, 3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{5xy^4 - 4x^2 - (1179)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=3,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(3,3)$:

$$F(3,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=3,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=3,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{xye^{4y-5x} - (9)e^{-3}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=3,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(3,3)$:

$$F(3,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=3,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=3,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \operatorname{arctg}(5x^2+4)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 3$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \operatorname{arctg}(5x^2+4))' =$

$$= (x)' \cdot \operatorname{arctg}(5x^2+4) + x \cdot (\operatorname{arctg}(5x^2+4))' = \quad =$$

$$= \quad = \quad .$$

Шаг 2. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=3} = \quad = \quad = \quad .$$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{кас}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3$, $y_0 = \quad = \quad$, $k_{кас} = y'\big|_{x=3} = \quad$.
Получается ,

$$y = \quad , \quad y = \quad .$$

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{норм}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 = \quad$, $k_{норм} = -\frac{1}{k_{кас}} = \quad = \quad$. Получается

,

$$y = \quad , \quad y = \quad .$$

Выборочная проверка

$k_{кас}$ (формат 1.23): введи _____ Клик

$b_{кас}$ (формат 1.23): введи _____ Клик

$k_{норм}$ (формат 1.23): введи _____ Клик

$b_{норм}$ (формат 1.23): введи _____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\operatorname{arctg}(5x^5y+4xy^3)-\operatorname{arctg}(3969)=0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(3,3)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(3,3)$ принадлежит кривой.

$$\operatorname{arctg}(5\cdot 3^5\cdot 3+4\cdot 3\cdot 3^3)-\operatorname{arctg}(3969)= \qquad =0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x=-\frac{\partial F}{\partial x}\Big/\frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}= \qquad = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$y'_x=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\Big|_{x=3,y=3}= \qquad = \qquad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=3} =$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{норм}} = -\frac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 5 \cdot x^4 y^3 + 4y^5$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(3,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(3,3)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 5 \cdot x^3 \cdot \ln(4x + 3y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(3,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(3,3)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\sqrt{5x+3y}}{e^{3\sin x}}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(3,3) =$

(формат 1.234): $f'_y(3,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$5x^3y - 4y^2 - (9) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3,y=3} =$

$y'|_{x=3,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 5.

$xye^{4y-5x} - (9)e^{-3} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3,y=3} =$

$y'|_{x=3,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \operatorname{arctg}(5x^2 + 4)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7.

$\mathrm{arctg}(5x^5y+4xy^3)-\mathrm{arctg}(3969)=0\,,$

$y'=$; $y'|_{x=3}=$

Касательная $y=$;

Нормаль $y=$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 12

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3x^2y^3 + 4x^4 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
3) Найти численное значение $f'_x(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3x^2y^3 + 4x^4\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z''_{xy} =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z'_y = \left(3x^2y^3 + 4x^4\right)'_y =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} = \qquad .$

Шаг 3.

$$f'_x(2, 3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2, 3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3 \cdot x^3 \cdot \sin(4x + 2y).$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3 \cdot x^3 \cdot \sin(4x + 2y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad {}'_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(3 \cdot x^3 \cdot \sin(4x + 2y)\right)'_y =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad {}'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(2,3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x , z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{\sin(3x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)} .$$

2) Найти численное значение $f'_y(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\sin(3x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\sin(3x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}\right)'_y = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(2, 3) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(2, 3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{3x^3y - 5y^2 - (27)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,3)$:

$$F(2,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{xye^{3x-4y} - (6)e^{-6}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2, 3)$:

$$F(2,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \sin(3x^2+4)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 2$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \sin(3x^2+4))' =$

$= (x)' \cdot \sin(3x^2+4) + x \cdot (\sin(3x^2+4))' =$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=2} =$ $=$ $=$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$.
Получается

,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\sqrt{3x^3y+4xy^3+(-279)}-3=0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(2,3)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(2,3)$ принадлежит кривой.

$$\sqrt{3\cdot 2^3\cdot 3+4\cdot 2\cdot 3^3+(-279)}-3= \qquad = \qquad =0,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x=-\frac{\partial F}{\partial x}/\frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}=\left(\sqrt{3x^3y+4xy^3+(-279)}-3\right)'_y= \qquad =$$

$$= \qquad ;$$

$$y'_x=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\Big|_{x=2,y=3}= \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \quad = \quad$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 3x^2y^3 + 4x^4\,,\qquad z'_x = \qquad\qquad,\qquad z'_y =$

$z''_{xy} = \qquad,\qquad z''_{yx} = \qquad,\qquad f'_x(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 3\cdot x^3\cdot\sin(4x+2y)\,,$

$z'_x = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad,$

$z'_y =$

$z''_{xy} = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad,$

$z''_{yx} = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad,$

$f'_x(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\sin(3x+4y)}{\mathrm{arctg}(3x^2)}\,,$

$z'_x = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad,$

$z'_y = \qquad\qquad,$

$f'_y(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_y(2,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$3x^3y - 5y^2 - (6) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=3} =$

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{3x-4y} - (6)e^{-6} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=3} =$

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \sin{(3x^2 + 4)}\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$$\sqrt{3x^3y + 4xy^3 + (-279)} - 3 = 0\,,$$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Вариант 13

Задача 1

1) *Найти частные производные* z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4x^3y^2 + 5y^4\,.$$

2) *Убедиться, что* $z''_{xy} = z''_{yx}$.
3) *Найти численное значение* $f'_x(2,3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4x^3y^2 + 5y^4\right)'_x =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{xy} = \qquad = \qquad = $$

$$z'_y = \left(4x^3y^2 + 5y^4\right)'_y =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = $$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} = \qquad .$

Шаг 3.

$$f'_x(2,3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x , z'_y , z''_{xy} , z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4 \cdot x^4 \cdot \cos(5x + 2y) .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4 \cdot x^4 \cdot \cos(5x + 2y)\right)'_x =$$

$=$

$=$

$=$

.

$z''_{xy} =$ $'_y =$

$=$

$=$.

$$z'_y = \left(4 \cdot x^4 \cdot \cos(5x + 2y)\right)'_y =$$

$=$ $=$.

$z''_{yx} =$ $=$

$=$

$=$

$=$.

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(2,3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x , z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{\cos(4x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)} .$$

2) Найти численное значение $f'_y(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\cos(4x + 5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\cos(4x + 5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}\right)'_y = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(2, 3) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(2, 3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{4xy^4 - 5x^2 - (628)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,3)$:

$$F(2,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad = \qquad$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{xye^{5y-4x} - (6)e^{7}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,3)$:

$$F(2,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \cos(4x^2 + 5)$ *. Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$ *, где* $x_0 = 2$ *.*

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \cos(4x^2 + 5))' =$

$= (x)' \cdot \cos(4x^2 + 5) + x \cdot (\cos(4x^2 + 5))' =$

$= \qquad = \qquad .$

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=2} = \qquad = \qquad =$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = \qquad = \qquad ,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} = \qquad .$
Получается

,

$y = \qquad , \quad y = \qquad .$

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = \qquad ,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$y = \qquad , \quad y = \qquad .$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\sin(4x^4y + 5xy^4) - \sin(1002) = 0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(2, 3)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(2, 3)$ принадлежит кривой.

$$\sin(4 \cdot 2^4 \cdot 3 + 5 \cdot 2 \cdot 3^4) - \sin(1002) = \qquad = 0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x = -\frac{\partial F}{\partial x} \Big/ \frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$y'_x = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=2, y=3} = \qquad = \qquad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\; y_0 = 3\,,\; k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\; y_0 = 3\,,\; k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \quad = \quad$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 4x^3y^2 + 5y^4$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи Клик

Задача 2.

$z = 4 \cdot x^4 \cdot \cos(5x + 2y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи Клик

Задача 3.

$z = \frac{\cos(4x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_y(2,3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$4x^3y - 5y^2 - (6) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=3} =$

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 5.

$xye^{5y-4x} - (6)e^7 = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=3} =$

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \cos(4x^2 + 5)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7.

$\sin(4x^4y + 5xy^4) - \sin(1002) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 14

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4x^3y^4 + 4x^5 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(3, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4x^3y^4 + 4x^5\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z''_{xy} =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z'_y = \left(4x^3y^4 + 4x^5\right)'_y =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} = \qquad .$

Шаг 3.

$$f'_x(3, 3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(3, 3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4 \cdot x^2 \cdot e^{-4x+3y}.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(3, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4 \cdot x^2 \cdot e^{-4x+3y}\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad '_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(4 \cdot x^2 \cdot e^{-4x+3y}\right)'_y = \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(3,3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(3,3)$ введи _____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{e^{-4x+3y}}{\mathrm{tg}(5\sqrt{x})}.$$

2) Найти численное значение $f'_y(3, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{e^{-4x+3y}}{\mathrm{tg}(5\sqrt{x})}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{e^{-4x+3y}}{\mathrm{tg}(5\sqrt{x})}\right)'_y = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(3, 3) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(3, 3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{4x^3y - 4y^2 - (288)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=3,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(3, 3)$:

$$F(3, 3) = \qquad = 0 ,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=3,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=3,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 5

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{xye^{4x-4y} - (9)e^{0}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=3,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(3, 3)$:

$$F(3,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=3,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=3,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \operatorname{arctg}(4x^2+4)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 3$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \operatorname{arctg}(4x^2+4))' =$

$= (x)' \cdot \operatorname{arctg}(4x^2+4) + x \cdot (\operatorname{arctg}(4x^2+4))' =$ $=$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=3} =$ $=$ $=$.

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=3} =$.
Получается ,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\cos(4x^4y + 4xy^3) - \cos(1296) = 0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(3,3)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(3,3)$ принадлежит кривой.

$$\cos(4 \cdot 3^4 \cdot 3 + 4 \cdot 3 \cdot 3^3) - \cos(1296) = \qquad = 0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x = -\frac{\partial F}{\partial x} / \frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$y'_x = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=3,y=3} = \qquad = \qquad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=3} =$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 4x^3y^4 + 4x^5$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(3,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(3,3)$ введи Клик

Задача 2.

$z = 4 \cdot x^2 \cdot e^{-4x+3y}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(3,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(3,3)$ введи Клик

Задача 3.

$z = \dfrac{e^{-4x+3y}}{\operatorname{tg}(5\sqrt{x})}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(3,3) =$

(формат 1.234): $f'_y(3,3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$4x^3y - 4y^2 - (9) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3,y=3} =$

$y'|_{x=3,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 5.

$xye^{4x-4y} - (9)e^0 = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3,y=3} =$

$y'|_{x=3,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \operatorname{arctg}(4x^2 + 4)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7.

$\cos(4x^4y + 4xy^3) - \cos(1296) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 15

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 5x^4y^3 + 5y^5 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(3, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(5x^4y^3 + 5y^5\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z''_{xy} = \qquad = \qquad = $$

$$z'_y = \left(5x^4y^3 + 5y^5\right)'_y =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad = $$

$$= \qquad\qquad = $$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} = \qquad .$

Шаг 3.

$$f'_x(3, 3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(3, 3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 5 \cdot x^3 \cdot \ln(5x + 3y)\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(3, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(5 \cdot x^3 \cdot \ln(5x + 3y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad {}'_y =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(5 \cdot x^3 \cdot \ln(5x + 3y)\right)'_y = \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(3,3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(3,3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x , z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{\sqrt{5x+3y}}{e^{4\sin x}}.$$

2) Найти численное значение $f'_y(3,3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\sqrt{5x+3y}}{e^{4\sin x}}\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\sqrt{5x+3y}}{e^{4\sin x}}\right)'_y = \qquad = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(3,3) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(3,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{5xy^4 - 5x^2 - (1170)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=3,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(3,3)$:

$$F(3,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=3,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=3,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{xye^{5y-5x} - (9)e^{0}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=3,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(3,3)$:

$$F(3,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=3,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=3,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \sin\left(5x^2+5\right)$ *. Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$ *, где* $x_0 = 3$ *.*

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = \left(x \cdot \sin\left(5x^2+5\right)\right)' =$

$= (x)' \cdot \sin\left(5x^2+5\right) + x \cdot \left(\sin\left(5x^2+5\right)\right)' =$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=3} =$ $=$ $=$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y-y_0) = k_{\text{кас}}(x-x_0)\,,$$

где $x_0 = 3$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=3} =$.
Получается

,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y-y_0) = k_{\text{норм}}(x-x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\operatorname{arctg}(5x^5y + 5xy^4) - \operatorname{arctg}(4860) = 0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(3,3)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(3,3)$ принадлежит кривой.

$$\operatorname{arctg}(5 \cdot 3^5 \cdot 3 + 5 \cdot 3 \cdot 3^4) - \operatorname{arctg}(4860) = \qquad = 0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x = -\frac{\partial F}{\partial x} \Big/ \frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$y'_x = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=3,y=3} = \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=3} =$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \quad =$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 5 \cdot x^4 y^3 + 5y^5$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(3,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(3,3)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 5 \cdot x^3 \cdot \ln(5x + 3y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(3,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(3,3)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\sqrt{5x+3y}}{e^{4\sin x}}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(3,3) =$

(формат 1.234): $f'_y(3,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$5x^3y - 5y^2 - (9) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3,y=3} =$

$y'|_{x=3,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{5y-5x} - (9)e^0 = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3,y=3} =$

$y'|_{x=3,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \sin(5x^2 + 5)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$\mathrm{arctg}(5x^5y+5xy^4)-\mathrm{arctg}(4860)=0\,,$

$y'=$; $y'|_{x=3}=$

Касательная $y=$;

Нормаль $y=$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 16

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x , z'_y , z''_{xy} , z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 2x^2y^3 + 4x^4 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
3) Найти численное значение $f'_x(1, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(2x^2y^3 + 4x^4\right)'_x =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{xy} =$$

$$= \qquad =$$

$$z'_y = \left(2x^2y^3 + 4x^4\right)'_y =$$

$$= \qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(1, 3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(1, 3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 2 \cdot x^3 \cdot \sin(4x + 1y)\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(1, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(2 \cdot x^3 \cdot \sin(4x + 1y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad {}'_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(2 \cdot x^3 \cdot \sin(4x + 1y)\right)'_y =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad {}'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(1,3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(1,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{\sin(2x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}\,.$$

2) Найти численное значение $f'_y(1, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\sin(2x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\sin(2x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}\right)'_y = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(1, 3) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(1, 3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{2x^3y - 4y^2 - (-30)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \quad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \quad .$$

Шаг 3. $y' = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \quad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(1,3)$:

$$F(1,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=3} = \qquad = \qquad = $$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{xye^{2x-4y} - (3)e^{-10}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(1,3)$:

$$F(1,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \cos(2x^2+4)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 1$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \cos(2x^2+4))' =$

$= (x)' \cdot \cos(2x^2+4) + x \cdot (\cos(2x^2+4))' =$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=1} =$ $=$ $=$.

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=1} =$.
Получается

,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\sqrt{2x^3y+4xy^3+(-110)}-2=0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(1,3)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(1,3)$ принадлежит кривой.

$$\sqrt{2\cdot 1^3\cdot 3+4\cdot 1\cdot 3^3+(-110)}-2= \qquad = \qquad =0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x=-\frac{\partial F}{\partial x}\Big/\frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}=\left(\sqrt{2x^3y+4xy^3+(-110)}-2\right)'_y= \qquad =$$

$$= \qquad ;$$

$$y'_x=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=1,y=3}= \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=1} =$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 2x^2y^3 + 4x^4$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(1,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(1,3)$ введи Клик

Задача 2.

$z = 2 \cdot x^3 \cdot \sin(4x + 1y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(1,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(1,3)$ введи Клик

Задача 3.

$z = \frac{\sin(2x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(1,3) =$

(формат 1.234): $f'_y(1,3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$2x^3y - 4y^2 - (3) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1,y=3} =$

$y'|_{x=1,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{2x-4y} - (3)e^{-10} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1,y=3} =$

$y'|_{x=1,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \cos\left(2x^2 + 4\right),$

$y' =$; $y'|_{x=1} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$$\sqrt{2x^3y + 4xy^3 + (-110)} - 2 = 0\,,$$

$y' =$; $y'|_{x=1} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 17

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3x^3y^2 + 5y^4 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
3) Найти численное значение $f'_x(1, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3x^3y^2 + 5y^4\right)'_x =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{xy} = \qquad = \qquad = $$

$$z'_y = \left(3x^3y^2 + 5y^4\right)'_y =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = $$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(1, 3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(1, 3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3 \cdot x^4 \cdot \cos(5x + 1y)\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(1, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3 \cdot x^4 \cdot \cos(5x + 1y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$.$$

$$z''_{xy} = \qquad {}'_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(3 \cdot x^4 \cdot \cos(5x + 1y)\right)'_y =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(1,3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(1,3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x , z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{\cos(3x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)} .$$

2) Найти численное значение $f'_y(1, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\cos(3x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$= \qquad\qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\cos(3x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}\right)'_y = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(1, 3) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(1, 3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{3xy^4 - 5x^2 - (238)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(1, 3)$:

$$F(1, 3) = \qquad = 0 ,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{xye^{5y-3x} - (3)e^{12}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(1,3)$:

$$F(1,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \mathrm{arctg}\,(3x^2+5)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 1$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \mathrm{arctg}\,(3x^2+5))' =$

$= (x)' \cdot \mathrm{arctg}\,(3x^2+5) + x \cdot (\mathrm{arctg}\,(3x^2+5))' = \qquad =$

$= \qquad = \qquad .$

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=1} = \qquad = \qquad = \qquad .$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1$, $y_0 = \qquad = \qquad$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=1} = \qquad$.
Получается ,

$y = \qquad , \quad y = \qquad .$

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 = \qquad$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$y = \qquad , \quad y = \qquad .$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\sin(3x^4y+5xy^4)-\sin(414)=0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(1,3)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(1,3)$ принадлежит кривой.

$$\sin(3\cdot 1^4\cdot 3+5\cdot 1\cdot 3^4)-\sin(414)= \qquad =0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x=-\frac{\partial F}{\partial x}\Big/\frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$y'_x=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=1,y=3}= \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=1} =$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \quad =$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 3x^3y^2 + 5y^4$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(1,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(1,3)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 3 \cdot x^4 \cdot \cos(5x + 1y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(1,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(1,3)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\cos(3x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(1,3) =$

(формат 1.234): $f'_y(1,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$3x^3y - 5y^2 - (3) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1,y=3} =$

$y'|_{x=1,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 5.

$xye^{5y-3x} - (3)e^{12} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1,y=3} =$

$y'|_{x=1,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \operatorname{arctg}(3x^2 + 5)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7.

$\sin(3x^4y+5xy^4)-\sin(414)=0\,,$

$y'=$; $y'|_{x=1}=$

Касательная $y=$;

Нормаль $y=$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Вариант 18

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3x^3y^4 + 4x^5 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3x^3y^4 + 4x^5\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z''_{xy} =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z'_y = \left(3x^3y^4 + 4x^5\right)'_y =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(2, 3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2, 3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x , z'_y , z''_{xy} , z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3 \cdot x^2 \cdot e^{-4x+2y} .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3 \cdot x^2 \cdot e^{-4x+2y}\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad '_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(3 \cdot x^2 \cdot e^{-4x+2y}\right)'_y = \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(2,3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{e^{-3x+2y}}{\operatorname{tg}(5\sqrt{x})}.$$

2) Найти численное значение $f'_y(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{e^{-3x+2y}}{\operatorname{tg}(5\sqrt{x})}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{e^{-3x+2y}}{\operatorname{tg}(5\sqrt{x})}\right)'_y = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(2, 3) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(2, 3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{3x^3y - 5y^2 - (27)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2, 3)$:

$$F(2,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{xye^{3x-4y} - (6)e^{-6}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,3)$:

$$F(2,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \sin(3x^2+4)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 2$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \sin(3x^2+4))' =$

$= (x)' \cdot \sin(3x^2+4) + x \cdot (\sin(3x^2+4))' =$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=2} =$ $=$ $=$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0) ,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$.
Получается

,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0) ,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\cos(3x^4y+4xy^3)-\cos(360)=0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(2,3)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(2,3)$ принадлежит кривой.

$$\cos(3\cdot 2^4\cdot 3+4\cdot 2\cdot 3^3)-\cos(360)= \qquad =0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x=-\frac{\partial F}{\partial x}\Big/\frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$y'_x=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=2,y=3}= \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \quad = \quad$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 3x^3y^4 + 4x^5$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи Клик

Задача 2.

$z = 3 \cdot x^2 \cdot e^{-4x+2y}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи Клик

Задача 3.

$z = \dfrac{e^{-3x+2y}}{\operatorname{tg}(5\sqrt{x})}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_y(2,3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$3x^3y - 5y^2 - (6) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=3} =$

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{3x-4y} - (6)e^{-6} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=3} =$

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \sin\left(3x^2 + 4\right),$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$\cos(3x^4y+4xy^3)-\cos(360)=0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Вариант 19

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4x^4y^3 + 5y^5 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4x^4y^3 + 5y^5\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z''_{xy} = \qquad = \qquad = $$

$$z'_y = \left(4x^4y^3 + 5y^5\right)'_y =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad = $$

$$= \qquad\qquad = $$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} = \qquad .$

Шаг 3.

$$f'_x(2, 3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2, 3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4 \cdot x^3 \cdot \ln(5x + 2y).$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4 \cdot x^3 \cdot \ln(5x + 2y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad '_y =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(4 \cdot x^3 \cdot \ln(5x + 2y)\right)'_y = \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(2,3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x,y) = \frac{\sqrt{4x+2y}}{e^{4\sin x}}\,.$$

2) Найти численное значение $f'_y(2,3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\sqrt{4x+2y}}{e^{4\sin x}}\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\sqrt{4x+2y}}{e^{4\sin x}}\right)'_y = \qquad = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(2,3) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(2,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{4xy^4 - 5x^2 - (628)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2, 3)$:

$$F(2, 3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad = \qquad$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{xye^{5y-4x} - (6)e^7}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2, 3)$:

$$F(2, 3) = \qquad = 0,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \cos\left(4x^2+5\right)$ *. Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$ *, где* $x_0 = 2$ *.*

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = \left(x \cdot \cos\left(4x^2+5\right)\right)' =$

$= (x)' \cdot \cos\left(4x^2+5\right) + x \cdot \left(\cos\left(4x^2+5\right)\right)' =$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=2} =$ $=$ $=$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$.
Получается

,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\operatorname{arctg}(4x^5y + 5xy^4) - \operatorname{arctg}(1194) = 0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(2,3)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(2,3)$ принадлежит кривой.

$$\operatorname{arctg}(4 \cdot 2^5 \cdot 3 + 5 \cdot 2 \cdot 3^4) - \operatorname{arctg}(1194) = \qquad = 0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x = -\frac{\partial F}{\partial x} \Big/ \frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$y'_x = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 4 \cdot x^4 y^3 + 5y^5$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 4 \cdot x^3 \cdot \ln(5x + 2y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\sqrt{4x+2y}}{e^{4\sin x}}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_y(2,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$4x^3y - 5y^2 - (6) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=3} =$

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{5y-4x} - (6)e^7 = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=3} =$

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \cos(4x^2 + 5)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$\mathrm{arctg}(4x^5y + 5xy^4) - \mathrm{arctg}(1194) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи | Клик |

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи | Клик |

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи | Клик |

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи | Клик |

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 20

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 2x^2y^3 + 5x^4\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(1, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(2x^2y^3 + 5x^4\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z''_{xy} =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z'_y = \left(2x^2y^3 + 5x^4\right)'_y =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} = \qquad .$

Шаг 3.

$$f'_x(1, 3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(1, 3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 2 \cdot x^3 \cdot \sin(5x + 1y) .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(1, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(2 \cdot x^3 \cdot \sin(5x + 1y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad '_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(2 \cdot x^3 \cdot \sin(5x + 1y)\right)'_y =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad '_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(1,3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(1,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x,y) = \frac{\sin(2x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}.$$

2) Найти численное значение $f'_y(1,3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\sin(2x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\sin(2x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}\right)'_y = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(1,3) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(1,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{2x^3y - 5y^2 - (-39)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(1,3)$:

$$F(1,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{xye^{2x-5y} - (3)e^{-13}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(1,3)$:

$$F(1,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \operatorname{arctg}(2x^2+5)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 1$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \operatorname{arctg}(2x^2+5))' =$

$= (x)' \cdot \operatorname{arctg}(2x^2+5) + x \cdot (\operatorname{arctg}(2x^2+5))' =$ $=$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=1} =$ $=$ $=$.

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0) ,$$

где $x_0 = 1$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=1} =$.
Получается ,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0) ,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\frac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\sqrt{2x^3y+5xy^4+(-407)}-2=0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(1,3)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(1,3)$ принадлежит кривой.

$$\sqrt{2\cdot 1^3\cdot 3+5\cdot 1\cdot 3^4+(-407)}-2= \qquad = \qquad =0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x=-\frac{\partial F}{\partial x}/\frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}=\left(\sqrt{2x^3y+5xy^4+(-407)}-2\right)'_y= \qquad =$$

$$= \qquad ;$$

$$y'_x=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=1,y=3}= \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=1} =$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \quad = \quad$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 2x^2y^3 + 5x^4$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(1,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(1,3)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 2 \cdot x^3 \cdot \sin(5x + 1y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(1,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(1,3)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\sin(2x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(1,3) =$

(формат 1.234): $f'_y(1,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$2x^3y - 5y^2 - (3) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1,y=3} =$

$y'|_{x=1,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 5.

$xye^{2x-5y} - (3)e^{-13} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1,y=3} =$

$y'|_{x=1,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \operatorname{arctg}(2x^2 + 5)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7.

$\sqrt{2x^3y+5xy^4+(-407)}-2=0\,,$

$y'=$; $y'|_{x=1}=$

Касательная $y=$;

Нормаль $y=$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹
огл ⟸

Вариант 21

возврат ⟹
огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x , z'_y , z''_{xy} , z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3x^3y^2 + 6y^4 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(1, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3x^3y^2 + 6y^4\right)'_x =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{xy} = \qquad = \qquad =$$

$$z'_y = \left(3x^3y^2 + 6y^4\right)'_y =$$

$$= \qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(1, 3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(1, 3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x , z'_y , z''_{xy} , z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3 \cdot x^4 \cdot \cos(6x + 1y) .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(1, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3 \cdot x^4 \cdot \cos(6x + 1y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$.$$

$$z''_{xy} = \qquad {}'_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(3 \cdot x^4 \cdot \cos(6x + 1y)\right)'_y =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(1,3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(1,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) *Найти частные производные* z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x,y) = \frac{\cos(3x+6y)}{\text{arctg}(5x^2)}\,.$$

2) *Найти численное значение* $f'_y(1,3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\cos(3x+6y)}{\text{arctg}(5x^2)}\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$= \qquad\qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\cos(3x+6y)}{\text{arctg}(5x^2)}\right)'_y = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(1,3) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(1,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{3xy^4 - 6x^2 - (237)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(1,3)$:

$$F(1,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{xye^{6y-3x} - (3)e^{15}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=1,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(1,3)$:

$$F(1,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=1,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=1,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \sin\left(3x^2+6\right)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 1$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = \left(x \cdot \sin\left(3x^2+6\right)\right)' =$

$= (x)' \cdot \sin\left(3x^2+6\right) + x \cdot \left(\sin\left(3x^2+6\right)\right)' =$

$= \qquad = \qquad .$

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=1} = \qquad = \qquad = \qquad .$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1$, $y_0 = \qquad = \qquad$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=1} = \qquad .$
Получается

,

$y = \qquad , \quad y = \qquad .$

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 = \qquad$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$y = \qquad , \quad y = \qquad .$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\sin(3x^4y+6xy^5)-\sin(1467)=0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(1,3)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(1,3)$ принадлежит кривой.

$$\sin(3\cdot 1^4\cdot 3+6\cdot 1\cdot 3^5)-\sin(1467)= \qquad =0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x=-\frac{\partial F}{\partial x}\Big/\frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$y'_x=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=1,y=3}= \qquad = \qquad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=1} =$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 1\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 3x^3y^2 + 6y^4\,,\qquad z'_x = \qquad,\qquad z'_y =$

$z''_{xy} = \qquad,\qquad z''_{yx} = \qquad,\qquad f'_x(1,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(1,3)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 3 \cdot x^4 \cdot \cos(6x + 1y)\,,$

$z'_x = \qquad,$

$z'_y =$

$z''_{xy} = \qquad,$

$z''_{yx} = \qquad,$

$f'_x(1,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(1,3)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\cos(3x+6y)}{\operatorname{arctg}(5x^2)}\,,$

$z'_x = \qquad,$

$z'_y = \qquad,$

$f'_y(1,3) =$

(формат 1.234): $f'_y(1,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$3x^3y - 6y^2 - (3) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1,y=3} =$

$y'|_{x=1,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 5.

$xye^{6y-3x} - (3)e^{15} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1,y=3} =$

$y'|_{x=1,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \sin\left(3x^2 + 6\right),$

$y' =$; $y'|_{x=1} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7.

$\sin(3x^4y + 6xy^5) - \sin(1467) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=1} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи | Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи | Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи | Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи | Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 22

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x , z'_y , z''_{xy} , z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3x^3y^4 + 5x^5\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3x^3y^4 + 5x^5\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z''_{xy} =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z'_y = \left(3x^3y^4 + 5x^5\right)'_y =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(2, 3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2, 3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x , z'_y , z''_{xy} , z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3 \cdot x^2 \cdot e^{-5x+2y} .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3 \cdot x^2 \cdot e^{-5x+2y}\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad '_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(3 \cdot x^2 \cdot e^{-5x+2y}\right)'_y = \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(2,3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{e^{-3x+2y}}{\operatorname{tg}(6\sqrt{x})}.$$

2) Найти численное значение $f'_y(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{e^{-3x+2y}}{\operatorname{tg}(6\sqrt{x})}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{e^{-3x+2y}}{\operatorname{tg}(6\sqrt{x})}\right)'_y = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(2, 3) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(2, 3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{3x^3y - 5y^2 - (27)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,3)$:

$$F(2,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{xye^{3x-5y} - (6)e^{-9}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,3)$:

$$F(2,3) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \cos(3x^2+5)$ *. Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$ *, где* $x_0 = 2$ *.*

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \cos(3x^2+5))' =$

$= (x)' \cdot \cos(3x^2+5) + x \cdot (\cos(3x^2+5))' =$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=2} =$ $=$ $=$.

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$.
Получается

,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\cos(3x^4y+5xy^4)-\cos(954)=0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(2,3)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(2,3)$ принадлежит кривой.

$$\cos(3\cdot 2^4\cdot 3+5\cdot 2\cdot 3^4)-\cos(954)= \qquad =0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x=-\frac{\partial F}{\partial x}\Big/\frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$y'_x=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=2,y=3}= \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 3x^3y^4 + 5x^5$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 3 \cdot x^2 \cdot e^{-5x+2y}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \dfrac{e^{-3x+2y}}{\mathrm{tg}(6\sqrt{x})}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_y(2,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$3x^3y - 5y^2 - (6) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=3} =$

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 5.

$xye^{3x-5y} - (6)e^{-9} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=3} =$

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \cos(3x^2 + 5)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7.

$\cos(3x^4y+5xy^4)-\cos(954)=0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ огл ⟸

Вариант 23

возврат ⟹ огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4x^4y^3 + 6y^5 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
3) Найти численное значение $f'_x(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4x^4y^3 + 6y^5\right)'_x =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{xy} = \qquad = \qquad =$$

$$z'_y = \left(4x^4y^3 + 6y^5\right)'_y =$$

$$= \qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(2, 3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2, 3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) *Найти частные производные* z'_x , z'_y , z''_{xy} , z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4 \cdot x^3 \cdot \ln(6x + 2y) .$$

2) *Убедиться, что* $z''_{xy} = z''_{yx}$.
3) *Найти численное значение* $f'_x(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4 \cdot x^3 \cdot \ln(6x + 2y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \quad .$$

$$z''_{xy} = \qquad {}'_y =$$

$$= \qquad =$$

$$= \quad .$$

$$z'_y = \left(4 \cdot x^3 \cdot \ln(6x + 2y)\right)'_y = \qquad = \quad .$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \quad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(2,3) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) *Найти частные производные* z'_x , z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{\sqrt{4x + 2y}}{e^{5\sin x}}.$$

2) *Найти численное значение* $f'_y(2, 3)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\sqrt{4x + 2y}}{e^{5\sin x}}\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\sqrt{4x + 2y}}{e^{5\sin x}}\right)'_y = \qquad = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(2, 3) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(2, 3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{4xy^4 - 6x^2 - (624)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,3)$:

$$F(2,3) = \qquad = 0 ,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad = $$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{xye^{6y-4x}-(6)e^{10}}_{F(x,y)}=0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=3}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y}= \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y'=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,3)$:

$$F(2,3)= \qquad =0,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=3}= \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \operatorname{arctg}(4x^2+6)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 2$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \operatorname{arctg}(4x^2+6))' =$

$$= (x)' \cdot \operatorname{arctg}(4x^2+6) + x \cdot (\operatorname{arctg}(4x^2+6))' = \quad =$$

$$= \quad = \quad .$$

Шаг 2. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=2} = \quad = \quad = \quad .$$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0) \, ,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$.
Получается ,

$$y = \quad , \quad y = \quad .$$

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0) \, ,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$$y = \quad , \quad y = \quad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\operatorname{arctg}(4x^5y + 6xy^5) - \operatorname{arctg}(3300) = 0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(2,3)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(2,3)$ принадлежит кривой.

$$\operatorname{arctg}(4 \cdot 2^5 \cdot 3 + 6 \cdot 2 \cdot 3^5) - \operatorname{arctg}(3300) = \qquad = 0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x = -\frac{\partial F}{\partial x} \big/ \frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$y'_x = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=2,y=3} = \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 3\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \quad = \quad$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 4 \cdot x^4 y^3 + 6y^5$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 4 \cdot x^3 \cdot \ln(6x + 2y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,3)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\sqrt{4x+2y}}{e^{5\sin x}}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(2,3) =$

(формат 1.234): $f'_y(2,3)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$4x^3y - 6y^2 - (6) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=3} =$

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 5.

$xye^{6y-4x} - (6)e^{10} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=3} =$

$y'|_{x=2,y=3}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \operatorname{arctg}(4x^2 + 6)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7.

$\operatorname{arctg}(4x^5y + 6xy^5) - \operatorname{arctg}(3300) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 24

возврат ⟹

огл ⟸

возврат $\Longrightarrow$ **оглавление** **табл. производных**

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x , z'_y , z''_{xy} , z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3x^2y^3 + 4x^4 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
3) Найти численное значение $f'_x(2, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3x^2y^3 + 4x^4\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z''_{xy} =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z'_y = \left(3x^2y^3 + 4x^4\right)'_y =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(2, 4) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2, 4)$ введи ____ Клик

возврат $\Longrightarrow$ **оглавление** **табл. производных**

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3 \cdot x^3 \cdot \sin(4x + 2y)\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
3) Найти численное значение $f'_x(2, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3 \cdot x^3 \cdot \sin(4x + 2y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \quad .$$

$$z''_{xy} = \quad '_y =$$

$$=$$

$$= \quad .$$

$$z'_y = \left(3 \cdot x^3 \cdot \sin(4x + 2y)\right)'_y =$$

$$= \quad = \quad .$$

$$z''_{yx} = \quad '_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \quad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(2,4) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2,4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x , z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{\sin(3x+4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)} .$$

2) Найти численное значение $f'_y(2, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\sin(3x + 4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}\right)'_x =$$

$$=$$ $$=$$

$$=$$ $$=$$

$$=$$ $$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\sin(3x + 4y)}{\operatorname{arctg}(3x^2)}\right)'_y = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(2, 4) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(2, 4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{3x^3y - 4y^2 - (32)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=4}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2, 4)$:

$$F(2, 4) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=4} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=4}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{xye^{3x-4y} - (8)e^{-10}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=4}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,4)$:

$$F(2,4) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=4} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \sin(3x^2 + 4)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 2$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \sin(3x^2 + 4))' =$

$= (x)' \cdot \sin(3x^2 + 4) + x \cdot (\sin(3x^2 + 4))' =$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=2} =$ $=$ $=$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$.
Получается

,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\sqrt{3x^3y+4xy^3+(-599)}-3=0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(2,4)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(2,4)$ принадлежит кривой.

$$\sqrt{3\cdot 2^3\cdot 4+4\cdot 2\cdot 4^3+(-599)}-3= \qquad = \qquad =0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x=-\frac{\partial F}{\partial x}\Big/\frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}=\left(\sqrt{3x^3y+4xy^3+(-599)}-3\right)'_y= \qquad =$$

$$= \qquad ;$$

$$y'_x=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=2,y=4}= \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 4\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 4\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 3x^2y^3 + 4x^4$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(2,4) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,4)$ введи Клик

Задача 2.

$z = 3 \cdot x^3 \cdot \sin(4x + 2y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(2,4) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,4)$ введи Клик

Задача 3.

$z = \frac{\sin(3x+4y)}{\mathrm{arctg}(3x^2)}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(2,4) =$

(формат 1.234): $f'_y(2,4)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$3x^3y - 4y^2 - (8) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=4} =$

$y'|_{x=2,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{3x-4y} - (8)e^{-10} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=4} =$

$y'|_{x=2,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \sin\left(3x^2 + 4\right),$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$\sqrt{3x^3y + 4xy^3 + (-599)} - 3 = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 25

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4x^3y^2 + 5y^4\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4x^3y^2 + 5y^4\right)'_x =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{xy} = \qquad = \qquad =$$

$$z'_y = \left(4x^3y^2 + 5y^4\right)'_y =$$

$$= \qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(2, 4) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2, 4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4 \cdot x^4 \cdot \cos(5x + 2y)\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4 \cdot x^4 \cdot \cos(5x + 2y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$.$$

$$z''_{xy} = \qquad {}'_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(4 \cdot x^4 \cdot \cos(5x + 2y)\right)'_y =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(2,4) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2,4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{\cos(4x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}.$$

2) Найти численное значение $f'_y(2, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\cos(4x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\cos(4x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}\right)'_y = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(2, 4) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(2, 4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{4xy^4 - 5x^2 - (2028)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=4}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2, 4)$:

$$F(2, 4) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=4} = \qquad = \qquad = \qquad$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=4}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{xye^{5y-4x} - (8)e^{12}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=4}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2, 4)$:

$$F(2, 4) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=4} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=4}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \cos\left(4x^2+5\right)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 2$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = \left(x \cdot \cos\left(4x^2+5\right)\right)' =$

$= (x)' \cdot \cos\left(4x^2+5\right) + x \cdot \left(\cos\left(4x^2+5\right)\right)' =$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=2} =$ $=$ $=$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$.
Получается

,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\sin(4x^4y+5xy^4)-\sin(2816)=0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(2,4)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(2,4)$ принадлежит кривой.

$$\sin(4\cdot 2^4\cdot 4+5\cdot 2\cdot 4^4)-\sin(2816)= \qquad =0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x=-\dfrac{\partial F}{\partial x}\Big/\dfrac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$y'_x=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=2,y=4}= \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\; y_0 = 4\,,\; k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\; y_0 = 4\,,\; k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 4x^3y^2 + 5y^4$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(2,4) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,4)$ введи Клик

Задача 2.

$z = 4 \cdot x^4 \cdot \cos(5x + 2y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(2,4) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,4)$ введи Клик

Задача 3.

$z = \frac{\cos(4x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(2,4) =$

(формат 1.234): $f'_y(2,4)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$4x^3y - 5y^2 - (8) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=4} =$

$y'|_{x=2,y=4}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 5.

$xye^{5y-4x} - (8)e^{12} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=4} =$

$y'|_{x=2,y=4}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \cos(4x^2 + 5)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 7.

$\sin(4x^4y + 5xy^4) - \sin(2816) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 26

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x , z'_y , z''_{xy} , z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4x^3y^4 + 4x^5 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(3, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4x^3y^4 + 4x^5\right)'_x =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{xy} =$$

$$= \qquad = $$

$$z'_y = \left(4x^3y^4 + 4x^5\right)'_y =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad = $$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(3, 4) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(3, 4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x , z'_y , z''_{xy} , z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4 \cdot x^2 \cdot e^{-4x+3y} .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(3, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4 \cdot x^2 \cdot e^{-4x+3y}\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad '_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(4 \cdot x^2 \cdot e^{-4x+3y}\right)'_y = \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(3,4) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(3,4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x , z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{e^{-4x+3y}}{\operatorname{tg}(5\sqrt{x})} .$$

2) Найти численное значение $f'_y(3, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{e^{-4x+3y}}{\operatorname{tg}(5\sqrt{x})}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{e^{-4x+3y}}{\operatorname{tg}(5\sqrt{x})}\right)'_y = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(3, 4) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(3, 4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{4x^3y - 4y^2 - (368)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=3,y=4}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(3, 4)$:

$$F(3, 4) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=3,y=4} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=3,y=4}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{xye^{4x-4y} - (12)e^{-4}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=3,y=4}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(3,4)$:

$$F(3,4) = \qquad = 0,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=3,y=4} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=3,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \operatorname{arctg}(4x^2+4)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 3$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \operatorname{arctg}(4x^2+4))' =$

$= (x)' \cdot \operatorname{arctg}(4x^2+4) + x \cdot (\operatorname{arctg}(4x^2+4))' =$ $=$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=3} =$ $=$ $=$.

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 3$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=3} =$.
Получается ,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\cos(4x^4y + 4xy^3) - \cos(2064) = 0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(3, 4)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(3, 4)$ принадлежит кривой.

$$\cos(4 \cdot 3^4 \cdot 4 + 4 \cdot 3 \cdot 4^3) - \cos(2064) = \qquad = 0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x = -\frac{\partial F}{\partial x} \Big/ \frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad$$

$$y'_x = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=3, y=4} = \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3\,,\; y_0 = 4\,,\; k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=3} =$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3\,,\; y_0 = 4\,,\; k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 4x^3y^4 + 4x^5$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(3,4) =$

(формат 1.234): $f'_x(3,4)$ введи Клик

Задача 2.

$z = 4 \cdot x^2 \cdot e^{-4x+3y}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(3,4) =$

(формат 1.234): $f'_x(3,4)$ введи Клик

Задача 3.

$z = \dfrac{e^{-4x+3y}}{\operatorname{tg}(5\sqrt{x})}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(3,4) =$

(формат 1.234): $f'_y(3,4)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$4x^3y - 4y^2 - (12) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3,y=4} =$

$y'|_{x=3,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{4x-4y} - (12)e^{-4} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3,y=4} =$

$y'|_{x=3,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \operatorname{arctg}(4x^2 + 4)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$\cos(4x^4y + 4xy^3) - \cos(2064) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Вариант 27

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x , z'_y , z''_{xy} , z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 5x^4y^3 + 5y^5 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(3, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = (5x^4y^3 + 5y^5)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$z''_{xy} = \qquad = \qquad =$$

$$z'_y = \left(5x^4y^3 + 5y^5\right)'_y =$$

$$= \qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(3, 4) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(3, 4)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 5 \cdot x^3 \cdot \ln(5x + 3y) .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
3) Найти численное значение $f'_x(3, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(5 \cdot x^3 \cdot \ln(5x + 3y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad {}'_y =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(5 \cdot x^3 \cdot \ln(5x + 3y)\right)'_y = \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(3,4) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(3,4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x,y) = \frac{\sqrt{5x+3y}}{e^{4\sin x}}.$$

2) Найти численное значение $f'_y(3,4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\sqrt{5x+3y}}{e^{4\sin x}}\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\sqrt{5x+3y}}{e^{4\sin x}}\right)'_y = \qquad = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(3,4) =$ □

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(3,4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{5xy^4 - 5x^2 - (3795)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=3,y=4}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(3, 4)$:

$$F(3,4) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=3,y=4} = \qquad = \qquad = \qquad$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=3,y=4}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{xye^{5y-5x} - (12)e^5}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=3,y=4}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(3,4)$:

$$F(3,4) = \qquad = 0,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=3,y=4} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=3,y=4}$ (формат 1.23): введи ___ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \sin(5x^2+5)$ *. Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$ *, где* $x_0 = 3$ *.*

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \sin(5x^2+5))' =$

$= (x)' \cdot \sin(5x^2+5) + x \cdot (\sin(5x^2+5))' =$

$= \qquad = \qquad .$

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=3} = \qquad = \qquad =$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 3$, $y_0 = \qquad = \qquad$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=3} = \qquad$.
Получается

,

$y = \qquad , \quad y = \qquad .$

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 2$, $y_0 = \qquad$, $k_{\text{норм}} = -\frac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$y = \qquad , \quad y = \qquad .$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\operatorname{arctg}(5x^5y+5xy^4)-\operatorname{arctg}(8700)=0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(3,4)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(3,4)$ принадлежит кривой.

$$\operatorname{arctg}(5\cdot 3^5\cdot 4+5\cdot 3\cdot 4^4)-\operatorname{arctg}(8700)= \qquad =0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x=-\frac{\partial F}{\partial x}\Big/\frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}= \qquad = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$y'_x=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=3,y=4}= \qquad = \qquad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3\,,\ y_0 = 4\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=3} =$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3\,,\ y_0 = 4\,,\ k_{\text{норм}} = -\frac{1}{k_{\text{кас}}} = \quad = \quad$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 5 \cdot x^4 y^3 + 5y^5$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(3,4) =$

(формат 1.234): $f'_x(3,4)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 5 \cdot x^3 \cdot \ln(5x + 3y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(3,4) =$

(формат 1.234): $f'_x(3,4)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\sqrt{5x+3y}}{e^{4\sin x}}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(3,4) =$

(формат 1.234): $f'_y(3,4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$5x^3y - 5y^2 - (12) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3,y=4} =$

$y'|_{x=3,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{5y-5x} - (12)e^5 = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3,y=4} =$

$y'|_{x=3,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \sin(5x^2 + 5)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$\operatorname{arctg}(5x^5y + 5xy^4) - \operatorname{arctg}(8700) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 28

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x , z'_y , z''_{xy} , z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3x^2y^3 + 5x^4 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3x^2y^3 + 5x^4\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z''_{xy} =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z'_y = \left(3x^2y^3 + 5x^4\right)'_y =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad = $$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(2, 4) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2, 4)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 3 \cdot x^3 \cdot \sin(5x + 2y)\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(3 \cdot x^3 \cdot \sin(5x + 2y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad '_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(3 \cdot x^3 \cdot \sin(5x + 2y)\right)'_y =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad '_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(2,4) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2,4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{\sin(3x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}.$$

2) Найти численное значение $f'_y(2, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\sin(3x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\sin(3x+5y)}{\operatorname{arctg}(4x^2)}\right)'_y = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(2, 4) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(2, 4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{3x^3y - 5y^2 - (16)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=4}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \quad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \quad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \quad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,4)$:

$$F(2,4) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=4} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=4}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{xye^{3x-5y} - (8)e^{-14}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=4}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2, 4)$:

$$F(2, 4) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=4} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \cos(3x^2+5)$ *. Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$ *, где* $x_0 = 2$ *.*

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \cos(3x^2+5))' =$

$= (x)' \cdot \cos(3x^2+5) + x \cdot (\cos(3x^2+5))' =$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=2} =$ $=$ $=$.

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$.
Получается

,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\sqrt{3x^3y + 5xy^4 + (-2647)} - 3 = 0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(2,4)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(2,4)$ принадлежит кривой.

$$\sqrt{3 \cdot 2^3 \cdot 4 + 5 \cdot 2 \cdot 4^4 + (-2647)} - 3 = \qquad = \qquad = 0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x = -\frac{\partial F}{\partial x} \Big/ \frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \left(\sqrt{3x^3y + 5xy^4 + (-2647)} - 3\right)'_y = \qquad = \qquad ;$$

$$y'_x = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=2,y=4} = \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 4\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 4\,,\ k_{\text{норм}} = -\frac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 3x^2y^3 + 5x^4$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(2,4) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,4)$ введи Клик

Задача 2.

$z = 3 \cdot x^3 \cdot \sin(5x + 2y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(2,4) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,4)$ введи Клик

Задача 3.

$z = \frac{\sin(3x+5y)}{\mathrm{arctg}(4x^2)}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(2,4) =$

(формат 1.234): $f'_y(2,4)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$3x^3y - 5y^2 - (8) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=4} =$

$y'|_{x=2,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{3x-5y} - (8)e^{-14} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=4} =$

$y'|_{x=2,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \cos\left(3x^2 + 5\right),$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$$\sqrt{3x^3y + 5xy^4 + (-2647)} - 3 = 0\,,$$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 29

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4x^3y^2 + 6y^4 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4x^3y^2 + 6y^4\right)'_x =$$

$$= \qquad = $$

$$z''_{xy} = \qquad = \qquad =$$

$$z'_y = \left(4x^3y^2 + 6y^4\right)'_y =$$

$$= \qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(2, 4) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2, 4)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4 \cdot x^4 \cdot \cos(6x + 2y)\,.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(2, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4 \cdot x^4 \cdot \cos(6x + 2y)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$.$$

$$z''_{xy} = \qquad {}'_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(4 \cdot x^4 \cdot \cos(6x + 2y)\right)'_y =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(2,4) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(2,4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x , z'_y *функции:*

$$z = f(x, y) = \frac{\cos(4x+6y)}{\operatorname{arctg}(5x^2)} .$$

2) Найти численное значение $f'_y(2, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\cos(4x + 6y)}{\operatorname{arctg}(5x^2)}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\cos(4x + 6y)}{\operatorname{arctg}(5x^2)}\right)'_y = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(2, 4) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(2, 4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{4xy^4 - 6x^2 - (2024)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=4}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \quad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \quad .$$

Шаг 3. $y' = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \quad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2, 4)$:

$$F(2,4) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=4} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=4}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{xye^{6y-4x} - (8)e^{16}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=2,y=4}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(2,4)$:

$$F(2,4) = \qquad = 0,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=2,y=4} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=2,y=4}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \operatorname{arctg}(4x^2+6)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 2$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \operatorname{arctg}(4x^2+6))' =$

$= (x)' \cdot \operatorname{arctg}(4x^2+6) + x \cdot (\operatorname{arctg}(4x^2+6))' = \qquad =$

$= \qquad = \qquad .$

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=2} = \qquad = \qquad = \qquad .$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 = \qquad = \qquad$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} = \qquad$.
Получается ,

$y = \qquad$, $y = \qquad$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 = \qquad$, $k_{\text{норм}} = -\frac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$y = \qquad$, $y = \qquad$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\sin(4x^4y + 6xy^5) - \sin(12544) = 0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(2,4)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(2,4)$ принадлежит кривой.

$$\sin(4 \cdot 2^4 \cdot 4 + 6 \cdot 2 \cdot 4^5) - \sin(12544) = \qquad = 0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x = -\frac{\partial F}{\partial x} \big/ \frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$y'_x = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=2,y=4} = \qquad = \qquad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 4\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=2} =$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2\,,\ y_0 = 4\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 1.

$z = 4x^3y^2 + 6y^4$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(2,4) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,4)$ введи Клик

Задача 2.

$z = 4 \cdot x^4 \cdot \cos(6x + 2y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(2,4) =$

(формат 1.234): $f'_x(2,4)$ введи Клик

Задача 3.

$z = \frac{\cos(4x+6y)}{\operatorname{arctg}(5x^2)}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(2,4) =$

(формат 1.234): $f'_y(2,4)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$4x^3y - 6y^2 - (8) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=4} =$

$y'|_{x=2,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{6y-4x} - (8)e^{16} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2,y=4} =$

$y'|_{x=2,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \operatorname{arctg}(4x^2 + 6)\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$\sin(4x^4y + 6xy^5) - \sin(12544) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=2} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 30

возврат ⟹

огл ⟸

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4x^3y^4 + 5x^5 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(3, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4x^3y^4 + 5x^5\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z''_{xy} =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z'_y = \left(4x^3y^4 + 5x^5\right)'_y =$$

$$= \qquad\qquad =$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(3, 4) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(3, 4)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные z'_x , z'_y , z''_{xy} , z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 4 \cdot x^2 \cdot e^{-5x+3y}.$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(3, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(4 \cdot x^2 \cdot e^{-5x+3y}\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad {}'_y =$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(4 \cdot x^2 \cdot e^{-5x+3y}\right)'_y = \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad =$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 3.

$$f'_x(3,4) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(3,4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) Найти частные производные z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x,y) = \frac{e^{-4x+3y}}{\mathrm{tg}(6\sqrt{x})}\,.$$

2) Найти численное значение $f'_y(3,4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{e^{-4x+3y}}{\mathrm{tg}(6\sqrt{x})}\right)'_x =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{e^{-4x+3y}}{\mathrm{tg}(6\sqrt{x})}\right)'_y = \qquad = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(3,4) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(3,4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{4x^3y - 5y^2 - (352)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=3,y=4}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(3, 4)$:

$$F(3,4) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=3,y=4} = \qquad = \qquad = \qquad$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=3,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{xye^{4x-5y} - (12)e^{-8}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=3,y=4}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(3,4)$:

$$F(3,4) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=3,y=4} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=3,y=4}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \sin(4x^2+5)$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$, *где* $x_0 = 3$.

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \sin(4x^2+5))' =$

$= (x)' \cdot \sin(4x^2+5) + x \cdot (\sin(4x^2+5))' =$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=3} =$ $=$ $=$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 3$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=3} =$.
Получается

,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0),$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\frac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\cos(4x^4y + 5xy^4) - \cos(5136) = 0$.
Составить уравнение касательной и нормали в точке $M_0(3, 4)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(3, 4)$ принадлежит кривой.

$$\cos(4 \cdot 3^4 \cdot 4 + 5 \cdot 3 \cdot 4^4) - \cos(5136) = \qquad = 0\,,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е.
$y'_x = -\frac{\partial F}{\partial x} / \frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$y'_x = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\Big|_{x=3, y=4} = \qquad = \qquad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3\,,\ y_0 = 4\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=3} =$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3\,,\ y_0 = 4\,,\ k_{\text{норм}} = -\frac{1}{k_{\text{кас}}} = \quad = \quad$. Получается

,

$y =$,

$y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 4x^3y^4 + 5x^5$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(3,4) =$

(формат 1.234): $f'_x(3,4)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 4 \cdot x^2 \cdot e^{-5x+3y}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(3,4) =$

(формат 1.234): $f'_x(3,4)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \dfrac{e^{-4x+3y}}{\operatorname{tg}(6\sqrt{x})}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(3,4) =$

(формат 1.234): $f'_y(3,4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$4x^3y - 5y^2 - (12) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3,y=4} =$

$y'|_{x=3,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{4x-5y} - (12)e^{-8} = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3,y=4} =$

$y'|_{x=3,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \sin\left(4x^2 + 5\right),$

$y' =$; $y'|_{x=3} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$\cos(4x^4y + 5xy^4) - \cos(5136) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹

огл ⟸

Вариант 31

возврат ⟹

огл ⟸

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 1

1) Найти частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy}, z''_{yx} *функции:*

$$z = f(x, y) = 5x^4y^3 + 6y^5 .$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(3, 4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(5x^4y^3 + 6y^5\right)'_x =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z''_{xy} = \qquad = \qquad = $$

$$z'_y = \left(5x^4y^3 + 6y^5\right)'_y =$$

$$= \qquad\qquad = $$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad = $$

$$= \qquad\qquad = $$

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$$f'_x(3, 4) =$$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(3, 4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 2

1) Найти частные производные $z'_x\,,\quad z'_y\,,\quad z''_{xy}\,,\quad z''_{yx}$ *функции:*

$$z = f(x,y) = 5\cdot x^3\cdot\ln\left(6x+3y\right).$$

2) Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3) Найти численное значение $f'_x(3,4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(5\cdot x^3\cdot\ln\left(6x+3y\right)\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z''_{xy} = \qquad {}'_y =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(5\cdot x^3\cdot\ln\left(6x+3y\right)\right)'_y = \qquad = \qquad .$$

$$z''_{yx} = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad =$$

$$= \qquad .$$

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Решение (Задача 2, окончание)

Шаг 2. $z''_{xy} = z''_{yx} =$.

Шаг 3.

$f'_x(3, 4) =$

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_x(3, 4)$ введи Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 3

1) *Найти частные производные* z'_x, z'_y *функции:*

$$z = f(x,y) = \frac{\sqrt{5x+3y}}{e^{5\sin x}}.$$

2) *Найти численное значение* $f'_y(3,4)$.

Решение

Шаг 1.

$$z'_x = \left(\frac{\sqrt{5x+3y}}{e^{5\sin x}}\right)'_x =$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$= \qquad .$$

$$z'_y = \left(\frac{\sqrt{5x+3y}}{e^{5\sin x}}\right)'_y = \qquad = \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad .$$

Шаг 2. $f'_y(3,4) =$ □

Выборочная проверка

Ответ (формат 1.234): $f'_y(3,4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4

Найти производную y' *неявной функции, заданной уравнением*

$$\underbrace{5xy^4 - 6x^2 - (3786)}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=3,y=4}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\dfrac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\dfrac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(3, 4)$:

$$F(3,4) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=3,y=4} = \qquad = \qquad = \qquad$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=3,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 5

Найти производную y' неявной функции, заданной уравнением

$$\underbrace{xye^{6y-5x} - (12)e^{9}}_{F(x,y)} = 0$$

Найти численное значение $y'|_{x=3,y=4}$.

Решение

Шаг 1. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial x}$.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 2. Находим частную производную $\frac{\partial F}{\partial y}$.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad .$$

Шаг 3. $y' = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \qquad = \qquad .$

Шаг 4. Проверяем точку $(3, 4)$:

$$F(3, 4) = \qquad = 0\,,$$

проверка выполнена. Теперь вычисляем:

$$y'|_{x=3,y=4} = \qquad = \qquad =$$

Выборочная проверка

$y'|_{x=3,y=4}$ (формат 1.23): введи Клик

Задача 6

Кривая задана уравнением $y = x \cdot \cos(5x^2 + 6)$ *. Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(x_0, y_0)$ *, где* $x_0 = 3$ *.*

Решение

Шаг 1. Находим производную $y' = (x \cdot \cos(5x^2 + 6))' =$

$= (x)' \cdot \cos(5x^2 + 6) + x \cdot (\cos(5x^2 + 6))' =$

$=$ $=$.

Шаг 2. Находим численное значение производной

$y'\big|_{x=3} =$ $=$ $=$

Шаг 3. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3$, $y_0 =$ $=$, $k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=3} =$.
Получается

,

$y =$, $y =$.

Шаг 4. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 2$, $y_0 =$, $k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} =$ $=$. Получается

,

$y =$, $y =$.

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7

Кривая задана неявным уравнением $\operatorname{arctg}(5x^5y+6xy^5)-\operatorname{arctg}(23292)=0$. *Составить уравнение касательной и нормали в точке* $M_0(3,4)$.

Решение

Шаг 1. Проверяем, что точка $M_0(3,4)$ принадлежит кривой.

$$\operatorname{arctg}(5\cdot 3^5\cdot 4+6\cdot 3\cdot 4^5)-\operatorname{arctg}(23292)= \qquad =0,$$

всё верно.

Шаг 2. Находим производную y' по формуле Правила 3, т. е. $y'_x=-\frac{\partial F}{\partial x}\Big/\frac{\partial F}{\partial y}$. Требуется найти частные производные.

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}= \qquad = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$y'_x=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}= \qquad .$$

Шаг 3. Находим численное значение производной

$$y'\big|_{x=3,y=4}= \qquad = \qquad .$$

Решение (окончание)

Шаг 4. Составляем уравнение **касательной** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{кас}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3\,,\ y_0 = 4\,,\ k_{\text{кас}} = y'\big|_{x=3} =$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Шаг 5. Составляем уравнение **нормали** по Правилу 4:

$$(y - y_0) = k_{\text{норм}}(x - x_0)\,,$$

где $x_0 = 3\,,\ y_0 = 4\,,\ k_{\text{норм}} = -\dfrac{1}{k_{\text{кас}}} = \qquad = \qquad$. Получается

,

$$y = \qquad ,$$

$$y = \qquad .$$

Выборочная проверка

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

возврат⟹ оглавление табл. производных

Задача 1.

$z = 5 \cdot x^4 y^3 + 6y^5$, $z'_x =$, $z'_y =$

$z''_{xy} =$, $z''_{yx} =$, $f'_x(3,4) =$

(формат 1.234): $f'_x(3,4)$ введи ____ Клик

Задача 2.

$z = 5 \cdot x^3 \cdot \ln(6x + 3y)$,

$z'_x =$,

$z'_y =$

$z''_{xy} =$,

$z''_{yx} =$,

$f'_x(3,4) =$

(формат 1.234): $f'_x(3,4)$ введи ____ Клик

Задача 3.

$z = \frac{\sqrt{5x+3y}}{e^{5\sin x}}$,

$z'_x =$,

$z'_y =$,

$f'_y(3,4) =$

(формат 1.234): $f'_y(3,4)$ введи ____ Клик

возврат ⟹ оглавление табл. производных

Задача 4.

$5x^3y - 6y^2 - (12) = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3,y=4} =$

$y'|_{x=3,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 5.

$xye^{6y-5x} - (12)e^9 = 0\,,$

$y' =$; $y'|_{x=3,y=4} =$

$y'|_{x=3,y=4}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 6.

$y = x \cdot \cos\left(5x^2 + 6\right),$

$y' =$; $y'|_{x=3} =$

Касательная $y =$;

Нормаль $y =$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи ____ Клик

Задача 7.

$\operatorname{arctg}(5x^5y+6xy^5)-\operatorname{arctg}(23292)=0\,,$

$y'=$; $y'|_{x=3}=$

Касательная $y=$;

Нормаль $y=$.

$k_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{кас}}$ (формат 1.23): введи Клик

$k_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

$b_{\text{норм}}$ (формат 1.23): введи Клик

После заполнения всех форм жми SUBMIT.

RESET SUBMIT

возврат ⟹ оглавление табл. производных